

УДК 621.01 (075.8)

doi: 10.18698/0536-1044-2021-6-23-36

# Целочисленный структурный синтез многоконтурных рычажных механизмов со сложными шарнирами для разных областей машиностроения\*

В.И. Пожбелко, Е.Н. Куц

ФГАОУ ВО «Южно-Уральский государственный университет  
(национальный исследовательский университет)»

## Integer Structural Synthesis of Multiloop Lever Mechanisms with Multiple Joints for Different Areas of Mechanical Engineering

V.I. Pozhbelko, E.N. Kuts

Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education — South Ural State University  
(National Research University)

Рассмотрена задача структурного синтеза разнообразных рычажных механизмов со сложными шарнирами. Структурный синтез многозвенных механизмов, с одной стороны, является первоочередным и наиболее сложным вследствие большого количества вариантов структурных решений, а с другой — самым важным этапом проектирования. Для решения поставленной задачи предложена теорема целочисленного структурного синтеза многоконтурных кинематических цепей со сложными шарнирами. На ее базе установлено все конечное множество структурных решений для направленного синтеза на уровне изобретений разнообразных работоспособных многоконтурных рычажных механизмов со сложными шарнирами разной кратности. Предложен алгоритм структурного синтеза многоконтурных рычажных механизмов заданной подвижности с разнообразными сложными шарнирами. Эффективность предлагаемого алгоритма подтверждена примерами его применения для целочисленного структурного синтеза схвата манипулятора, щековой дробилки, прямолинейно-направляющего шарнирного грузоподъемного механизма манипулятора и универсального многоточечного шарнирного зажимного устройства, а также результатами экспериментальных исследований их действующих макетов.

**Ключевые слова:** структурный синтез, многоконтурный рычажный механизм, независимые замкнутые контуры, многократные шарниры

The article considers the problem of structural synthesis of various lever mechanisms with multiple joints. Structural synthesis of multi-link mechanisms, on the one hand, is the primary and most difficult, due to the large number of options for structural solutions and, on the other hand, it is the most important design stage. To solve the problem under study, a theorem of integer structural synthesis of multi-loop kinematic chains with multiple joints is proposed. On the basis of the theorem the entire finite sets of structural solutions for di-

\* Работа поддержана Актом 211 Правительства Российской Федерации, договором № 02.А03.21.0011.

rected synthesis are determined at the level of inventions of various working multi-loop lever mechanisms with multiple joints of different multiplicity. An algorithm for the structural synthesis of multi-loop lever mechanisms of a given mobility with a variety of multiple joints is proposed. The effectiveness of the proposed algorithm is confirmed by examples of its application for an integer structural synthesis of a manipulator gripper, a jaw crusher, a rectilinear-guiding articulated lifting mechanism of the manipulator and a universal multi-point articulated clamping device, as well as by the results of experimental studies of their operating models.

**Keywords:** structural synthesis, multi-link lever mechanism, independent closed loops, multiple joints

Структурный синтез многозвенных механизмов, с одной стороны, является первоочередным и наиболее сложным вследствие неопределенности количества возможных структурных решений, а с другой — это самый важный этап их проектирования, предопределяющий функциональные и эксплуатационные характеристики применения рычажных передач в разных областях техники [1–10].

Оптимальный структурный синтез заключается в создании многоконтурных структур, не содержащих вредных избыточных связей, которые могут возникать как в плоской замкнутой кинематической цепи (КЦ) из-за неправильного набора звеньев, так и в пространственной структуре вследствие неправильного набора кинематических пар [2, 11].

Кроме традиционных рычажных механизмов, состоящих только из простых шарниров (одноподвижных вращательных кинематических пар) [12–18], опытные конструкторы стали применять созданные на основе интуиции и эксперимента рычажные передачи со сложными многократными шарнирами (МКШ).

На практике установлено, что разнообразные конструкции с МКШ являются более компактными, обладают меньшей массой и расширенными функциональными возможностями [3, 19, 20–24]. Однако в современных учебниках по теории механизмов и машин [4–9] отсутствуют методы структурного синтеза многозвенных рычажных механизмов с МКШ, имеющих по сравнению с простыми шарнирами увеличенное число неизвестных выходных параметров структурного синтеза с учетом многообразия МКШ.

Цель работы — создание методики структурного синтеза многоконтурных рычажных механизмов с МКШ без избыточных связей на основе универсальной структурной математической модели возможных плоских и пространственных механических систем. Чтобы подтвердить эффективность разработанной

методики, приведены примеры ее использования для создания на уровне изобретений [26–30] разнообразных перспективных механизмов с МКШ для различных областей техники.

**Базовые понятия теории механизмов со сложными шарнирами.** В разработанной профессором В.И. Пожбелко [22, 25] единой теории структуры механических систем приведены общие структурные зависимости для плоских и пространственных структур со связями любых типов и видов применительно к плоским и сферическим рычажным механизмам, работающим в пространстве движений и содержащим как простые, так и сложные шарниры (МКШ). Для направленного структурного синтеза этих зависимостей их можно преобразовать следующим образом.

*Ассортимент (набор) звеньев КЦ*

$$[LA] = [n_2, n_3, n_4, n_6, \dots, n_i],$$

где  $n_2, n_3, n_4, n_5, n_6, n_i$  — число двух-, трех-, четырех-, пяти-, шести- и  $i$ -шарнирных звеньев,  $i$  — число шарниров (вершин).

*Ассортимент (набор) сложных шарниров в замкнутой КЦ*

$$[MJA] = [v_2 \cdot v_3 \cdot v_4, \dots, v_j], \quad j \geq K,$$

где  $v_2, v_3, v_4, \dots, v_j$  — число сложных шарниров кратностью  $j$ ;  $K$  — число взаимно независимых замкнутых контуров КЦ.

*Приведенное число сложных шарниров*

$$V = v_2 + 2v_3 + 3v_4 + \dots + (j-1)v_j, \quad V \leq 2(K-1).$$

Следует отметить, что приведенное число сложных шарниров  $V$  представляет собой разность между числом кинематических пар и числом шарниров в КЦ.

*Число степеней свободы (подвижности) механизма*

$$W = (n_2 - 3) - [n_4 + 2n_5 + 3n_6 + \dots] - V, \quad W \geq 1.$$

Структурная математическая модель  $K$ -контурных механических систем имеет вид

$$\left\{ \begin{aligned} \tilde{n} &= n_2 + n_3 + n_4 + \dots + n_i = \\ &= (W + 2K + 1) - p_2 - q; \\ 2n_2 + 3n_3 + 4n_4 + \dots + in_i &= \\ &= 2(W + 3K - p_2 - q) - V; \quad (1) \\ v_2 + v_3 + v_4 + v_5 + \dots + v_{j_{\max}} &= \tilde{J} \\ v_2 + 2v_3 + 3v_4 + \dots &= V; \\ i_{\max} = K + 1; j_{\max} = K; V_{\max} &= 2(K - 1), \end{aligned} \right.$$

где  $\tilde{n}$  — общее число звеньев замкнутой КЦ;  $p_2$  — количество двухподвижных кинематических пар;  $q$  — число избыточных связей в  $K$ -контурной цепи ( $K \geq 2$ ),  $q \geq 1$ ;  $i_{\max}$  — наибольшее возможное число вершин (шарниров) в одном звене;  $j_{\max}$  — максимальное число МКШ в  $K$ -контурной КЦ;  $V_{\max}$  — максимальное приведенное число сложных шарниров;  $\tilde{J}$  — суммарное число сложных шарниров разной кратности  $j$ .

**Теорема целочисленного структурного синтеза многоконтурных КЦ со сложными шарнирами.** Рассмотрим задачу поиска всех возможных наборов сложных шарниров в замкнутой  $K$ -контурной КЦ.

Покажем, что эту задачу можно решить, не прибегая к построению КЦ, а лишь находя целочисленные решения следующего неравенства:

$$v_2 + 2v_3 + 3v_4 + \dots + (K - 1)v_K \leq 2(K - 1). \quad (2)$$

Для решения задачи предлагается следующая теорема целочисленного структурного синтеза, позволяющая рассчитать конечное множество возможных наборов  $[MJA] = [v_2, v_3, v_4, \dots, v_K]$  сложных шарниров разных типов и количества для последующей сборки из них КЦ с заданным числом контуров  $K \geq 2$ .

**Теорема целочисленного структурного синтеза.** Для любой замкнутой  $K$ -контурной цепи со сложными шарнирами, где  $K \geq 2$ , все возможные наборы сложных шарниров определяются как неотрицательные целочисленные решения неравенства (2), а конечное число неотрицательных целочисленных решений рассчитывается следующим образом:

$$Z = \sum N_i(C_0),$$

$$N_i(C_0) = \begin{cases} \frac{C_0^2}{4} + C_0 + \frac{3}{4}, & C_0 - \text{нечетное число;} \\ \frac{C_0^2}{4} + C_0 + 1, & C_0 - \text{четное число;} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} C_0 &= 2(K - 1) - [3v_4 + 4v_5 + \dots + (K - 1)v_K], \\ 0 &\leq C_0 \leq 2(K - 1), \end{aligned}$$

где  $N_i(C_0)$  — число целочисленных решений для значения  $C_0$ .

**Доказательство.** Используя теорию графов [31], докажем, что  $V \leq 2(K - 1)$  справедливо для плоских КЦ без пересекающихся звеньев.

Поставим в соответствие замкнутой КЦ граф, где шарниры КЦ соответствуют его вершинам, а звенья заменяются по следующему правилу: двухшарнирное — на два ребра, трехшарнирное — на три и т. д. Для полученного графа будет справедливо соотношение Эйлера  $n - e + f = 2$ , где  $n$ ,  $e$  и  $f$  — число вершин, ребер и граней графа соответственно.

Число вершин такого графа  $n = v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + \dots$ , число ребер  $e = 2n_2 + 3n_3 + 3n_4 + \dots$ , число граней  $f = K + 1 + (n_2 + n_3 + n_4 + \dots)$  [25]. Подставляя число вершин, ребер и граней в соотношение Эйлера, а также учитывая общее число звеньев КЦ  $\tilde{n} = n_2 + n_3 + \dots$  и число кинематических пар  $p = v_1 + 2v_2 + 3v_3 + \dots$ , после преобразований получаем  $p = K - 1 + \tilde{n}$ .

С учетом того, что число шарниров КЦ  $s = v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + \dots$ , а число кинематических пар  $p$ , имеем  $v_2 + 2v_3 + 3v_4 + \dots = K - 1 + \tilde{n} - (v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + \dots)$ . В то же время, принимая во внимание, что  $v_2 + 2v_3 + 3v_4 + \dots = V$  и число шарниров  $s$ , получаем  $V = K - 1 + (\tilde{n} - s)$ .

Докажем, справедливость выражения  $(\tilde{n} - s) \leq (K - 1)$ . Для этого повторно используем соотношение Эйлера

$$s - (2n_2 + 3n_3 + \dots) + K + 1 + (n_2 + n_3 + n_4 + \dots) = 2.$$

Преобразуем это выражение к виду

$$\begin{aligned} K - 1 &= (n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + \dots) + \\ &+ (n_3 + 2n_4 + 3n_5 + \dots) - s. \end{aligned}$$

Тогда с учетом общего числа звеньев  $\tilde{n}$  имеем

$$\tilde{n} - s = K - 1 - (n_3 + 2n_4 + 3n_5 + \dots),$$

причем

$$n_3 + 2n_4 + 3n_5 + \dots \geq 0.$$

Следовательно,  $\tilde{n} - s \leq K - 1$ , и равенство достигается при  $n_3 + 2n_4 + 3n_5 + \dots = 0$ , т. е. при

$n_3 = n_4 = n_5 = \dots = 0$  приведенное число сложных шарниров  $V = K - 1 + (\tilde{n} - s)$ . С учетом того, что  $\tilde{n} - s \leq K - 1$  получаем  $V \leq 2(K - 1)$ .

Далее находим число неотрицательных целочисленных решений неравенства

$$v_2 + 2v_3 + 3v_4 + \dots \leq 2(K - 1). \quad (3)$$

В работе [23] доказано, что если в КЦ присутствует шарнир кратностью  $j > K$ , то КЦ становится разделимой по этому шарниру, т. е. его удаление приводит к образованию механически несвязанных частей. Далее такие разделимые КЦ рассматривать не будем, поэтому неравенство (3) принимает вид

$$v_2 + 2v_3 + 3v_4 + \dots + (K - 1)v_K \leq 2(K - 1). \quad (4)$$

Оценим число решений неравенства (4), для чего запишем его как

$$v_2 + 2v_3 \leq 2(K - 1) - [3v_4 + 4v_5 + \dots + (K - 1)v_K].$$

Обозначим через  $C_0 = 2(K - 1) - [3v_4 + 4v_5 + \dots + (K - 1)v_K]$ . По оси абсцисс будем откладывать значения  $v_2$ , по оси ординат —  $v_3$ . Число неотрицательных целочисленных решений неравенства (4) при некотором значении  $C_0$  обозначим как  $N(C_0)$ . Оно будет равно числу точек с целочисленными координатами, для которых одновременно выполняются три условия:  $v_2 \geq 0$ ,  $v_3 \geq 0$  и  $v_2 + 2v_3 \geq C_0$ .

Число таких точек легко определить с помощью теоремы Пика [32]: площадь многоугольника, построенного на узлах квадратной решетки со стороной, равной единице, определяется выражением  $S = r/2 + g - 1$ , где  $r$  — число лежащих на границе многоугольника узлов;  $g$  — число узлов, которые лежат внутри многоугольника.

Если  $C_0$  — четное число, то необходимо рассмотреть прямоугольный треугольник с вершинами в точках  $(0, 0)$ ,  $(C_0, 0)$  и  $(0, C_0/2)$ , а если  $C_0$  — нечетное число — четырехугольник с вершинами в точках  $(0, 0)$ ,  $(C_0, 0)$ ,  $(1, [C_0/2])$  и  $(0, [C_0/2])$ . Здесь  $[C_0/2]$  — целая часть числа.

Применяя теорему Пика для этих случаев, получаем

$$N_i(C_0) = \begin{cases} \frac{C_0^2}{4} + C_0 + \frac{3}{4}, & C_0 - \text{нечетное число;} \\ \frac{C_0^2}{4} + C_0 + 1, & C_0 - \text{четное число.} \end{cases}$$

Таким образом, конечное число неотрицательных целочисленных решений неравен-

ства (2) рассчитывается как сумма всех решений:  $Z = \sum N_i(C_0)$ .

Наборы сложных шарниров и их количество, рассчитанные по теореме, приведены в таблице. Она содержит возможное множество структурных решений для направленного синтеза разнообразных рычажных механизмов со сложными шарнирами в замкнутой многоконтурной КЦ.

**Алгоритм структурного синтеза многоконтурных рычажных механизмов со сложными шарнирами.** Целочисленный структурный синтез плоских многоконтурных рычажных механизмов со сложными шарнирами и задаваемыми значениями подвижности  $W$ , числа взаимно независимых замкнутых контуров  $K$  и приведенного числа сложных шарниров  $V$  содержит следующие этапы.

*Этап I.* Целочисленное решение алгебраических уравнений синтеза (1) при заданных значениях параметров  $W$ ,  $K$  и  $V$  для определения выходных параметров синтеза  $n_i$  и  $v_j$ .

*Этап II.* Составление рассчитанных наборов многошарнирных звеньев  $n_i$  и сложных шарниров КЦ  $v_j$ , состоящей из взаимно независимых замкнутых контуров  $K$ .

*Этап III.* Выбор в синтезированной  $K$ -контурной цепи вариантов выполнения стойки, входного и выходного звеньев для образования на основе данной КЦ многозвенного рычажного механизма и возможности его эффективного применения в разных областях машиностроения.

**Структурный синтез двухконтурного рычажного механизма схвата манипулятора.**

Входные параметры структурного синтеза:

- подвижность механизма  $W = 1$ ;
- число взаимно независимых замкнутых контуров  $K = 2$ ;
- приведенное число сложных шарниров  $V = V_{\max} = 2(K - 1) = 2$ , где  $V_{\max}$  — его максимальное значение.

После подстановки в структурную математическую модель (1) входных параметров для синтеза плоских механизмов ( $n_3 = 0$ ) без избыточных связей ( $q = 0$ ) и высших кинематических пар ( $p_2 = 0$ ) имеем

$$\begin{cases} \tilde{n} = n_2 + n_3 = W + 2K + 1 = 6; \\ 2n_2 + 3n_3 = 2(W + 3K) - V = 12; \\ v_2 = V = 2. \end{cases}$$

**Целочисленные решения задачи структурного синтеза многоконтурных КЦ  
со сложными шарнирами для разного числа взаимно независимых замкнутых контуров  $K$**

$K = 2$		$K = 3$		$K = 4$		$K = 5$		$K = 5$	
$V$	$[MJA]$	$V$	$[MJA]$	$V$	$[MJA]$	$V$	$[MJA]$	$V$	$[MJA]$
0	[0]	0	[0·0]	0	[0·0·0]	0	[0·0·0·0]	7	[0·0·1·1]
1	[1]	1	[1·0]	1	[1·0·0]	1	[1·0·0·0]	7	[0·2·1·0]
2	[2]	2	[0·1]	2	[0·1·0]	2	[0·1·0·0]	7	[1·0·2·0]
-	-	2	[2·0]	2	[2·0·0]	2	[2·0·0·0]	7	[1·1·0·1]
-	-	3	[1·1]	3	[0·0·1]	3	[0·0·1·0]	7	[1·3·0·0]
-	-	3	[3·0]	3	[1·1·0]	3	[1·1·0·0]	7	[2·1·1·0]
-	-	4	[0·2]	3	[3·0·0]	3	[3·0·0·0]	7	[3·0·0·1]
-	-	4	[2·1]	4	[0·2·0]	4	[0·2·0·0]	7	[3·2·0·0]
-	-	4	[4·0]	4	[1·0·1]	4	[0·0·0·1]	7	[4·0·1·0]
-	-	-	-	4	[2·1·0]	4	[1·0·1·0]	7	[5·1·0·0]
-	-	-	-	4	[4·0·0]	4	[2·1·0·0]	7	[7·0·0·0]
-	-	-	-	5	[0·1·1]	4	[4·0·0·0]	8	[0·1·2·0]
-	-	-	-	5	[1·2·0]	5	[0·1·1·0]	8	[0·2·0·1]
-	-	-	-	5	[2·0·1]	5	[1·2·0·0]	8	[0·4·0·0]
-	-	-	-	5	[3·1·0]	5	[1·0·0·1]	8	[0·0·0·2]
-	-	-	-	5	[5·0·0]	5	[2·0·1·0]	8	[1·0·1·1]
-	-	-	-	6	[0·0·2]	5	[3·1·0·0]	8	[1·2·1·0]
-	-	-	-	6	[0·3·0]	5	[5·0·0·0]	8	[2·1·0·1]
-	-	-	-	6	[1·1·1]	6	[0·0·2·0]	8	[2·0·2·0]
-	-	-	-	6	[2·2·0]	6	[0·1·0·1]	8	[2·3·0·0]
-	-	-	-	6	[3·0·1]	6	[0·3·0·0]	8	[3·1·1·0]
-	-	-	-	6	[4·1·0]	6	[1·1·1·0]	8	[4·0·0·1]
-	-	-	-	6	[6·0·0]	6	[2·0·0·1]	8	[4·2·0·0]
-	-	-	-	-	-	6	[2·2·0·0]	8	[5·0·1·0]
-	-	-	-	-	-	6	[3·0·1·0]	8	[6·1·0·0]
-	-	-	-	-	-	6	[4·1·0·0]	8	[8·0·0·0]
-	-	-	-	-	-	6	[6·0·0·0]	-	-

Эта модель имеет следующие наборы целочисленных решений:

- $n_2 = 6; n_3 = 0; \tilde{n} = n_2 + n_3 = 6 \Rightarrow [LA]_{V=2} = [n_2, n_3] = [6, 0];$
- $v_2 = 2 \Rightarrow [MJA] = [v_2] = [2].$

На их основе согласно предложенному алгоритму получаем структурную схему двухконтурного рычажного механизма схвата манипулятора в виде оптимальной шестизвенной структуры с двумя двукратными ( $j_2$ ) МКШ (рис. 1). Применение сложных шарниров позволяет осуществить безреактивный зажим изделия с двух сторон.

**Синтез трехконтурного рычажного механизма щековой дробилки.**

Входные параметры структурного синтеза:

- подвижность механизма  $W = 1;$

- число взаимно независимых замкнутых контуров  $K = 3;$

- приведенное число сложных шарниров  $V = V_{\max} = 2(K - 1) = 4.$

После подстановки в структурную математическую модель (1) входных параметров для синтеза плоских механизмов ( $n_3 = n_4 = 0$ ) без избыточных связей ( $q = 0$ ) и высших кинематических пар ( $p_2 = 0$ ) имеем

$$\begin{cases} \tilde{n} = n_2 + n_3 + n_4 = W + 2K + 1 = 8; \\ n_2 = 8; n_3 = 0; n_4 = 0; \\ 2n_2 + 3n_3 + 4n_4 = 2(W + 3K) - V = 16; \\ v_2 + 2v_3 = V = 4. \end{cases}$$

Эта модель имеет следующие наборы целочисленных решений:

- $\tilde{n} = n_2 + n_3 + n_4 = 8 \Rightarrow [LA] = [n_2, n_3, n_4] = [8, 0, 0];$
- $v_2 = 4; v_3 = 0 \Rightarrow [MJA] = [v_2 \cdot v_3] = [4 \cdot 0].$

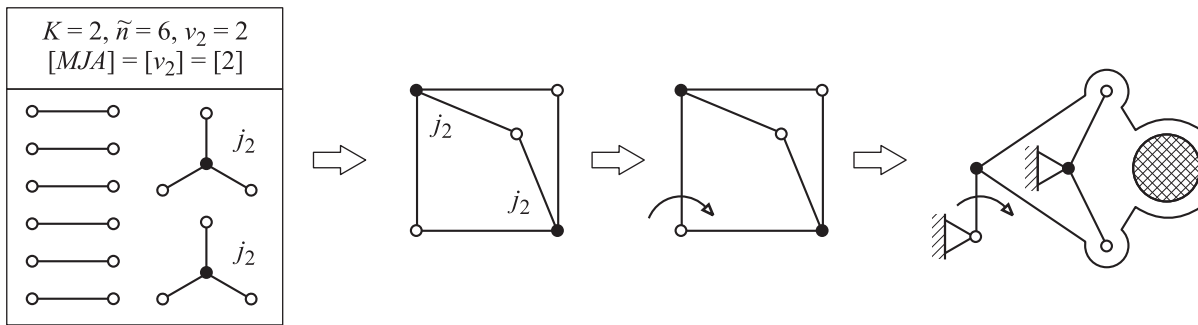


Рис. 1. Процедура структурного синтеза двухконтурного рычажного механизма схвата манипулятора с двумя сложными МКШ

На их основе согласно указанному алгоритму получаем структурную схему трехконтурного рычажного механизма без избыточных связей для создания щековой дробилки в виде оптимальной восьмизвенной структуры с четырьмя двукратными МКШ (рис. 2). Выполнение рычажного механизма на основе сложных шарниров обеспечивает повышение раскалывающего усилия за счет возникновения в механизме двойного клинового эффекта.

### Синтез четырехконтурного рычажного прямолинейно-направляющего грузоподъемного механизма манипулятора.

Входные параметры структурного синтеза:

- подвижность механизма  $W = 1$ ;
- число взаимно независимых замкнутых контуров  $K = 4$ ;
- приведенное число сложных шарниров  $V = V_{\max} = 2(K - 1) = 6$ .

После подстановки в структурную математическую модель (1) входных параметров для синтеза плоских механизмов без избыточных связей ( $q = 0$ ) и высших кинематических пар ( $p_2 = 0$ ) получаем

$$\begin{cases} \tilde{n} = n_2 + n_3 + n_4 + n_5 = W + 2K + 1 = 12; \\ 2n_2 + 3n_3 + 4n_4 + 5n_5 = 2(W + 3K) - V = 20; \\ v_2 + 2v_3 + 3v_4 = V = 6. \end{cases}$$

Эта модель имеет следующие наборы целочисленных решений:

- $V = 4 \Rightarrow v_2 = 4; v_3 = v_4 = 0 \Rightarrow [MJA] = [4 \cdot 0 \cdot 0];$   
 $n_2 = 8; n_3 = 2; n_4 = n_5 = 0 \Rightarrow [LA] = [8, 2, 0, 0];$
- $V = 5 \Rightarrow v_2 = 3; v_3 = 1; v_4 = 0 \Rightarrow [MJA] = [3 \cdot 1 \cdot 0];$   
 $n_2 = 9; n_3 = 1; n_4 = n_5 = 0 \Rightarrow [LA] = [9, 1, 0, 0];$
- $V = V_{\max} = 6 \Rightarrow v_2 = 2, v_3 = 2, v_4 = 0 \Rightarrow [MJA] =$   
 $= [2 \cdot 2 \cdot 0]; n_2 = 10; n_3 = n_4 = n_5 = 0 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow [LA] = [10, 0, 0, 0].$

На их основе согласно предложенному алгоритму получаем показанные на рис. 3 три структурные схемы механизмов без избыточных связей для создания прямолинейно-направляющего грузоподъемного манипулятора, имеющего разные assortименты сложных шарниров  $[MJA]$ , которые полностью согласуются со сводной расчетной таблицей и базовой теоремой целочисленного синтеза [26, 27, 29].

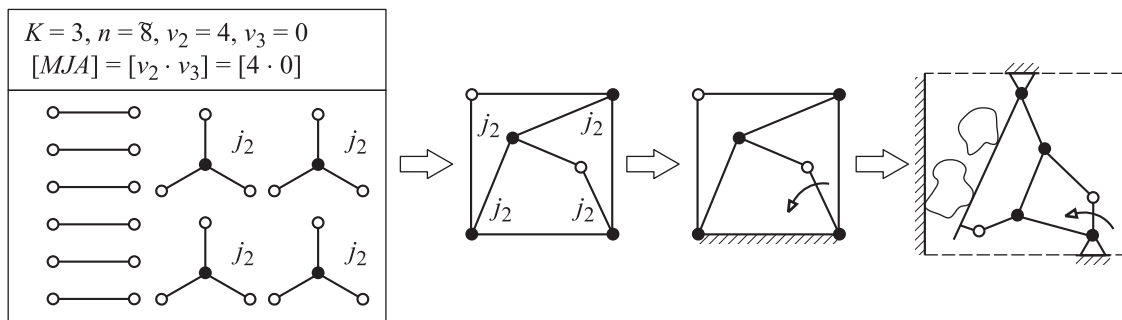


Рис. 2. Процедура структурного синтеза трехконтурного рычажного механизма щековой дробилки с четырьмя двукратными МКШ

Из трех синтезированных оптимальных структур ( $q = 0$ ) наибольший интерес представляет схема шарнирного механизма с приведенным числом сложных шарниров  $V = 5$  (рис. 3, б), так как в отличие от двух других схем (рис. 3, а и в) она не содержит поступательных кинематических пар.

Эта схема выбрана для дальнейших исследований и разработки на уровне изобретений

(рис. 4) действующей модели многоконтурного прямолинейно-направляющего грузоподъемного манипулятора ( $W = 1, K = 4, \tilde{n} = 10$ ) [26], обеспечивающего следующее:

- подъем и опускание подвешенного груза точно по вертикали без вредного раскачивания (путем закрепления его подвеса на вершине одной из диагоналей шарнирного ромба переменной геометрии);

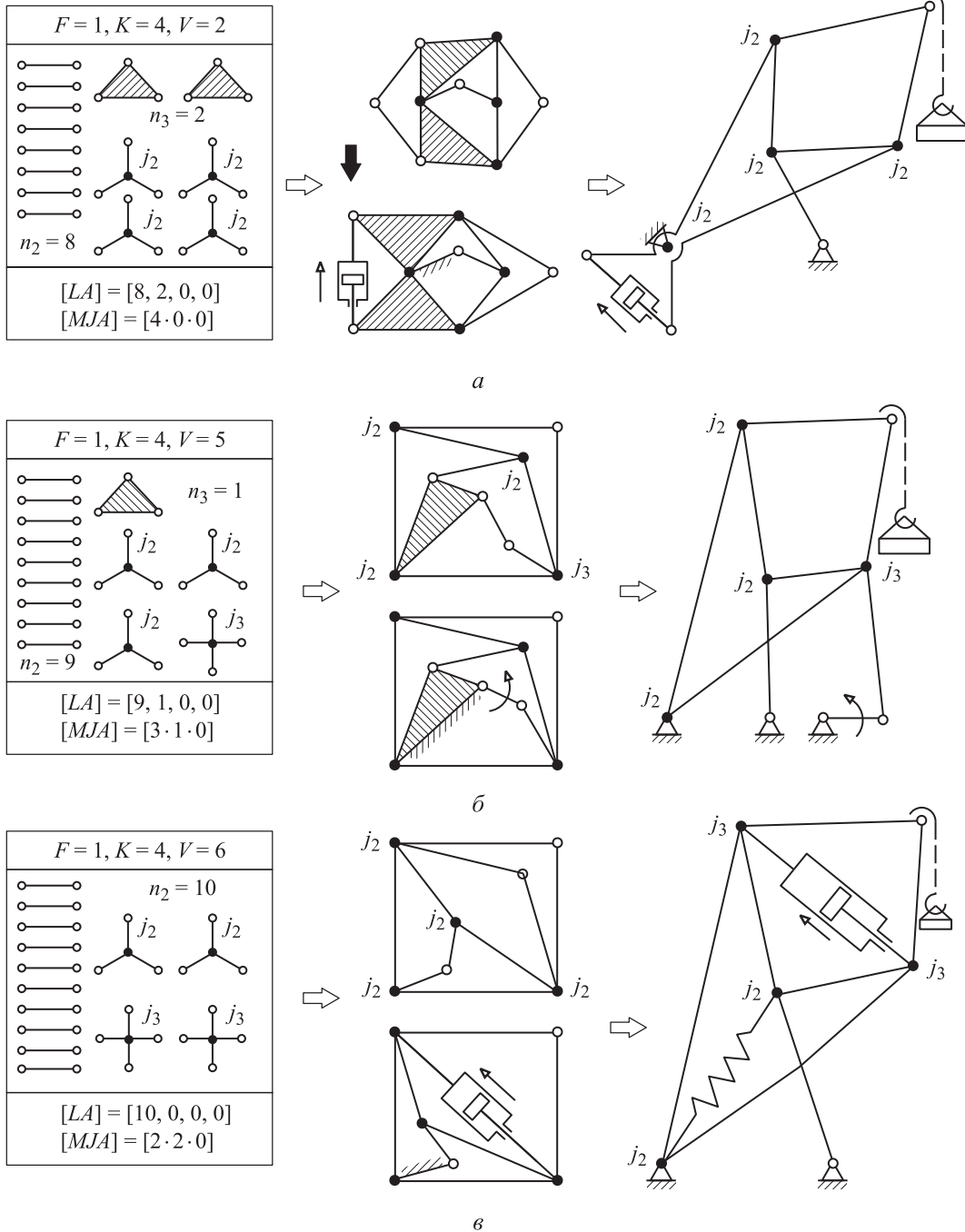


Рис. 3. Процедура структурного синтеза четырехконтурных рычажных механизмов прямолинейно-направляющего грузоподъемного манипулятора с приведенным числом сложных шарниров  $V = 4$  (а), 5 (б) и 6 (в)

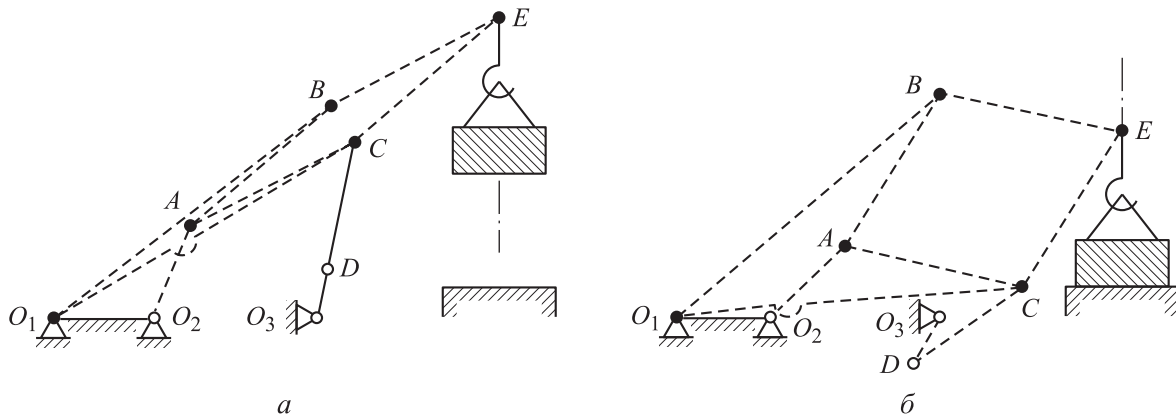


Рис. 4. Схемы многоконтурного прямолинейно-направляющего грузоподъемного манипулятора с грузом в крайних верхнем (а) и нижнем (б) положениях:  
 $O_1, O_2, O_3$  — опорные шарниры;  $A, B, C, E$  — вершины шарнирного ромба;  
 $D$  — шарнир присоединения шатуна  $DC$  к кривошипу  $O_3D$

- простоту конструкции и уменьшение габаритных размеров рычажного механизма благодаря применению МКШ с приведенным числом сложных шарниров  $V \geq 1$ ;
- снижение (в 2 раза) затрат мощности на подъем подвешенного груза за счет дополнительного соединения шарнирного ромба со стойкой посредством упругого элемента, кото-

рый при опускании груза накапливает энергию (с уменьшением длины диагонали ромба  $AE$ ), а затем при подъеме груза (с увеличением длины  $AE$ ) отдает эту энергию, тем самым разгружая приводной двигатель.

Расчетная кинематическая схема синтезированного четырехконтурного десятизвенного прямолинейно-направляющего грузоподъемного механизма (в верхнем положении поднятого груза) приведена на рис. 5. С учетом обеспечения силовой работоспособности механизма по углу давления  $\alpha_i$  из условия  $\alpha_i \leq \alpha_{\max}$  ( $\alpha_{\max}$  — максимально допустимый угол давления) эта схема позволяет получить расчетные зависимости, необходимые при проектировании данного рычажного привода ( $V = 5$ ), для грузоподъемного манипулятора.

Входными параметрами синтеза такого манипулятора являются высота подъема груза  $H$ , расстояние  $s$  от опорной стойки длиной  $l_0$  до вертикальной прямой подъема и опускания подвешенного груза, максимально допустимый угол давления  $\alpha_{\max} = 45^\circ$ .

При заданных значениях параметров  $H, s, \alpha_{\max}$  и  $l_0$  длины рычажных звеньев  $l_1, \dots, l_6$  (см. рис. 5) рассчитываются по следующим выражениям:

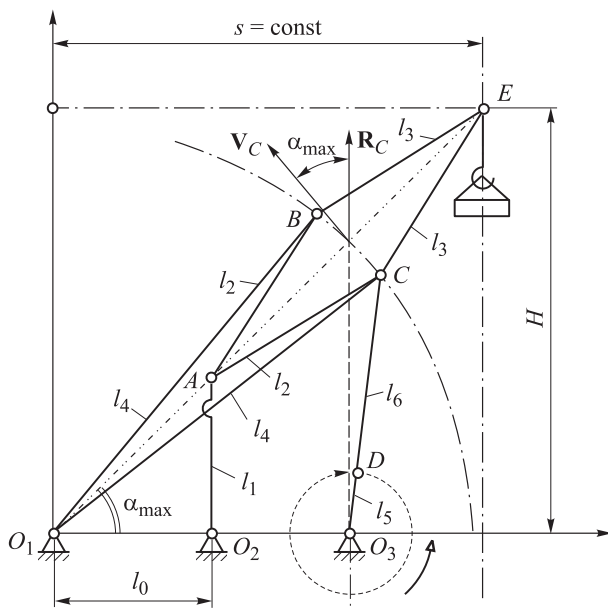


Рис. 5. Расчетная кинематическая схема синтезированного четырехконтурного десятизвенного шарнирного прямолинейно-направляющего грузоподъемного механизма манипулятора (в верхнем положении поднятого груза):

$O_1, O_2, O_3, A, B, C, D, E$  — цилиндрические шарниры для соединения между собой рычажных звеньев механизма;  $v_C$  — вектор абсолютной скорости точки  $C$  рычажного механизма манипулятора;  $R_C$  — вектор реакции в кинематической паре  $C$

$$l_1 = l_0; \quad l_3 = l_2;$$

$$l_2 = \frac{1}{2} \left( \frac{H}{\sin \alpha_{\max}} - \frac{l_0}{\cos \alpha_{\max}} \right) = \frac{s - l_0}{2 \cos \alpha_{\max}};$$

$$l_4 = \frac{H}{\sin \alpha_{\max}} - l_3; \quad l_6 + l_5 = l_4 \sin \alpha_{\max};$$

$$(l_6 - l_5)^2 - 2l_2(l_6 - l_5) \cos \alpha_{\max} = (l_4 \cos \alpha_{\max})^2 - l_4^2.$$



**Синтез пятиконтурного рычажного механизма универсального зажимного устройства.**

Входные параметры структурного синтеза:

- подвижность механизма  $W = 1$ ;
- число взаимно независимых замкнутых контуров  $K = 5$ ;
- приведенное число сложных шарниров  $V = V_{\max} = 2(K - 1) = 8$ .

После подстановки в структурную математическую модель (1) входных параметров для синтеза плоских механизмов ( $n_3 = n_4 = n_5 = n_6 = 0$ ) без избыточных связей ( $q = 0$ ) и высших кинематических пар ( $p_2 = 0$ ) имеем

$$\begin{cases} \tilde{n} = n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 = W + 2K + 1 = 12; \\ 2n_2 + 3n_3 + 4n_4 + 5n_5 + 6n_6 = 2(W + 3K) - V = 24; \\ v_2 + 2v_3 + 3v_4 + 4v_5 = V = 8. \end{cases}$$

Эта модель имеет следующие наборы целочисленных решений:

- $n_3 = n_4 = n_5 = n_6 = 0 \Rightarrow [LA] = [n_2, n_3, n_4, n_5, n_6] = [12, 0, 0, 0, 0]$ ;
- $v_2 = 8; v_3 = 0; v_4 = 0; v_5 = 0 \Rightarrow [MJA] = [v_2 \cdot v_3 \cdot v_4 \cdot v_5] = [8 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0]$ .

На их основе согласно предложенному алгоритму получаем структурную схему шарнирного механизма без избыточных связей для создания универсального зажимного устройства в виде оптимальной двенадцатизвенной структуры с восемью двукратными МКШ (рис. 6).

В таком механизме все его звенья являются двухшарнирными, т. е. предельно простыми, что упрощает конструкцию. Все применяемые в механизме подвижные соединения звеньев выполнены как сложные шарниры, что обеспечивает предельную компактность и наименьшую массу. Использование сложных шарниров минимальной кратности ( $j_{\max} = 2$ ) также упрощает изготовление и сборку изделия.

Схемы разработанной [27] и испытанной конструкции универсального зажимного рычажного механизма ( $V = V_{\max} = 8$ ), содержащего восемь сложных цилиндрических шарниров  $A, B, C, D, F, G, H, E (j_2)$ , приведены на рис. 7.

Эти шарниры предназначены для подвижного соединения шарнирного ромба  $ABCD$  и зажимного шарнирного ромба  $FGHE$ , переменная геометрия которых (связанная с изменением соотношения длин диагоналей этих ромбов) обеспечивает надежный четырехсторонний зажим и центрирование (относительно центра ромба) объектов различной формы (круга, овала, прямоугольника, кольца и др.) при их зажиме снаружи и внутри (для полых изделий) схватом манипулятора.

В системе прямоугольных координат  $xOy$  проекции на оси  $x$  и  $y$  центров, установленных на сторонах шарнирного ромба зажимных роликов, можно представить в виде следующих уравнений движения их центров:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = l_0^2; \\ \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1; \\ a + b = l_0, \end{cases} \quad (5)$$

где  $a$  и  $b$  — параметры, определяющие место установки зажимного ролика на каждой из сторон ромба  $FGHE$ .

Анализ возможных соотношений между метрическими параметрами  $a$  и  $b$  ( $a > 0, b > 0$ ) позволяет установить существование следующих трех типов траекторий зажима внутри механизма (за счет переменной геометрии ромба  $FGHE$  со сложными шарнирами на его вершинах  $F, G, H, E$ ).

*Тип I* — возникает в случае выполнения условия  $a = b = l_0/2$ , когда общее уравнение (5) превращается в уравнение окружности  $x^2 + y^2 = l_0^2/4$ , центр которой совпадает с центром зажимного ромба  $FGHE$ .

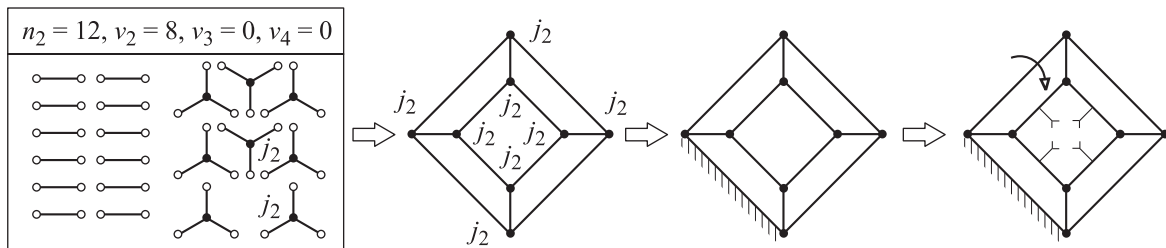


Рис. 6. Процедура структурного синтеза пятиконтурного рычажного механизма универсального зажимного устройства

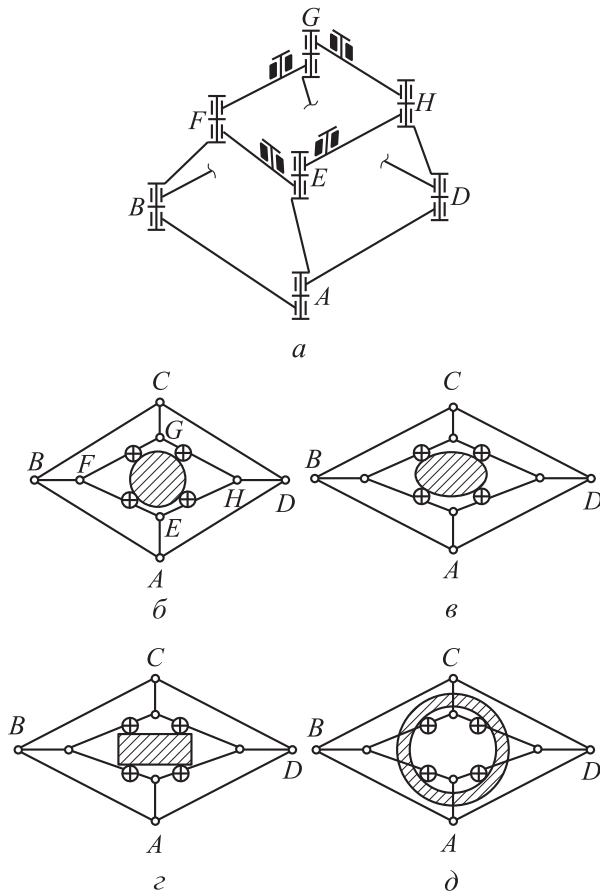


Рис. 7. Схемы универсального зажимного устройства на основе сложных шарниров:  
 а — в исходном положении;  
 б-д — в рабочем положении в четырех точках изделий разной формы

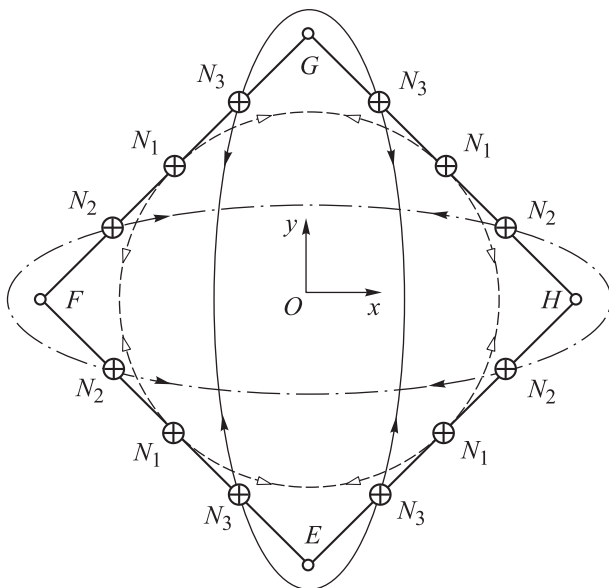


Рис. 8. Схема для кинематического анализа движения зажимных роликов  $N_1, N_2, N_3$  за счет переменной геометрии замкнутых контуров универсального зажимного устройства

Тип II — имеет место, если  $a > b$ , например, при  $a = (3/4)l_0$  и  $b = l_0/4$  общее уравнение (5) превращается в уравнение эллипса, расположенного горизонтально:  $x^2 + 9y^2 = (9/16)l_0^2$ .

Тип III — возникает, если  $a < b$ , например, при  $a = l_0/4$ ,  $b = (3/4)l_0$  общее уравнение (5) превращается в уравнение эллипса, расположенного вертикально:  $9x^2 + y^2 = (9/16)l_0^2$ .

Отметим, что в данном синтезированном рычажном механизме [28] (см. рис. 7) диапазон конфигураций, одновременно зажимаемых в четырех точках, определяется местом установки зажимных роликов  $N_1$  ( $a = b$ ),  $N_2$  ( $a > b$ ),  $N_3$  ( $a < b$ ) относительно сложных шарниров  $F, G, H, E$  на сторонах симметричного зажимного ромба  $FGHE$  (рис. 8).

## Выводы

1. Разработанные методика и алгоритм позволяют выполнять направленный структурный синтез возможных  $K$ -контурных рычажных механизмов заданной подвижности с разнообразными сложными шарнирами во всем диапазоне приведенного числа сложных шарниров  $1 \leq V \leq 2(K - 1)$ . Следовательно, методика и алгоритм могут быть использованы для создания на уровне изобретений новых многозвенных механизмов для разных областей машиностроения.

2. Предлагаемая теорема целочисленного синтеза и рассчитанная на ее основе сводная таблица содержат возможное множество синтезированных решений для направленного синтеза на уровне изобретений разнообразных работоспособных многоконтурных рычажных механизмов со сложными шарнирами разной кратности и количества.

3. Результаты целочисленного структурного синтеза разнообразных многоконтурных рычажных механизмов со сложными шарнирами полностью согласуются с представленной базовой теоремой и рассчитанной на ее основе сводной таблицей.

4. Эффективность предлагаемого алгоритма подтверждена примерами его применения для целочисленного структурного синтеза схвата манипулятора, щековой дробилки, прямолинейно-направляющего шарнирного грузоподъемного манипулятора и универсального многоконтурного шарнирного зажимного механизма, а также результатами экспериментальных исследований их действующих макетов.

## Литература

- [1] Ассур Л.В. *Исследование плоских стержневых механизмов с низшими парами с точки зрения их структуры и классификации*. Москва, Изд-во АН СССР, 1952. 529 с.
- [2] Кожевников С.Н. *Основания структурного синтеза механизмов*. Киев, Наукова думка, 1979. 232 с.
- [3] Крайнев А.Ф. *Механика (искусство построения) машин. Фундаментальный словарь*. Москва, Машиностроение, 2000. 904 с.
- [4] Смелягин А.И. *Структура машин, механизмов и конструкций*. Москва, ИНФРА-М, 2019. 387 с.
- [5] Артоболовский И.И. *Теория механизмов и машин*. Москва, URSS, 2019. 640 с.
- [6] Тимофеев Г.А. *Теория механизмов и механика машин*. Москва, Юрайт, 2019. 368 с.
- [7] Коловский М.З., Евграфов А.Н., Семенов Ю.А., Слоущ А.В. *Теория механизмов и машин*. Москва, Академия, 2008. 560 с.
- [8] Kolovsky M.Z., Evgrafov A.N., Semenov Yu.A., Slouschm A.V. *Advanced theory of mechanism and machines*. Springer, 2000. 396 p.
- [9] Uicker J.J., Pennock G.R., Shigley J.E. *Theory of mechanisms*. Oxford University Press, 2016. 976.
- [10] Марковец А.В., Полотебнов В.О. Синтез механизмов транспортирования материалов с прямолинейным участком траектории движения зубчатой рейки. *Известия высших учебных заведений. Технология легкой промышленности*, 2018, т. 39, № 1, с. 117–121.
- [11] Решетов Л.Н. *Конструирование рациональных механизмов*. Москва, Машиностроение, 1967. 208 с.
- [12] Дворников Л.Т. Опыт структурного синтеза механизмов. *ТММ*, 2004, т. 2, № 2, с. 3–17.
- [13] Пейсах Э.Е. Атлас структурных схем восьмизвенных плоских шарнирных механизмов. *ТММ*, 2006, т. 4, № 1(7), с. 3–17.
- [14] Романцев А.А. К вопросу создания структурных схем плоских шарнирных групп звеньев. *ТММ*, 2014, т. 12, № 1(23), с. 81–90.
- [15] Hwang W.-M., Hwang Y.-W. Computer-aided structural synthesis of planar kinematic chains with simple joints. *Mech. Mach. Theory*, 1992, vol. 27, no. 2, pp. 189–199, doi: [https://doi.org/10.1016/0094-114X\(92\)90008-6](https://doi.org/10.1016/0094-114X(92)90008-6)
- [16] Butcher E.A., Hartman C. Efficient enumeration and hierarchical classification of planar simple-jointed kinematic chains: application to 12- and 14-bar single degree-of-freedom chains. *Mech. Mach. Theory*, 2005, vol. 40, no. 9, pp. 1030–1050, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2004.12.015>
- [17] Ding H., Hou F., Kecskemethy A., Huang Z. Synthesis of a complete set of contracted graphs for planar non-fractionated simple-jointed kinematic chains with all possible DOFs. *Mech. Mach. Theory*, 2011, vol. 46, no. 11, pp. 1588–1600, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2011.07.012>
- [18] Yan H.-S., Chiu Y.-T. On the number synthesis of kinematic chains. *Mech. Mach. Theory*, 2015, vol. 89, no. 9, pp. 128–144, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2014.08.012>
- [19] Ding H., Yang W., Huang P., et al. Generation of planar kinematic chains with one multiple joint. *Proc. ASME 2013 Int. Design Eng. Tech. Conf. & Comp. Inform. Eng. Conf. IDETC/CIE*, 2013, paper no. DETC2013-12915, V06AT07A053, doi: <https://doi.org/10.1115/DETC2013-12915>
- [20] Ding H., Yang W., Huang P., et al. Automatic structural synthesis of planar multiple joint kinematic chains. *J. Mech. Des.*, 2013, vol. 135, no. 9, art. 091007, doi: <https://doi.org/10.1115/1.4024733>
- [21] Pozhbelko V., Ermoshina E. Number structural synthesis and enumeration process of all possible sets of multiple joints for 1-DOF up to 5-loop 12-link mechanisms on base of new mobility equation. *Mech. Mach. Theory*, 2015, vol. 90, no. 8, pp. 108–127, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2015.03.006>
- [22] Pozhbelko V. A unified structure theory of multibody open-, closed-, and mixed-loop mechanical systems with simple and multiple joint kinematic chains. *Mech. Mach. Theory*, 2016, vol. 100, no. 6, pp. 1–16, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2016.01.001>

- [23] Kuts E., Kuts D., Pozhbelko V. Structural synthesis of 1-DOF up to 5-loop kinematic chains with multiple joints and its analysis in robotics. *In: Mechanism, machine, robotics and mechatronics sciences*. Springer, 2019, pp. 201–212.
- [24] Pozhbelko V., Kuts E. A new general methodology for the topological structure analysis of multiloop mechanisms with multiple joints and crossing links. *In: New advances in mechanisms, mechanical transmissions and robotics*. Springer, 2021, pp. 155–163.
- [25] Пожбелко В.И. Единая теория структуры, структурный синтез и анализ статически определимых механических систем на основе новой формулы подвижности. *ТММ*, 2013, т. 11, № 2(22), с. 15–37.
- [26] Куц Е.Н. Шарнирный грузоподъемный манипулятор. Патент РФ 2728850. Заявл. 06.08.2020, опубл. 24.11.2020.
- [27] Пожбелко В.И., Куц Е.Н. Грузоподъемный манипулятор. Патент РФ 2728851. Заявл. 08.10.2019, опубл. 31.07.2020.
- [28] Пожбелко В.И., Куц Е.Н. Шарнирное зажимное устройство. Патент РФ 2729690. Заявл. 19.11.2019, опубл. 11.08.2020.
- [29] Пожбелко В.И., Куц Е.Н. Грузоподъемный манипулятор. Патент РФ 2737012. Заявл. 08.06.2020, опубл. 24.11.2020.
- [30] Пожбелко В.И. Пространственный платформенный VIP-манипулятор. Патент РФ 2722165. Заявл. 19.11.2020, опубл. 27.05.2020.
- [31] Харари Ф. *Теория графов*. Москва, URSS, 2018. 304 с.
- [32] Chen Li M. *Digital and discrete geometry*. Springer, 2014. 339 p.

## References

- [1] Assur L.V. *Issledovanie ploskikh sterzhnevnykh mekhanizmov s nizshimi parami s tochki zreniya ikh struktury i klassifikatsii* [Study on flat rod mechanisms with lower pairs as regards their structure and classification]. Moscow, Izd-vo AN SSSR Publ., 1952. 529 p.
- [2] Kozhevnikov S.N. *Osnovaniya strukturnogo sinteza mekhanizmov* [Fundamentals of mechanisms structure synthesis]. Kiev, Naukova dumka Publ., 1979. 232 p.
- [3] Kraynev A.F. *Mekhanika (iskusstvo postroyeniya) mashin. Fundamental'nyy slovar'* [Machine mechanics (art of building). Fundamental dictionary]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2000. 904 p.
- [4] Smelyagin A.I. *Struktura mashin, mekhanizmov i konstruksiy* [Structure of machines, mechanisms and constructions]. Moscow, INFRA-M Publ., 2019. 387 p.
- [5] Artobolevskiy I.I. *Teoriya mekhanizmov i mashin* [Theory of mechanisms and machines]. Moscow, URSS Publ., 2019. 640 p.
- [6] Timofeev G.A. *Teoriya mekhanizmov i mekhanika mashin* [Theory of mechanisms and machine mechanics]. Moscow, Yurayt Publ., 2019. 368 p.
- [7] Kolovskiy M.Z., Evgrafov A.N., Semenov Yu.A., Slouschm A.V. *Teoriya mekhanizmov i mashin* [Theory of mechanisms and machines]. Moscow, Akademiya Publ., 2008.
- [8] Kolovsky M.Z., Evgrafov A.N., Semenov Yu.A., et al. *Advanced theory of mechanism and machines*. Springer, 2000. 396 p.
- [9] Uicker J.J., Pennock G.R., Shigley J.E. *Theory of mechanisms*. Oxford University Press, 2016. 976 p.
- [10] Markovets A.V., Polotebnov V.O. Synthesis of mechanisms of material handling mechanism with a toothed bar straight line section of the movement. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Tekhnologiya legkoy promyshlennosti* [The News of higher educational institutions. Technology of Light Industry], 2018, vol. 39, no. 1, с. 117–121 (in Russ.).
- [11] Reshetov L.N. *Konstruirovaniye ratsional'nykh mekhanizmov*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1967. 208 p.
- [12] Dvornikov L.T. Structural analysis of mechanisms. *TMM* [Theory of Mechanisms and Machines], 2004, vol. 2, no. 2, pp. 3–17 (in Russ.).
- [13] Peysakh E.E. Atlas of type diagrams of eight-link planar linkages. *TMM* [Theory of Mechanisms and Machines], 2006, vol. 4, no. 1(7), pp. 3–17 (in Russ.).
- [14] Romantsev A.A. On the creation of block diagrams of planar hinged groups of links. *TMM* [Theory of Mechanisms and Machines], 2014, vol. 12, no. 1(23), pp. 81–90 (in Russ.).

- [15] Hwang W.-M., Hwang Y.-W. Computer-aided structural synthesis of planar kinematic chains with simple joints. *Mech. Mach. Theory*, 1992, vol. 27, no. 2, pp. 189–199, doi: [https://doi.org/10.1016/0094-114X\(92\)90008-6](https://doi.org/10.1016/0094-114X(92)90008-6)
- [16] Butcher E.A., Hartman C. Efficient enumeration and hierarchical classification of planar simple-jointed kinematic chains: application to 12- and 14-bar single degree-of-freedom chains. *Mech. Mach. Theory*, 2005, vol. 40, no. 9, pp. 1030–1050, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2004.12.015>
- [17] Ding H., Hou F., Kecskemethy A., Huang Z. Synthesis of a complete set of contracted graphs for planar non-fractionated simple-jointed kinematic chains with all possible DOFs. *Mech. Mach. Theory*, 2011, vol. 46, no. 11, pp. 1588–1600, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2011.07.012>
- [18] Yan H.-S., Chiu Y.-T. On the number synthesis of kinematic chains. *Mech. Mach. Theory*, 2015, vol. 89, no. 9, pp. 128–144, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2014.08.012>
- [19] Ding H., Yang W., Huang P., et al. Generation of planar kinematic chains with one multiple joint. *Proc. ASME 2013 Int. Design Eng. Tech. Conf. & Comp. Inform. Eng. Conf. IDETC/CIE*, 2013, paper no. DETC2013-12915, V06AT07A053, doi: <https://doi.org/10.1115/DETC2013-12915>
- [20] Ding H., Yang W., Huang P., et al. Automatic structural synthesis of planar multiple joint kinematic chains. *J. Mech. Des.*, 2013, vol. 135, no. 9, art. 091007, doi: <https://doi.org/10.1115/1.4024733>
- [21] Pozhbelko V., Ermoshina E. Number structural synthesis and enumeration process of all possible sets of multiple joints for 1-DOF up to 5-loop 12-link mechanisms on base of new mobility equation. *Mech. Mach. Theory*, 2015, vol. 90, no. 8, pp. 108–127, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2015.03.006>
- [22] Pozhbelko V. A unified structure theory of multibody open-, closed-, and mixed-loop mechanical systems with simple and multiple joint kinematic chains. *Mech. Mach. Theory*, 2016, vol. 100, no. 6, pp. 1–16, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2016.01.001>
- [23] Kuts E., Kuts D., Pozhbelko V. Structural synthesis of 1-DOF up to 5-loop kinematic chains with multiple joints and its analysis in robotics. In: *Mechanism, machine, robotics and mechatronics sciences*. Springer, 2019, pp. 201–212.
- [24] Pozhbelko V., Kuts E. A new general methodology for the topological structure analysis of multiloop mechanisms with multiple joints and crossing links. In: *New advances in mechanisms, mechanical transmissions and robotics*. Springer, 2021, pp. 155–163.
- [25] Pozhbelko V.I. A complete theory of structure, structural synthesis and analysis statically determinate mechanical systems on base a new degrees of freedom equation (DOF). *TMM [Theory of Mechanisms and Machines]*, 2013, vol. 11, no. 2(22), pp. 15–37 (in Russ.).
- [26] Kuts E.N. *Sharnirnyy gruzopod"emnyy manipulyator* [Articulated weight-lifting manipulator]. Patent RU 2728850. Appl. 06.08.2020, publ. 24.11.2020.
- [27] Pozhbelko V.I., Kuts E.N. *Gruzopod"emnyy manipulyator* [Weight-lifting manipulator]. Patent RU 2728851. Appl. 08.10.2019, publ. 31.07.2020.
- [28] Pozhbelko V.I., Kuts E.N. *Sharnirnoe zazhimnoe ustroystvo* [Articulated hand]. Patent RU 2729690. Appl. 19.11.2019, publ. 11.08.2020.
- [29] Pozhbelko V.I., Kuts E.N. *Gruzopod"emnyy manipulyator* [Weight-lifting manipulator]. Patent RU 2737012. Appl. 08.06.2020, publ. 24.11.2020.
- [30] Pozhbelko V.I. *Prostranstvennyy platformennyy VIP-manipulyator* [Spatial platform VIP-manipulator]. Patent RU 2722165. Appl. 19.11.2020, publ. 27.05.2020.
- [31] Harary F. *Graph theory*. CRC Press, 1994. Russ. Ed.: *Teoriya grafov*. Moscow, URSS Publ., 2018. 304 p.
- [32] Chen Li M. *Digital and discrete geometry*. Springer, 2014. 339 p.

Статья поступила в редакцию 20.01.2021

## Информация об авторах

**ПОЖБЕЛКО Владимир Иванович** — заслуженный работник высшей школы РФ, доктор технических наук, профессор кафедры «Техническая механика». ФГАОУ ВО «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)» (454080, Челябинск, Российская Федерация, проспект Ленина, д. 76, e-mail: pozhbelkovi@susu.ru).

**КУЦ Екатерина Николаевна** — ассистент кафедры «Строительное производство и теория сооружений». ФГАОУ ВО «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)» (454080, Челябинск, Российская Федерация, проспект Ленина, д. 76, e-mail: ekaterina.n.kuts@gmail.com).

## Information about the authors

**POZHBELKO Vladimir Ivanovich** — Honored worker of Higher School of RF, Doctor of Science (Eng.), Professor, Department of Technical Mechanics. Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education — South Ural State University (National Research University) (454080, Chelyabinsk, Russian Federation, Lenin Ave., Bldg. 76, e-mail: pozhbelkovi@susu.ru).

**KUTS Ekaterina Nikolaevna** — Assistant Lecturer, Department of Construction Operations and Theory of Structures. Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education — South Ural State University (National Research University) (454080, Chelyabinsk, Russian Federation, Lenin Ave., Bldg. 76, ekaterina.n.kuts@gmail.com).

### Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Пожбелко В.И., Куц Е.Н. Целочисленный структурный синтез многоконтурных рычажных механизмов со сложными шарнирами для разных областей машиностроения. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2021, № 6, с. 23–36, doi: 10.18698/0536-1044-2021-6-23-36

### Please cite this article in English as:

Pozhbelko V.I., Kuts E.N. Integer Structural Synthesis of Multiloop Lever Mechanisms with Multiple Joints for Different Areas of Mechanical Engineering. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2021, no. 6, pp. 23–36, doi: 10.18698/0536-1044-2021-6-23-36



## Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана предлагает читателям учебник

### «Дискретная математика»

**Авторы: А.И. Белоусов, С.Б. Ткачев**

В девятнадцатом выпуске серии «Математика в техническом университете» изложены теория множеств и отношений, элементы современной абстрактной алгебры, теория графов, классические понятия теории булевых функций, а также основы теории формальных языков, куда включены теории конечных автоматов, регулярных языков, контекстно-свободных языков и магазинных автоматов. В анализе графов и автоматов особое внимание уделено алгебраическим методам.

Содержание учебника соответствует курсу лекций, который авторы читают в МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Для студентов технических университетов. Может быть полезен преподавателям, аспирантам и инженерам.

### По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.  
Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;  
press@bmstu.ru; www.baumanpress.ru