

# Машиностроение и машиноведение

УДК 531.8:519.2

doi: 10.18698/0536-1044-2021-5-3-8

## Моделирование продольно-крутильного преобразователя ультразвукового медицинского инструмента

**П.А. Пья, Ю.В. Григорьев**

МГТУ им. Н.Э. Баумана

## Modeling a Longitudinal-Torsional Transducer of an Ultrasonic Medical Instrument

**P.A. Pyae, Yu.V. Grigoryev**

Bauman Moscow State Technical University

Исследованы малые колебания пространственного винтового стержня, входящего в состав продольно-крутильного преобразователя ультразвукового медицинского инструмента. Разработан алгоритм определения собственных частот и форм колебаний системы методом начальных параметров. На базе этого алгоритма в математическом пакете MATLAB выполнен расчет реального упругого элемента продольно-крутильного преобразователя. Полученные собственные частоты позволяют обеспечить работу ультразвукового медицинского инструмента в резонансном режиме.

**Ключевые слова:** пространственный винтовой стержень, продольно-крутильный преобразователь, модальный анализ, метод начальных параметров, собственная частота

The article considers small vibrations of a spatial helical rod included in the longitudinal-torsional transducer of an ultrasonic medical instrument. An algorithm for determining the natural frequencies and waveforms of system vibrations by the method of initial parameters is developed. On the basis of this algorithm the real elastic element of the longitudinal-torsional transducer is calculated using the mathematical package MATLAB. The obtained natural frequencies allow ensuring the operation of the ultrasound medical instrument in the resonant mode.

**Keywords:** spatial helical rod, longitudinal-torsional transducer, modal analysis, initial parameters method, natural frequency

Для большинства ультразвуковых инструментов рабочая частота ультразвуковых колебаний близка к 30 кГц. Исследуем малые колебания пространственного винтового стержня, входящего в состав продольно-крутильного преобразователя

преобразователя ультразвукового медицинского инструмента.

Цель работы — разработка математической модели для расчета реального упругого элемента продольно-крутильного преобразователя.

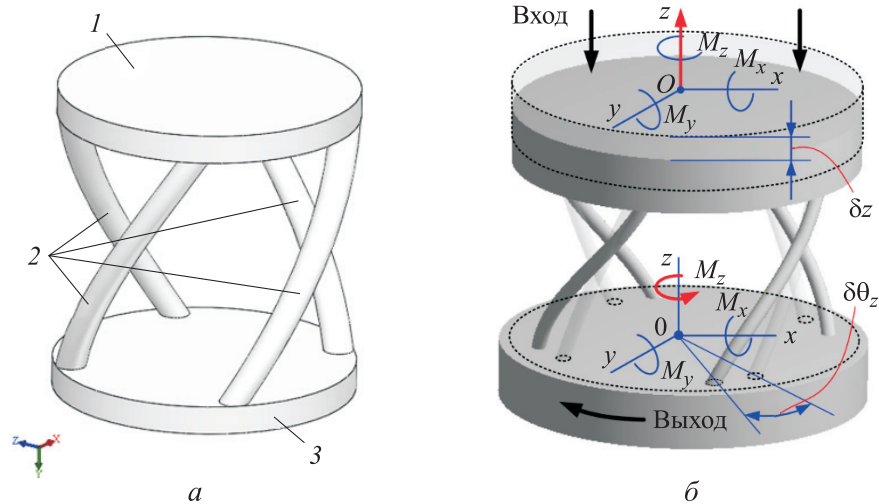


Рис. 1. Структура (а) и принцип действия (б) продольно-крутильного преобразователя: 1 — входная платформа, совершающая линейное смещение; 2 — винтовые стержни; 3 — выходная платформа, выполняющая поворотное смещение;  $M_x$ ,  $M_y$  — изгибающие моменты;  $M_z$  — крутящий момент

Исследуем продольно-крутильный преобразователь спирального типа (рис. 1, а) [1–4]. Если на входную платформу такого преобразователя подать продольное смещение  $\delta z$ , то выходная платформа, упираясь в жесткую поверхность, будет поворачиваться на угол  $\delta\theta_z$  (рис. 1, б) [5].

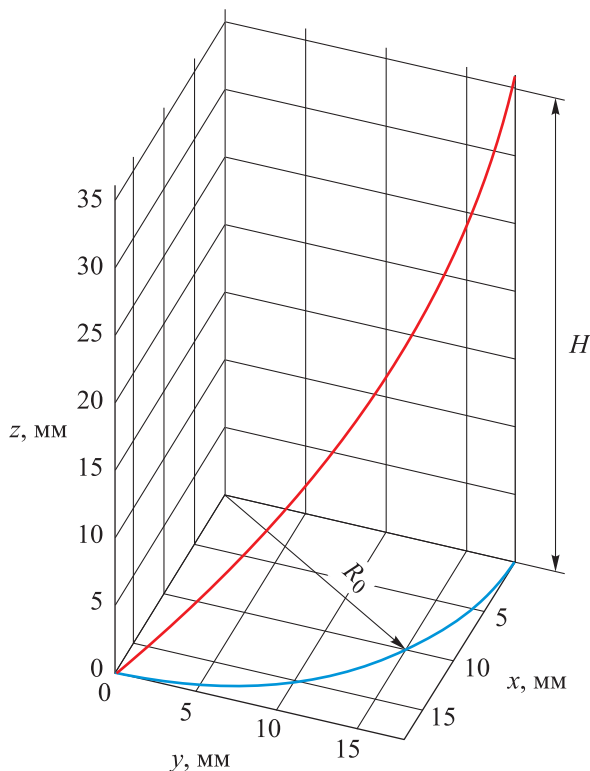


Рис. 2. Геометрическая схема винтовой линии стержня

Рассмотрим геометрическую схему винтовой линии стержня, показанную на рис. 2, где  $H$  — высота стержня;  $R_0$  — радиус окружности;  $\varphi_0$  — угол закручивания;  $d$  — диаметр сечения стержня.

Угол подъема винтовой линии  $\alpha_0$  является постоянной величиной, поэтому развертка винтовой линии на плоскости будет представлять собой прямую линию (рис. 3). Отсюда можно получить формулы, связывающие угол подъема винтовой линии  $\alpha_0$ , длину стержня  $L$ , высоту стержня  $H$ , радиус окружности  $R_0$  и угол закручивания  $\varphi_0$ :

$$\alpha_0 = \arctg \frac{H}{R_0 \varphi_0};$$

$$L = \frac{H}{\sin \alpha_0}.$$

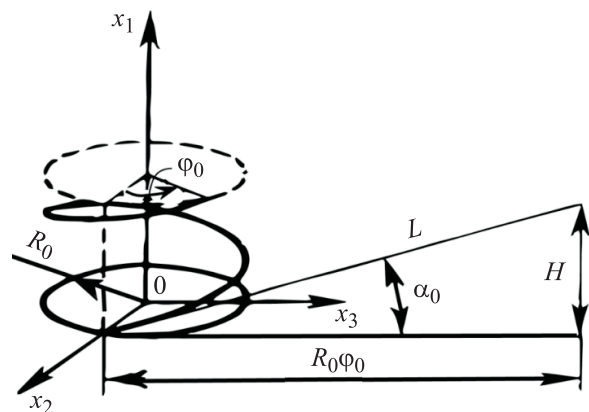


Рис. 3. Схема для расчета винтовой линии

Кривизна  $\kappa_{30}$  и кручение  $\kappa_{10}$  осевой линии стержня являются постоянными величинами и определяются выражениями [6]

$$\kappa_{30} = \frac{\cos^2 \alpha_0}{R_0}; \quad \kappa_{10} = \frac{\sin \alpha_0 \cos \alpha_0}{R_0}.$$

Малые свободные колебания пространственного стержня в безразмерном виде имеют вид [7]

$$\begin{aligned} n_1 \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial \tau^2} - \frac{\partial \Delta \mathbf{Q}}{\partial \varepsilon} - \mathbf{A}_Q \mathbf{A}^{-1} \Delta \mathbf{M} - \mathbf{A}_\kappa \Delta \mathbf{Q} &= 0; \\ J \frac{\partial^2 \boldsymbol{\vartheta}}{\partial \tau^2} - \frac{\partial \Delta \mathbf{M}}{\partial \varepsilon} - \mathbf{A}_M \mathbf{A}^{-1} \Delta \mathbf{M} - \mathbf{A}_\kappa \Delta \mathbf{M} - \mathbf{A}_1 \Delta \mathbf{Q} &= 0; \\ \frac{\partial \boldsymbol{\vartheta}}{\partial \varepsilon} + \mathbf{A}_\kappa \boldsymbol{\vartheta} - \mathbf{A}^{-1} \Delta \mathbf{M} &= 0; \\ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \varepsilon} + \mathbf{A}_\kappa \mathbf{u} + \mathbf{A}_1 \boldsymbol{\vartheta} &= 0; \\ \Delta \mathbf{M} &= \Delta \mathbf{K}; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\varepsilon = \frac{s}{l}; \quad \tau = p_0 t; \quad p_0 = \sqrt{\frac{A_{33}}{m_0 l^4}}; \quad \tilde{A}_{ii} = \frac{A_{ii}}{A_{33}};$$

$$\tilde{M} = \frac{Ml}{A_{33}}; \quad \tilde{Q} = \frac{Ql^2}{A_{33}}; \quad \tilde{J}_{ij} = \frac{J_{ij}}{F_0 l}.$$

где  $n_1$  — безразмерная погонная масса стержня;  $\mathbf{u}$  — вектор перемещений в естественной системе координат;  $\Delta \mathbf{Q}$  — вектор внутренних сил в сечении;  $\mathbf{A}_Q$  — матрица внутренних сил в состоянии равновесия;  $\mathbf{A}^{-1}$  — обратная матрица жесткостей стержня;  $\Delta \mathbf{M}$  — вектор внутренних моментов в сечении;  $\mathbf{A}_\kappa$  — матрица кривизн в состоянии равновесия;  $J$  — матрица моментов инерции сечения;  $\boldsymbol{\vartheta}$  — вектор углов поворота в естественной системе координат;  $\mathbf{A}_M$  — матрица внутренних моментов в состоянии равновесия;  $\mathbf{A}_1$  — вспомогательная единичная матрица;  $\mathbf{A}$  — матрица жесткостей стержня;  $\Delta \mathbf{K}$  — матрица приращений кривизн;  $A_{33}$  — крутильная жесткость стержня;  $m_0$  — масса единицы длины стержня;  $s$  — осевая координата сечения;  $p_0$  — коэффициент обезразмеривания времени;  $t$  — время;  $A_{ii}$  — размерные жесткости стержня;  $i$  — номер естественной оси координат;  $Q$  — размерные внутренние силы в сечении стержня;  $J_{ij}$  — моменты инерции сечения;  $j$  — номер естественной оси координат;  $F_0$  — площадь поперечного сечения; знаком «тильда» обозначены безразмерные величины (далее знак «тильда» опущен).

Ищем решение системы уравнений (1) в виде

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{Q} &= \Delta \mathbf{Q}_0(\varepsilon) e^{i\lambda \tau}; \quad \Delta \mathbf{M} = \Delta \mathbf{M}_0(\varepsilon) e^{i\lambda \tau}; \\ \boldsymbol{\vartheta} &= \boldsymbol{\vartheta}_0(\varepsilon) e^{i\lambda \tau}; \quad \mathbf{u} = \mathbf{u}_0(\varepsilon) e^{i\lambda \tau}, \end{aligned}$$

где  $\Delta \mathbf{Q}_0$  — массив приращений внутренних сил в сечении стержня;  $\lambda$  — безразмерная собственная частота стержня;  $\Delta \mathbf{M}_0$  — массив приращений внутренних моментов;  $\boldsymbol{\vartheta}_0$  — вектор начальных углов поворота сечения;  $\mathbf{u}_0$  — вектор начальных перемещений сечения.

Получаем систему обыкновенных дифференциальных уравнений [8–10]

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{Q}_0}{d\varepsilon} + \mathbf{A}_Q \mathbf{A}^{-1} \mathbf{M}_0 + \mathbf{A}_\kappa \mathbf{Q}_0 + \lambda^2 n_1 \mathbf{u}_0 &= 0; \\ \frac{d\mathbf{M}_0}{d\varepsilon} + (\mathbf{A}_M \mathbf{A}^{-1} + \mathbf{A}_\kappa) \mathbf{M}_0 + \mathbf{A}_1 \mathbf{Q}_0 + J \lambda^2 \boldsymbol{\vartheta}_0 &= 0; \\ \frac{d\boldsymbol{\vartheta}_0}{d\varepsilon} + \mathbf{A}_\kappa \boldsymbol{\vartheta}_0 - \mathbf{A}^{-1} \mathbf{M}_0 &= 0; \\ \frac{d\mathbf{u}_0}{d\varepsilon} + \mathbf{A}_\kappa \mathbf{u}_0 + \mathbf{A}_1 \boldsymbol{\vartheta}_0 &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Систему уравнений (2) можно представить в виде одного векторно-матричного уравнения [11]

$$\frac{d\mathbf{Z}_0}{d\varepsilon} + \mathbf{B}(\varepsilon, \lambda) \mathbf{Z}_0 = 0. \quad (3)$$

Здесь

$$\mathbf{Z}_0 = \begin{Bmatrix} \Delta \mathbf{Q}_0 \\ \Delta \mathbf{M}_0 \\ \boldsymbol{\vartheta}_0 \\ \mathbf{u}_0 \end{Bmatrix};$$

$$\mathbf{B}(\varepsilon, \lambda) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_\kappa & \mathbf{A}_Q \mathbf{A}^{-1} & 0 & \lambda^2 n_1 E \\ \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_M \mathbf{A}^{-1} + \mathbf{A}_\kappa & J \lambda^2 & 0 \\ 0 & -\mathbf{A}^{-1} & \mathbf{A}_\kappa & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_\kappa \end{bmatrix},$$

где  $E$  — модуль упругости стержня.

Общее решение уравнения (3) имеет вид

$$\mathbf{Z}_0(\varepsilon) = \mathbf{K}(\varepsilon) \mathbf{C},$$

где  $\mathbf{K}(\varepsilon)$  — фундаментальная матрица решений;  $\mathbf{K}(0) = E$ .

Для получения матрицы  $\mathbf{K}(\varepsilon)$  проинтегрируем однородное уравнение (3) двенадцать раз со следующими начальными условиями [12]:

$$\mathbf{Z}_0^{(1)} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{Z}_0^{(2)} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \dots, \quad \mathbf{Z}_0^{(12)} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix}.$$

На основании жесткого защемления стержня на концах имеем

$$\vartheta_1 = \vartheta_2 = \vartheta_3 = u_1 = u_2 = u_3 = 0;$$

где  $\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3$  и  $u_1, u_2, u_3$  — компоненты векторов  $\boldsymbol{\vartheta}$  и  $\mathbf{u}$  соответственно.

Это означает, что шесть компонентов вектора  $\mathbf{C}$  будут равны нулю, так как шесть компонентов вектора  $\mathbf{Z}_0$  равны нулю:

$$c_7 = c_8 = \dots = c_{12} = 0.$$

Отсюда

$$\sum_{j=1}^6 k_{ij}(1)c_j = 0 \quad (i = 7, 8, \dots, 12), \quad (4)$$

где  $k_{ij}(1)$  — элементы фундаментальной матрицы при  $\varepsilon = 1$ ;  $c_j$  —  $j$ -й компонент вектора  $\mathbf{C}$ .

Значения  $\lambda_j$ , при которых определитель системы (4) равен нулю, являются собственными частотами стержня.

После определения собственных частот стержня  $\lambda_i$  находим из уравнения (3) собственные векторные функции  $\mathbf{Z}_0^{(j)}$ , удовлетворяющие краевым условиям задачи [13]:

$$\frac{d\mathbf{Z}_0^{(j)}}{d\varepsilon} + \mathbf{B}(\varepsilon, \lambda_j)\mathbf{Z}_0^{(j)} = 0. \quad (5)$$

Из системы линейных уравнений (4) для каждого значения собственной частоты  $\lambda_j$ , взяв последние пять уравнений, находим значения  $c_2^{(j)}, c_3^{(j)}, \dots, c_6^{(j)}$  в зависимости от  $c_1^{(j)}$ . Так как собственные формы для динамических задач определяются с точностью до константы, параметр  $c_1^{(j)}$  можно положить равным единице [14].

Выполнив интегрирование уравнения (5) с полученным начальным вектором  $\mathbf{C}_j$ , получим соответствующую  $j$ -ю собственную форму колебаний.

В качестве примера приведем результаты модального анализа винтового стержня со следующими исходными данными: высота стержня  $H = 36$  мм; радиус окружности  $R_0 = 18$  мм; угол закручивания  $\varphi_0 = \pi/2$ ; диаметр сечения  $d = 4$  мм; модуль упругости  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа; коэффициент Пуассона  $\mu = 0,3$ ; плотность материала  $\rho = 7850$  кг/м<sup>3</sup>.

В ходе решения задачи в математическом пакете MATLAB получены собственные частоты стержня:  $\lambda_1 = 21,5272$ ;  $\lambda_2 = 57,7902$ ;  $\lambda_3 = 94,8396$ .

Собственные частоты стержня  $\lambda_i$  являются безразмерными величинами. Чтобы перевести безразмерные значения частот в герцы, их следует домножить на коэффициент обезразмеривания  $p_0$  и разделить на  $2\pi$  [15]:

$$\lambda_1^* = \lambda_1 \frac{p_0}{2\pi} = 8253,0265 \text{ Гц};$$

$$\lambda_2^* = \lambda_2 \frac{p_0}{2\pi} = 22\,155,4039 \text{ Гц};$$

$$\lambda_3^* = \lambda_3 \frac{p_0}{2\pi} = 36\,359,2650 \text{ Гц}.$$

## Вывод

Для большинства ультразвуковых инструментов рабочая частота ультразвуковых колебаний близка к 30 кГц. Полученные собственные частоты колебаний находятся вблизи рабочего диапазона. Путем изменения геометрических характеристик винтового стержня, а также механических свойств материала можно добиться таких условий его работы, при которых будет реализован резонансный режим.

## Литература

- [1] Кудряшев С.Б. Решение задачи анализа и синтеза продольно-крутильного ультразвукового волновода. *Молодой исследователь Дона*, 2018, № 4(13), с. 74–76. URL: [http://mid-journal.ru/upload/iblock/214/15\\_760\\_Kudryashev\\_74\\_76.pdf](http://mid-journal.ru/upload/iblock/214/15_760_Kudryashev_74_76.pdf) (дата обращения 15 декабря 2020).
- [2] Пья П.А., Григорьев Ю.В. Численный метод расчета нелинейной упругой характеристики продольно-поперечного преобразователя. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2020, № 9, с. 3–8, doi: 10.18698/0536-1044-2020-9-3-8
- [3] Cardoni A., Harkness P., Lucas M. Ultrasonic Rock Sampling Using Longitudinal-Torsional Vibrations. *Physics Procedia*, 2010, no. 3, pp. 125–134, doi: 10.1016/j.phpro.2010.01.018
- [4] Rongqi Wang, Zhiwei Zhu, Qiang Liu, Xiaoqin Zhou. Compliant linear-rotation motion transduction element based on novel spatial helical flexure hinge. *Mechanism and Machine Theory*, 2015, no. 92, pp. 330–337, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2015.06.005

- [5] Zhou G., Zhang Y., Zhang B. The Complex-mode Vibration of Ultrasonic Vibration Systems. *Ultrasonics*, 2002, vol. 40, pp. 907–911, doi: 10.1016/s0041-624x(02)00224-x
- [6] Pyae Phyo Aung, Grigoryev Y.V. Waveguide modal analysis of the ultrasonic medical instrument. *Journal of Physics: conference series*, 2020, vol. 1479, no. 012121, doi: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1479/1/012121>
- [7] Svetlitsky V.A. *Engineering Vibration Analysis: Worked Problems. B. 2*. Berlin, Springer, 2010. 343 p.
- [8] Тарасова Г.Б., Дюдин Б.В. Ультразвуковой инструмент Ultrasonic tool. *Известия ЮФУ. Технические науки*, 2004, № 1(36), с. 122–126.
- [9] Бидерман В.Л. *Механика тонкостенных конструкций. Статика Mechanics of thin-walled structures. Static*. Москва, URSS, 2017. 485 с.
- [10] Красноруцкий Д.А., Левин В.Е., Пустовой Н.В. Нелинейная динамика тонких упругих стержней. *Нелинейные колебания механических систем. Тр. IX Всеросс. науч. конф.*, Нижний Новгород, Изд-во Наш дом, 2012, с. 557–565.
- [11] Наумов А.М. Применение метода последовательных нагружений при решении задач механики плоских стержней. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2016, № 12, с. 33–42, doi: 10.18698/0536-1044-2016-12-33-42
- [12] Гаврюшин С.С., Барышникова О.О., Борискин О.Ф. *Численный анализ элементов конструкций машин и приборов Numerical analysis of structural elements of machines and devices*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. 479 с.
- [13] Левин В.Е., Пустовой Н.В. *Механика деформирования криволинейных стержней Mechanics of deformation of curved rods*. Новосибирск, Изд-во НГТУ, 2008. 208 с.
- [14] Svetlitsky V.A. *Engineering Vibration Analysis: Worked Problems. B. 1*. Berlin, Springer, 2004. 316 p.
- [15] Акопян Б.В., Ершов Ю.А. *Основы взаимодействия ультразвука с биологическими объектами. Ультразвук в медицине, ветеринарии и экспериментальной биологии*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005. 224 с.

## References

- [1] Kudryashev S.B. Solution to the problem of analysis and synthesis of longitudinal-torsion ultrasonic waveguide. *Molodoy issledovatel' Dona*, 2018, no. 4(13), pp. 74–76. Available at: [http://mid-journal.ru/upload/iblock/214/15\\_760\\_Kudryashev\\_74\\_76.pdf](http://mid-journal.ru/upload/iblock/214/15_760_Kudryashev_74_76.pdf) (accessed 15 December 2020).
- [2] P'ya P.A., Grigor'yev Yu.V. A Numerical Method for Calculating the Nonlinear Elastic Characteristic of Longitudinal-Transverse Transducers. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2020, no. 9, pp. 3–8, doi: 10.18698/0536-1044-2020-9-3-8
- [3] Cardoni A., Harkness P., Lucas M. Ultrasonic Rock Sampling Using Longitudinal-Torsional Vibrations. *Physics Procedia*, 2010, no. 3, pp. 125–134, doi: 10.1016/j.phpro.2010.01.018
- [4] Rongqi Wang, Zhiwei Zhu, Qiang Liu, Xiaoqin Zhou. Compliant linear-rotation motion transduction element based on novel spatial helical flexure hinge. *Mechanism and Machine Theory*, 2015, no. 92, pp. 330–337, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2015.06.005
- [5] Zhou G., Zhang Y., Zhang B. The Complex-mode Vibration of Ultrasonic Vibration Systems. *Ultrasonics*, 2002, vol. 40, pp. 907–911, doi: 10.1016/s0041-624x(02)00224-x
- [6] Pyae Phyo Aung, Grigoryev Y.V. Waveguide modal analysis of the ultrasonic medical instrument. *Journal of Physics: conference series*, 2020, vol. 1479, no. 012121, doi: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1479/1/012121>
- [7] Svetlitsky V.A. *Engineering Vibration Analysis: Worked Problems. B. 2*. Berlin, Springer, 2010. 343 p.
- [8] Tarasova G.B., Dyudin B.V. Ultrasonic tool. *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskiye nauki*, 2004, no. 1(36), pp. 122–126 (in Russ.).
- [9] Biderman V.L. *Mekhanika tonkostennykh konstruksiy. Statika* [Mechanics of thin-walled structures. Static]. Moscow, URSS publ., 2017. 485 p.
- [10] Krasnorutskiy D.A., Levin V.E., Pustovoy N.V. Nonlinear dynamics of thin elastic rods. *Nelineynyye kolebaniya mekhanicheskikh sistem. Tr. IX Vseross. nauch. konf.* [Nonlinear oscillations of mechanical systems. Proceedings of the IX All-Russian Scientific Conference]. Nizhny Novgorod, Nash dom publ., 2012, pp. 557–565 (in Russ.).

- [11] Naumov A.M. The Application of the Method of Successive Loadings when Solving Problems of Mechanics of Flat Rods. *Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*, 2016, no. 12, pp. 33–42, doi: 10.18698/0536-1044-2016-12-33-42
- [12] Gavryushin S.S., Baryshnikova O.O., Boriskin O.F. *Chislennyy analiz elementov konstruktsiy mashin i priborov* [Numerical analysis of structural elements of machines and devices]. Moscow, Bauman Press, 2014. 479 p.
- [13] Levin V.E., Pustovoy N.V. *Mekhanika deformirovaniya krivolineynykh sterzhney* [Mechanics of deformation of curved rods]. Novosibirsk, NSTU publ., 2008. 208 p.
- [14] Svetlitsky V.A. *Engineering Vibration Analysis: Worked Problems. B. 1*. Berlin, Springer, 2004. 316 p.
- [15] Akopyan B.V., Ershov Yu.A. *Osnovy vzaimodeystviya ul'trazvuka s biologicheskimi ob'yektami. Ul'trazvuk v meditsine, veterinarii i eksperimental'noy biologii* [Fundamentals of interaction of ultrasound with biological objects. Ultrasound in medicine, veterinary medicine and experimental biology]. Moscow, Bauman Press, 2005. 224 p.

Статья поступила в редакцию 15.12.2020

## Информация об авторах

**ПЬЯ ПЬО АУНГ** — аспирант кафедры «Прикладная механика». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: pyaephyo88@mail.ru).

**ГРИГОРЬЕВ Юрий Всеволодович** — кандидат технических наук, доцент кафедры «Прикладная механика». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: grigoryev@bmstu.ru).

## Information about the authors

**PYAЕ Phyо Aung** — Postgraduate Student, Department of Applied Mechanics. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Bauman-skaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: pyaephyo88@mail.ru).

**GRIGORYEV Yuri Vselovolodovich** — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Department of Applied Mechanics. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: grigoryev@bmstu.ru).

### Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Пья П.А., Григорьев Ю.В. Моделирование продольно-крутильного преобразователя ультразвукового медицинского инструмента. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2021, № 5, с. 3–8, doi: 10.18698/0536-1044-2021-5-3-8

### Please cite this article in English as:

Pyaе P.A., Grigoryev Yu.V. Modeling a Longitudinal-Torsional Transducer of an Ultrasonic Medical Instrument. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2021, no. 5, pp. 3–8, doi: 10.18698/0536-1044-2021-5-3-8