

УДК 621.833.2(31)

doi: 10.18698/0536-1044-2020-5-32-40

Способ профильной модификации поверхности зуба колеса полуобкатной плоскоконической передачи

В.Н. Сызранцев¹, Е.Ю. Москвина¹, Л.А. Черная²

¹ Тюменский индустриальный университет

² МГТУ им. Н.Э. Баумана

A Method of Profile Modification of the Tooth Surface of Semi-Rolled Pan Gear

V.N. Syzrantsev¹, E.Y. Moskvina¹, L.A. Chernaya²

¹ Industrial University of Tyumen

² Bauman Moscow State Technical University

Использование в нефтегазовом оборудовании приводов на основе прецессирующей плоскоконической передачи с малым межосевым углом и многопарным зацеплением зубьев вместо передач червячного типа позволяет значительно повысить коэффициент полезного действия и передаваемый крутящий момент, а также почти в 10 раз снизить момент срагивания. Изготовление плоскоконических передач в полуобкатном варианте обеспечивает существенное упрощение технологии нарезания зубьев. Для исключения возможности кромочного контакта при входе зубьев в зацепление вследствие их контактных и изгибных деформаций необходимо осуществлять их профильную модификацию. Для решения этой задачи разработан способ модификации профиля зуба фрезой с прямолинейной режущей кромкой, смещенной из его осевой плоскости. На примере нарезания зубьев колеса полуобкатной плоскоконической передачи предложенной фрезой рассчитаны отклонения профиля от прямолинейного и кривизны поверхности зуба, необходимые для определения контактной нагруженности передачи.

Ключевые слова: полуобкатная плоскоконическая передача, геометрия передачи, модификация профиля зуба, локализация контакта

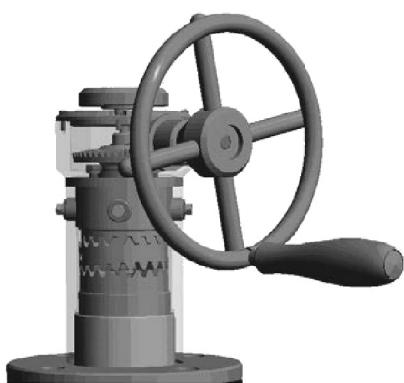
The use of drives based on pan precession gears with a small shaft angle in which multiple-tooth meshing is implemented significantly increases the efficiency and transmitted torque in oil and gas equipment. It also and reduces the breakaway torque by almost an order in comparison with worm gears. The production of pan gears in the semi-rolled version significantly simplifies tooth cutting technology. To exclude the possibility of edge contact of the teeth coming into meshing due to their contact and bending deformations, it is necessary to carry out profile correction of the teeth. To address this issue, a method utilizing a tool with a straight cutting edge displaced from the axial plane of the tool is proposed. Using cutting of the wheel teeth of a semi-rolled pan gear with the proposed tool as an example, calculations of the total profile errors and the tooth surface curvatures are performed to further determine the contact loading of the gear.

Keywords: pan precession gear, gear geometry, tooth profile modification, contact localization

Соосный редуктор [1] на основе прецессирующей плоскоконической передачи [2, 3] является главным узлом такого нефтегазового оборудования [4–8], как ручные приводы шаровых кранов (рис. 1) и редукторная вставка винтового насоса для добычи тяжелой нефти из малодебитных скважин (рис. 2).

Для значительного упрощения технологии нарезания зубьев колес соосного редуктора [1] в работах [9–13] предложена и исследована геометрия полуобкатной плоскоконической передачи с прямыми и бочкообразными по длине зубьями в условиях их линейного и точечного контакта в зацеплении.

Преимуществом такого редуктора является возможность реализации передаточного отношения от 10 до 100 при коэффициенте полезного действия 0,90...0,95. Вследствие одновременного контактирования в зацеплении четырех-пяти пар зубьев редуктор при ограниченных радиальных габаритных размерах имеет высокую нагрузочную способность [14, 15].



а



б

Рис. 1. Ручной привод шарового крана на основе соосного редуктора с прецессирующей плоскоконической передачей:

а — 3D-модель привода;
б — привод к шаровому крану ДУ-300



Рис. 2. Внешний вид редукторной вставки винтового насоса

Плоскоконическая передача относится к пространственным передачам с приближенным зацеплением. В таких передачах геометрическое касание поверхностей зубьев шестерни и колеса в любой фазе зацепления происходит лишь в одной паре. Зазоры между соседними парами зубьев невелики, поэтому наличие контактной и изгибной податливости зубьев при работе передачи под нагрузкой может приводить к удару на входе в зацепление новых пар зубьев.

Для исключения этого явления в конических и гипоидных передачах осуществляют локализацию контакта по профилю зубьев.

Цель работы — исследование способа модификации профиля зуба плоского колеса прецессирующей плоскоконической передачи дисковой фрезой (ДФ), режущие кромки резцов которой являются прямыми, но смещены из ее осевой плоскости.

На рис. 3 показана расчетная схема ДФ и используемые системы координат (СК).

В СК $S_1(x_1, y_1, z_1)$, жестко связанной с прямолинейной режущей кромкой ДФ, ее уравнение имеет вид

$$x_1 = 0; \quad y_1 = 0; \quad z_1 = h_k, \quad (1)$$

где h_k — линейный параметр кромки, задающий на ней текущую точку M .

Производящая поверхность ДФ, образуемая вращением режущей кромки вокруг оси инструмента y_f (см. рис. 3), описывается матричным выражением

$$\tilde{\mathbf{r}}_f = \tilde{\mathbf{A}}_f \tilde{\mathbf{r}}_1. \quad (2)$$

Здесь $\tilde{\mathbf{r}}_f$ — матрица-столбец, составленная из координат x_f, y_f, z_f ; $\tilde{\mathbf{r}}_1$ — матрица-столбец,

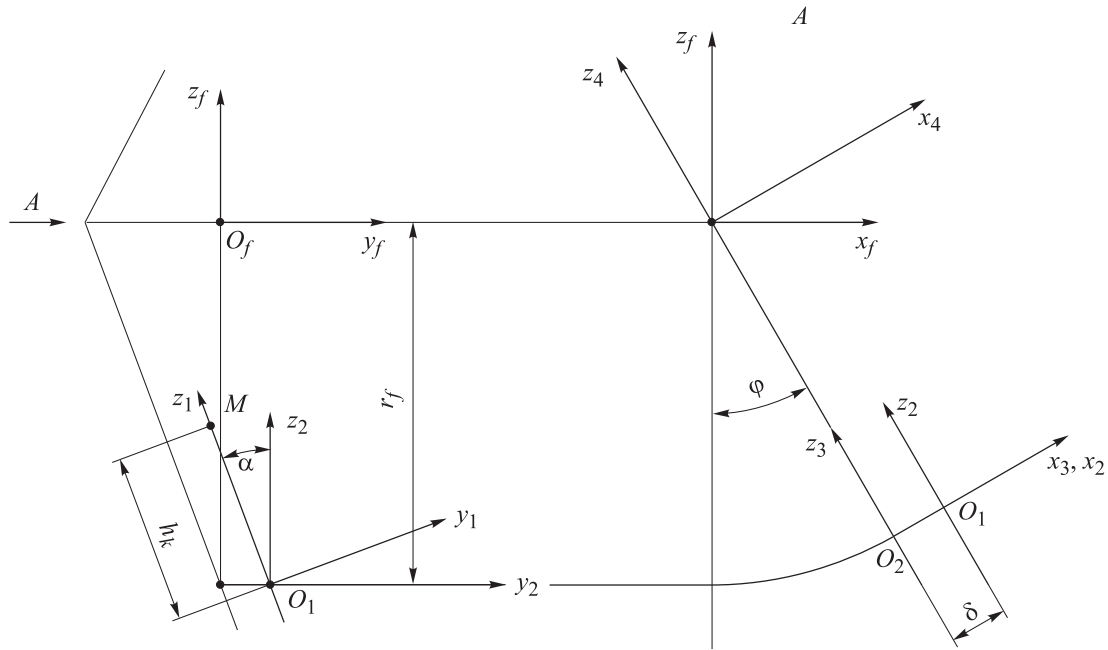


Рис. 3. Расчетная схема ДФ и используемые системы СК:
 x_i, y_i, z_i — оси промежуточных СК $S_i(x_i, y_i, z_i)$ с центром O_i ($i = 1, \dots, 4$)

составленная из проекций (1); \tilde{A}_{f1} — матрица четвертого порядка, описывающая движение с параметром φ (углом поворота кромки вокруг оси y_f) СК $S_1(x_1, y_1, z_1)$ относительно СК $S_f(x_f, y_f, z_f)$, жестко связанной с ДФ.

Согласно рис. 3, матрица четвертого порядка, описывающая движение с углом φ , имеет вид

$$\tilde{A}_{f1} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \sin \alpha & -\sin \varphi \cos \alpha & \delta \cos \varphi + r_f \sin \varphi \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi \sin \alpha & \cos \varphi \cos \alpha & \delta \sin \varphi - r_f \cos \varphi \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где α — угол наклона режущей кромки (угол профиля резца ДФ); δ — смещение кромки резца из осевой плоскости ДФ; r_f — расчетный радиус ДФ.

После раскрытия выражения (2) на основе формул (1) и (3) получим следующие зависимости для координат x_f, y_f, z_f производящей поверхности ДФ:

$$\begin{aligned} x_f &= \sin \varphi (r_f - h_k \cos \alpha) + \delta \cos \varphi; \\ y_f &= -h_k \sin \alpha; \\ z_f &= -\cos \varphi (r_f - h_k \cos \alpha) + \delta \sin \varphi. \end{aligned} \quad (4)$$

При смещении кромки резца $\delta = 0$ производящая поверхность (4) представляет собой прямой круговой конус:

$$\begin{aligned} x_f &= \sin \varphi (r_f - h_k \cos \alpha); \\ y_f &= -h_k \sin \alpha; \\ z_f &= -\cos \varphi (r_f - h_k \cos \alpha). \end{aligned} \quad (5)$$

В расчетной точке поверхности конуса $h_k = 0$, $x_f = 0$, $y_f = 0$, $z_f = -r_f$.

Рассмотрим сечение поверхности (4) осевой плоскостью $x_f = 0$. На основании соотношений (4) при условии $x_f = 0$ выражения для координат сечения приобретают вид

$$y_f = -h_k \sin \alpha; \quad z_f = -\sqrt{(r_f - h_k \cos \alpha)^2 + \delta^2}.$$

Для расчета отклонений поверхности (4) от поверхности (5) введем совпадающую с СК $S_f(x_f, y_f, z_f)$ новую СК $S_0(x_0, y_0, z_0)$, в которой проекции радиуса-вектора \mathbf{r}_0 поверхности прямого кругового конуса опишем следующим образом:

$$\begin{aligned} x_0 &= \sin \varphi (r_f - h \cos \alpha_0); \\ y_0 &= -h \sin \alpha_0; \\ z_0 &= -\cos \varphi (r_f - h \cos \alpha_0), \end{aligned} \quad (6)$$

где h — линейный параметр конуса; α_0 — угол исходного производящего контура передачи.

При $\varphi = 0$ и $h = 0$ в расчетной точке поверхности (6) $x_0 = 0$, $y_0 = 0$, $z_0 = 0$. С использованием производящей поверхности (6) в работах [9, 10, 13] рассмотрен процесс формооб-

разования поверхности зуба колеса полуобкатной плоскоконической передачи.

Чтобы использовать математические модели процесса формообразования поверхности зуба колеса, полученные в работах [9–11, 13], необходимо согласовать параметры сечения поверхности (6) и (4) в плоскости $x_0 = x_f = 0$. Из формулы (6) при $x_0 = 0$ следует, что $\varphi = 0$ и $z_0 = -(r_f - h \cos \alpha_0)$.

Потребуем, чтобы поверхности (4) и (6) в расчетной точке касались и их координаты совпадали:

$$y_0 = y_f; \quad z_0 = z_f. \quad (7)$$

Используем условия (7) для установления связи между параметрами h и h_k , α и α_0 .

Выполнение условия $z_0 = z_f$ (в сечении $x_0 = x_f = 0$) с учетом соотношений (6) и (4) позволяет получить выражения

$$h = \left[r_f - \sqrt{(r_f - h_k \cos \alpha)^2 + \delta^2} \right] / \cos \alpha_0; \quad (8)$$

$$h_k = \left[r_f - \sqrt{(r_f - h \cos \alpha)^2 + \delta^2} \right] / \cos \alpha.$$

Из формул (8) следует, что линейный параметр кромки h_k при $h = 0$ равен

$$\Delta y = (r_f - \sqrt{r_f^2 - \delta^2}) / \cos \alpha. \quad (9)$$

Это приводит к смещению центра O_0 СК $S_0(x_0, y_0, z_0)$ относительно центра O_f СК $S_f(x_f, y_f, z_f)$ в направлении оси y_0 на величину Δy (9):

$$y_0 = -(h_k - \Delta y) \sin \alpha =$$

$$= \left[\sqrt{(r_f - h \cos \alpha_0)^2 - \delta^2} - \sqrt{r_f^2 - \delta^2} \right] \operatorname{tg} \alpha.$$

Таким образом, сечение производящей поверхности в СК $S_0(x_0 = 0, y_0, z_0)$ имеет вид

$$x_0 = 0;$$

$$y_0 = -(h_k - \Delta y) \sin \alpha =$$

$$= (\sqrt{p^2 - \delta^2} - \sqrt{r_f^2 - \delta^2}) \operatorname{tg} \alpha; \quad (10)$$

$$z_0 = -p,$$

где $p = r_f - h \cos \alpha_0$.

Для вычисления угла α из условия касания линии (10) в расчетной точке образующей конуса, наклоненной на угол α_0 , определим касательную к кривой (10).

Продифференцировав выражения (10) по параметру h , получим проекции радиуса-вектора \mathbf{r}_{0h}

$$x_{0h} = 0;$$

$$y_{0h} = p \cos \alpha_0 \operatorname{tg} \alpha / \sqrt{p^2 - \delta^2};$$

$$z_{0h} = \cos \alpha_0.$$

Орт \mathbf{m}_z оси z_0 имеет координаты $m_{zx} = 0$, $m_{zy} = 0$, $m_{zz} = 1$. Для определения текущего угла α_t между касательной к кривой (10) и осью z_0 воспользуемся соотношением

$$\cos \alpha_t = \frac{\mathbf{r}_{0h} \mathbf{m}_z}{|\mathbf{r}_{0h}| |\mathbf{m}_z|}. \quad (11)$$

После раскрытия соотношения (11) получим выражения

$$\cos \alpha_t = \frac{\cos \alpha \sqrt{(r_f - h \cos \alpha_0)^2 - \delta^2}}{\sqrt{(r_f - h \cos \alpha_0)^2 - \delta^2 \cos^2 \alpha}}; \quad (12)$$

$$\sin \alpha_t = \frac{\sin \alpha (r_f - h \cos \alpha_0)}{\sqrt{(r_f - h \cos \alpha_0)^2 - \delta^2 \cos^2 \alpha}}.$$

При $h = 0$ в расчетной точке углы α_t и α_0 должны совпадать ($\alpha_t = \alpha_0$). Тогда на основании выражений (12) имеем

$$\cos \alpha_0 = \frac{\cos \alpha \sqrt{r_f^2 - \delta^2}}{\sqrt{r_f^2 - \delta^2 \cos^2 \alpha}}.$$

Решив это уравнение относительно α , получим

$$\cos \alpha = \frac{r_f \cos \alpha_0}{\sqrt{r_f^2 - \delta^2 \sin^2 \alpha_0}};$$

$$\sin \alpha = \frac{\sin \alpha_0 \sqrt{r_f^2 - \delta^2}}{\sqrt{r_f^2 - \delta^2 \sin^2 \alpha_0}}; \quad (13)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \alpha_0 \frac{\sqrt{r_f^2 - \delta^2}}{r_f}.$$

С учетом формул (13) выражения (10) приобретают вид

$$x_0 = 0; \quad y_0 = g; \quad z_0 = -p, \quad (14)$$

где

$$g = (\sqrt{p^2 - \delta^2} - \sqrt{r_f^2 - \delta^2}) \operatorname{tg} \alpha_0 \sqrt{r_f^2 - \delta^2} / r_f.$$

При $\delta = 0$ $y_0 = -h \sin \alpha_0$, $z_0 = -p$. Отклонение Δ_h точек сечения (14) от прямой линии при варьировании линейного параметра конуса от его минимального значения до максимального рассчитывается по формуле

$$\Delta_h = y_0 - h \sin \alpha_0 =$$

$$= (\sqrt{p^2 - \delta^2} - \sqrt{r_f^2 - \delta^2}) \operatorname{tg} \alpha_0 \sqrt{r_f^2 - \delta^2} / r_f - h \sin \alpha_0.$$

Уравнения производящей поверхности ДФ, полученной вращением сечения (14) вокруг оси y_0 , на основании выражений (14) и (6) имеют вид

$$x_0 = p \sin \varphi; \quad y_0 = g; \quad z_0 = -p \cos \varphi. \quad (15)$$

Для получения выражений проекций m_{0x} , m_{0y} , m_{0z} орта нормали \mathbf{m}_0 любой точки M поверхности (15) воспользуемся рис. 4, из которого следует, что положение нормали определяется текущим углом α_t (12).

Свяжем с точкой M СК $S_M(x_M, y_M, z_M)$, в которой орт нормали поверхности (15) направлен по оси y_M , а ось z_M является касательной к этой поверхности. В СК $S_M(x_M, y_M, z_M)$ проекции m_{Mx} , m_{My} , m_{Mz} орта нормали \mathbf{m}_M имеют следующие значения:

$$m_{Mx} = 0, \quad m_{My} = 1, \quad m_{Mz} = 0. \quad (16)$$

Нормаль к поверхности (15) определяется на основе матричного выражения

$$\tilde{\mathbf{m}}_0 = \tilde{\mathbf{A}}_{0M} \tilde{\mathbf{m}}_M, \quad (17)$$

где $\tilde{\mathbf{m}}_0$ и $\tilde{\mathbf{m}}_M$ — матрицы-столбцы, составленные из проекций m_{0x} , m_{0y} , m_{0z} и m_{Mx} , m_{My} ,

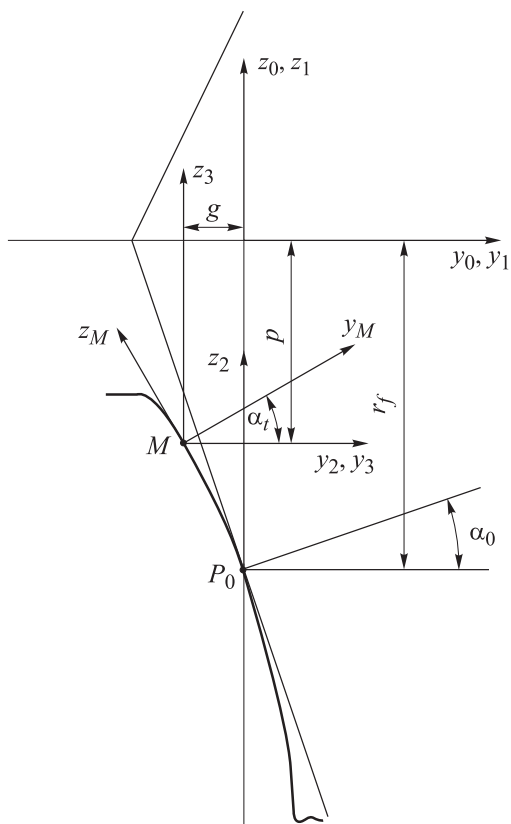


Рис. 4. Системы координат $S_M(x_M, y_M, z_M)$ и $S_0(x_0, y_0, z_0)$: P_0 — расчетная точка производящей поверхности ДФ

m_{Mz} соответственно; $\tilde{\mathbf{A}}_{0M}$ — матрица перехода от СК $S_M(x_M, y_M, z_M)$ к СК $S_0(x_0, y_0, z_0)$, которая согласно рис. 4 имеет вид

$$\tilde{\mathbf{A}}_{0M} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \sin \alpha_t & -\sin \varphi \cos \alpha_t & 0 \\ 0 & \cos \alpha_t & -\sin \alpha_t & p \sin \alpha_t - g \cos \alpha_t \\ \sin \varphi & \cos \varphi \sin \alpha_t & \cos \varphi \cos \alpha_t & p \cos \alpha_t + g \sin \alpha_t \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (18)$$

После раскрытия выражения (17) на основе соотношений (18) и (16) получим

$$\begin{aligned} m_{0x} &= -\sin \varphi \sin \alpha_t; \\ m_{0y} &= \cos \alpha_t; \\ m_{0z} &= \cos \varphi \sin \alpha_t. \end{aligned} \quad (19)$$

На рис. 5 показана схема расположения ДФ и нарезаемого колеса полуобкатной плоскоконической передачи и жестко связанные с ними СК $S_0(x_0, y_0, z_0)$ и $S_k(x_k, y_k, z_k)$. Проекции координат x_k , y_k , z_k радиуса-вектора \mathbf{r}_k точек поверхности зуба колеса в СК $S_k(x_k, y_k, z_k)$ определим на основе соотношения

$$\tilde{\mathbf{r}}_k = \tilde{\mathbf{A}}_{k0} \tilde{\mathbf{r}}_0, \quad (20)$$

где $\tilde{\mathbf{r}}_k$ и $\tilde{\mathbf{r}}_0$ — матрицы-столбцы, составленные из проекций x_k , y_k , z_k и x_0 , y_0 , z_0 соответственно; $\tilde{\mathbf{A}}_{k0}$ — матрица четвертого порядка, описывающая переход от СК $S_0(x_0, y_0, z_0)$ к СК $S_k(x_k, y_k, z_k)$.

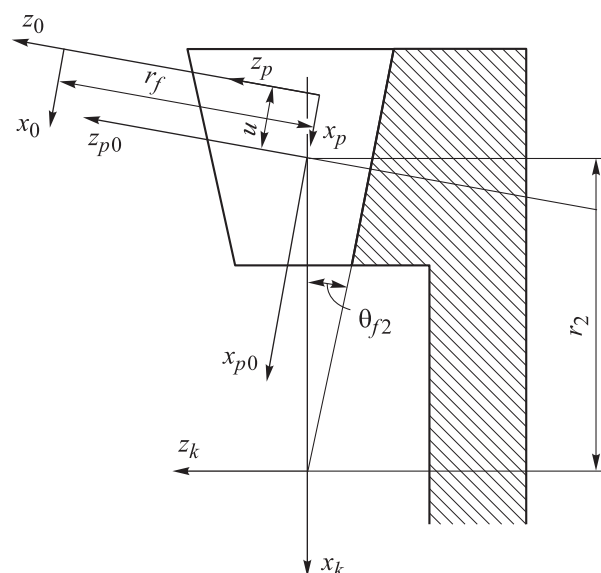


Рис. 5. Схема расположения ДФ, нарезаемого ею колеса полуобкатной плоскоконической передачи и жестко связанные с ними СК $S_0(x_0, y_0, z_0)$ и $S_k(x_k, y_k, z_k)$: x_p, y_p, z_p и x_{p0}, y_{p0}, z_{p0} — оси промежуточных СК $S_p(x_p, y_p, z_p)$ и $S_{p0}(x_{p0}, y_{p0}, z_{p0})$

На основе рис. 3 определим элементы матрицы, описывающей переход от СК $S_0(x_0, y_0, z_0)$ к СК $S_k(x_k, y_k, z_k)$,

$$\tilde{\mathbf{A}}_{k0} = \begin{pmatrix} \cos\theta_{f2} & 0 & -\sin\theta_{f2} & -r_f \sin\theta_{f2} - u \cos\theta_{f2} - r_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\theta_{f2} & 0 & \cos\theta_{f2} & r_f \cos\theta_{f2} - u \sin\theta_{f2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (21)$$

а также обратной матрицы

$$\tilde{\mathbf{A}}_{0k} = \begin{pmatrix} \cos\theta_{f2} & 0 & \sin\theta_{f2} & r_2 \cos\theta_{f2} + u \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\theta_{f2} & 0 & \cos\theta_{f2} & -(r_2 \sin\theta_{f2} + r_f) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (22)$$

где u — линейный параметр движения ДФ при нарезании зуба плоского колеса, r_2 — расчетный радиус колеса.

После раскрытия выражения (20) на основе формул (15) и (21) получим

$$\begin{aligned} x_k &= p \sin(\varphi + \theta_{f2}) - r_f \sin\theta_{f2} - u \cos\theta_{f2} - r_2; \\ y_k &= g; \\ z_k &= -p \cos(\varphi + \theta_{f2}) + r_f \cos\theta_{f2} - u \sin\theta_{f2}. \end{aligned} \quad (23)$$

Поверхность (23) содержит три независимых параметра h , u и φ , связанных уравнением зацепления [9, 13]. На основании данных работы [9] уравнение зацепления $f(h, u, \varphi)$ представим в виде

$$\begin{aligned} f(h, u, \varphi) &= \tilde{v}_u \tilde{\mathbf{m}}_0 = \\ &= v_{ux} m_{0x} + v_{uy} m_{0y} + v_{uz} m_{0z} = 0, \end{aligned} \quad (24)$$

где \tilde{v}_u — матрица-столбец, составленная из проекций v_{ux} , v_{uy} , v_{uz} вектора-аналога относительной скорости \mathbf{v}_u в СК $S_0(x_0, y_0, z_0)$.

Для расчета элементов матрицы \tilde{v}_u воспользуемся зависимостью [9]

$$\tilde{v}_u = \tilde{\mathbf{C}} \tilde{\mathbf{r}}_0, \quad (25)$$

где $\tilde{\mathbf{C}}$ — матрица четвертого порядка,

$$\tilde{\mathbf{C}} = \tilde{\mathbf{A}}_{0k} \frac{d\tilde{\mathbf{A}}_{k0}}{du}.$$

После раскрытия соотношения (25) на основе выражений (22), (23) и (15) получим следующие значения: $v_{ux} = -1$; $v_{uy} = 0$; $v_{uz} = 0$. С учетом выражения (19) уравнение (24) принимает

вид $\varphi = 0$, а формулы (23) упрощаются следующим образом:

$$\begin{aligned} x_k &= -h \cos\alpha_0 \sin\theta_{f2} - u \cos\theta_{f2} - r_2; \\ y_k &= g; \\ z_k &= h \cos\alpha_0 \cos\theta_{f2} - u \sin\theta_{f2}. \end{aligned}$$

Важнейшими геометрическими характеристиками поверхности зуба, необходимыми для определения нагруженности контакта в передаче, являются главные кривизны поверхности зуба K_1 и K_2 . Выражения для расчета этих кривизн получим, решив два уравнения

$$\begin{aligned} K_1 + K_2 &= (\Delta_1 + \Delta_2) / \Delta; \\ K_1 K_2 &= \Delta_3 / \Delta. \end{aligned} \quad (26)$$

Здесь Δ_1 , Δ_2 , Δ , Δ_3 — определители,

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= \begin{vmatrix} f_h & f_\varphi & f_u \\ x_{0h} & x_{0\varphi} & v_{ux} \\ m_{0zh} & m_{0z\varphi} & \omega_{uz} \end{vmatrix}; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} f_h & f_\varphi & f_u \\ z_{0h} & z_{0\varphi} & v_{uz} \end{vmatrix}; \\ \Delta &= \begin{vmatrix} f_h & f_\varphi & f_u \\ x_{0h} & x_{0\varphi} & v_{ux} \\ z_{0h} & z_{0\varphi} & v_{uz} \end{vmatrix}; \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} f_h & f_\varphi & f_u \\ m_{0xh} & m_{0x\varphi} & \omega_{ux} \\ m_{0zh} & m_{0z\varphi} & \omega_{uz} \end{vmatrix}, \end{aligned}$$

где f_h , f_φ и f_u — частные производные соответственно по h , φ и u от уравнения зацепления (24), $f_h = 0$, $f_\varphi = 1$, $f_u = 0$; x_{0h} , z_{0h} и $x_{0\varphi}$, $z_{0\varphi}$ — частные производные по h и φ от проекций (15) радиуса-вектора \mathbf{r}_0 ; m_{0zh} , m_{0xh} и $m_{0z\varphi}$, $m_{0x\varphi}$ — частные производные по h и φ от проекций (19) радиуса-вектора \mathbf{m}_0 ; ω_{uz} , ω_{ux} — проекции вектора-аналога угловой скорости $\tilde{\boldsymbol{\omega}}$, рассчитываемые по формуле $\tilde{\boldsymbol{\omega}} = \tilde{\mathbf{C}} \tilde{\mathbf{m}}_0$, подобной соотношению (25), $\omega_{uz} = 0$, $\omega_{ux} = 0$.

После раскрытия определителей (26) получим выражения

$$\Delta = \cos\alpha_0; \quad \Delta_1 = \cos\alpha_t \cos\varphi \frac{d\alpha_t}{dh};$$

$$\Delta_2 = 0; \quad \Delta_3 = 0,$$

подстановка которых в уравнения (26) позволяет определить главные кривизны:

$$K_1 = 0; \quad K_2 = \frac{\cos\alpha_t}{\cos\alpha_0} \frac{d\alpha_t}{dh}.$$

Использование результатов дифференцирования зависимостей (12) позволяет преобразовать формулу для главной кривизны K_2 к виду

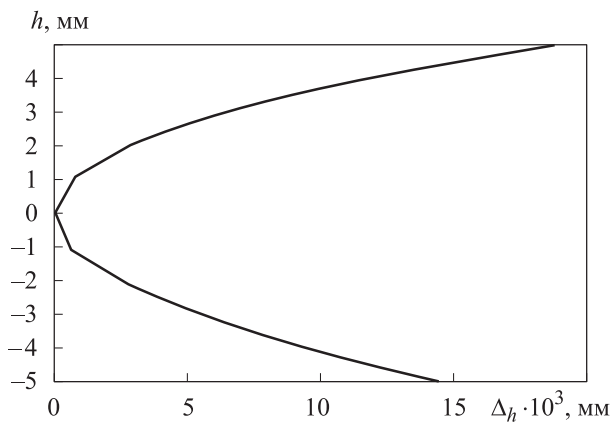


Рис. 6. Отклонения профиля зуба Δh от прямолинейного в пределах его высоты h

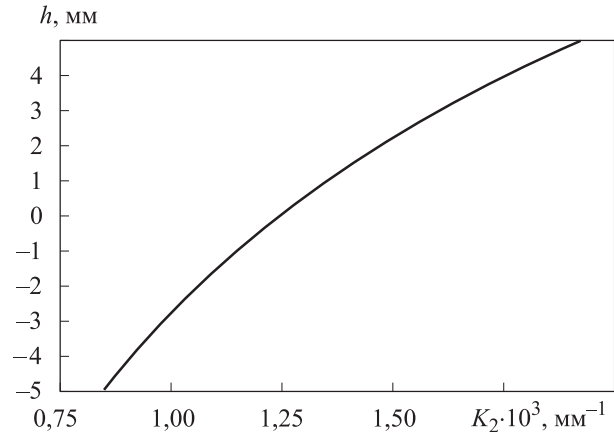


Рис. 7. Изменение главной кривизны K_2 профиля зуба в пределах его высоты h

$$K_2 = \frac{\delta^2 \sin \alpha \cos^2 \alpha}{\left[(r_f - h \cos \alpha_0)^2 - \delta^2 \cos^2 \alpha \right]^{3/2}}$$

и с учетом связи углов α и α_0 (13) получить окончательное выражение для ее расчета

$$K_2 = \frac{\delta^2 \sin \alpha_0 \sqrt{r_f^2 - \delta^2} r_f^2 \cos^2 \alpha_0}{\left[(r_f - h \cos \alpha_0)^2 (r_f^2 - \delta^2 \sin^2 \alpha_0) - \delta^2 r_f^2 \cos^2 \alpha_0 \right]^{3/2}}$$

При $\delta = 0$ главная кривизна $K_2 = 0$, профиль зуба колеса является прямым, его модификация отсутствует.

В качестве примера реализации разработанного способа профильной модификации поверхности зуба плоского колеса плоскоконической передачи рассмотрим процесс формообразования зуба фрезой с расчетным радиусом $r_f = 40$ мм, резцы которой имеют угол профиля $\alpha_0 = 20^\circ$ и смещены из осевой плоскости ДФ на величину $\delta = 10$ мм.

Отклонения профиля зуба Δh от прямолинейного в пределах его высоты $h = \pm 5$ мм приведены на рис. 6, а изменение главной кривизны K_2 профиля зуба в этих же пределах отражено на рис. 7.

Литература

- [1] Денисов Ю.Г., Сызранцев В.Н., Вибе В.П. *Соосный редуктор*. Пат. РФ 2529943, 2014, бюл. № 28.
- [2] Syzrantsev V., Kotlikova V. Mathematical and program provision of design of bevel gearing with small shaft angle. *Proceedings of the International Conference on Gearing, Transmissions, and Mechanical Systems*, 3–6 July, Nottingham Trent University, UK, 2000, pp. 13–18.
- [3] Сызранцев В.Н., Вибе В.П., Котликова В.Я. Проектирование редуктора с прецессирующей зубчатой передачей. *Научно-технический вестник Поволжья*, 2011, № 2, с. 53–58.
- [4] Syzrantsev V., Syzrantseva K., Pazyak A. Method of Loading Capacity Calculation of Bevel Precessional Gear for Pipeline Valve Drives. *Journal of Engineering and Sciences*, 2015, vol. 10, is. 8, pp. 243–246, doi: 10.3923/jeasci.2015.243.246
- [5] Syzrantsev V., Denisov J., Wiebe V., Pazyak A. The Design and Production of Drives Based on Pan Precess Gear for Oil and Gas Machinery. *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, 2015, vol. 10, no. DETC2015-47096, pp. V010T11A057, doi: 10.1115/DETC201547096.
- [6] Сызранцев В.Н., Денисов Ю.Г., Вибе В.П., Емельянов А.В. Установка электровинтового насоса с приводом на базе прецессирующей передачи. *Экспозиция нефть и газ*, 2012, № 1, с. 29–31.
- [7] Сызранцев В.Н., Голофаст С.Л. Приводы запорной арматуры трубопроводов на основе плоскоконической прецессирующей передачи. *Наука и техника в газовой промышленности*, 2014, № 1, с. 64–67.

- [8] Сызранцев В.Н., Вибе В.П. Формообразование поверхностей зубьев колес прецессирующей передачи приводов запорной арматуры. *Известия высших учебных заведений. Нефть и газ*, 2012, № 2, с. 97–101.
- [9] Сызранцев В.Н., Сызранцева К.В., Пазяк А.А. Расчет геометрических характеристик полуобкатной прямозубой плоскоконической передачи. *Интеллектуальные системы в производстве*, 2015, № 2, с. 76–79.
- [10] Пазяк А.А., Сызранцев В.Н. Продольная модификация поверхности зуба колеса полуобкатной прямозубой плоскоконической передачи. *Известия высших учебных заведений. Нефть и газ*, 2016, № 3, с. 122–129.
- [11] Сызранцев В.Н., Пазяк А.А. Прецессирующая передача для приводов запорной арматуры нефтегазопроводов и редукторных вставок насосов для добычи тяжелых нефтей. *Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов*, 2017, т. 328, № 2, с. 15–27.
- [12] Syzrantsev V., Syzrantseva K., Pazyak A., Milanovic M. Research on geometrical characteristics of straight bevel gears with a small shaft angle with a non-generated gear and generated pinion. *FME Transactions*, 2017, vol. 45, no. 4, pp. 661–669, doi: 10.5937/fmet1704661S
- [13] Сызранцев В.Н., Черная Л.А., Пазяк А.А. Анализ зацепления полуобкатной плоскоконической передачи с продольной локализацией контакта. *Интеллектуальные системы в производстве*, 2016, № 4(31), с. 94–100, doi: 10.22213/2410-9304-2016-4-94-100.
- [14] Сызранцев В.Н., Пазяк А.А. Расчет нагрузочной способности прецессирующей плоскоконической передачи приводов нефтегазового оборудования. *Территория Нефтегаз*, 2015, № 4, с. 108–111.
- [15] Сызранцев В.Н., Пазяк А.А. Расчет нагрузочной способности полуобкатной плоскоконической передачи приводов запорной арматуры. *Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов*, 2017, т. 328, № 3, с. 64–74.

References

- [1] Denisov Yu.G., Syzrantsev V.N., Vibe V.P. *Soosnyy reduktor* [Coaxial gearbox]. Patent no. 2529943 RF, 2014.
- [2] Syzrantsev V., Kotlikova V. Mathematical and program provision of design of bevel gearing with small shaft angle. *Proceedings of the International Conference on Gearing, Transmissions, and Mechanical Systems*, 3–6 July, Nottingham Trent University, UK, 2000, pp. 13–18.
- [3] Syzrantsev V.N., Vibe V.P., Kotlikova V.Ya. Designing of the reducer with precessing tooth gearing. *Scientific and technical Volga region bulletin*, 2011, no. 2, pp. 53–58 (in Russ.).
- [4] Syzrantsev V., Syzrantseva K., Pazyak A. Method of Loading Capacity Calculation of Bevel Precessional Gear for Pipeline Valve Drives. *Journal of Engineering and Sciences*, 2015, vol. 10, is. 8, pp. 243–246, doi: 10.3923/jeasci.2015.243.246
- [5] Syzrantsev V., Denisov J., Wiebe V., Pazyak A. The Design and Production of Drives Based on Pan Precess Gear for Oil and Gas Machinery. *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, 2015, vol. 10, no. DETC2015-47096, pp. V010T11A057, doi: 10.1115/DETC201547096
- [6] Syzrantsev V.N., Denisov Yu.G., Vibe V.P., Emel'yanov A.V. Installation electric screw driven pump based on transfer precesses. *Exposition Oil & Gas*, 2012, no. 1, pp. 29–31 (in Russ.).
- [7] Syzrantsev V.N., Golofast S.L. Pipeline shut-off valve drives based on a flat-conic precession transmission. *Science and Technology in the Gas Industry*, 2014, no. 1, pp. 64–67 (in Russ.).
- [8] Syzrantsev V.N., Vibe V.P. Forming of surfaces of teeth of wheels of precessing transmission of drives of stop valves. *Oil and Gas Studies*, 2012, no. 2, pp. 97–101 (in Russ.).
- [9] Syzrantsev V.N., Syzrantseva K.V., Pazyak A.A. Calculating geometric parameters of the semi-rolled straight pan gear. *Intellektual'nyye sistemy v proizvodstve*, 2015, no. 2, pp. 76–79 (in Russ.).
- [10] Pazyak A.A., Syzrantsev V.N. Longitudinal crowning of the gear tooth surface of straight bevel gears with a small shaft angle with on-generated gear and generated pinion. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Neft' i gaz*, 2016, no. 3, pp. 122–129 (in Russ.).

- [11] Syzrantsev V.N., Pazyak A.A. Precession transmission for drives of shutoff valves oil and gas pipelines and gear inserts of pumps for heavy oil production. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering*, 2017, vol. 328, no. 2, pp. 15–27 (in Russ.).
- [12] Syzrantsev V., Syzrantseva K., Pazyak A., Milanovic M. Research on geometrical characteristics of straight bevel gears with a small shaft angle with a non-generated gear and generated pinion. *FME Transactions*, 2017, vol. 45, no. 4, pp. 661–669, doi: 10.5937/fmet1704661S
- [13] Syzrantsev V.N., Chernaya L.A., Pazyak A.A. Analysis of gear meshing of bevel gears with a small shaft angle with a non-generated gear and a generated pinion with longitudinal crowning of the gear tooth surface. *Intellektual'nyye sistemy v proizvodstve*, 2016, no. 4(31), pp. 94–100 (in Russ.), doi: 10.22213/2410-9304-2016-4-94-100
- [14] Syzrantsev V.N., Pazyak A.A. Calculation of the loading capacity of pan precess gear for a new generation drive of oil and gas equipment. *Oil and gas territory*, 2015, no. 4, pp. 108–111 (in Russ.).
- [15] Syzrantsev V.N., Pazyak A.A. Calculation of loading capacity of semi-rolled flat-conic transmission of shut-off valve drives. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering*, 2017, vol. 328, no. 3, pp. 64–74 (in Russ.).

Статья поступила в редакцию 23.12.2019

Информация об авторах

СЫЗРАНЦЕВ Владимир Николаевич — доктор технических наук, профессор, Заслуженный деятель науки РФ, заведующий кафедрой «Машины и оборудование нефтяной и газовой промышленности». Тюменский индустриальный университет (625000, Тюмень, Российская Федерация, ул. Володарского, д. 38, e-mail: v_syzrantsev@mail.ru).

МОСКВИНА Елена Юрьевна — кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Машины и оборудование нефтяной и газовой промышленности». Тюменский индустриальный университет (625000, Тюмень, Российская Федерация, ул. Володарского, д. 38, e-mail: moskvinaej@tyuiu.ru).

ЧЕРНАЯ Людмила Александровна — кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Теория механизмов и машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: chernayala@yandex.ru).

Information about the authors

SYZRANTSEV Vladimir Nikolayevich — Doctor of Science (Eng.), Professor, Honorary Worker of Science of the Russian Federation, Head of Department of Machinery and Equipment for Oil and Gas Industry. Industrial University of Tyumen (625000, Tyumen, Russian Federation, Volodarskogo St., Bldg. 38, e-mail: v_syzrantsev@mail.ru).

MOSKVINA Elena Yurievna — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Department of Machinery and Equipment for Oil and Gas Industry. Industrial University of Tyumen (625000, Tyumen, Russian Federation, Volodarskogo St., Bldg. 38, e-mail: moskvinaej@tyuiu.ru).

CHERNAYA Lyudmila Aleksandrovna — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Theory of Mechanisms and Machines Department. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Bauman-skaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: chernayala@yandex.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Сызранцев В.Н., Москвина Е.Ю., Черная Л.А. Способ профильной модификации поверхности зуба колеса полуобкатной плоскоконической передачи. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2020, № 5, с. 32–40, doi: 10.18698/0536-1044-2020-5-32-40

Please cite this article in English as:

Syzrantsev V.N., Moskvina E.Y., Chernaya L.A. A Method of Profile Modification of the Tooth Surface of Semi-Rolled Pan Gear. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2020, no. 5, pp. 32–40, doi: 10.18698/0536-1044-2020-5-32-40