

УДК 621.412

doi: 10.18698/0536-1044-2021-8-20-26

Структурный анализ ромбического механизма с развитым шатуном рабочей группы двигателя Стирлинга

Г.А. Тимофеев, Д.М. Самсоненко

МГТУ им. Н.Э. Баумана

Structural Analysis of the Rhombic Mechanism with an Advanced Connecting Rod of the Working Group of the Stirling Engine

G.A. Timofeev, D.M. Samsonenko

Bauman Moscow State Technical University

Проектирование механизмов современных машин — комплексный процесс, где этап структурного анализа является приоритетным. Наличие избыточных связей в механизмах снижает их нагрузочную способность и коэффициент полезного действия, повышая требования к точности изготовления и сборки. Желательно, чтобы механизмы, не требующие высокой крутильной жесткости, не имели избыточных связей, т. е. они должны быть самоустанавливающимися. Однако с появлением новых многосвязных пространственных механизмов создание таких конструкций без избыточных связей стало более сложной задачей. Методом графов проведен структурный анализ многосвязного ромбического механизма с развитым шатуном рабочей группы двигателя Стирлинга.

Ключевые слова: двигатель Стирлинга, ромбический механизм, развитой шатун рабочей группы, структурный анализ, метод графов

Designing the mechanisms of modern machines is a complex process, where the stage of structural analysis is a priority. When there are a plenty of redundant links in mechanisms their load capacity and efficiency are reduced, increasing the requirements for the accuracy of manufacturing and assembly. It is desirable that mechanisms not requiring high torsional stiffness have no excessive connections; they should be self-aligning. With the advent of new multi-link spatial mechanisms, the task of creating mechanisms without redundant connections becomes more complicated. The structural analysis of the rhombic mechanism of the Stirling engine with a advanced connecting rod of the working group, carried out by the graph method.

Keywords: Stirling engine, rhombic mechanism, advanced working group connecting rod, structural analysis, graph method

При разработке механизма с повышенными требованиями к долговечности и безотказности особое внимание следует уделять анализу структурных схем, стремясь уменьшить или устранить избыточные связи. Последнее обеспечивает ему преимущества перед механизмами

с неуменьшенными избыточными связями [1, 2], среди которых можно выделить:

- увеличение допусков на изготовление звеньев;
- снижение трудоемкости производства;
- упрощение сборки;

- повышение надежности;
- увеличение коэффициента полезного действия (КПД) путем снижения трения в кинематических парах (КП).

Цель работы — структурный анализ ромбического механизма с развитым шатуном рабочей группы (РГ), используемого в двигателе Стирлинга.

Генераторные устройства с двигателем Стирлинга широко используют в солнечных энергетических установках [3–5], тепловых насосах, криокулерах [6, 7] и в военной технике [3]. Область применения двигателя Стирлинга во многом обусловлена его высокой надежностью [8–10]. Уменьшение числа избыточных связей в конструкции ромбического механизма, используемого в приводе, позволяет увеличить надежность, КПД и наработку на отказ всей конструкции.

Метод графов, предложенный Л.А. Павловой [11], предназначен для структурного анализа сложных механизмов. Он базируется на методе замкнутых векторных контуров, разработанном Л.Н. Решетовым, достоинством которого является возможность определять число избыточных подвижностей и связей, а также их характер и местоположение [1, 2].

Недостаток метода Л.Н. Решетова состоит в усложнении расчетов при существенном увеличении числа контуров. Теория графов, используемая для структурного анализа, позволяет формализовать процесс структурного анализа сложных механизмов и устранить недостатки метода замкнутых векторных контуров.

Исследуем ромбический механизм с развитым шатуном РГ двигателя Стирлинга, схема которого упоминалась в работе [12]. Его структурная схема приведена на рис. 1.

Структура механизма, похожего на исследуемую конструкцию, анализировалась методом Л.Н. Решетова в работе [2]. Кривошипы, связанные с синхронизирующими колесами, соединены со стойкой вращательными КП пятого класса A, A' . Аналогичными КП C, C', F, F' соединены траверсы 7 и 8 с шатунами РГ 2, 5 и вытеснительной группы (ВГ) 3, 6.

Кинематическими парами третьего класса связаны шатуны РГ с кривошипами (B, B') и шатунами ВГ (D, D'), а также штоки с траверсами (M, L). Поршни ВГ и РГ между собой и со стойкой соединены КП четвертого класса K, H и G . Синхронизирующие колеса, жестко свя-

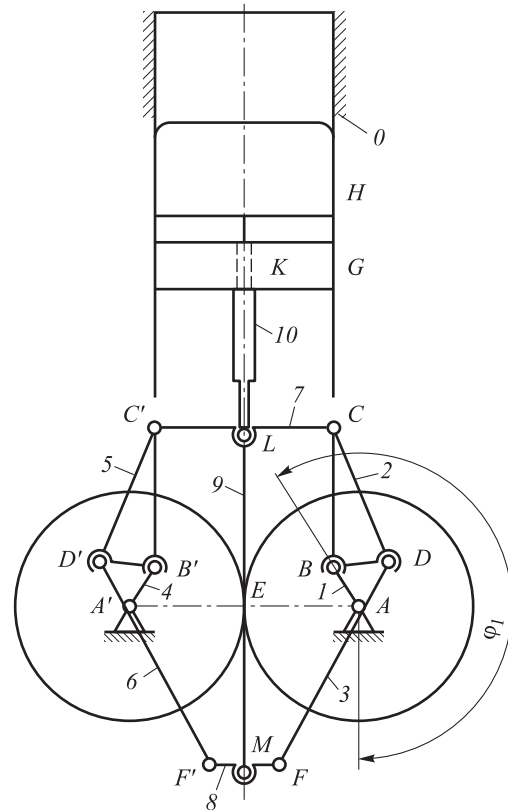


Рис. 1. Структурная схема ромбического механизма с развитым шатуном РГ двигателя Стирлинга: 0 — стойка; 1, 4 — кривошипы; 2, 5 — развитые шатуны РГ; 3, 6 — шатуны ВГ; 7 и 8 — траверсы РГ и ВГ; 9 — шток и поршень ВГ; 10 — шток и поршень РГ; φ_1 — обобщенная координата

занные с кривошипами, зацепляются КП первого класса E , реализованной в контакте бочкообразными зубьями.

Алгоритм структурного анализа различных механизмов методом графов, подробно описанный в работах [11, 13, 14], включает в себя следующие основные шаги.

1. Построение графа механизма на основе структурной схемы. Каждое звено механизма — это вершина графа, а КП — его ребра. Каждому ребру ставится в соответствие матрица подвижности КП ($f''f'f'''$). Каждый элемент матрицы обозначает число допускаемых парой независимых угловых f'' , линейных f' и винтовых f''' перемещений.

2. Расчет числа независимых контуров графа по формуле

$$k = p - n + 1, \quad (1)$$

где p — число КП; n — число звеньев.

3. Удаление из графа механизма k ребер так, чтобы в нем не осталось замкнутых контуров. Полученный остов — дерево графа.

4. Последовательное добавление по одному ребру к остову, получение независимых контуров. Выбор первого контура таким образом, чтобы в него входили ведущее звено и стойка.

5. Расчет для каждого контура подвижностей f_k и связей q_k . Подвижности каждого контура определяются по формуле

$$(W)_k = \sum_{i=1}^{r+1} (f)_i + (-1)(330) + (-1)(W)_0, \quad (2)$$

где $(W)_k$ — матрица подвижностей анализируемого контура; $\sum (f)_i$ — сумма матриц подвижностей КП, являющихся характеристиками контура; (330) — матрица подвижностей, обеспечивающая замыкание контура без натяга; $(W)_0$ — матрица подвижностей входного звена (основной подвижности).

6. Анализ контуров, имеющих избыточные подвижности. Определение, какие звенья или их группы имеют местную подвижность, и какого она класса:

$$(f)_r = \sum_{i=2}^{r+1} (f)_i + (-1)(330) + (-1)\sum_{j=1}^{r-1} (f)_{j \in r}, \quad (3)$$

где $(f)_r$ — матрица подвижности упорядоченной r -выборки звеньев: одного звена или же группы звеньев в порядке их расположения в контуре;

$$\sum_{i=2}^{r+1} (f)_i$$

— сумма подвижностей всех КП r -й выборки, включая крайние КП;

$$\sum_{j=1}^{r-1} (f)_{j \in r}$$

— сумма подвижностей всех выборок звеньев от 1 до $(r-1)$.

7. Построение контурной сети, по которой часть избыточных подвижностей в других контурах можно компенсировать по правилам, указанным в работе [14].

8. Суммирование оставшихся избыточных связей и подвижностей.

Применяя описанный алгоритм для исследуемого механизма (см. рис. 1), необходимо указать матрицы подвижностей для каждой КП, как это сделано в табл. 1, где классификация КП дана по связям [2].

На основе данных табл. 1 строим граф исследуемого ромбического механизма с развитым шатуном РГ двигателя Стирлинга, показанный на рис. 2. По формуле (1) определяем число независимых контуров.

Таблица 1

Кинематические пары ромбического механизма с развитым шатуном РГ и матрицы их подвижностей

КП	Звенья, составляющие КП	Матрица подвижностей	Класс КП
A	0-1	(100)	V ₁
B	1-2	(300)	III ₁
C	2-7	(100)	V ₁
D	2-3	(300)	III ₁
F	3-8	(100)	V ₁
A'	0-4	(100)	V ₁
B'	4-5	(300)	III ₁
C'	5-7	(100)	V ₁
D'	5-6	(300)	III ₁
F'	6-8	(100)	V ₁
L	7-10	(300)	III ₁
M	8-9	(300)	III ₁
E	1-4	(320)	I ₅
K	9-10	(110)	IV ₂
H	9-0	(110)	IV ₂
G	10-0	(110)	IV ₂

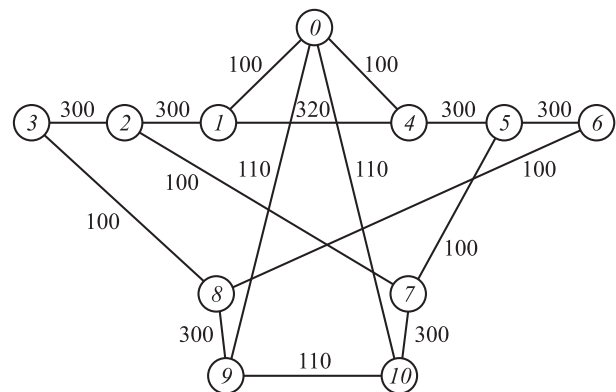


Рис. 2. Граф ромбического механизма с развитым шатуном РГ двигателя Стирлинга

Удаляя из графа механизма шесть ребер, создаем его дерево (рис. 3). Добавляя по одному удаленному ребру, получаем шесть независимых контуров: $ABDFMH$, $AA'E$, $A'B'CLG$, $ABDFD'B'A'$, $ABDFKC'B'A'$, $ABCC'B'A'$.

По формулам (2) и (3) рассчитываем подвижности контуров и местные подвижности

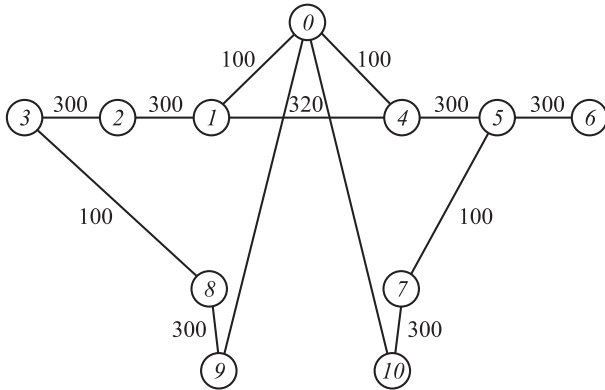


Рис. 3. Дерево графа ромбического механизма с развитым шатуном РГ двигателя Стирлинга

звеньев, входящих в их состав. Результаты расчета приведены в табл. 2, где ребра, уже участвовавшие в расчете, перечеркнуты, а ребра, добавленные к дереву, обозначены штриховой линией.

Проверку расчета проводим по выражению [11, 13]

Таблица 2

Результаты расчета подвижностей и избыточных связей в контурах

Номер контура	Контур	КП контура	Расчет подвижностей и связей в контуре
1		A, B, D, F, M, H	$(W)_1 = (100) + (300) + (300) + (100) + (300) + (110) + (-1)(330) + (-1)(100) = (8 - 20)$ <p>1, 2 - W_0 2, 3 - f'' 3, 8 - f'' 2, 3, 8 - $2f''$ 3, 8, 9 - $2f''$</p>
2		X, A', E	$(W)_2 = (320) + (100) + (-1)(330) = (1 - 10)$ <p>$q = 0$</p>
3		X', B', C', L, G	$(W)_3 = (300) + (100) + (300) + (110) + (-1)(330) = (5 - 20)$ <p>4, 5, 7 - f'' 5, 7, 10 - $2f''$</p>

$$W_0 + \sum_1^k f_r - \sum_1^k q_r = \sum_{j=1}^{p-k} f_{d_j} - \sum_{i=5}^5 i p_{xi}, \quad (4)$$

где W_0 — основная подвижность механизма;

$$\sum_1^k f_r \text{ и } \sum_1^k q_r$$

— суммы подвижностей и избыточных связей механизма, рассчитанные по независимым контурам;

$$\sum_{j=1}^{p-k} f_{d_j}$$

— сумма подвижностей КП, принадлежащих дереву;

$$\sum_{i=5}^5 i p_{xi}$$

— сумма КП i -го класса из числа хорд.

После подстановки данных из табл. 2 в формулу (4) получаем

$$1 + 9 - 11 = 22 - (5 \cdot 2 + 4 \cdot 3 + 1 \cdot 1) = -1.$$

Равенство выполняется, следовательно, расчет проведен верно.

Окончание таблицы 2

Номер контура	Контур	КП контура	Расчет подвижностей и связей в контуре
4		$\cancel{A}, \cancel{B}, \cancel{D}, \cancel{E}, \cancel{F}, \cancel{D'}, \cancel{B'}, \cancel{A'}$	$(W)_4 = (300) + (100) + (-1)(330) = (1-30)$
5		$\cancel{A}, \cancel{B}, \cancel{D}, \cancel{E}, \cancel{K}, \cancel{C'}, \cancel{B'}, \cancel{A'}$	$(W)_5 = (110) + (-1)(330) = (-2-20)$
6		$\cancel{A}, \cancel{B}, \cancel{C}, \cancel{C'}, \cancel{E'}, \cancel{A'}$	$(W)_6 = (100) + (-1)(330) = (-2-30)$

Из табл. 2 следует, что контуры 1 и 3 обладают местной подвижностью. Для графа строим контурную сеть, показанную на рис. 4, где q' и q'' — число линейных и угловых избыточных связей соответственно. Анализируя ее по опи-

санном ранее правилам, выясняем, что четыре линейные избыточные связи в контурах 4 и 5 ликвидированы подвижностями контура 1. Две линейные избыточные связи устранены подвижностями контура 3 и одна — подвижностью контура 1.

В итоге у механизма остались четыре избыточные угловые связи (по две связи в контурах 5 и 6), две местные угловые подвижности, расположенные в звеньях 3, 8 и 4, 5, 7, и одна собственная подвижность $(W)_0 = 1$.

Вывод

Структурный анализ ромбического механизма с развитым шатуном РГ двигателя Стирлинга показал, что в нем устранены не все избыточные связи. Однако на практике у механизма двигателя с внешним подводом тепла должна быть очень жесткая конструкция [2, 15]. При полном устранении избыточных свя-

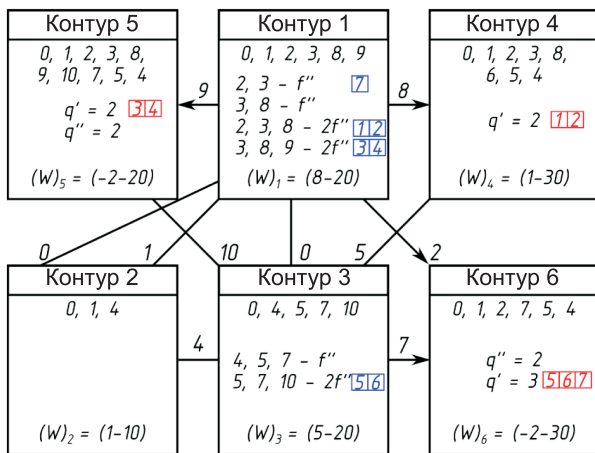


Рис. 4. Контурная сеть графа

зей жесткость может значительно уменьшить, что отрицательно скажется на качестве работы механизма и приведет к ухудшению внешней динамики. Частичное же их устране-

ние позволяет достигнуть компромисса между требуемой жесткостью конструкции и точностью изготовления ее деталей [16].

Литература

- [1] Решетов Л.Н. *Конструирование рациональных механизмов*. Москва, Машиностроение, 1967. 208 с.
- [2] Решетов Л.Н. *Самоустанавливающиеся механизмы*. Москва, Машиностроение, 1991. 288 с.
- [3] Корнеев С.А. Двигатели Стирлинга (история, настоящее и перспективы). *Проблемы машиностроения и автоматизации*, 2011, № 2, с. 132–135.
- [4] Thombare D.G., Verma S.K. Technological development in the Stirling cycle engines. *Renew. Sust. Energ. Rev.*, 2008, vol. 12, no. 1, pp. 1–38, doi: <https://doi.org/10.1016/j.rser.2006.07.001>
- [5] Goswami D.Y., Kreith F. *Energy Conversion*. Boca Raton, CRC Press, 2017. 510 p.
- [6] Organ A.J. The miniature, reversed Stirling cycle cryo-cooler: integrated simulation of performance. *Cryogenics*, 1999, vol. 39, no. 3, pp. 253–266, doi: [https://doi.org/10.1016/S0011-2275\(99\)00020-X](https://doi.org/10.1016/S0011-2275(99)00020-X)
- [7] Yatin C., Devaraj V. *Mathematical and optimization analysis of a miniature Stirling cryocooler*. Rourkela, National Institute of Technology. Thes. Bach. Tech., 2011. 59 p.
- [8] Крутлов М.Г., ред. *Двигатели Стирлинга*. Москва, Машиностроение, 1977. 150 с.
- [9] Уокер Г. *Двигатели Стирлинга*. Москва, Машиностроение, 1986. 405 с.
- [10] Senft J.R. Theoretical limits on the performance of Stirling. *Int. J. Energy Res.*, 1998, vol. 22, no. 11, pp. 991–1000, doi: [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1099-114X\(199809\)22:11%3C991::AID-ER427%3E3.0.CO;2-U](https://doi.org/10.1002/(SICI)1099-114X(199809)22:11%3C991::AID-ER427%3E3.0.CO;2-U)
- [11] Павлова Л.А. *Метод графов в структурном исследовании пространственных механизмов*. Дис. ... канд. тех. наук. Москва, МВТУ им. Н.Э. Баумана, 1967. 187 с.
- [12] Тимофеев Г.А., Катаев И.З. Особенности кинематики ромбических механизмов. *Инженерный вестник*, 2015, № 10. URL: <http://ainjournal.ru/doc/821242.html>
- [13] Тимофеев Г.А., Самойлова М.В. Структурный анализ планетарного механизма с двумя плавающими звеньями. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2017, № 6, с. 18–27, doi: <http://dx.doi.org/10.18698/0536-1044-2017-6-18-27>
- [14] Тимофеев Г.А., Самойлова М.В. Использование метода графов в структурном анализе планетарно-волнового механизма. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2010, № 2, с. 3–14.
- [15] Тимофеев Г.А. Исследование структуры волновой зубчатой передачи с генератором волн внешнего деформирования. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2016, № 3, с. 3–10.
- [16] Пейсах Э.Е., Нестеров В.А. *Система проектирования плоских рычажных механизмов*. Москва, Машиностроение, 1988. 232 с.

References

- [1] Reshetov L.N. *Konstruirovaniye ratsional'nykh mekhanizmov* [Design of rational mechanisms]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1967. 208 p.
- [2] Reshetov L.N. *Samoustanavlivayushchiesya mekhanizmy* [Self-adjustable mechanisms]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1991. 288 p.
- [3] Korneev S.A. Stirling engines (history, present and prospects). *Problemy mashinostroeniya i avtomatizatsii*, 2011, no. 2, pp. 132–135 (in Russ.).
- [4] Thombare D.G., Verma S.K. Technological development in the Stirling cycle engines. *Renew. Sust. Energ. Rev.*, 2008, vol. 12, no. 1, pp. 1–38, doi: <https://doi.org/10.1016/j.rser.2006.07.001>
- [5] Goswami D.Y., Kreith F. *Energy Conversion*. Boca Raton, CRC Press, 2017. 510 p.
- [6] Organ A.J. The miniature reversed Stirling cycle cryo-cooler: integrated simulation of performance. *Cryogenics*, 1999, vol. 39, no. 3, pp. 253–266, doi: [https://doi.org/10.1016/S0011-2275\(99\)00020-X](https://doi.org/10.1016/S0011-2275(99)00020-X)

- [7] Yatin C., Devaraj V. *Mathematical and optimization analysis of a miniature Stirling cryocooler*. Rourkela, National Institute of Technology. Thes. Bach. Tech., 2011. 59 p.
- [8] Kruglov M.G., ed. *Dvigateli Stirlinga* [Stirling engines]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1977. 150 p.
- [9] Walker G. *Stirling engines*. Oxford, 1980. (Russ. ed.: *Dvigateli Stirlinga*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1986. 405 p.)
- [10] Senft J.R. Theoretical limits on the performance of Stirling. *Int. J. Energy Res.*, 1998, vol. 22, no. 11, pp. 991–1000, doi: [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1099-114X\(199809\)22:11%3C991::AID-ER427%3E3.0.CO;2-U](https://doi.org/10.1002/(SICI)1099-114X(199809)22:11%3C991::AID-ER427%3E3.0.CO;2-U)
- [11] Pavlova L.A. *Metod grafov v strukturnom issledovanii prostranstvennykh mekhanizmov*. Diss. kand. tekhn. nauk [Method of graphs in structure study of spatial mechanisms. Kand. tech. sci. diss.]. Moscow, Bauman MHTU Publ., 1967. 187 p.
- [12] Timofeev G.A., Kataev I.Z. Special aspects of rhomboid mechanisms kinematics. *Inzhenernyy vestnik* [Engineering Bulletin], 2015, no. 10. URL: <http://ainjournal.ru/doc/821242.html> (in Russ.).
- [13] Timofeev G.A., Samoylova M.V. Structural analysis of a planetary gear mechanism with two floating links. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroenie* [BMSTU Journal of Mechanical Engineering], 2017, no. 6, pp. 18–27, doi: <http://dx.doi.org/10.18698/0536-1044-2017-6-18-27> (in Russ.).
- [14] Timofeev G.A., Samoylova M.V. Application of method of graphs for structural analysis of planetary and wave mechanism. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Mashinost.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Mechan. Eng.], 2010, no. 2, pp. 3–14 (in Russ.).
- [15] Timofeev G.A. Investigation of the structure of a wave gear with an external deformation wave generator. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin*, 2016, no. 3, pp. 3–10 (in Russ.). (Eng. version: *J. Mach. Manuf. Reliab.*, 2016, vol. 45, no. 3, pp. 191–198, doi: <https://doi.org/10.3103/S1052618816030195>)
- [16] Peysakh E.E., Nesterov V.A. *Sistema proektirovaniya ploskikh rychazhnykh mekhanizmov* [Design system for plain link mechanisms]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1988. 232 p.

Статья поступила в редакцию 22.03.2021

Информация об авторах

ТИМОФЕЕВ Геннадий Алексеевич — доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой «Теория механизмов и машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, к. 1, e-mail: timga@bmstu.ru).

САМСОНЕНКО Дмитрий Максимович — инженер-исследователь, НИИ автоматизации производственных процессов. МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, к. 1, e-mail: samsondm97@gmail.com).

Information about the authors

TIMOFEEV Gennady Alekseevich — Doctor of Science (Eng.), Professor, Head of the Department of Theory of Mechanisms and Machines. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Bauman-skaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: timga@bmstu.ru).

SAMSONENKO Dmitry Maksimovich — Research Engineer, Research Institute of Automation of Manufacturing Processes. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Bauman-skaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: samsondm97@gmail.com).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Тимофеев Г.А., Самсоненко Д.М. Структурный анализ ромбического механизма с развитым шатуном рабочей группы двигателя Стирлинга. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2021, № 8, с. 20–26, doi: [10.18698/0536-1044-2021-8-20-26](https://doi.org/10.18698/0536-1044-2021-8-20-26)

Please cite this article in English as:

Timofeev G.A., Samsonenko D.M. Structural Analysis of the Rhombic Mechanism with an Advanced Connecting Rod of the Working Group of the Stirling Engine. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2021, no. 8, pp. 20–26, doi: [10.18698/0536-1044-2021-8-20-26](https://doi.org/10.18698/0536-1044-2021-8-20-26)