

# Технология и технологические машины



**ЛАРИН**  
Сергей Николаевич  
кандидат технических  
наук, доцент  
(Тульский  
государственный  
университет)

УДК 621.983; 539.374

## Изотермическая пневмоформовка полусферических деталей из анизотропного материала в режиме кратковременной ползучести<sup>1</sup>

**С.Н. Ларин**

*Приведены результаты теоретических исследований напряженного и деформированного состояния, силовых режимов, геометрических размеров заготовки и предельных возможностей формоизменения при изотермической пневмоформовке полусферических деталей из анизотропного материала в режиме ползучести. Установлено влияние анизотропии механических свойств, условий нагружения и геометрических размеров заготовки на исследуемые параметры рассматриваемого процесса формоизменения.*

**Ключевые слова:** анизотропия, математическая модель, высокопрочные материалы, полусферические детали, пневмоформовка, ползучесть, повреждаемость, разрушение.

*The article presents the results of theoretical investigations of stressed and deformed states, power circumstances, geometric sizes of an original piece and extreme deformation levels in the process of pneumatic forming of hemispherical parts from anisotropic material under a short-duration creeping mode. The influence of mechanical properties anisotropy, loading conditions and geometric sizes of an original piece on the investigated parameters of this process has been established.*

**Keywords:** anisotropy, mathematical model, high strength materials, hemispherical parts, pneumatic forming, creeping, damageability, failure.

<sup>1</sup> Работа выполнена по ведомственной целевой программе «Развитие научного потенциала высшей школы (2009—2011 гг.)», грантам РФФИ, гранту Президента РФ для поддержки молодых ученых — кандидатов наук и по государственным контрактам в рамках Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009—2013 гг.

Сферические листовые оболочки используют в качестве корпусов емкостей для топлива и жидкого азота, которые применяют в авиакосмических аппаратах. Традиционные методы их изготовления представляют собой многопереходную прессовую вытяжку с промежуточными термообработками или молотовую штамповку в подкладных штампах, которые являются трудоемкими.

Изотермическое формоизменение куполообразных деталей газом из листовых высокопрочных алюминиевых и титановых сплавов имеет значительные преимущества перед традиционными методами обработки и весьма перспективно при использовании его в промышленности [1–4].

### Основные предположения

Рассмотрим деформирование круглой листовой заготовки радиусом  $R_0$  и толщиной  $h_0$  свободным выпучиванием в режиме вязкого течения материала под действием избыточного давления газа  $p = p_0 + a_p t^{n_p}$  в сферическую матрицу (рис. 1). Здесь  $p_0, a_p, n_p$  — константы нагружения.

По внешнему контуру заготовка закреплена. Материал заготовки принимается трансверсально-изотропным с коэффициентом анизотропии  $R$ ; напряженное состояние оболочки — плоским, т. е. напряжение, перпендикулярное плоскости листа, равно нулю ( $\sigma_z = 0$ ). Рассматривается деформирование в меридиональной плоскости оболочки, как мембраны. В силу симметрии механических свойств материала относительно оси заготовки и характера действия внешних сил меридиональные, окружные и нормальные к срединной поверхности заготовки напряжения и скорости деформаций являются главными.

Срединная поверхность заготовки на каждом этапе деформирования остается частью сферической поверхности. В любом меридиональном сечении оболочки реализуется радиальное течение материала по отношению к новому центру на каждом этапе деформирования.

В силу принятых допущений радиусы кривизны меридионального сечения  $\rho_m$  срединной

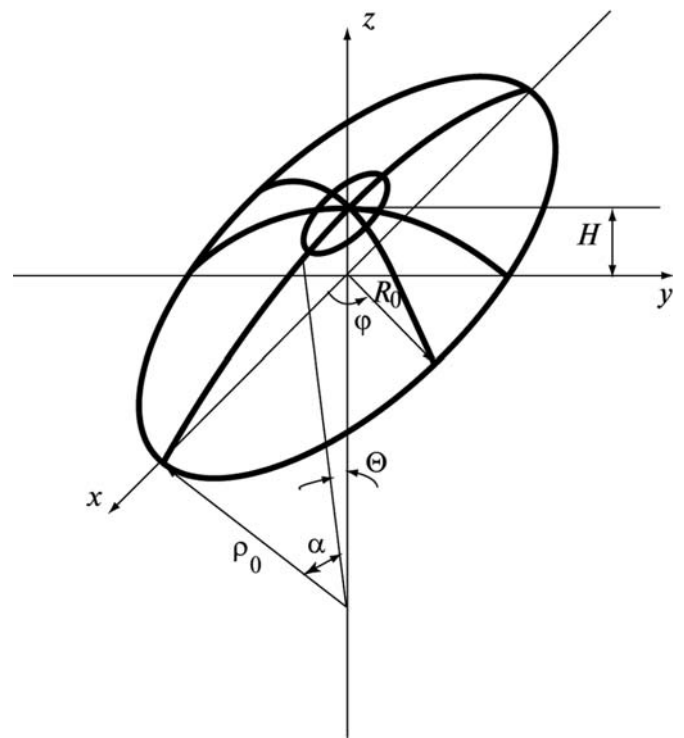


Рис. 1. Схема к расчету деформированного состояния срединной поверхности заготовки в меридиональной плоскости

поверхности и сечения оболочки конической поверхностью  $\rho_t$ , перпендикулярной дуге меридиана, определяют по формуле

$$\rho_m = \rho_t = \rho = \frac{H^2 + R_0^2}{2H}, \quad (1)$$

где  $H$  — высота купола в данный момент времени деформирования.

Поскольку траектории точек срединной поверхности ортогональны в данный момент образуемому профилю, то в полюсе срединной поверхности (точка  $c$ ) скорости деформаций в меридиональных сечениях будут определяться по формулам

$$\xi_{tc}^c = \frac{2H\dot{H}}{H^2 + R_0^2}; \quad \xi_{mc}^c = \frac{2H\dot{H}}{H^2 + R_0^2}; \quad \xi_{zc}^c = \frac{\dot{h}}{h}. \quad (2)$$

Здесь  $\dot{H} = dH / dt$ ;  $\dot{h} = dh / dt$ .

По контуру заготовка закреплена (точка  $k$ ), т. е. скорость деформации вдоль контура равна нулю,  $\xi_{tk}^c = 0$ , и в соответствии с ассоциированным законом течения

$$\xi_{ik}^c = 0; \sigma_{ik} = \frac{R\sigma_{mk}^c}{1+R}; \xi_{zk}^c = -\xi_{mk}^c, \quad (3)$$

где  $R$  — коэффициент нормальной анизотропии при вязком течении материала.

В дальнейшем не делается ограничений на изменение толщины оболочки вдоль дуги окружности в меридиональном сечении. В этом случае скорости деформации в меридиональном  $\xi_m^c$ , окружном направлении  $\xi_t^c$  и деформации по толщине  $\xi_z^c$  оболочки определяют по следующим выражениям:

$$\xi_m^c = \left( \frac{\sin \theta}{\theta \sin \alpha} - \text{ctg} \alpha \right) \dot{\alpha}; \quad \xi_t^c = \left( \frac{\cos \theta}{\sin \alpha} - \text{ctg} \alpha \right) \dot{\alpha};$$

$$\xi_z^c = \frac{\dot{h}}{h}. \quad (4)$$

Здесь  $\theta$  — текущий угол между вертикальной осью симметрии заготовки и радиус-вектором, определяющим положение точки в сечении срединной поверхности диагональной плоскостью;  $\dot{\alpha} = d\alpha / dt$ .

При деформации оболочки принималось, что на каждом этапе деформирования имеет место радиальное течение точки срединной поверхности в меридиональной плоскости относительно нового центра в момент  $t + dt$ , т. е. в направлении  $\theta + d\theta$ .

Связь между углом  $\alpha$  и временем деформирования  $t$ , когда задана функциональная связь  $H = H(t)$ , устанавливается следующим образом:

$$\alpha = 2 \arctg \frac{H(t)}{R_0}. \quad (5)$$

Толщина оболочки в куполе срединной поверхности оболочки ( $\theta = 0$ ) определяют по выражению

$$h = h_0 / \left( 1 + \frac{H^2(t)}{R_0^2} \right)^2. \quad (6)$$

Изменения толщины оболочки от времени деформирования  $t$  в месте ее закрепления ( $\theta = \alpha$ ) оценивают по формуле

$$h = h_0 \frac{H(t)}{R_0 \left( 1 + \frac{H^2(t)}{R_0^2} \right) \arctg \frac{H}{R_0}}. \quad (7)$$

### Напряженное и деформированное состояние оболочки

Вырезая из мембраны элементы меридиональными плоскостями и коническими поверхностями в окрестности рассматриваемой точки и принимая, что напряжения равномерно распределены по толщине в элементе, запишем уравнение равновесия безмоментной оболочки, нагруженной равномерным давлением  $p$  в следующем виде:

$$\frac{\sigma_m}{\rho_m} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{p}{h}; \quad \sigma_{mx} = \frac{p\rho_t}{2h}. \quad (8)$$

Решая их совместно, с учетом того, что  $\rho_m = \rho_t$ , находим

$$\sigma_m = \sigma_t = \frac{p\rho}{2h}. \quad (9)$$

Эквивалентные скорость деформации  $\xi_e^c$  и напряжение  $\sigma_e$  в вершине купола (точка  $c$ ) и в точке закрепления оболочки по контуру (точка  $k$ ) для анизотропного материала вычисляют соответственно по выражениям:

$$\xi_{ec}^c = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{2+R} \xi_{mc}^c;$$

$$\sigma_{ec}^c = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2+R}} \sigma_{mc}^c; \quad (10)$$

$$\xi_{ek}^c = \left\{ \frac{2(2+R)(R+1)}{3(2R+1)} \right\}^{1/2} \xi_{mk}^c;$$

$$\sigma_{ek}^c = \left\{ \frac{3(2R+1)}{2(2+R)(R+1)} \right\}^{1/2} \sigma_{mk}^c. \quad (11)$$

### Силовые режимы и предельные возможности формоизменения

Рассмотрим медленное изотермическое деформирование оболочки из материала, для которого справедливы уравнения состояния энергетической теории ползучести и повреждаемости [2]:

$$\xi_e^c = \frac{B(\sigma_e / \sigma_{e_0})^n}{(1 - \omega_A^c)^m}; \quad \dot{\omega}_A^c = \frac{\sigma_e \xi_e^c}{A_{np}^c}, \quad (12)$$

где  $B, n, m$  — константы материала, зависящие от температуры испытаний;  $\omega_A^c$  — повреждаемость материала при вязкой деформации по энергетической модели разрушения;  $A_{np}^c$  — удельная работа разрушения при вязком течении материала;  $\dot{\omega}_A^c = d\omega_A^c / dt$ ;  $\xi_e^c$  и  $\sigma_e$  — эквивалентные скорость деформации и напряжение соответственно;  $\sigma_{e_0}$  — эквивалентное напряжение, разделяющее вязкое и вязкопластическое течение материала.

Величину удельной работы разрушения  $A_{np}^c$  при вязком течении анизотропного материала определяют по выражению

$$A_{np}^c = D(b_0 + b_1 \cos \alpha + b_2 \cos \beta + b_3 \cos \gamma),$$

где  $D, b_0, b_1, b_2, b_3$  — константы материала;  $\sigma$  — среднее напряжение,  $\sigma = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) / 3$ ;  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  — главные напряжения;  $\alpha, \beta, \gamma$  — углы ориентации первой главной оси напряжений  $\sigma_1$  относительно главных осей анизотропии  $x, y$  и  $z$  соответственно.

Поскольку давление  $p$  в каждый момент деформирования равномерно распределено по поверхности оболочки, то будем находить его величину в вершине купола оболочки (точка  $c$ ).

Подставив в первое из уравнений (12) входящие в него величины  $\sigma_e$  и  $\xi_e^c$ , определяемые по формулам (10), с учетом соотношений (1), (4) и (9), получим

$$p^n dt = \frac{\sigma_{e_0}^n (1 - \omega_{Ac}^c)^m 2^{2n+2} (2+R)^{\frac{n+1}{2}} H^{n+1} h^n dH}{3^{\frac{n+1}{2}} B (H^2 + R_0^2)^{n+1}}. \quad (13)$$

Толщина оболочки  $h$  определяется по выражению (6).

Найдем величину накопления повреждаемости  $\omega_{Ac}^c$ . Подставив во второе уравнение состояния (12) выражения (10) с учетом (1), (4) и (9), получим

$$\dot{\omega}_{Ac}^c = \frac{p \left(1 + \frac{H^2}{R_0^2}\right)^2}{h_0 A_{np}^c} \dot{H}. \quad (14)$$

Это уравнение удобно использовать, если на-гружение такое, что  $p = \text{const}$ .

Если подставить первое уравнение состояния во второе, то получим другую форму уравнения для нахождения повреждаемости:

$$\dot{\omega}_{Ac}^c = \frac{\sigma_{e_0} (1 - \omega_{Ac}^c)^{m/n} (\xi_{ec}^c)^{\frac{n+1}{n}}}{A_{np}^c B^{1/n}}. \quad (15)$$

Уравнение (15) удобно использовать при  $\xi_{ec}^c = \xi_{e1}^c = \text{const}$ . В последнем случае интегрирование уравнения (15) приводит к выражению вида

$$\omega_{Ac}^c = 1 - \left[ 1 - \frac{n-m}{n} \frac{(\xi_{e1}^c)^{\frac{n+1}{n}} \sigma_{e_0} t}{A_{np}^c B^{1/n}} \right]^{\frac{n}{n-m}}. \quad (16)$$

Время разрушения  $t_*$  определяется из условия  $\omega_{Ac}^c = 1$ :

$$t_* = \frac{A_{np}^c B^{1/n} n}{\sigma_{e_0} (n-m) (\xi_{e1}^c)^{\frac{n+1}{n}}}. \quad (17)$$

Давление  $p$ , необходимое для реализации условий деформирования, вычисляют по формуле

$$p(t) = \frac{\sigma_{e_0} (1 - \omega_{Ac}^c)^{m/n} 2^2 (2+R)^{1/2} H h}{\sqrt{3} B^{1/n} (H_0^2 + R_0^2)} (\xi_{e1}^c)^{1/n}. \quad (18)$$

Зависимость  $\omega_A^c = \omega_A^c(t)$  находят согласно соотношению (16), а  $H = H(t)$  может быть определена из уравнения

$$t = \frac{2\sqrt{2+R}}{\sqrt{3}} \frac{\ln \frac{H^2 + R_0^2}{H_0^2 + R_0^2}}{\xi_{e1}^c}. \quad (19)$$

Предельную высоту купола  $H_*$  найдем по уравнению (19) при  $t = t_*$ .

Задание функции  $H = H(t)$  позволяет определить  $\omega_A^c = \omega_A^c(t)$  из выражений (15) или (16), а функцию  $p = p(t)$  вычисляют по формуле (13).

Аналогичным образом выполнены исследования напряженного и деформированного состояний заготовки в точке закрепления оболочки (точка  $k$ ), также получены основные уравнения и соотношения для решения поставленной задачи в предположении, что поведение материала подчиняется уравнениям кинетической теории ползучести и повреждаемости при известном законе давления от времени  $p = p(t)$  и при постоянной эквивалентной скорости деформации в куполе заготовки  $\xi_{e1}$ .

Разработаны алгоритм расчета силовых и деформационных параметров исследуемого технологического процесса и программное обеспечение для ЭВМ.

### Анализ результатов

Оценены напряженное и деформированное состояния, кинематика течения материала, силовые режимы и предельные возможности исследуемого процесса деформирования, связанные с накоплением микрповреждений, в зависимости от анизотропии механических свойств исходного материала, закона нагружения, геометрических размеров заготовки и изделия.

Расчеты выполнены для титанового сплава ВТ6С при температуре  $T = 860^\circ\text{C}$ , поведение которого описывается энергетической теорией ползучести и повреждаемости, и для титанового сплава ВТ14 при температуре  $T = 950^\circ\text{C}$ , поведение которого подчиняется кинетической

теории ползучести и повреждаемости. Механические характеристики этих материалов при формоизменении в условиях вязкого течения материала приведены в работе [3].

Зависимости изменения величин давления газа  $p$ , относительных величин толщины заготовки в куполе  $\bar{h}_c = h_c / h_0$  и в месте ее закрепления  $\bar{h}_k = h_k / h_0$ , высоты куполообразной заготовки  $\bar{H}' = H / R_0$  от времени деформирования  $t$  для титанового сплава ВТ6 ( $T = 860^\circ\text{C}$ ) при постоянной величине эквивалентной скорости деформации в куполе заготовки  $\xi_{e1}$  представлены на рис. 2. Экспериментальные данные на рисунке обозначены точками.

Из анализа результатов расчетов и графических зависимостей следует, что с ростом времени деформирования  $t$  до определенного предела резко увеличивается относительная высота заготовки  $\bar{H}'$  и уменьшается относительная толщина заготовки в куполе  $\bar{h}_c$  и в месте ее закрепления  $\bar{h}_k$ . Дальнейшее увеличение времени деформирования  $t$  приводит к плавному изменению исследуемых величин. В момент времени  $t$ , близком к разрушению заготовки, происходит резкое изменение относительных величин  $\bar{H}'$ ,  $\bar{h}_c$  и  $\bar{h}_k$ . Это связано с интенсивным ростом накопления микрповреждений в заключительной стадии процесса.

Установлено, что изменение относительной толщины в куполе заготовки  $\bar{h}_c$  происходит бо-

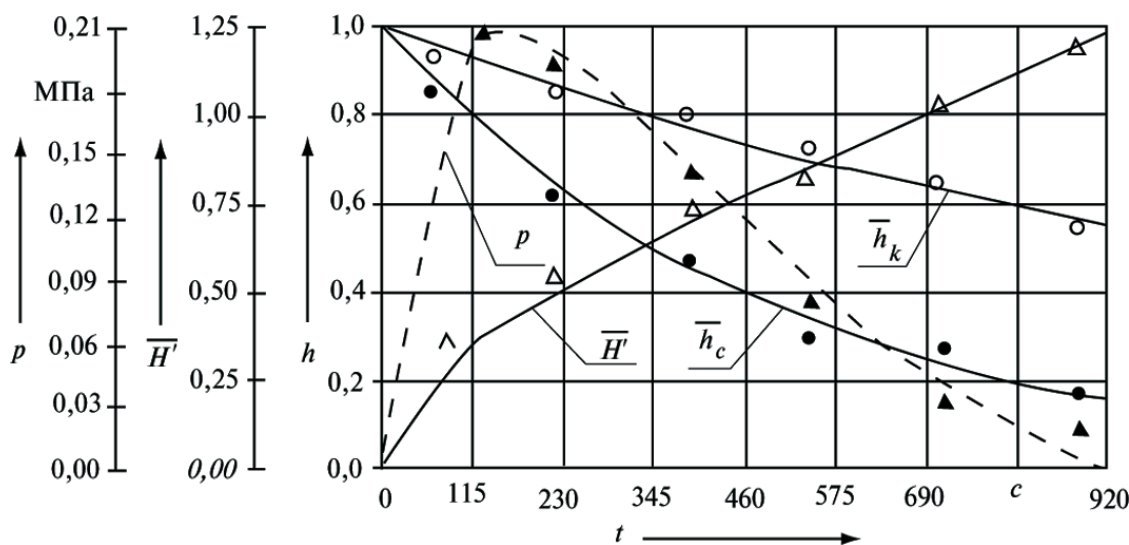


Рис. 2. Зависимости изменения  $p$ ,  $\bar{H}'$  и  $\bar{h}$  в рассматриваемых точках заготовки от времени деформирования  $t$  для титанового сплава ВТ6С ( $\bar{R}_0 = 300$ ;  $\xi_{e1} = 0,002 \text{ c}^{-1}$ )



лее интенсивно по сравнению с изменением относительной толщины в месте ее закрепления  $\bar{h}_k$ . С ростом времени деформирования  $t$  эта разница увеличивается и может достигать 50%.

Показано, что для обеспечения постоянной эквивалентной скорости деформации в куполе заготовки закон изменения давления  $p$  во времени деформирования  $t$  носит сложный характер. В начальный момент формоизменения наблюдается резкий рост давления  $p$ , так как происходит существенное изменение радиуса полусферы  $\rho_m$ . Дальнейшее увеличение времени деформирования  $t$  сопровождается уменьшением величины давления газа  $p$ .

Сопоставление теоретических и экспериментальных данных по относительной толщине в куполе заготовки  $\bar{h}_c$  и месте ее закрепления  $\bar{h}_k$ , а также относительной высоте заготовки  $\bar{H}'$  указывает на удовлетворительное их согласование (до 10%).

Установлено, что разрушение заготовки при изотермическом деформировании происходит в куполе детали, где наблюдается максимальное утонение заготовки.

Зависимости изменения времени разрушения  $t_*$ , относительной высоты  $\bar{H}'$  и толщины в куполе заготовки  $\bar{h}_*$  в момент разрушения, определенных по величине накопленных микрповреждений при  $\omega_A^c = 1$ , от величины постоянной эквивалентной скорости деформации

в куполе заготовки  $\xi_{e1}$  и коэффициента анизотропии  $R$  представлены на рис. 3 и 4 соответственно. Показано, что увеличение параметров закона нагружения  $a_p, n_p$  и величины постоянной эквивалентной скорости деформации в куполе заготовки  $\xi_{e1}$  приводит к уменьшению времени разрушения  $t_*$  и относительной высоты заготовки  $\bar{H}'$ , а также к увеличению относительной толщины в куполе заготовки  $\bar{h}_*$ .

Из анализа рис. 4 следует, что коэффициент нормальной анизотропии  $R$  оказывает существенное влияние на величину времени разрушения и относительные величины  $\bar{H}'$ ,  $\bar{h}_*$ . С ростом коэффициента анизотропии  $R$  относительное значение  $\bar{h}_*$  резко увеличивается, а время разрушения  $t_*$  и относительная высота заготовки  $\bar{H}'$  резко уменьшаются. Установлено, что не учет анизотропии механических свойств заготовки при анализе процесса изотермического формоизменения сферической оболочки дает погрешность в оценки времени разрушения  $t_*$  порядка 35%, а относительной высоты  $\bar{H}'$  и толщины в куполе заготовки  $\bar{h}_*$  в момент разрушения — 15%.

Анализ результатов расчетов показывает, что предельные возможности формоизменения в режиме вязкого течения материала, поведение которого подчиняется кинетической теории ползучести и повреждаемости (сплав ВТ14), не зависят от условий нагружения заготовки.

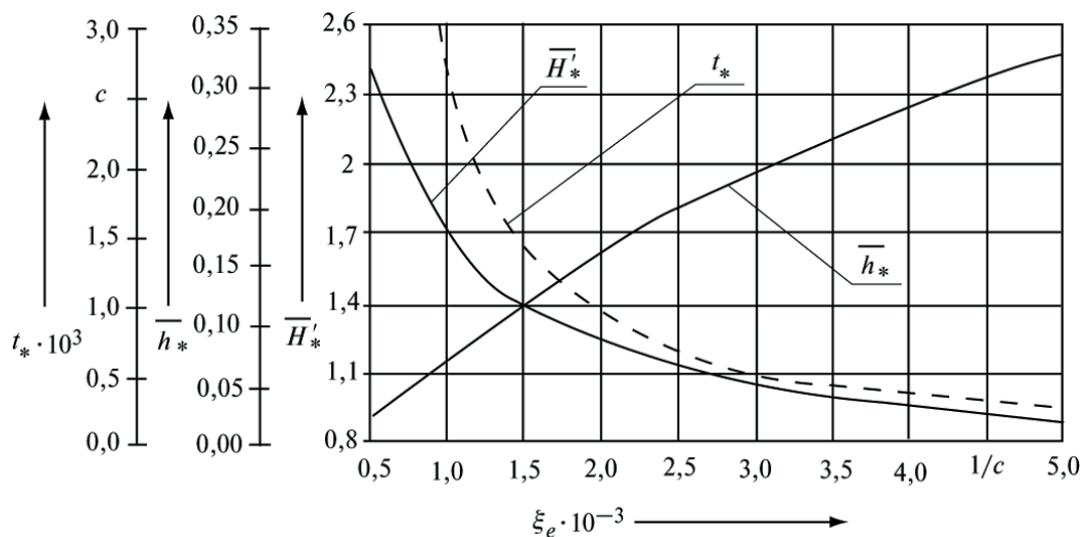


Рис. 3. Зависимости изменения  $t_*$  и  $\bar{H}'_*$ ,  $\bar{h}_*$  в куполе заготовки от  $\xi_e$  для титанового сплава ВТ6 ( $\bar{R}_0 = 300$ )

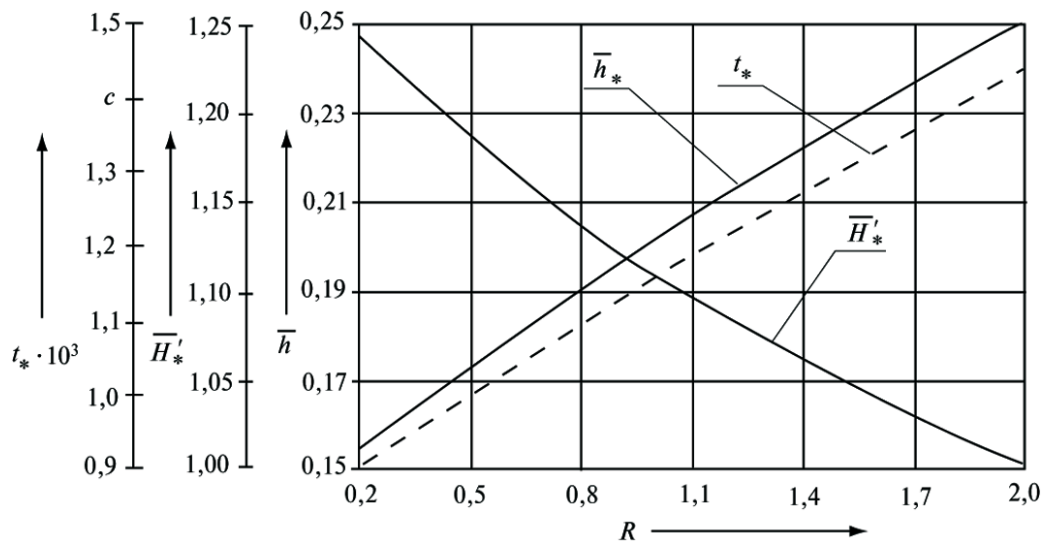


Рис. 4. Зависимости изменения  $t_*$  и  $\bar{H}'_*$ ,  $\bar{h}_*$  от  $R$  (кинетическая теория;  $\bar{R}_0 = 300$ ;  $p_0 = 0,013$  МПа ;  $a_p = 4 \cdot 10^{-3}$  МПа /  $c^{n_p}$  ;  $n_p = 0,6$ )

Установлена существенная зависимость времени разрушения  $t_*$  от параметров нагружения  $a_p$ ,  $n_p$  и величины постоянной эквивалентной скорости деформации  $\xi_{e1}$ . Увеличение параметра нагружения  $a_p$  от значения  $0,2 \cdot 10^{-3}$  МПа /  $c^{n_p}$  до  $1,4 \cdot 10^{-3}$  МПа /  $c^{n_p}$  и  $n_p$  от значения 0,5 до 0,8 при фиксированных других параметрах приводит к уменьшению времени разрушения  $t_*$  в 1,8 раза.

Показано существенное влияние геометрических размеров заготовки на величину времени разрушения  $t_*$ . Установлено, что увеличение относительной величины радиуса заготовки  $\bar{R}_0 = R_0 / h_0$  от 200 до 800 приводит к уменьшению времени разрушения более чем в 4 раза.

Литература

1. Романов К.И. Механика горячего формоизменения металлов. М.: Машиностроение, 1993. 240 с.
2. Яковлев С.П., Яковлев С.С., Андрейченко В.А. Обработка давлением анизотропных материалов. Кишинев: Квант, 1997. 332 с.
3. Изотермическое деформирование высокопрочных анизотропных материалов / С.С. Яковлев и др. М.: Машиностроение, 2004. 427с.
4. Изотермическая пневмоформовка анизотропных высокопрочных листовых материалов / С.С. Яковлев, С.Н. Ларин и др. М.: Машиностроение, 2009. 352 с.

Статья поступила в редакцию 10.09.2011 г.