

УДК 621.65.03

doi: 10.18698/0536-1044-2020-2-59-67

Расчет критических частот ротора многоступенчатого насоса с учетом эффекта Ломакина в переднем уплотнении рабочего колеса

Д.Г. Свобода, А.А. Жарковский, Е.А. Иванов, И.О. Борщев

Институт энергетики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого

Calculating Cutoff Speeds of a Multistage Pump Rotor Taking into Account Lomakin Effect in the Front Seal of the Impeller

D.G. Svoboda, A.A. Zharkovskii, E.A. Ivanov, I.O. Borshchev

Institute of Energy, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

Важным этапом проектирования многоступенчатого лопастного насоса являются динамические частотные исследования, которые призваны подтвердить жесткость и вибрационную надежность ротора насоса. Согласно рекомендации Дж.Ф. Гулича, номинальная частота вращения вала ротора должна отличаться от критической не менее чем на 25 %. Эффект Ломакина предполагает учитывать гидродинамические силы, действующие в щелевых уплотнениях и оказывающие демпфирующее действие на ротор насоса. Разработана и верифицирована методика численного учета гидродинамических сил, возникающих в уплотнениях лопастных насосов при критических частотах вращения ротора. Исследования проведены на «сухой» модели ротора с использованием программного комплекса ANSYS Mechanical. Для численного моделирования подшипников и уплотнений использован элемент COMBIT214, в котором задавались коэффициенты жесткости. Значения коэффициентов жесткости определены путем расчета течения рабочей жидкости в щелевом уплотнении в программном пакете ANSYS CFX. Верификация методики выполнена с привлечением экспериментальных данных. Жесткость уплотнения рассчитана для разных режимов работы насоса. Показано, что гидродинамические силы, возникающие в щелевых уплотнениях, значительно влияют на критические частоты вращения ротора. Их учет увеличивает основную собственную частоту ротора примерно на 44 %, т. е. оказывает существенное качественное и количественное влияние на вибрационные характеристики насоса. Установлено, что на значение гидродинамической силы влияют несколько факторов: прогиб вала, перепад давления и геометрия щелевого уплотнения. Предложенную методику рекомендовано использовать для многоступенчатых центробежных насосов.

Ключевые слова: многоступенчатый лопастной насос, численные исследования, вибрационные характеристики, щелевое уплотнение, коэффициенты жесткости, гидродинамические силы

Studies of dynamic frequencies are an important stage in designing multistage vane pumps. This research aimed to confirm the rigidity and vibrational reliability of the pump rotor. Based on the recommendations of J.F. Gülich, the nominal rotational speed of the rotor shaft should

differ from the cutoff speed by no less than 25 %. The Lomakin effect supposes taking into consideration the hydrodynamic forces acting in the gap seals and having a damping effect on the pump rotor. This research solved the problem of developing and verifying a numerical method of calculating hydrodynamic forces, which arise in seals of vane pumps at critical speeds. The studies were conducted on a 'dry' model of the rotor using ANSYS Mechanical software package. During computational modeling of bearings and seals, the COMBIT214 element was used where the stiffness coefficient values were set. These values were determined by calculating the flow parameters in the gap seal using ANSYS CFX. The proposed method was verified using the experimental data obtained. The seal rigidity was calculated for different operating modes of the pump. It was shown that the hydrodynamic forces which arose in the gap seals had a significant influence on the rotor's critical speed. Accounting for these forces increased the main own frequency of the rotor by approximately 44 %. This fact had a significant qualitative and quantitative impact on the vibrational characteristics of the pump. This study showed that the value of the hydrodynamic force was influenced by several factors: shaft deflection, differential pressure and geometry of the gap seal. The proposed method is recommended for use for multistage centrifugal pumps.

Keywords: multistage vane pump, numerical studies, vibration characteristics, gap seal, coefficients of stiffness, hydrodynamic forces

При проектировании насоса обязательным требованием является исследование его конструкции на прочность. Основные детали, которые надо обследовать, — рабочее колесо и ротор. Для вала ротора необходимо подтвердить прочность, жесткость и критические частоты.

К важным характеристикам многоступенчатого лопастного насоса, имеющего вал большой длины, относятся жесткость и вибрационные качества ротора. Жесткость вала должна быть такой, чтобы ограничивать его общий прогиб до 50 % номинального значения зазоров в щелевых уплотнениях (ЩУ) [1].

Динамические частотные исследования обусловлены тем, что в случае совпадения внешней периодической нагрузки с собственными частотами ротора происходит явление резонанса, что вызывает вибрацию, многократное увеличение напряжений и может привести к разрушению всей конструкции насоса.

Согласно рекомендации Дж.Ф. Гулича [2], для обеспечения надежной в вибрационном отношении работы ротора номинальная частота вращения его вала n должна отличаться от критической на 25...30 % в большую или меньшую сторону.

При этом одновременно с внешними силами на ротор действуют тормозящие силы, которые рассеивают энергию колебания и гасят вибрацию ротора, тем самым увеличивая его жесткость и частоты собственных колебаний. Одна из таких демпфирующих сил [3, 4] появляется вследствие вытеснения рабочей жидкости (РЖ) из зазоров в ЩУ ротора центробежного насоса.

Проблему учета влияния гидродинамических сил впервые поставил А.А. Ломакин [5]. Несмотря на важность данной проблемы, очень немногие авторы занимались ею и развивали теорию этого вопроса [6, 7].

Цель работы — разработка и верификация методики численного учета влияния гидродинамических сил, возникающих в ЩУ многоступенчатых лопастных насосов, на критические частоты вращения вала ротора, а также определение факторов, от которых зависят вибрационные качества насоса.

Методика исследования. Для достижения поставленной цели без упрощений на основе современных численных методов использован программный комплекс механики деформированного твердого тела ANSYS Mechanical. На первом этапе рассмотрена «сухая» модель ротора. Под ней понимают расчетную модель, в которой отсутствует гидродинамическое воздействие РЖ на ротор, а его вал поддерживают только подшипники, характеризующиеся высокой степенью жесткости.

В роторной динамике ANSYS Mechanical для моделирования подшипников и цилиндрических уплотнений чаще всего используют элемент COMBI214 (рис. 1), представленный в интерфейсе программы под названием Bearing.

Этот объект имеет продольные и поперечные связи, работающие на растяжение-сжатие, с одной или двумя степенями свободы в каждом узле и в общем случае описывается коэффициентами прямой K_{11} , K_{22} и перекрестной

K_{12} , K_{21} жесткости, прямого C_{11} , C_{22} и перекрестного C_{12} , C_{21} демпфирования.

При численных исследованиях сделаны следующие упрощения:

заданы только значения коэффициентов жесткости, тем самым в элементе COMB1214 активированы только функции пружин;

коэффициенты демпфирования приняты равными нулю, т. е. демпфирующая способность ЩУ не учтена.

С физической точки зрения обосновать действие пружин в уплотнениях можно следующим образом. На каждой собственной частоте

ротор принимает определенную форму колебаний. Вследствие его прогиба в ЩУ появляется эксцентриситет между осью вращения вала (осью Z) и осью цилиндрической поверхности уплотнения рабочего колеса (рис. 2). Это приводит к возникновению радиальной и тангенциальной составляющих гидродинамической силы [8].

Коэффициенты жесткости K_{11} и K_{12} можно определить по формулам, предложенным в работах [2, 9]:

$$\frac{F_r}{e} = -K_{11} - C_{12}\Omega + M\Omega^2;$$

$$\frac{F_t}{e} = K_{12} - C_{11}\Omega - m\Omega^2,$$

где F_r и F_t — радиальная и тангенциальная составляющие гидродинамической силы; M , m — коэффициенты присоединенной массы; Ω — скорость прецессии вала.

Прецессия ротора (centrifugal whirling) — термин, используемый в динамике роторов, — представляет собой движение оси гибкого вала в изогнутом состоянии по некоторой поверхности вращения под действием центробежных и упругих сил. Таким образом, в абсолютной системе координат ротор одновременно совершает вращательное движение вокруг своей оси с частотой ω и прецессионное движение со скоростью Ω .

Как правило, чем больше коэффициент перекрестной жесткости K_{12} , тем менее стабилен ротор. В то же время увеличение коэффициентов демпфирования C_{11} , C_{12} помогает сохранить стабильность ротора.

Верификация предложенной методики. Для верификации методики использованы экспериментальные данные (коэффициенты жесткости ЩУ с эксцентриситетом для не вращающегося ротора) исследователей Р. Нордманна и Г. Массманна, находящиеся в свободном доступе [9].

Геометрические характеристики исследуемого ЩУ

Радиальный щелевой зазор δ , мм	0,3
Диаметр D_y , мм	40
Ширина b_y , мм	30

Расчет жесткости ЩУ проведен при эксцентриситете вала $e = 0,175$ мм для различных значений осевой скорости потока на входе в

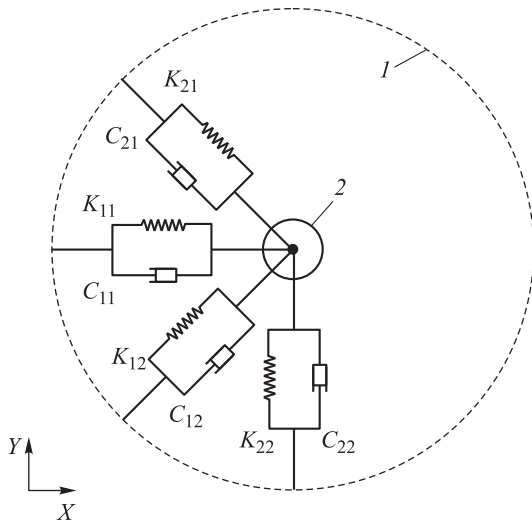


Рис. 1. Схема нагрузок элемента Bearing в среде ANSYS Mechanical: 1 — Bearing; 2 — ротор

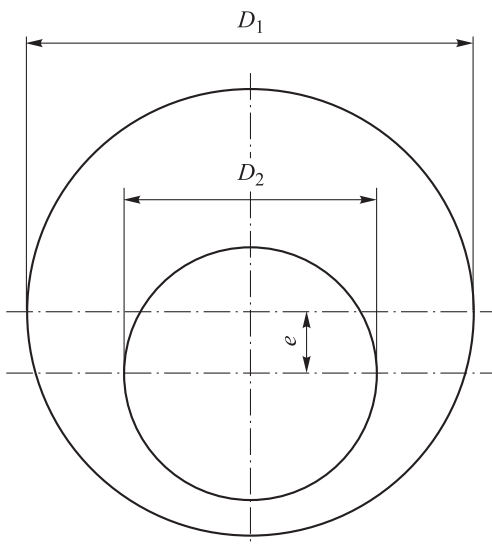


Рис. 2. Поперечный разрез ЩУ: D_1 — внутренний диаметр уплотнения; D_2 — диаметр покрывающего диска на входе в рабочее колесо; e — эксцентриситет

Таблица 1

Результаты сравнения расчетных и экспериментальных значений коэффициентов жесткости NASA при различных значениях осевой скорости

Осевая скорость v_z , м/с	Коэффициент жесткости, Н/мм		Погрешность расчета, %
	Расчетный	Экспериментальный	
13,5	319 788	308 100	-3,79
12,0	249 342	266 600	6,47
10,5	193 520	216 000	10,40
9,0	150 257	171 800	12,50
7,5	115 520	132 500	12,80

уплотнение v_z , зависящей от перепада давления в уплотнении насоса. В качестве рабочей среды использована вода при нормальных условиях (давление 1 атм, температура окружающей среды $T = 20^\circ\text{C}$).

После расчета выполнено сравнение полученных значений коэффициента жесткости ЩУ с экспериментальными данными NASA [9]. Результаты этого сравнения приведены в табл. 1.

Установлено, что погрешность возрастает при уменьшении числа Рейнольдса, а ее максимальное значение составляет 12,8 %. В целом погрешность является удовлетворительной, поэтому предлагаемая методика расчета коэффициентов жесткости ЩУ может быть использована для определения собственных колебаний ротора.

Расхождение расчетных и экспериментальных данных можно объяснить наличием погрешности измерения, а также влиянием шероховатости поверхности вала и ЩУ. Так как информация о шероховатости указанных поверхностей при опытных исследованиях отсутствует, при численном расчете она не моделировалась.

Результаты исследований. После отработки методики вычисления коэффициентов жесткости выполнен расчет радиальной силы в исследуемом насосе с помощью программного гидродинамического комплекса ANSYS CFX [10]. Моделировалось переднее ЩУ рабочего колеса.

Предварительные расчеты показали, что возникающая в заднем ЩУ радиальная гидродинамическая сила незначительна вследствие

того, что в этом уплотнении насоса перепад давления небольшой. Расчетная область переднего ЩУ рабочего колеса приведена на рис. 3.

Дискретизация расчетной области проведена в сеточном генераторе ANSYS Meshing. Количество элементов структурированной гексаэдрической сетки составило примерно 2,5 млн. Расчет течения РЖ выполнен при скорости прецессии ротора $\Omega = 0 \dots 160$ рад/с. Уравнения Навье — Стокса с осреднением параметров по Рейнольдсу решены методом конечных объемов:

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{v}}}{\partial t} + (\bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla) \bar{\mathbf{v}} = \bar{\mathbf{F}} - \frac{1}{\rho} \nabla (\bar{p}) + \frac{1}{\rho} \mu_t \Delta \cdot \bar{\mathbf{v}}; \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{v}} = 0, \quad (2)$$

где \mathbf{v} — скорость РЖ; t — время; ∇ — оператор Набла; \mathbf{F} — массовые силы; ρ — плотность РЖ; p — давление; μ_t — турбулентная вязкость; Δ — оператор Лапласа; надстрочная черта помечает осредненный параметр.

Для замыкания уравнений (1), (2) использована SST-модель турбулентности [11–13].

В результате численного расчета определены значения радиальной F_r и тангенциальной F_t составляющих гидродинамической силы, а затем путем аппроксимации полиномом второго порядка определены коэффициенты жесткости. Вычисления проведены для эксцентриситета $e = 0,14$ мм, что соответствует половине радиального щелевого зазора δ .

Значение суммарной радиальной силы, возникающей в ЩУ при заданном эксцентрисите-

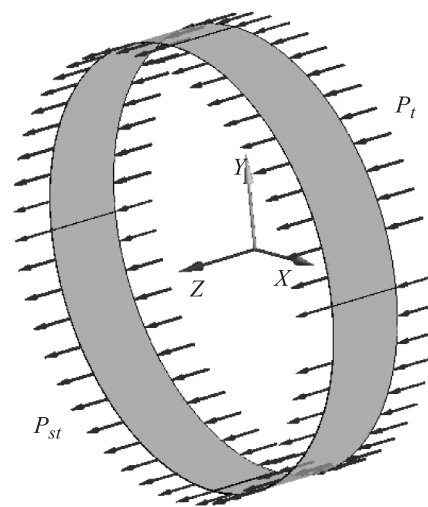


Рис. 3. Расчетная область переднего ЩУ рабочего колеса

P_t — полная энергия на входе в расчетную область;
 P_{st} — статическое давление на выходе из расчетной области

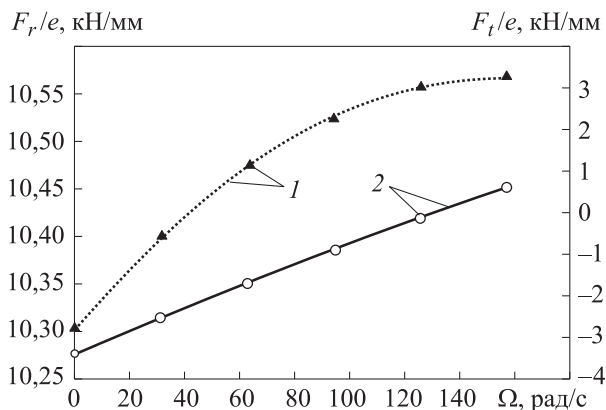


Рис. 4. Расчетные (точки) и аппроксимирующие (кривые) зависимости относительных составляющих гидродинамической силы F_r/e (1) и F_t/e (2) от скорости прецессии Ω

те, действующем на ротор, находят интегрированием полученного давления по площади. На рис. 4 приведена зависимость относительных составляющих гидродинамической силы (отношений F_r и F_t к эксцентриситету) F_r/e , F_t/e от скорости прецессии.

На рис. 4 расчетные точки аппроксимированы следующими уравнениями:

$$F_r/e = -0,0108\Omega^2 + 3,3889\Omega + 10\,303;$$

$$F_t/e = -0,0169\Omega^2 + 29,03\Omega - 3482.$$

В результате расчета получены коэффициенты прямой и перекрестной жесткости: $K_{11} = K_{22} = 10303$ Н/мм, $K_{12} = K_{21} = -3482$ Н/мм.

В программном комплексе ANSYS Mechanical выполнен модальный анализ ротора с целью определения собственных частот и связанных с ними форм колебаний ротора при заданных режимах его работы. Для этого описывались соответствующие крепления и нагрузки.

Так как значения коэффициентов жесткости подшипниковых узлов отсутствуют, заделки моделировались упрощенно. Для радиального подшипника использовалась шарнирная заделка, для сдвоенного подшипника (радиального и упорного) со стороны соединительной муфты — жесткая.

Для упрощения расчетной модели рабочие колеса на валу насоса заменялись точечными массами, соединенными с остальной конструкцией ротора условными связями (рис. 5).

Тем самым предполагалось, что на рабочие колеса действуют только такие нагрузки, как ускорение и угловая скорость перемещения, для которых задавались данные масс и моментов инерции. А другие силы, в том числе гидродинамические, не принимались во внимание.

Для учета эффекта Ломакина в местах расположения ЩУ задавались и описывались элементы, имитирующие подшипники с коэффициентами жесткости K_{ij} , определенными средствами вычислительной гидродинамики.

В режиме работы $n = 3000$ мин⁻¹ для заданного числа мод (форм колебаний) получены следующие значения собственных частот колебаний ротора, Гц: 69,62; 92,29; 117,17; 128,31; 199,68. Самая низкая собственная частота, называемая основной, составила 69,62 Гц, превысив частоту вращения вала (60 Гц) примерно на 16 %. Таким образом, расчет показал, что ротор в процессе разгона или торможения не проходит критические частоты вращения вала.

Если ротор рассчитать без моделирования уплотнений (без учета их коэффициентов жесткости), то его собственные частоты колебания окажутся значительно меньше. Так, самая низкая собственная частота колебаний составит

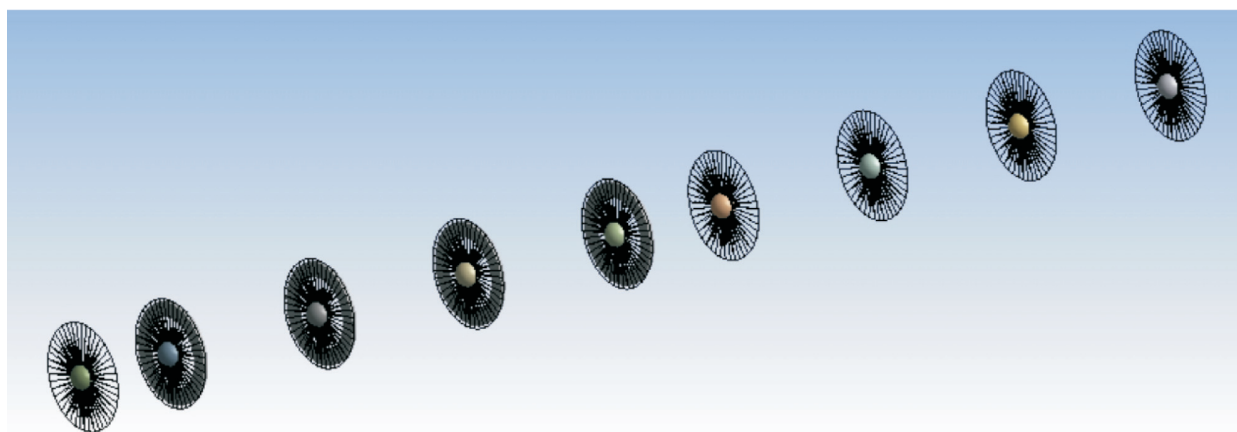


Рис. 5. Расчетная модель ротора насоса

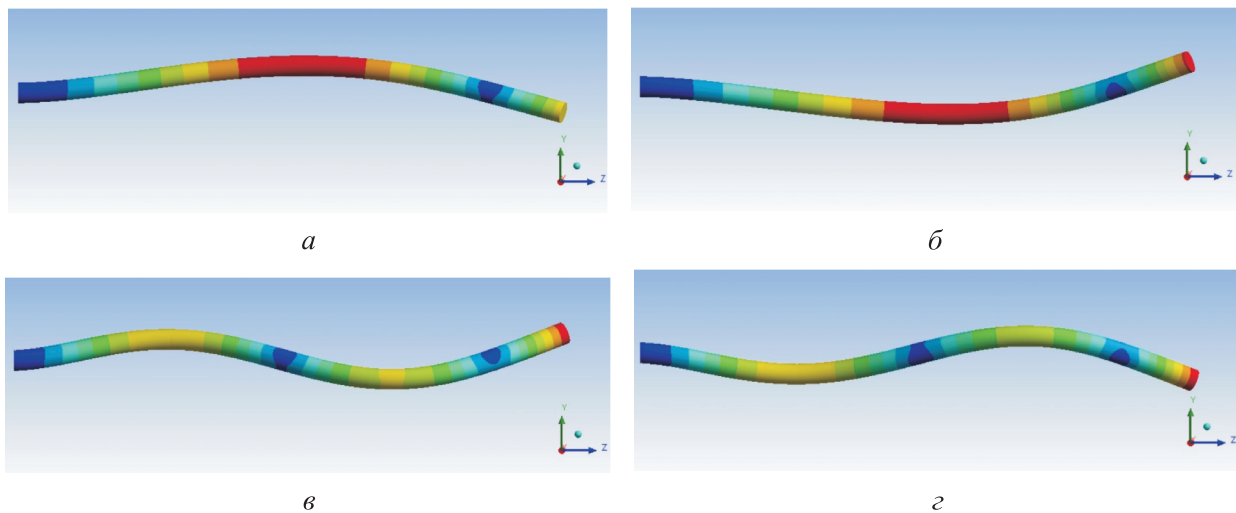


Рис. 6. Первые четыре формы колебаний модели ротора насоса при различных собственных частотах: а — $f_1 = 69,62$ Гц; б — $f_2 = 92,29$ Гц; в — $f_3 = 117,17$ Гц; г — $f_4 = 128,31$ Гц

39 Гц, что меньше таковой с учетом ЩУ на 44 %, при этом частота колебаний ротора упадет на 35 %.

Анализ результатов расчетов свидетельствует о том, что учет гидродинамических сил, возникающих в ЩУ рабочего колеса, существенно влияет (как качественно, так и количественно) на вибрационные характеристики насоса.

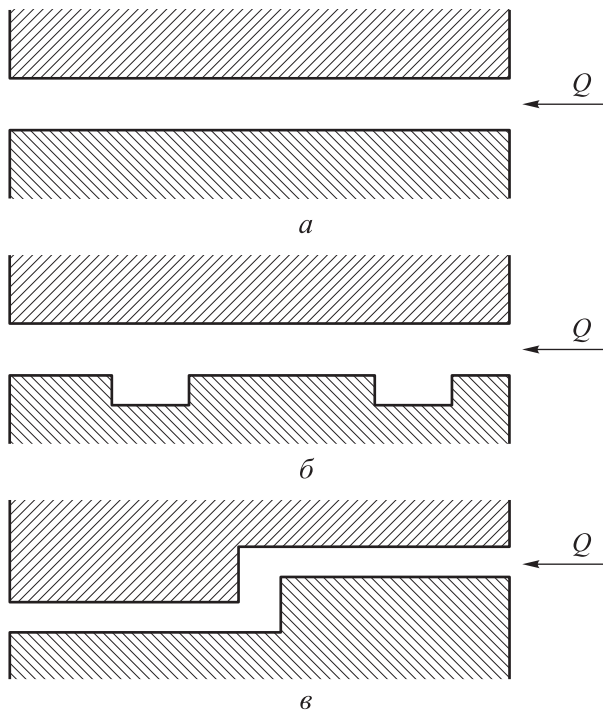


Рис. 7. Типы передних ЩУ насоса: а — однощелевое; б — с двумя проточками на покрывающем диске; в — двухщелевое; Q — расход жидкости через ЩУ

На каждой собственной частоте ротор принимает определенную форму, называемую формой колебаний. На рис. 6, а–г показаны первые четыре формы колебаний модели ротора насоса при соответствующих собственных частотах f_1 – f_4 и номинальной частоте вращения вала $n = 3000$ мин⁻¹.

Также проведено расчетное исследование влияния типа ЩУ насоса [14] (рис. 7) на вибрационные характеристики ротора.

Для приведенных на рис. 7 конфигураций ЩУ в программном комплексе ANSYS CFX получены значения их коэффициентов жесткости, с учетом которых в среде ANSYS Mechanical вычислены собственные частоты колебаний ротора. Расчетные значения собственных частот колебаний ротора f и объемного коэффициента полезного действия (КПД) насоса $\eta_{об}$ приведены в табл. 2.

Численные расчеты (рис. 8) показали, что использование двухщелевого ЩУ (рис. 7, в) способствует уменьшению утечек РЖ, повыше-

Таблица 2

Расчетные значения собственных частот колебаний ротора и КПД насоса с различным типами ЩУ

Тип ЩУ	f , Гц	$\eta_{об}$, %
Без учета уплотнения	39,0	–
Однощелевое	69,6	97,5
С двумя проточками на покрывающем диске	62,4	97,6
Двухщелевое	41,2	98,3

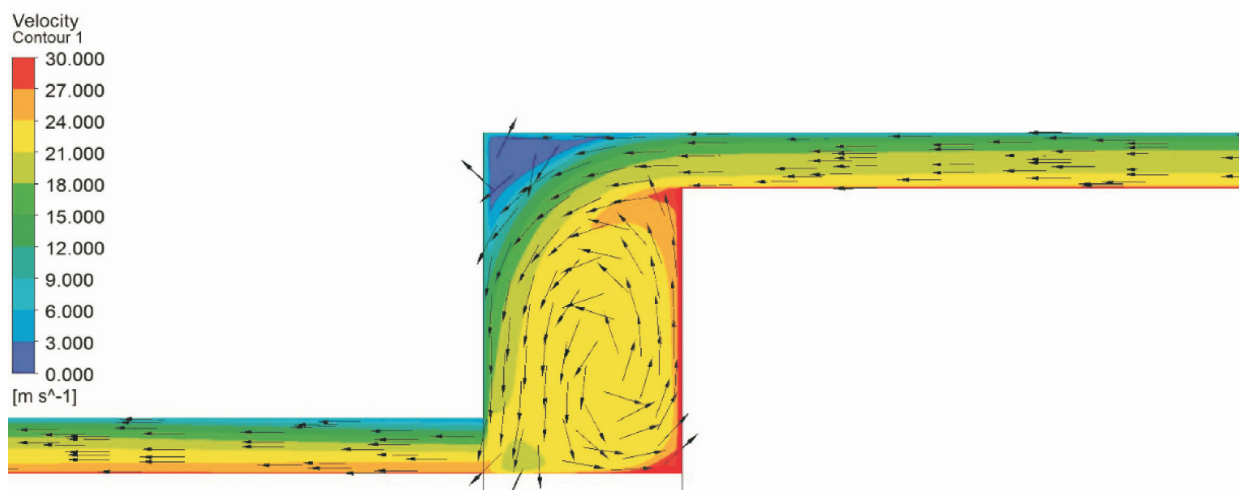


Рис. 8. Поле скорости РЖ, м/с, в радиальном разрезе двухщелевого ЩУ

нию объемного КПД насоса на 0,8 % и понижению основной частоты собственных колебаний ротора на 40 % по сравнению с аналогичными параметрами однощелевого ЩУ (рис. 7, а).

Применение уплотнения с двумя проточками (рис. 7, б) обеспечило ему такое преимущество перед однощелевым ЩУ, как увеличение объемного КПД насоса на 0,1 %. Однако частота собственных колебаний уменьшилась с 69,6 до 62,4 Гц.

Выводы

1. Предложена и верифицирована методика численного учета влияния гидродинамических сил, возникающих в ЩУ многоступенчатых лопастных насосов, на критические частоты вращения вала ротора.

2. Гидродинамические силы, действующие в передних ЩУ, существенно влияют на объемный КПД и критические частоты вращения вала ротора. Так, для насоса с коэффициентом быстроходности, равным 70, основная критическая частота ротора увеличилась с 39 до 70 Гц.

3. При динамическом расчете насосов, особенно многоступенчатых центробежных, имеющих вал большой длины, на вибрационную надежность рекомендовано учитывать гидродинамические силы, действующие в уплотнениях.

4. Изменение геометрии ЩУ позволяет изменить собственную частоту колебаний ротора, что может быть использовано при проектировании многоступенчатых лопастных насосов и модернизации существующих насосных агрегатов с целью повышения их виброакустических характеристик.

Литература

- [1] Марцинковский В.А. *Динамика роторов центробежных машин*. Сумы, СумГУ, 2012. 562 с.
- [2] Gulich J.F. *Centrifugal pumps*. Springer, 2010. 1116 p.
- [3] Childs D.W. Finite-Length Solutions for the Rotordynamic Coefficients of Turbulent Annular Seals. *Journal of lubrication technology*, 1983, no. 6, pp. 437–445, doi: 10.1115/1.3254636
- [4] Childs D.W., Dressman J.B. Convergent-tapered Annular Seals: Analysis Coefficients. *Journal of Tribology*, 1985, no. 3, pp. 307–316, doi: 10.1115/1.3261059
- [5] Ломакин А.А. Питательные насосы типа СВП-220-280 турбоустановки сверхвысоких параметров. *Энергомашиностроение*, 1955, № 2, с. 1–10.
- [6] Васильев В.А. *Повышение точности гидродинамического расчета щелевых уплотнений питательных насосов*. Дис. ... канд. техн. наук. Челябинск, 1992. 170 с.
- [7] Савченко Е.Н., Тарасевич Ю.Я. Исследование самовозбуждающихся колебаний ротора в щелевых уплотнениях. *Труды 11-й Международной научно-технической конференции «Гервикон-2005»*, 2005, Украина, Сумы, т. 2, с. 284–289.
- [8] Гроховский Д.В. Влияние эксцентриситета, перекоса межступенчатых щелевых уплотнений на динамику ротора. *Энергомашиностроение*, 1988, № 1, с. 18–21.

- [9] Nordmann R., Massmann H. Identification of dynamic coefficients of annular turbulent seals. *NASA Conference Publication*, 1984, pp. 295–312.
- [10] ANSYS CFX User's Guide, release 14.5. ANSYS, Inc., February 12, 2013.
- [11] Гарбарук А.В., Стрелец М.Х., Шур М.Л. *Моделирование турбулентности в расчетах сложных течений*. Санкт-Петербург, Изд-во Политехн. ун-та, 2012. 88 с.
- [12] Свобода Д.Г., Жарковский А.А. Влияние модели турбулентности на интегральные параметры осевого насоса с быстроходностью $N_s = 560$. *Известия Самарского научного центра Российской академии наук*, 2013, т. 15, № 4(2), с. 573–578.
- [13] Pospelov A.Y., Zharkovskii A.A. Effect of the Parameters of a Computational Model on the Prediction of Hydraulic Turbine Characteristics. *Power Technology and Engineering*, 2015, vol. 49, iss. 3, pp. 159–164, doi: 10.1007/s10749-015-0591-5
- [14] Shcherba V.E., Shalai V.V., Grigor'ev A.V., Kondyurin A.Yu., Lysenko E.A., Bazhenov A.M., Tegzhanov A.S. Analysis of results of theoretical and experimental studies of the influence of radial gaps in stepped slot seal of piston hybrid energy-generating machine. *Chemical and Petroleum Engineering*, 2018, vol. 54, pp. 666–672, doi: 10.1007/s10556-019-00531-x

References

- [1] Martsinkovskiy V.A. *Dinamika rotorov tsentrobeznykh mashin* [Rotor dynamics of centrifugal machines]. Sumy, SumSU publ., 2012. 562 p.
- [2] Gulich J.F. *Centrifugal pumps*. Springer, 2010. 1116 p.
- [3] Childs D.W. Finite-Length Solutions for the Rotordynamic Coefficients of Turbulent Annular Seals. *Journal of lubrication technology*, 1983, no. 6, pp. 437–445, doi: 10.1115/1.3254636
- [4] Childs D.W., Dressman J.B. Convergent-tapered Annular Seals: Analysis Coefficients. *Journal of Tribology*, 1985, no. 3, pp. 307–316, doi: 10.1115/1.3261059
- [5] Lomakin A.A. Ultra-high turbo-type feed pumps SVP-220-280. *Energomashinostroyeniye*, 1955, no. 2, pp. 1–10 (in Russ.).
- [6] Vasil'yev V.A. *Povysheniye tochnosti gidrodinamicheskogo rascheta shchelevykh uplotneniy pitatel'nykh nasosov*. Kand. Diss. [Improving the accuracy of the hydrodynamic calculation of gap seals in feed pumps. Cand. Diss.] Chelyabinsk, 1992. 170 p.
- [7] Savchenko E.H., Tarasevich Yu.Ya. The study of self-excited oscillations of the rotor in gap seals. *Trudy 11-y Mezhdunarodnoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii "Gervikon-2005"* [Proceedings of the 11th International Scientific and Technical Conference "Gervicon 2005"]. 2005, Ukraine, Sumy, vol. 2, pp. 284–289.
- [8] Grokhovskiy D.V. The effect of eccentricity, skew interstage gap seals on the dynamics of the rotor. *Energomashinostroyeniye*, 1988, no. 1, pp. 18–21 (in Russ.).
- [9] Nordmann R., Massmann H. Identification of dynamic coefficients of annular turbulent seals. *NASA Conference Publication*, 1984, pp. 295–312.
- [10] ANSYS CFX User's Guide, release 14.5. ANSYS, Inc., February 12, 2013.
- [11] Garbaruk A.V., Strelets M.Kh., Shur M.L. *Modelirovaniye turbulentsnosti v raschetakh slozhnykh techeniy* [Modeling turbulence in complex flow calculations]. Sankt-Petersburg, Politekhn. un-t publ., 2012. 88 p.
- [12] Svoboda D.G., Zharkovskiy A.A. Influence of turbulence model on computational integral parameters of the axial pump with specific speed $N_s=570$. *Izvestia of Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences*, 2013, vol. 15, no. 4(2), pp. 573–578 (in Russ.).
- [13] Pospelov A.Y., Zharkovskii A.A. Effect of the Parameters of a Computational Model on the Prediction of Hydraulic Turbine Characteristics. *Power Technology and Engineering*, 2015, vol. 49, iss. 3, pp. 159–164, doi: 10.1007/s10749-015-0591-5
- [14] Shcherba V.E., Shalai V.V., Grigor'ev A.V., Kondyurin A.Yu., Lysenko E.A., Bazhenov A.M., Tegzhanov A.S. Analysis of results of theoretical and experimental studies of the influence of radial gaps in stepped slot seal of piston hybrid energy-generating machine. *Chemical and Petroleum Engineering*, 2018, vol. 54, pp. 666–672, doi: 10.1007/s10556-019-00531-x

Информация об авторах

СВОБОДА Дмитрий Геннадьевич — кандидат технических наук, доцент Высшей школы энергетического машиностроения. Институт энергетики, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (195251, Санкт-Петербург, Российская Федерация, Политехническая ул., д. 29, e-mail: svoboda.dmitry@gmail.com).

ЖАРКОВСКИЙ Александр Аркадьевич — доктор технических наук, профессор, профессор Высшей школы энергетического машиностроения. Институт энергетики, Санкт-Петербургский государственный политехнический университет (195251, Санкт-Петербург, Российская Федерация, Политехническая ул., д. 29, e-mail: azharkovsky@pef.spbstu.ru).

ИВАНОВ Евгений Александрович — аспирант Высшей школы энергетического машиностроения. Институт энергетики, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (195251, Санкт-Петербург, Российская Федерация, Политехническая ул., д. 29, e-mail: 20evgeniy08@mail.ru).

БОРЩЕВ Игорь Олегович — кандидат технических наук, доцент Высшей школы энергетического машиностроения. Институт энергетики, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (195251, Санкт-Петербург, Российская Федерация, Политехническая ул., д. 29, e-mail: borshchevpspu@mail.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Свобода Д.Г., Жарковский А.А., Иванов Е.А., Борщев И.О. Расчет критических частот ротора многоступенчатого насоса с учетом эффекта Ломакина в переднем уплотнении рабочего колеса. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2020, № 2, с. 59–67, doi: 10.18698/0536-1044-2020-2-59-67

Please cite this article in English as:

Svoboda D.G., Zharkovskii A.A., Ivanov E.A., Borshchev I.O. Calculating Cutoff Speeds of a Multistage Pump Rotor Taking into Account Lomakin Effect in the Front Seal of the Impeller. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2020, no. 2, pp. 59–67, doi: 10.18698/0536-1044-2020-2-59-67

Information about the authors

SVOBODA Dmitri Gennadevich — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Higher School of Power Engineering. Institute of Energy, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (195251, Saint Petersburg, Russian Federation, Politechnicheskaya St., Bldg. 29, e-mail: svoboda.dmitry@gmail.com).

ZHARKOVSKII Aleksandr Arkadievich — Doctor of Science (Eng.), Professor, Higher School of Power Engineering. Institute of Energy, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (195251, Saint Petersburg, Russian Federation, Politechnicheskaya St., Bldg. 29, e-mail: azharkovsky@pef.spbstu.ru).

IVANOV Evgenii Aleksandrovich — Postgraduate, Higher School of Power Engineering. Institute of Energy, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (195251, Saint Petersburg, Russian Federation, Politechnicheskaya St., Bldg. 29, e-mail: 20evgeniy08@mail.ru).

BORSHCHEV Igor Olegovich — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Higher School of Power Engineering. Institute of Energy, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (195251, Saint Petersburg, Russian Federation, Politechnicheskaya St., Bldg. 29, e-mail: borshchevpspu@mail.ru).