

УДК 629.7.01, 629.76, 626.78

doi: 10.18698/0536-1044-2020-6-67-77

# Приближенная методика проектировочного баллистического расчета первых ступеней ракет-носителей

Л.П. Мухамедов<sup>1</sup>, Д.А. Кириевский<sup>2</sup><sup>1</sup> МГТУ им. Н.Э. Баумана<sup>2</sup> АО «ГКНПЦ имени М.В. Хруничева»

## Approximate Methodology for Design Ballistic Calculations of the First Stage of Launch Vehicles

L.P. Muhamedov<sup>1</sup>, D.A. Kirievskii<sup>2</sup><sup>1</sup> Bauman Moscow State Technical University<sup>2</sup> AO Khrunichev State Research and Production Space Center

На начальном этапе разработки новых образцов ракет-носителей проводят так называемые проектировочные баллистические расчеты. Актуальность задач проектной баллистики заметно возрастает в связи с проблемами освоения дальнего космоса и создания ракетно-космических комплексов нового поколения, требующих значительных финансовых затрат. При разработке проектировочных методик модели движения по точности не должны уступать неопределенностям исходных данных, а алгоритм методик должен отражать взаимосвязь проектных параметров с летными характеристиками ракеты. Эти принципы положены в основу предлагаемой методики баллистического расчета активного участка траектории первых ступеней ракет-носителей тяжелого и сверхтяжелого классов. Методика базируется на результатах анализа большого числа траекторий, отвечающих вариациям различных исследуемых факторов. Расчеты траекторий выполнены методом численного интегрирования дифференциальных уравнений движения в широком диапазоне варьирования проектно-баллистических параметров и граничных условий. Проведенный анализ позволил выявить некоторые общие закономерности управляемого движения и получить структуру расчетных зависимостей в аналитической форме.

**Ключевые слова:** методика проектировочного баллистического расчета, задачи проектной баллистики, проектно-баллистические параметры, ракета-носитель, летные характеристики ракеты, потери характеристической скорости

The initial stages of development of new types of launch vehicles involve performing the so-called design ballistic calculations. Currently, the relevance of design ballistics tasks is noticeably increasing in connection with the problems of deep space exploration and the creation of a new generation of space rocket systems, requiring significant financial investment. When developing design methods, motion models should not be inferior in accuracy to the uncertainties of the source data, and the algorithm of the technique should reflect the relationship of design parameters with the flight characteristics of the rocket. These principles formed the basis of the proposed methods for ballistic calculations of the active section of the trajectory of the first stages of heavy and super heavy launch vehicles. The technique is based on the results of the analysis of numerous trajectories corresponding to variations of

various studied factors. The trajectory calculations were carried out using the method of numerical integration of differential equations of motion in a wide range of variation of design ballistic parameters and boundary conditions. The analysis made it possible to identify some general patterns of the controlled motion and to obtain the structure of the calculated dependencies in an analytical form.

**Keywords:** design ballistic calculation methods, design ballistics tasks, design and ballistic parameters, launch vehicle, launch vehicle flight characteristics, characteristic speed losses

Основной задачей современной пилотируемой космонавтики является переход от полетов на околоземные орбиты к освоению более отдаленных областей космического пространства [1–3]. Весьма вероятно, что в недалеком будущем Россия примет участие в создании Международной лунной космической станции [4–6].

Необходимость в постоянно действующей космической базе на Луне объясняется тем, что к 2024 г. закончится срок эксплуатации Международной космической станции, а Луна может быть использована в качестве стартовой площадки для межпланетных перелетов [7]. Создание и обслуживание такой станции невозможно без разработки ракет-носителей (РН) сверхтяжелого класса (СТК), способных выводить полезную нагрузку массой около 100 т на низкую опорную орбиту (НОО) [8–10].

Проектирование новых образцов РН СТК представляет собой длительный многоэтапный итерационный процесс. В связи с этим на начальном этапе разработок возникает потребность в универсальных проектировочных методиках баллистических расчетов, определяющих допустимые границы значений основных проектных параметров РН и обеспечивающих выбор их оптимальных сочетаний с учетом требований технического задания [11–14]. В дальнейшем эти параметры используют в качестве граничных условий при решении частных задач баллистического проектирования.

Цель работы — создание методики проектировочного баллистического расчета первых ступеней (ПС) РН, предназначенных для доставки полезной нагрузки с поверхности Земли на НОО.

Расчетные зависимости представлены в аналитической форме. Как показала практика, применение высокоточных методов на данном этапе разработок малоэффективно. Это объясняется следующими причинами. Во-первых, несмотря на высокое быстродействие современных компьютеров, использование программных средств может привести к неоправданно большим временным и материальным затратам.

Во-вторых, при применении методов численного интегрирования на начальной стадии проектирования возможна потеря контроля проектантом за процессом выбора оптимальных проектно-конструктивных решений.

Таким образом, методика проектировочного баллистического расчета должна позволять быстро с требуемой точностью, без громоздких вычислений и численного интегрирования определять траекторные переменные РН по ее проектным параметрам. Одним из необходимых условий при разработке подобных методик является представление окончательных расчетных зависимостей в аналитической форме, так как использование аналитических расчетных соотношений дает возможность сократить на несколько порядков время решения краевых задач [13].

Говоря о преимуществах приближенных аналитических методов, авторы статьи ни в коей мере не умаляют роль баллистических расчетов с применением программных средств и алгоритмических языков высокого уровня. Напротив, результаты баллистических расчетов, полученных методом численного интегрирования уравнений движения, использованы в работе при построении аналитических соотношений, связывающих значения траекторных переменных в характерных точках активного участка траектории (АУТ) ПС РН с проектно-баллистическими параметрами (ПБП).

Под ПБП следует понимать минимальную совокупность параметров, однозначно определяющих алгоритм проектно-баллистических расчетов на ранних этапах разработок.

**Методическая часть.** Для ПС РН имеем пять независимых ПБП.

1. Относительная конечная масса первой ступени

$$\mu_k = \frac{m_k}{m_0},$$

где  $m_k$  — конечная масса ПС;  $m_0$  — стартовая масса РН.

2. Удельный импульс тяги двигательной установки в пустоте

$$I_{п} = \frac{P_{п}}{\dot{m}}$$

Здесь  $P_{п}$  — суммарная пустотная тяга двигательной установки ПС с учетом потерь характеристической скорости на управление;  $\dot{m}$  — абсолютное постоянное значение массового секундного расхода топлива,

$$\dot{m} = -\frac{dm}{dt} = -m_0 \frac{d\mu}{dt},$$

где  $m$  — текущая масса РН;  $t$  — время полета;  $\mu$  — относительная масса ПС.

3. Коэффициент увеличения удельного импульса тяги в пустоте

$$k_p = \frac{P_{п}}{P_0} = \frac{I_{п}}{I_0},$$

где  $P_0$  — суммарная тяга двигательной установки ПС у Земли с учетом потерь на органы управления;  $I_0$  — удельный импульс тяги двигательной установки ПС у Земли.

4. Стартовая нагрузка на тягу или коэффициент тяговооруженности

$$v_0 = \frac{m_0 g_0}{P_0} = \frac{m_0 g_0 k_p}{P_{п}},$$

где  $g_0 = 9,81 \text{ м/с}^2$  — осредненное по поверхности Земли ускорение свободного падения.

5. При проектировании баллистических ракет для оценки влияния аэродинамических сил на летно-технические характеристики ракеты обычно используют стартовую нагрузку на мидель  $p_m$ , равную отношению стартового веса (или стартовой массы) к площади миделева сечения [11, 12, 15]. Для РН СТК корректнее, на наш взгляд, вместо  $p_m$  использовать более комплексный параметр, который назовем баллистическим коэффициентом

$$\sigma = \frac{m_0}{S_m c_{x_{\max}}},$$

где  $S_m$  — площадь миделева сечения ракеты;  $c_{x_{\max}}$  — максимальное значение коэффициента силы лобового сопротивления РН, рассчитанное при нулевом угле атаки  $\alpha$ , числе Маха  $M = 1,07$  и высоте полета  $h = 7 \text{ км}$ .

В качестве проектно-баллистического будем также рассматривать комплексный параметр — характеристическую (идеальную) скорость ПС РН  $v_{\text{хар}} = -I_{п} \ln \mu_k$ .

Расчеты численным методом проведены при следующих общепринятых допущениях:

- Земля — сферическая, поле ее тяготения — центральное;
- движение относительно центра масс РН не рассматривается;
- управление — идеальное, управляющие силы пренебрежимо малы;
- траектория движения РН лежит в плоскости НОО;
- суточное вращение Земли отсутствует;
- параметры атмосферы соответствуют ГОСТ 4401-81;
- коэффициент силы лобового сопротивления  $c_x = \bar{c}_x c_{x_{\max}}$  ( $\bar{c}_x$  — безразмерный коэффициент лобового сопротивления); в таблице приведен единый для РН закон изменения  $\bar{c}_x$  от числа Маха с учетом используемых методик и результатов работ [14, 16–18].

При формировании системы уравнений движения использованы следующие системы координат (рис. 1):

- *стартовая* — с началом координат  $O_c$ ;

**Универсальная зависимость  $\bar{c}_x$  от числа Маха**

M	$\bar{c}_x$	M	$\bar{c}_x$	M	$\bar{c}_x$
0,30	0,47	1,07	1,00	3,00	0,50
0,80	0,62	1,20	0,96	5,00	0,35
1,00	0,92	2,00	0,65	10,00	0,34

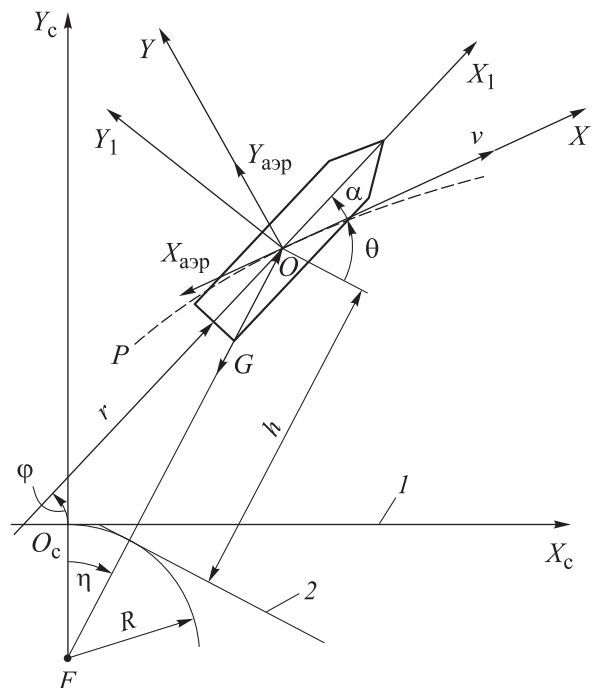


Рис. 1. Схема движения ПС РН на АУТ: 1 — стартовый горизонт; 2 — местный горизонт

- *сферическая* — с началом координат в центре Земли  $F$ ; радиальная координата центра масс обозначена через  $r$ , угловая (полярный угол) — через  $\eta$ ;

- *связанная* — с началом координат в центре масс РН; ось  $OX_1$  направлена по продольной оси РН, ось  $OY_1$  перпендикулярна ей;

- *скоростная* — с началом в центре масс РН; ось  $OX$  направлена по вектору скорости  $v$ , ось  $OY$  перпендикулярна ей и лежит в плоскости траектории.

В полете на ракету действуют следующие четыре силы (см. рис. 1).

*Сила тяги двигательной установки*

$$P = P_n \left( 1 - \frac{k_p - 1}{k_p} \frac{p_h}{p_0} \right),$$

где  $p_h$  — атмосферное давление на высоте полета  $h$ ;  $p_0$  — атмосферное давление у поверхности Земли.

*Сила тяжести*

$$G = mg,$$

где  $g$  — ускорение свободного падения,  $g = \mu_{\oplus}/r^2$  ( $\mu_{\oplus}$  — константа поля тяготения Земли, принятая равной  $398\,600 \text{ км}^3/\text{с}^2$ ).

*Сила аэродинамического сопротивления*

$$X_{\text{аэр}} = c_x \frac{\rho v^2}{2} S_M = c_x q S_M,$$

где  $\rho$  — плотность воздуха;  $q$  — скоростной напор,  $q = \rho v^2/2$ .

*Подъемная аэродинамическая сила*

$$Y_{\text{аэр}} = c_y^{\alpha} \alpha q S_M,$$

где  $c_y^{\alpha}$  — производная коэффициента подъемной силы по углу атаки  $\alpha$ .

Время конца АУТ определяется выражением

$$t_k = \frac{v_0 I_{\Pi}}{k_p g_0} (1 - \mu_k).$$

Угловое положение РН характеризуется программным углом тангажа  $\varphi_{\text{пр}}(t)$  — углом между линией стартового горизонта и осью ракеты. Так как в общем случае продольная ось не совпадает с направлением вектора скорости, справедливо соотношение

$$\theta = \varphi_{\text{пр}}(t) + \eta - \alpha,$$

где  $\theta$  — угол наклона траектории к местному горизонту (траекторный угол).

Спроецировав все силы, действующие на РН, на направление касательной к траектории и

нормали к ней в скоростной системе координат, имеем

$$m\dot{v} = P \cos \alpha - X_{\text{аэр}} - mg \sin \theta; \quad (1)$$

$$vm\dot{\theta} = P \sin \alpha + Y_{\text{аэр}} - mg \cos \theta + \frac{mv^2}{r} \cos \theta. \quad (2)$$

После проецирования вектора скорости на направление текущего радиуса  $r$  и местного горизонта в сферической системе координат получаем уравнения для определения высоты  $h$  и дальности  $L$  полета

$$\dot{h} = v \sin \theta; \quad (3)$$

$$\dot{L} = v \cos \theta, \quad (4)$$

где  $h = r - R$  ( $R = 6371 \text{ км}$ ).

При решении системы дифференциальных уравнений движения в качестве программы использован программный угол атаки  $\alpha_{\text{пр}}$  [13, 19]:

$$\begin{cases} \alpha = 0 & \text{при } t_b \geq t; \\ \alpha = \alpha_{\text{max}} K(K-2) & \text{при } t \geq t_b \text{ и } M \leq 0,8; \\ \alpha = 0 & \text{при } M > 0,8, \end{cases}$$

где  $t_b$  — момент времени окончания вертикального подъема РН;  $\alpha_{\text{max}}$  — максимальное значение угла атаки;  $K = 2 \exp [5,33(M_b - M)]$ ,  $M_b$  — число Маха, соответствующее моменту времени  $t_b$ .

В дальнейшем будем считать, что момент времени окончания вертикального подъема ракеты  $t_b$  определяется высотой  $h_b$ , необходимой для маневра за пределами наземных стартовых сооружений. В расчетах высоту  $h_b$  для РН тяжелого и сверхтяжелого классов принимаем равной 200 м. Отсюда

$$t_b = \sqrt{\frac{2h_b}{g_0(1/v_0 - 1)}}.$$

Отметим, что уравнение (2) можно упростить, исключив подъемную аэродинамическую силу, не потеряв при этом требуемую точность вычислений. Это объясняется тем, что влияние  $Y_{\text{аэр}}$  на траекторию движения всегда можно компенсировать эффективным углом атаки  $\alpha_{\text{max}}$ . Теперь, выразив правые части системы уравнений (1)–(4) через ПБП, получаем

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{v} &= \frac{g_0 k_p}{v_0 \mu} \cos \alpha - g \sin \theta - \frac{\bar{c}_x q}{\sigma \mu} - \frac{g_0 (k_p - 1)}{v_0 \mu k_p} \frac{p_h}{p_0}; \\ \dot{\theta} &= \frac{1}{v} \left[ \frac{g_0 k_p}{v_0 \mu} \left( 1 - \frac{k_p - 1}{k_p} \frac{p_h}{p_0} \right) \sin \alpha - \right. \\ &\quad \left. - g \cos \theta + \frac{v^2}{r} \cos \theta \right]; \\ \dot{h} &= v \sin \theta, \quad \dot{L} = v \cos \theta; \\ \dot{\mu} &= -\frac{g_0 k_p}{v_0 I_n}, \end{aligned} \right. \quad (5)$$

где  $\bar{c}_x = \bar{c}_x(M)$ ;  $g = g(h)$ ;  $\rho = \rho(h)$ ;  $p_h = p_h(h)$ ;  $\alpha = \alpha_{np}(t)$ .

Рассмотрены три типа двигательных установок, использующих в качестве топлива следующие компоненты: азотный тетраоксид (АТ) + несимметричный диметилгидразин (НДМГ) ( $I_n = 3090$  м/с), кислород + керосин ( $I_n = 3310$  м/с) и кислород + сжиженный природный газ (СПГ) ( $I_n = 3420$  м/с). Отметим, что в настоящее время при исследовании вопросов проектирования РН СТК особое внимание уделяется разработке маршевых кислородно-метановых жидкостных ракетных двигателей [20–22].

Анализ характера изменения траекторных переменных позволил выявить некоторые общие закономерности, которые в дальнейшем были использованы при формировании расчетных формул приближенной методики проектировочного баллистического расчета.

Во-первых, движение ПС РН на АУТ независимо от класса, конструктивно-компоновочной схемы и ПБП осуществляется с вертикальным ускорением  $a_y = \dot{v} \sin \theta$ , близким к постоянному значению. Это объясняется следующими причинами.

В полете вертикальное ускорение изменяется обратно пропорционально относительной переменной массе  $\mu$  и прямо пропорционально синусу угла  $\theta$ . При этом  $\sin \theta$ , как и  $\mu$ , уменьшается от единицы до величины  $\sin \theta_k$  ( $\theta_k$  — угол наклона траектории к местному горизонту, соответствующий моменту времени  $t_k$ ) близкой по значению параметру  $\mu_k$ , а вертикальное ускорение  $a_y$  колеблется относительно некоторого осредненного значения.

На рис. 2 приведены типовые зависимости угла атаки  $\alpha$ , траекторного угла  $\theta$  и скоростного напора  $q$  от времени полета ПС РН.

На рис. 3 показаны зависимости вертикального ускорения центра масс РН  $a_y$  и потерь ха-

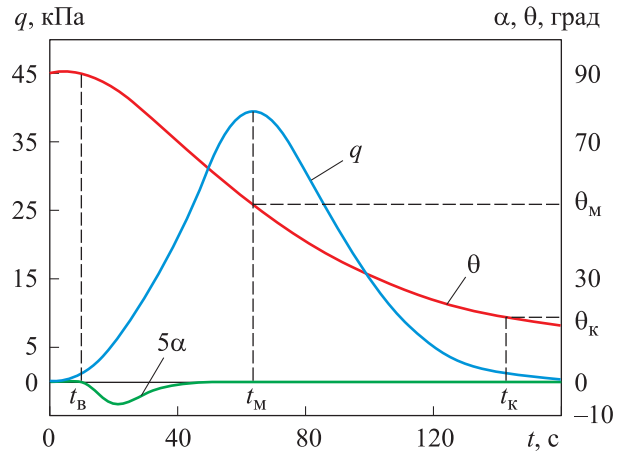


Рис. 2. Зависимость угла атаки  $\alpha$ , траекторного угла  $\theta$  и скоростного напора  $q$  от времени полета  $t$  ПС РН

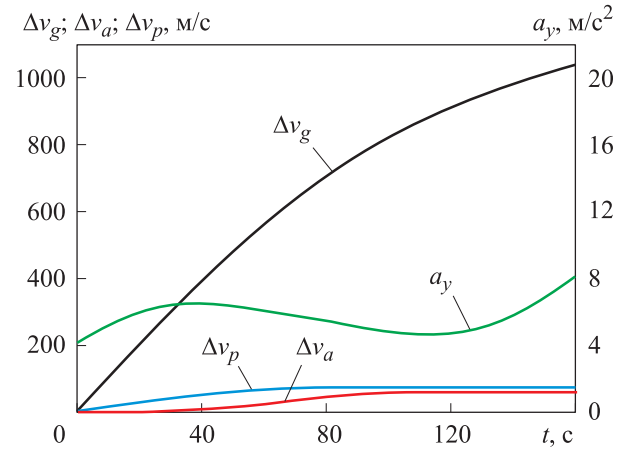


Рис. 3. Зависимость вертикального ускорения центра масс РН  $a_y$  и потерь характеристической скорости на гравитацию  $\Delta v_g$ , преодоление сопротивления атмосферы  $\Delta v_a$  и противодавление  $\Delta v_p$  от высоты полета  $h$  ПС РН

рактеристической скорости на гравитацию  $\Delta v_g$ , преодоление сопротивления атмосферы  $\Delta v_a$  и противодавление  $\Delta v_p$  от высоты полета  $h$  ПС РН.

Анализ результатов баллистических расчетов, проведенных методом численного интегрирования, позволил построить структуру универсальной формулы осредненного вертикального ускорения на временном интервале от момента старта до момента максимума скоростного напора  $t_m$ :

$$a_y = g_0 \left( \frac{1,09}{v_0} - 1 \right).$$

Во-вторых, максимум скоростного напора  $q(h)$  для носителей при условии  $h_b = 200$  м

достигается приблизительно на одной и той же высоте  $h_m = 11\ 000$  м независимо от ПБП и программы изменения угла атаки.

На рис. 4 приведена зависимость скоростного напора от высоты полета ПС РН при угле наклона траектории к местному горизонту, соответствующем моменту времени  $t_m$ ,  $\theta_m = 52^\circ$ , коэффициенте тяговооруженности  $v_0 = 0,7$  и различных компонентах топлива.

На рис. 5 показана зависимость скоростного напора от высоты полета ПС РН на топливе кислород + керосин при различных значениях коэффициента тяговооруженности  $v_0$  (0,65, 0,70 и 0,75) и угла  $\theta_m$  (50,5; 52,0; 53,5°). Значе-

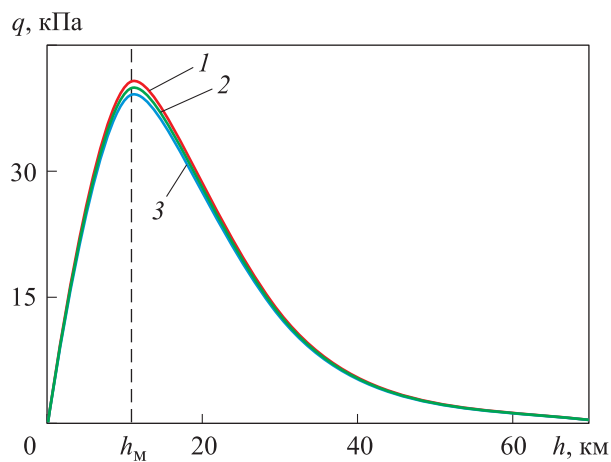


Рис. 4. Зависимость скоростного напора  $q$  от высоты полета  $h$  ПС РН при траекторном угле  $\theta_m = 52^\circ$ , коэффициенте тяговооруженности  $v_0 = 0,7$  и различных компонентах топлива: 1 — АТ + НДМГ; 2 — кислород + керосин; 3 — кислород + СПГ

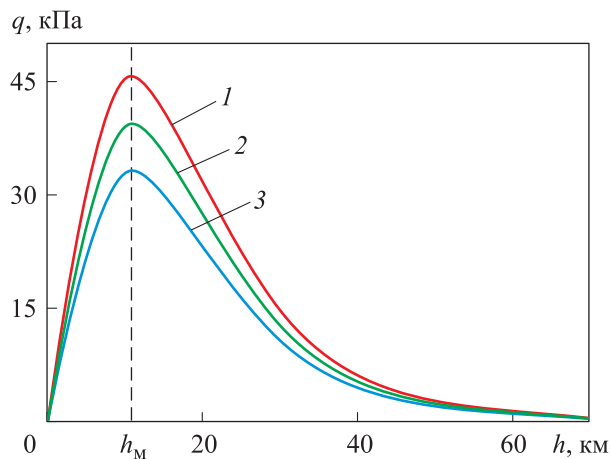


Рис. 5. Зависимость скоростного напора  $q$  от высоты полета  $h$  ПС РН на топливе кислород + керосин при различных значениях коэффициента тяговооруженности  $v_0$  и траекторного угла  $\theta_m$ : 1 —  $v_0 = 0,65$ ,  $\theta_m = 50,5^\circ$ ; 2 —  $v_0 = 0,70$ ,  $\theta_m = 52,0^\circ$ ; 3 —  $v_0 = 0,75$ ,  $\theta_m = 53,5^\circ$

ния угла  $\theta_m$  выбраны из условия построения близкой к оптимальной траектории выведения полезной нагрузки на НОО.

Согласно гипотезе движения с постоянным вертикальным ускорением, момент времени  $t_m$  и параметр  $\mu_m$ , соответствующие максимальному скоростному напору, могут быть представлены в следующем виде:

$$t_m = \sqrt{\frac{2h_m}{g_0(1,09/v_0 - 1)}}; \quad \mu_m = 1 - \frac{k_p g_0 t_m}{v_0 I_{п}}$$

При разработке приближенных методик баллистического расчета ПС РН удобно вместо программы  $\varphi_{пр}(t)$  применять более упрощенную  $\theta_{пр}(t)$ . Тогда систему уравнений движения (5) можно записать как

$$\begin{cases} \dot{v} = \frac{g_0 k_p}{v_0 \mu} \cos \alpha - g \sin \theta - \frac{\bar{c}_x q}{\sigma \mu} - \frac{g_0 (k_p - 1)}{v_0 \mu k_p} \frac{p_h}{p_0}; \\ \dot{h} = v \sin \theta, \quad \dot{L} = v \cos \theta; \\ \dot{\mu} = -\frac{g_0 k_p}{v_0 I_{п}}, \end{cases} \quad (6)$$

где  $\theta = \theta_{пр}(t)$ .

В работах [11, 12, 14, 17] применительно к ПС РН рекомендовано использовать в качестве управляющей функции зависимость  $\theta_{пр}(t)$  в виде квадратичной параболы

$$\begin{cases} \theta = \frac{\pi}{2} & \text{при } t \leq t_B; \\ \theta = \theta_k + \left(\frac{\pi}{2} - \theta_k\right) \left(\frac{t_k - t}{t_k - t_B}\right)^2 & \text{при } t_B \leq t \leq t_k. \end{cases} \quad (7)$$

Однако, как показал анализ результатов баллистических расчетов, проведенных методом численного интегрирования, характер изменения  $\theta(t)$  для ПС РН отличается от параболического закона (см. рис. 2). В частности угол  $\theta$  не выдерживается постоянным в конце активного участка ПС, а непрерывно убывает вплоть до момента разделения ступеней.

Вследствие этого использование соотношения (7) в качестве управляющей функции приводит к заниженному значению гравитационных потерь (до 15%). Кроме того, закон управления (7) не учитывает влияния параметров  $v_0$  и  $v_{хар}$  на характер изменения  $\theta_{пр}(t)$ .

В связи с этим для ПС РН предлагается степенная зависимость изменения траекторного угла по времени полета, показывающая более высокую точность аппроксимации:

$$\begin{cases} \theta = \frac{\pi}{2} & \text{при } t \leq t_B; \\ \theta = \theta_k + \left(\frac{\pi}{2} - \theta_k\right) \left(\frac{t_k - t}{t_k - t_B}\right)^n & \text{при } t_B \leq t \leq t_k, \end{cases}$$

где  $n = (1,1 + 0,000245 v_{\text{хар}})(1,6 - v_0)^{2,8}$ .

Проинтегрировав первое уравнение системы (6) от 0 до  $t_k$  при условии  $\cos \alpha = 1$ , получаем конечную скорость

$$v_k = -I_{\text{п1}} \int_1^{\mu_k} \frac{d\mu}{\mu} - \int_0^{t_k} g \sin \theta dt - \int_0^{t_k} \frac{c_x q S_M}{m_0 \mu} dt + I_{\text{п}} \frac{k_p - 1}{k_p} \int_1^{\mu_k} \frac{p_h}{p_0 \mu} d\mu. \quad (8)$$

где  $I_{\text{п1}}$  — удельный импульс тяги двигательной установки в пустоте первой ступени.

Нередко выражение (8) представляют в виде

$$v_k = v_{\text{хар}} - \Delta v_g - \Delta v_a - \Delta v_p.$$

Анализ результатов сравнения отдельных потерь характеристической скорости по времени полета, приведенных на рис. 3, показал, что основной составляющей являются потери на гравитацию  $\Delta v_g$ .

Для повышения точности определения конечной скорости  $v_k$  выражение для гравитационных потерь представим в виде двух слагаемых:

$$\Delta v_g = \int_0^{t_M} g \sin \theta dt + \int_{t_M}^{t_k} g \sin \theta dt. \quad (9)$$

Интегралы в выражении (9) определяем приближенно.

Окончательная расчетная формула для вычисления потерь характеристической скорости на гравитацию может быть представлена в виде полуэмпирической зависимости

$$\begin{aligned} \Delta v_g = & g_1 t_M (0,76 + 0,24 \sin \theta_M) + \\ & + g_2 (t_k - t_M) [k_g \sin \theta_M + (1 - k_g) \sin \theta_k], \end{aligned}$$

где  $g_1$  — осредненное ускорение свободного падения на временном участке  $(0 \dots t_M)$ , в первом приближении равно  $9,81 \text{ м/с}^2$ ;  $g_2$  — осредненное ускорение свободного падения на временном участке  $(t_M \dots t_k)$ ;  $k_g = 0,47 - 0,083(v_{\text{хар}}/2300 - 1)$ .

Для вычисления осредненного ускорения свободного падения на временном участке  $t_M \dots t_k$  используем соотношение

$$g_2 = 7,56 + 0,23 \frac{\mu_{\oplus}}{(R + h_k)^2}.$$

Выражение, определяющее потери на преодоление сопротивления атмосферы, представим как

$$\Delta v_a = \int_0^{t_1} \frac{c_x q S_M}{m_0 \mu} dt = \frac{q_{\text{max}} t_M}{\sigma} \int_0^{t_1/t_M} \frac{\bar{q} \bar{c}_x}{\mu} d\xi, \quad (10)$$

где  $t_1$  — момент времени конца активного участка;  $q_{\text{max}}$  — максимальное значение скоростного напора;  $\bar{q}$  — относительный скоростной напор;  $\xi$  — независимая безразмерная координата.

Как показали результаты предварительных расчетов, безразмерный интеграл в выражении (10) при выбранном законе изменения  $\bar{c}_x = \bar{c}_x(M)$  слабо зависит от ПБП. Поэтому при построении расчетной зависимости, определяющей  $\Delta v_a$ , он может быть представлен постоянным значением.

Кроме того, будем считать, что  $a_y = \text{const}$  и  $h_M = 11\,000 \text{ м}$ . В этом случае произведение  $q_{\text{max}} t_M$  в выражении (10) прямо пропорционально корню квадратному из  $a_y$  и обратно пропорционально квадрату синуса угла  $\theta_M$ . Тогда выражение для определения потерь на преодоление сопротивления атмосферы можно записать как

$$\Delta v_a = \frac{A}{\sigma \sin^2 \theta_M} \sqrt{\frac{1,09}{v_0} - 1},$$

где  $A$  — статистический коэффициент.

Для РС РН с жидкостным ракетным двигателем принимаем  $A = 1,8 \cdot 10^6 \text{ кг/(м}\cdot\text{с)}$ . Таким образом, выражение для вычисления потерь на преодоление сопротивления атмосферы определяется двумя параметрами ( $v_0$  и  $\theta_M$ ), что подтверждено характером кривых, приведенных на рис. 4 и 5.

Согласно выражению (8), потери на противодействие имеют вид

$$\Delta v_p = -I_{\text{п}} \frac{k_p - 1}{k_p} \int_1^{\mu_k} \frac{p_h}{p_0 \mu} d\mu. \quad (11)$$

С учетом того, что безразмерный интеграл в выражении (11) зависит главным образом от коэффициента тяговооруженности, запишем

$$\Delta v_p = 0,36 I_{\text{п}} \frac{k_p - 1}{k_p} (v_0)^{0,8}.$$

Для определения высоты полета в конце АУТ первой ступени РН используем гипотезу движения с постоянным вертикальным ускорением

$$h_k = h_m + 0,5(t_k - t_m)(v_m \sin \theta_m + v_k \sin \theta_k) \times \left( \frac{1 + \mu_k}{1 + \sin \theta_k} \right)^{0,65}, \quad (12) \quad S_{\text{хар}} = \frac{I_{\text{п}}^2 v_{\text{п}}}{g^0} [1 - \mu_k (1 - \ln \mu_k)],$$

где

$$v_m = -I_{\text{п}} \ln \mu_m - g_1 t_m (0,76 + 0,24 \sin \theta_m) - 0,66 \Delta v_a - 0,9 \Delta v_p.$$

Последний множитель в выражении (12) является поправочным коэффициентом, учитывающим отличие реального закона изменения вертикального ускорения от осредненного.

Дальность в конце АУТ представим как

$$L_k = 0,91 S_{\text{хар}} \left( \frac{v_k}{v_{\text{хар}}} \right) \sqrt{(1 - \sin^2 \theta_{\text{ср}})},$$

где  $S_{\text{хар}}$  — так называемый характеристический путь;  $\sin \theta_{\text{ср}}$  — среднеинтегральное значение траекторного угла,

$$\sin \theta_{\text{ср}} = \{ t_m (0,76 + 0,24 \sin \theta_m) + (t_k - t_m) [k_g \sin \theta_m + (1 - k_g) \sin \theta_k] \} / t_k.$$

Характеристический путь определяется выражением

## Выводы

1. Предложенная методика позволяет с минимальными временными и материальными затратами проводить проектировочные баллистические расчеты АУТ ПС РН тяжелого и сверхтяжелого классов.

2. Погрешности определения скорости и высоты в конце АУТ по разработанной методике в сравнении с результатами численного интегрирования уравнений движения не превышают  $\pm 2\%$ .

3. Методику рекомендовано применять на ранних этапах разработок перспективных проектов, когда формируется облик изделия. Также ее целесообразно использовать в проектных отделах конструкторских бюро, занимающихся проектированием ракетно-космических комплексов нового поколения. Она может быть полезна и студентам старших курсов втузов при выполнении курсовых и дипломных работ по теме «Проектирование ракет-носителей».

## Литература

- [1] Микрин Е.А. Перспективы развития отечественной пилотируемой космонавтики. *Космическая техника и технологии*, 2017, № 1(16), с. 5–10.
- [2] Брюханов Н.А., Легостаев В.И., Лобыкин А.А., Лопота В.А., Сизенцев Г.А., Синявский В.В., Сотников Б.И., Филиппов И.М., Шевченко В.В. Использование ресурсов Луны для исследования и освоения Солнечной системы в XXI веке. *Космическая техника и технологии*, 2014, № 1(4), с. 3–14.
- [3] Fortescue P., Swinerd G., Stark J. *Spacecraft systems engineering*. John Wiley & Sons, 2011. 691 p.
- [4] Григорьев М.Н., Охочинский М.Н., Вагнер И.В. Логистический подход к проекту создания российской Лунной базы. *Инновации*, 2016, № 7, с. 14–19.
- [5] Деречин А.Г., Жарова Л.Н., Синявский В.В. Международное сотрудничество в сфере пилотируемых полетов. Часть 2. Создание и эксплуатация международной космической станции. *Космическая техника и технологии*, 2017, № 2(17), с. 5–28.
- [6] Сирота А.А. Этапы строительства и особенности устройства Международной лунной исследовательской станции (МЛИС). *Гагаринские чтения — 2018. Сб. тез. докл. XLIV Междун. молодеж. науч. конф.*, Москва, 17–20 апреля 2018, Москва, МАИ, 2018, т. 3, с. 68–70.
- [7] Schrunk D., Sharpe B., Cooper B., Thangavelu M. *The Moon: Resources, Future Development and Settlement*. Praxis Publishing Ltd., 2008. 560 p.
- [8] Данилюк А.Ю., Ключников В.Ю., Кузнецов И.И., Осадченко А.С. Проблемы создания перспективных сверхтяжелых ракет-носителей. *Вестник НПО им. С.И. Лавочкина*, 2015, № 1(27), с. 10–19.
- [9] Мужикова М.Н., Прусова О.Л. Современные проекты ракет сверхтяжелого класса. *Проблемы разработки, изготовления и эксплуатации ракетно-космической техники*



- и подготовки инженерных кадров для авиакосмической отрасли. Матер. XII Всерос. науч. конф., посвященной памяти главного конструктора ПО «Полет» А.С. Клинышкова, Омск, 30 мая 2018, Омск, ОмГТУ, с. 62–68.
- [10] Евтифьев М.Д., Остапенко А.В. Ракета-носитель сверхтяжелого класса на базе РН «Энергия» с использованием современных достижений в науке и технике. *Решетнёвские чтения. Матер. XIX Междунар. науч.-практ. конф.*, Красноярск, 10–14 ноября 2015, Красноярск, СибГУ им. М.Ф. Решетнёва, 2015, ч. 1, с. 6–18.
- [11] Феодосьев В.И. *Основы техники ракетного полета*. Москва, Наука, 1979. 496 с.
- [12] Аппазов Р.Ф., Лавров С.С., Мишин В.П. *Баллистика управляемых ракет дальнего действия*. Москва, Наука, 1966. 305 с.
- [13] Алифанов О.М., ред. *Баллистические ракеты и ракеты-носители*. Москва, Дрофа, 2004. 512 с.
- [14] Матвеев А.М., Алифанов О.А., ред. *Основы проектирования летательных аппаратов (транспортные системы)*. Москва, Машиностроение, 2005. 375 с.
- [15] Сихарулидзе Ю.Г. *Баллистика и наведение летательных аппаратов*. Москва, БИНОМ Лаборатория знаний, 2013. 417 с.
- [16] Ковалев Б.К. *Развитие ракетно-космических систем выведения*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. 398 с.
- [17] Калугин В.Т., ред. *Аэродинамика*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. 607 с.
- [18] Петров К.П. *Аэродинамика транспортных космических систем*. Москва, Эдиториал УРСС, 2000. 368 с.
- [19] Сердюк В.К., Медведев А.А., ред. *Проектирование средств выведения космических аппаратов*. Москва, Машиностроение, 2009. 504 с.
- [20] Клепиков И.А., Лихванцев А.А., Прокофьев В.Г., Фатуев И.Ю. Выбор принципиальной схемы и параметров маршевого многоразового ЖРД на топливе кислород-метан для возвращаемой первой ступени перспективного носителя. *Труды Энергомаш им. Академика В.П. Глушко*, 2012, № 29, с. 224–229.
- [21] Васянина А.Ю., Тонких А.А., Савчин Д.А. Перспективы использования компонентов топлива метан-кислород в жидкостных ракетных двигателях. *Решетневские чтения. Матер. XIX Междунар. науч.-практ. конф.*, Красноярск, 10–14 ноября 2015, Красноярск, СибГУ им. М.Ф. Решетнёва, 2015, с. 367–369.
- [22] Мухамедов Л.П. *Основы проектирования транспортных космических систем*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2019. 265 с.

## References

- [1] Mikrin E.A. Outlook for our country's manned spaceflight development. *Space technique and technologies*, 2017, no. 1(16), pp. 5–10 (in Russ.).
- [2] Bryukhanov N.A., Legostayev V.I., Lobykin A.A., Lopota V.A., Sizontsev G.A., Sinyavskiy V.V., Sotnikov B.I., Filippov I.M., Shevchenko V.V. Use of lunar resources for solar system exploration and exploitation in the 21st century. *Space technique and technologies*, 2014, no. 1(4), pp. 3–14 (in Russ.).
- [3] Fortescue P., Swinerd G., Stark J. *Spacecraft systems engineering*. John Wiley & Sons, 2011. 691 p.
- [4] Grigor'yev M.N., Okhochinskiy M.N., Vagner I.V. Logistical approach to the project of the Russian moon base. *Innovations*, 2016, no. 7, pp. 14–19 (in Russ.).
- [5] Derechin A.G., Zharova L.N., Sinyavskiy V.V. International cooperation in the sphere of manned flights. Part 2. Development and operation of the International Space Station. *Space technique and technologies*, 2017, no. 2(17), pp. 5–28 (in Russ.).
- [6] Sirota A.A. Stages of construction and construction features of the international lunar research station. *Gagarinskiye chteniya — 2018. Sb. tez. dokl. XLIV Mezhdun. molodezh. nauch. konf* [Gagarin Readings — 2018. Abstracts of the XLIV International Youth Scientific Conference]. Moscow, 2018, vol. 3, pp. 68–70.
- [7] Schrunk D., Sharpe B., Cooper B., Thangavelu M. *The Moon: Resources, Future Development and Settlement*. Praxis Publishing Ltd., 2008. 560 p.

- [8] Danilyuk A.Yu., Klyushnikov V.Yu., Kuznetsov I.I., Osadchenko A.S. Problems of design & development of perspective super-heavy launch vehicles. *Vestnik NPO im. S.I. Lavochkina*, 2015, no. 1(27), pp. 10–19 (in Russ.).
- [9] Muzhikova M.N., Prusova O.L. Modern projects of superheavy rockets. *Problemy razrabotki, izgotovleniya i ekspluatatsii raketno-kosmicheskoy tekhniki i podgotovki inzhenernykh kadrov dlya aviakosmicheskoy otrasli. Mater. XII Vseros. nauch. konf., posvyashchennoy pamyati glavnogo konstruktora PO "Polet" A.S. Klinyshkova* [Problems of development, manufacture and operation of rocket and space technology and training of engineering personnel for the aerospace industry. Materials of the XII all-Russian scientific conference dedicated to the memory of the chief designer OF po Flight A.S. Klinyshev]. Omsk, pp. 62–68.
- [10] Evtifyev M.D., Ostapenko A.V. Superheavy launcher based on “energy” launcher using modern achievements in the science and engineering. *Reshetnevskiy chteniya. Mater. XIX Mezhdunar. nauch.-prakt. konf.* [Reshetnev readings. Materials XIX International scientific and practical conferences]. Krasnoyarsk, 2015, pt. 1, pp. 6–18.
- [11] Feodos'yev V.I. *Osnovy tekhniki raketnogo poleta* [Rocket Flight Technology Basics]. Moscow, Nauka publ., 1979. 496 p.
- [12] Appazov R.F., Lavrov S.S., Mishin V.P. *Ballistika upravlyayemykh raket dal'nego deystviya* [Ballistics of long-range guided missiles]. Moscow, Nauka publ., 1966. 305 p.
- [13] *Ballisticheskiye rakety i rakety-nositeli* [Ballistic missiles and launch vehicles]. Ed. Alifanov O.M. Moscow, Drofa publ., 2004. 512 p.
- [14] *Osnovy proyektirovaniya letatel'nykh apparatov (transportnyye sistemy)* [Fundamentals of aircraft design (transport systems)]. Ed. Matveyenko A.M., Alifanov O.A. Moscow, Mashinostroyeniye publ., 2005. 375 p.
- [15] Sikharulidze Yu.G. *Ballistika i navedeniye letatel'nykh apparatov* [Ballistics and aircraft guidance]. Moscow, BINOM Laboratoriya znaniy publ., 2013. 417 p.
- [16] Kovalev B.K. *Razvitiye raketno-kosmicheskikh sistem vyvedeniya* [The development of space rocket launch systems]. Moscow, Bauman Press, 2014. 398 p.
- [17] *Aerodinamika* [Aerodynamics]. Ed. Kalugin V.T. Moscow, Bauman Press, 2017. 607 p.
- [18] Petrov K.P. *Aerodinamika transportnykh kosmicheskikh system* [Aerodynamics of space transport systems]. Moscow, Editorial URSS publ., 2000. 368 p.
- [19] *Proyektirovaniye sredstv vyvedeniya kosmicheskikh apparatov* [Design of spacecraft launch vehicles]. Ed. Serdyuk V.K., Medvedev A.A. Moscow, Mashinostroyeniye publ., 2009. 504 p.
- [20] Klepikov I.A., Likhvantsev A.A., Prokof'yev V.G., Fatuyev I.Yu. The choice of the schematic diagram and parameters of the marching reusable oxygen-methane rocket engine for the returning first stage of a promising carrier. *Trudy Energomash im. Akademika V.P. Glushko*, 2012, no. 29, pp. 224–229 (in Russ.).
- [21] Vasyanina A.Yu., Tonkikh A.A., Savchin D.A. Prospects of the methane-oxygen using. *Reshetnevskiy chteniya. Mater. XIX Mezhdunar. nauch.-prakt. konf.* [Reshetnev readings. Materials XIX International scientific and practical conferences]. Krasnoyarsk, 2015, pp. 367–369.
- [22] Mukhamedov L. P. *Osnovy proyektirovaniya transportnykh kosmicheskikh system* [Basics of the design of space transport systems]. Moscow, Bauman Press, 2019. 265 p.

Статья поступила в редакцию 04.02.2020

## Информация об авторах

**МУХАМЕДОВ Леонид Павлович** — кандидат технических наук, доцент кафедры «Космические аппараты и ракеты-носители». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: mukhamedov@bmstu.ru).

**КИРИЕВСКИЙ Дмитрий Алексеевич** — инженер-конструктор третьей категории. АО «ГКНПЦ имени М.В. Хруничева» (121309, Москва, Российская Федерация, ул. Ново-заводская, д. 18, e-mail: kda9700@mail.ru).

## Information about the authors

**MUHAMEDOV Leonid Pavlovich** — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Department of Spacecraft and Launch Vehicles. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: mukhamedov@bmstu.ru).

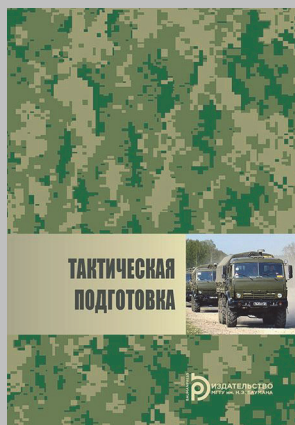
**KIRIEVSKII Dmitrii Alekseevich** — Design Engineer of the 3<sup>rd</sup> Category. AO Khrunichev State Research and Production Space Center (121309, Moscow, Russian Federation, Novoza-vodskaya St., Bldg. 18, e-mail: kda9700@mail.ru).

### Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Мухамедов Л.П., Кириевский Д.А. Приближенная методика проектировочного баллистического расчета первых ступеней ракет-носителей. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2020, № 6, с. 67–77, doi: 10.18698/0536-1044-2020-6-67-77

### Please cite this article in English as:

Muhamedov L.P., Kirievskii D.A. Approximate Methodology for Design Ballistic Calculations of the First Stage of Launch Vehicles. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2020, no. 6, pp. 67–77, doi: 10.18698/0536-1044-2020-6-67-77



**В Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана  
вышло в свет учебное пособие**

**«Тактическая подготовка»**

**Авторы: В.А. Власов, А.П. Дудь, И.В. Иванюк,  
В.В. Истомина, В.А. Кузнецов, Е.А. Шекунов**

Изложены основы тактической подготовки общевойсковых подразделений и их всестороннего обеспечения, вопросы военной топографии.

Для студентов, обучающихся по программам подготовки офицеров запаса и кадра.

### По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.  
Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;  
press@bmstu.ru; www.baumanpress.ru