

УДК 531.134

doi: 10.18698/0536-1044-2021-9-40-47

## Принцип Аккермана и его реализации в современных автомобилях

М.Л. Иоффе

## Ackermann Principle and its Implementation in Modern Cars

M.L. Ioffe

Принцип Аккермана разработан тогда, когда появилась возможность отдельного управления четырьмя колесами подвижного объекта в процессе поворота. При этом возникли две задачи. Первая состояла в том, как надо управлять колесами, чтобы обеспечить их чистое качение при повороте объекта. Ее решение и составило содержание принципа Аккермана. Вторая, как реализовать этот принцип в конкретном механизме. Проанализированы распространенные в современных автомобилях механизмы с целью оценки их соответствия принципу Аккермана. Методом анализа являлось составление и моделирование конечно-разностного уравнения, описывающего процесс передачи движения рулевого колеса в движение, необходимое для поворота колес.

**Ключевые слова:** принцип Аккермана, плоское движение без скольжения, мгновенный центр вращения, рулевая трапеция, реечный рулевой механизм, рекуррентный алгоритм

The Ackermann principle was developed when it became possible to separately control the four wheels of a moving object in the process of turning. In this case, two tasks arose. The first task was to control the wheels to ensure their pure rolling when the object is turned. The solution of this problem was in the Ackermann principle. The second task was to implement this principle in a specific mechanism. The paper analyzes the mechanisms common in modern cars in order to assess their compliance with the Ackermann principle. The method of analysis was in generating and modeling a finite-difference equation describing the process of transferring the movement of the steering wheel to the movement required to turn the wheels.

**Keywords:** Ackermann principle, plane motion without slip, instantaneous center of rotation, steering linkage, rack and pinion steering gear, recurrent algorithm

Принципу Аккермана посвящено большое количество научных работ [1–11]. Принцип состоит в том, что тележка на четырех колесах не может совершать плоское движение без скольжения, если передние колеса установлены под одинаковыми углами к ее продольной оси. Следует отметить, что в общем случае плоское движение без скольжения эквивалентно суще-

ствованию мгновенного центра вращения, расположенного на пересечении перпендикуляров к линейным скоростям точек движущейся тележки (рис. 1).

Цель работы — математическое моделирование процесса изменения направления корпуса автомобиля в зависимости от изменения углового положения руля.

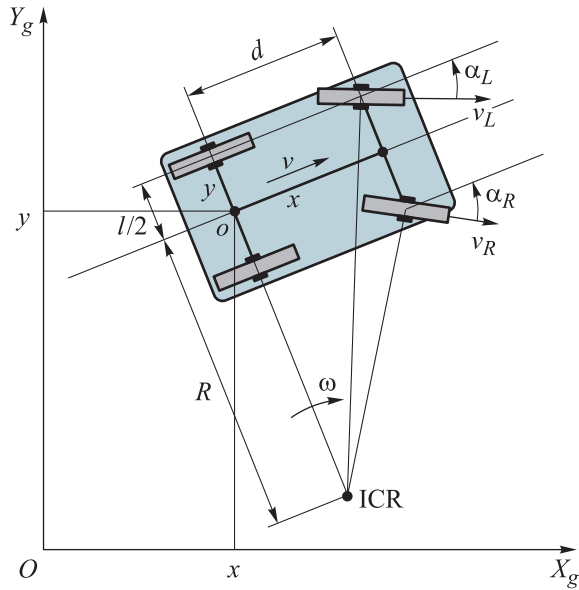


Рис. 1. Схема плоского движения корпуса тележки ( $v_L$  и  $v_R$  — линейные скорости левого и правого колес)

Рассмотрим плоское движение корпуса тележки. Введем в плоскости движения декартову систему координат  $OX_gY_g$  (см. рис. 1). Свяжем с движущимся телом подвижный трехгранник  $ox_0y_0$ . Начало этого трехгранника — точка  $o$  — имеет в неподвижной системе координаты  $x, y$ , ось  $ox_0$  направлена вдоль тела, ось  $oy_0$  — поперек него. Положение тела определяется тремя независимыми параметрами (тремя степенями свободы): координатами  $x, y$  и углом  $\varphi$  между осями  $OX_g$  и  $ox_0$ .

Распределение скоростей точек твердого тела описывается векторным уравнением

$$\mathbf{v}(x, y) = \mathbf{v}(x_0, y_0) + \boldsymbol{\omega}\mathbf{r},$$

где  $\mathbf{v}(x, y)$  — вектор скорости произвольной точки тела с координатами  $x, y$ ;  $\mathbf{v}(x_0, y_0)$  — вектор скорости начала координат;  $\boldsymbol{\omega}$  — вектор угловой скорости  $\omega$ ,  $\boldsymbol{\omega} = (0, 0, \omega)$ ;  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор произвольной точки тела относительно подвижного начала.

В проекциях на оси  $x$  и  $y$  подвижного трехгранника это уравнение имеет вид

$$v_x = v_{x_0} - \omega y;$$

$$v_y = v_{y_0} + \omega x.$$

Отсюда следует, что координаты мгновенного центра вращения (Instantaneous Centre of Rotation — ICR), т. е. точки, скорость которой равна нулю, определяются выражениями

$$x_{ICR} = -\frac{v_{y_0}}{\omega};$$

$$y_{ICR} = \frac{v_{x_0}}{\omega}.$$

В рассматриваемой задаче твердое тело имеет четыре точки (колеса), в которых заданы направления линейных скоростей. Координаты этих точек на задней и передней осях описываются следующим образом:

$$\mathbf{r}_1 = \left(0, -\frac{l}{2}\right); \quad \mathbf{r}_2 = \left(0, \frac{l}{2}\right);$$

$$\mathbf{r}_3 = \left(d, -\frac{l}{2}\right); \quad \mathbf{r}_4 = \left(d, \frac{l}{2}\right),$$

где  $l$  — расстояние между правым и левым колесами;  $d$  — расстояние между передней и задней осями.

При заданных значениях скорости начала координат и угловой скорости линейные скорости этих четырех точек определяются выражениями:

$$\mathbf{v}_1 = \left(v_{x_0} + \omega\frac{l}{2}, v_{y_0}\right); \quad \mathbf{v}_2 = \left(v_{x_0} - \omega\frac{l}{2}, v_{y_0}\right);$$

$$\mathbf{v}_3 = \left(v_{x_0} + \omega\frac{l}{2}, v_{y_0} + \omega d\right);$$

$$\mathbf{v}_4 = \left(v_{x_0} - \omega\frac{l}{2}, v_{y_0} + \omega d\right).$$

Обозначим через  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_R$  и  $\alpha_L$  углы наклона линейных скоростей в точках 1, 2, 3 и 4 соответственно. Из предыдущих формул следует, что

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{v_{y_0}}{v_{x_0} + \omega\frac{l}{2}}; \quad \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{v_{y_0}}{v_{x_0} - \omega\frac{l}{2}};$$

$$\operatorname{tg} \alpha_R = \frac{v_{y_0} + \omega d}{v_{x_0} + \omega\frac{l}{2}}; \quad \operatorname{tg} \alpha_L = \frac{v_{y_0} + \omega d}{v_{x_0} - \omega\frac{l}{2}}.$$

Если предположить, что скорость тележки направлена вдоль продольной оси, т. е.  $v_{y_0} = 0$ , то имеем

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \operatorname{tg} \alpha_2 = 0;$$

$$\operatorname{tg} \alpha_R = \frac{\omega d}{v_{x_0} + \omega\frac{l}{2}};$$

$$\operatorname{tg} \alpha_L = \frac{\omega d}{v_{x_0} - \omega\frac{l}{2}}.$$

Так как на рис. 1 угловая скорость  $\omega < 0$ , абсолютная величина угла поворота левого колеса меньше, чем правого. Таким образом, при рав-

ных углах движение без скольжения невозможно. С помощью этих формул можно вычислить один из углов, зная значение другого. Например, при известном значении правого угла  $\alpha_R$  левый угол  $\alpha_L$  определяется с помощью следующих выражений:

$$\omega = \frac{v_{x0} \operatorname{tg} \alpha_R}{d - \frac{l}{2} \operatorname{tg} \alpha_R};$$

$$\operatorname{tg} \alpha_L = \frac{d}{\frac{v_{x0}}{\omega} - \frac{l}{2}} = \frac{d}{\frac{d - \frac{l}{2} \operatorname{tg} \alpha_R}{\operatorname{tg} \alpha_R} - \frac{l}{2}} = \frac{d \operatorname{tg} \alpha_R}{d - l \operatorname{tg} \alpha_R} =$$

$$= \frac{d}{d \operatorname{ctg} \alpha_R - l} = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha_R - \frac{l}{d}}.$$

Из последней формулы следует, что

$$\operatorname{ctg} \alpha_R = \frac{1 + \frac{l}{d} \operatorname{tg} \alpha_L}{\operatorname{tg} \alpha_L} = \operatorname{ctg} \alpha_L + \frac{l}{d}$$

или

$$\operatorname{tg} \alpha_R = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha_L + \frac{l}{d}} = \frac{\sin \alpha_L}{\cos \alpha_L + \sin \alpha_L \frac{l}{d}}.$$

Рассмотрим реализацию принципа Аккермана в современных автомобилях. При всем разнообразии конструкций рулевого привода все они в той или иной степени основаны на применении трехзвенного механизма, так называемой рулевой трапеции, кинематическая схема которой показана на рис. 2.

Отметим, что сам по себе этот механизм нельзя рассматривать в качестве устройства, передающего движение рулевого колеса передним колесам, так как передачу движения руле-

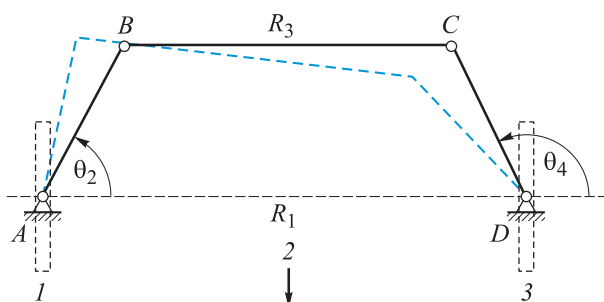


Рис. 2. Кинематическая схема рулевой трапеции:  
1 — правое колесо; 2 — передняя часть автомобиля;  
3 — левое колесо

вого колеса к одному из подвижных звеньев можно реализовать разными способами. Однако его часто используют (например, в работе [4]) для анализа того, насколько точно реализован принцип Аккермана. Механизм имеет три подвижных звена и четыре пары пятого порядка. Таким образом, число его степеней свободы составляет  $3 \cdot 3 - 4 \cdot 2 = 1$ .

Параметрами механизма являются:  $\theta_2^0$  — начальный угол поворота правого колеса;  $R_1$  — расстояние между правым и левым колесами;  $R_3$  — длина звена BC.

По этим данным можно определить длину звена AB:

$$AB = \frac{R_1 - R_3}{2 \cos \theta_2^0}.$$

Так как направление колес в начальный момент перпендикулярно звену AD, в качестве параметра можно использовать угол Аккермана

$$AA = \frac{\pi}{2} - \theta_2^0.$$

Угол поворота правого колеса  $\theta_2$  связан с углом  $\vartheta$ , определяющим направление колеса при движении, выражением

$$\vartheta = \theta_2 + AA.$$

Очевидно, что в системе координат AXU, в которой начало находится в точке A, ось AX направлена горизонтально направо, ось AU вертикально вверх и справедливо равенство

$$\mathbf{BC} = (R_1, 0) + AB(\cos \theta_4, \sin \theta_4) - AB(\cos \theta_2, \sin \theta_2).$$

Отсюда следует, что

$$R_3^2 = R_1^2 + 2AB^2 + 2R_1AB \cos \theta_4 - 2R_1AB \cos \theta_2 - 2AB^2 \cos(\theta_2 - \theta_4). \quad (1)$$

Решение этого уравнения, т. е. определение неизвестного угла поворота левого колеса  $\theta_4$  через угол  $\theta_2$ , можно записать как

$$\theta_4 = \sin^{-1} \left( \frac{a + \cos \theta_2}{\sqrt{1 + b^2 - 2b \sin \theta_2}} \right) + \operatorname{tg}^{-1} \left( \frac{\sin \theta_2 - b}{\cos \theta_2 + a} \right),$$

где

$$a = \frac{R_3^2 - R_1^2 - 2AB^2}{2R_1AB}; \quad b = \frac{AB}{R_1}.$$

Однако существует более простой способ. Варьируя уравнение (1), получаем

$$\left[ -\sin \theta_4 - \frac{AB}{R_1} \sin(\theta_2 - \theta_4) \right] \delta\theta_4 + \left[ \sin \theta_2 + \frac{AB}{R_1} \sin(\theta_2 - \theta_4) \right] \delta\theta_2 = 0.$$

Отсюда следует, что малые повороты правого  $\delta\theta_2$  и левого  $\delta\theta_4$  колес связаны уравнением

$$\delta\theta_4 = \frac{\sin \theta_2 + \frac{AB}{R_1} \sin(\theta_2 - \theta_4)}{\sin \theta_4 + \frac{AB}{R_1} \sin(\theta_2 - \theta_4)} \delta\theta_2.$$

Таким образом, при известных начальных значениях углов  $\theta_2$  и  $\theta_4$  можно вычислить значения углов в интервале от  $\theta_2^0$  до его максимального значения  $\theta_2^{\max}$ , последовательно меняя угол  $\theta_2$  по формуле

$$\theta(k) = \theta_2^0 + \frac{\theta_2^{\max} - \theta_2^0}{n}(k-1), \quad k = 1, 2, \dots, n+1,$$

где  $n$  — число шагов.

Начальные значения углов  $\theta_2$  и  $\theta_4$  связаны уравнением

$$\theta_2^0 + \theta_4^0 = \pi.$$

С учетом этого равенства приращения углов после первого шага связаны зависимостью

$$\begin{aligned} \delta\theta_4 &= \frac{\sin \theta_2^0 + \frac{AB}{R_1} \sin[\theta_2^0 - (\pi - \theta_2^0)]}{\sin(\pi - \theta_2^0) + \frac{AB}{R_1} \sin[\theta_2^0 - (\pi - \theta_2^0)]} \delta\theta_2 = \\ &= \frac{\sin \theta_2^0 + \frac{AB}{R_1} \sin(2\theta_2^0 - \pi)}{\sin \theta_2^0 + \frac{AB}{R_1} \sin(2\theta_2^0 - \pi)} \delta\theta_2. \end{aligned}$$

Таким образом, после первого шага оба колеса занимают одинаковые положения, т. е. при малых углах колеса двигаются одинаково.

На участке от  $k$  до  $k + 1$  изменение углов описывается уравнением

$$\begin{aligned} \delta\theta_2 &= \frac{\theta_2^{\max} - \theta_2^0}{n}; \\ \theta_2(k+1) &= \theta_2(k) + \delta\theta_2; \\ \theta_4(k+1) &= \theta_4(k) + \\ &+ \frac{\sin \theta_2(k) + \frac{AB}{R_1} \sin[\theta_2(k) - \theta_4(k)]}{\sin \theta_4(k) + \frac{AB}{R_1} \sin[\theta_2(k) - \theta_4(k)]} \delta\theta_2. \end{aligned}$$

При известных углах поворота правого и левого колес отклонение реального движения от принципа Аккермана описывается выражением

$$\varepsilon(k) = \arctg \frac{\sin \theta_4(k)}{\cos \theta_4(k) + \theta_4(k) \frac{R_1}{d}} - \theta_2(k).$$

Рассмотрим пример со следующими данными:  $R_1 = 0,6226$  м;  $R_3 = 0,4$  м;  $d = 1,6$  м;  $\theta_2^0 = 70^\circ$ ;  $\theta_4^0 = 110^\circ$ .

Результаты расчета по предложенному рекуррентному алгоритму в среде MATLAB показаны на рис. 3.

Наиболее часто в рулевом управлении применяют так называемый реечный рулевой механизм, схема которого показана на рис. 4.

Плоский реечный механизм, кинематическая схема которого показана на рис. 5, состоит из пяти звеньев, соединенных семью парами (одной поступательной и шестью вращательными) — шарнирами. Таким образом, число степеней свободы механизма составляет  $5 \cdot 3 - 7 \cdot 2 = 1$ .

Звеньями реечного механизма являются рулевая рейка  $A_2A_1$  длиной  $2L$ , боковые рулевые тяги  $A_1B_1$  и  $A_2B_2$  длиной  $l_1$  и  $l_2$ , рычаги поворотного кулака  $B_1C_1$  и  $B_2C_2$  длиной  $l_3$  и  $l_4$ . Рычаги  $B_1C_1$ ,  $B_2C_2$  жестко связаны с колесами, и их поворот на определенный угол вызывает такой же поворот колес. К параметрам механизма относятся величины  $2L$ ,  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$ ,  $l_4$ ,  $H$  и  $W$ , показанные на рис. 5.

В горизонтальной плоскости введем жестко связанную с корпусом автомобиля систему координат  $OXY$ , с началом в точке  $O$ , располо-

$\theta_2; \theta_4; \varepsilon$ , град

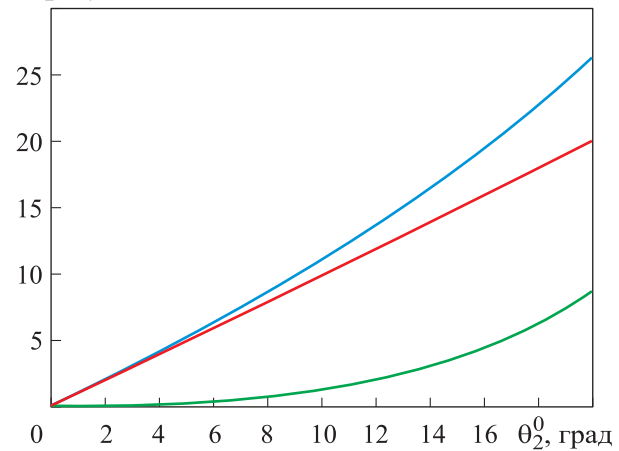


Рис. 3. Зависимости углов  $\theta_2$  (—),  $\theta_4$  (—) и отклонения  $\varepsilon$  (—) от начального угла поворота правого колеса  $\theta_2^0$ , полученные путем расчета по рекуррентному алгоритму

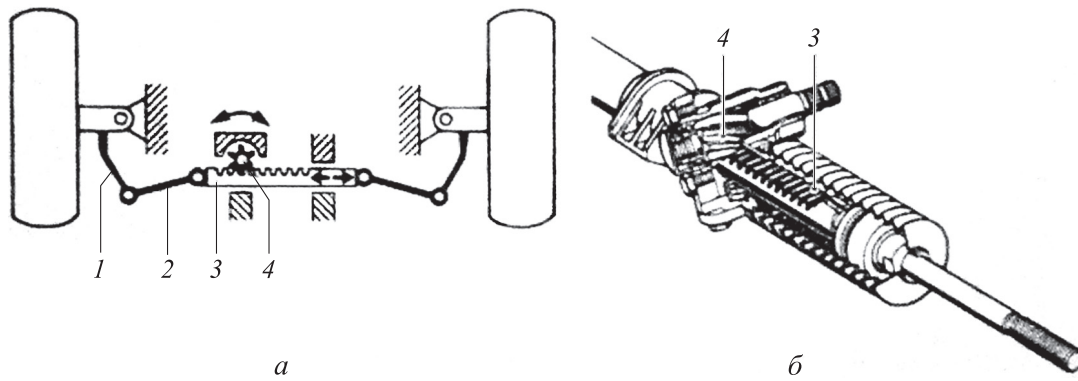


Рис. 4. Схема реечного рулевого механизма (а) и его увеличенный фрагмент (б): 1 — рычаг поворотного кулака; 2 — боковая рулевая тяга; 3 — зубчатая рейка; 4 — шестерня

женной на продольной оси автомобиля посредине рулевой рейки в тот момент, когда руль находится в нулевом положении. Ось  $OX$  направлена поперек автомобиля, ось  $OY$  — вдоль. Положения неподвижных шарниров  $C_1$  и  $C_2$  в указанной системе координат определяются соответствующими координатами

$$\left( x_{C_1} = \frac{W}{2}, y_{C_2} = H \right) \text{ и } \left( x_{C_2} = -\frac{W}{2}, y_{C_2} = H \right).$$

Положение механизма в процессе движения определяют пять обобщенных координат:  $x$  — координатная середина рейки;  $\varphi_1$  — угол наклона тяги  $A_1B_1$  к оси  $OX$ ;  $\varphi_2$  — угол наклона рычага  $B_1C_1$  к оси  $OX$ ;  $\varphi_3$  — угол наклона тяги  $A_2B_2$  к оси  $OX$ ;  $\varphi_4$  — угол наклона рычага  $B_2C_2$  к оси  $OX$ . Так как механизм имеет одну степень свободы, в качестве независимой координаты выберем координату  $x$ . Для нахождения остальных координат используем уравнения связи

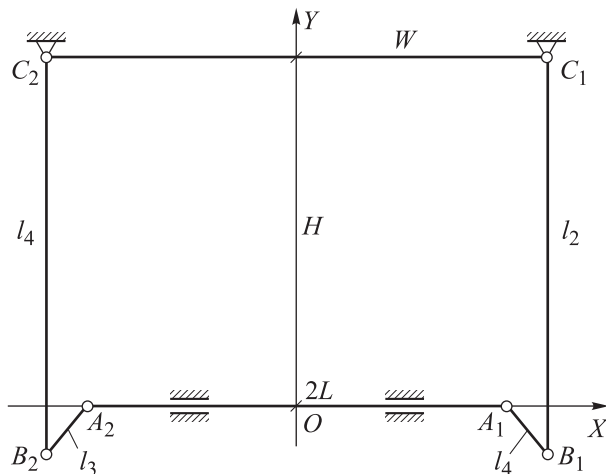


Рис. 5. Кинематическая схема реечного механизма

$$\begin{aligned} & \left( x_{C_1} = \frac{W}{2}, y_{C_1} = H \right) = \\ & = (x + L, 0) + l_1 (\cos \varphi_1, \sin \varphi_1) + l_2 (\cos \varphi_2, \sin \varphi_2); \\ & \left( x_{C_2} = -\frac{W}{2}, y_{C_2} = H \right) = \\ & = (x - L, 0) + l_3 (\cos \varphi_3, \sin \varphi_3) + l_4 (\cos \varphi_4, \sin \varphi_4). \end{aligned}$$

Чтобы найти углы наклона элементов механизма при известных параметрах механизма и координате  $x$ , необходимо решить системы уравнений для правой и левой частей конструкции, которые получают приравнением соответствующих координат в предыдущих равенствах:

$$l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2 = \frac{W}{2} - x - L;$$

$$l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \varphi_2 = H;$$

$$l_3 \cos \varphi_3 + l_4 \cos \varphi_4 = -\frac{W}{2} - x + L;$$

$$l_3 \sin \varphi_3 + l_4 \sin \varphi_4 = H.$$

Рассмотрим симметричную конструкцию, в которой  $l_1 = l_3$  и  $l_2 = l_4$ . В начальный момент, когда руль находится в нулевом положении, координата  $x = 0$ . В этот момент углы  $\varphi_3$ ,  $\varphi_4$  определяются углами  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ :

$$\varphi_3 = \pi - \varphi_1; \quad (2)$$

$$\varphi_4 = \pi - \varphi_2.$$

Очевидно, что в этом случае из равенств для правой части устройства следуют равенства и для левой. При небольших изменениях  $x$  малые изменения углов  $\delta\varphi_1$ ,  $\delta\varphi_2$ ,  $\delta\varphi_3$ ,  $\delta\varphi_4$  удовлетворяют уравнениям

$$l_1 \sin \varphi_1 \delta\varphi_1 + l_2 \sin \varphi_2 \delta\varphi_2 = \delta x;$$

$$l_1 \cos \varphi_1 \delta\varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2 \delta\varphi_2 = 0;$$

$$l_3 \sin \varphi_3 \delta \varphi_3 + l_4 \sin \varphi_4 \delta \varphi_4 = \delta x;$$

$$l_3 \cos \varphi_3 \delta \varphi_3 + l_4 \cos \varphi_4 \delta \varphi_4 = 0.$$

Решая эти уравнения, получаем

$$\delta \varphi_2 = \frac{\delta x}{(-\operatorname{tg} \varphi_1 \cos \varphi_2 + \sin \varphi_2) l_2};$$

$$\delta \varphi_4 = \frac{\delta x}{(-\operatorname{tg} \varphi_3 \cos \varphi_4 + \sin \varphi_4) l_2}.$$

С учетом соотношений (2) получаем, что оба колеса на первом шаге поворачиваются на один и тот же угол. Этот вывод можно сделать для малых углов поворота.

Рассмотрим движение механизма при конечном изменении координаты  $x$  от 0 до максимального значения  $x_{\max}$  (во всем диапазоне изменения углов). Разделим интервал на  $n$  шагов, т. е. положим

$$x(i) = \frac{x_{\max}}{n}(i-1), \quad i = 1, 2, \dots, n+1.$$

Таким образом,

$$\delta x = \frac{x_{\max}}{n}.$$

На участке от  $k$  до  $k+1$  изменения углов описываются следующими уравнениями:

$$\varphi_1(k+1) = \varphi_1(k) + \frac{\cos \varphi_2(k)}{l_1 \sin[\varphi_1(k) - \varphi_2(k)]} \delta x;$$

$$\varphi_2(k+1) = \varphi_2(k) - \frac{\cos \varphi_1(k)}{l_2 \sin[\varphi_1(k) - \varphi_2(k)]} \delta x;$$

$$\varphi_3(k+1) = \varphi_3(k) + \frac{\cos \varphi_4(k)}{l_1 \sin[\varphi_3(k) - \varphi_4(k)]} \delta x;$$

$$\varphi_4(k+1) = \varphi_4(k) - \frac{\cos \varphi_3(k)}{l_2 \sin[\varphi_3(k) - \varphi_4(k)]} \delta x.$$

Используя эти формулы при известных начальных значениях углов, можно рекуррентно вычислить значения углов для всего диапазона их изменения. При известных углах правого и левого колес отклонение реального движения от принципа Аккермана описывается выражением

$\varphi_2; \varphi_4; \varepsilon$ , град

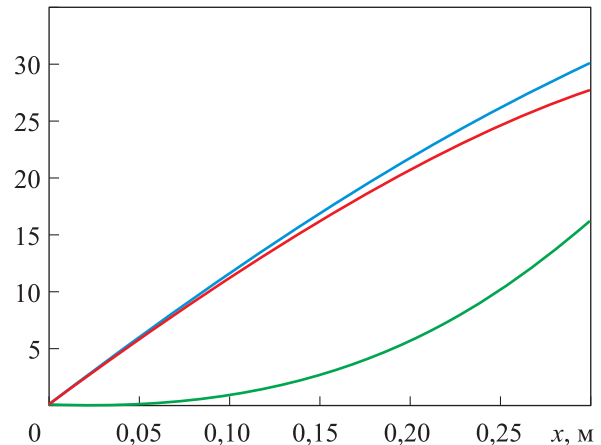


Рис. 6. Зависимости углов  $\varphi_2$  (—),  $\varphi_4$  (—) и отклонения  $\varepsilon$  (—) от перемещения механизма вдоль оси  $x$ , полученные путем расчета по рекуррентному алгоритму

$$\varepsilon(k) = \operatorname{arctg} \frac{\sin \varphi_4(k)}{\cos \varphi_4(k) + \varphi_4(k) \frac{l}{d}} - \varphi_2(k).$$

Рассмотрим пример со следующими числовыми данными:  $2L = 0,6$ ;  $l_1 = 0,2$  м;  $l_2 = 0,7$  м;  $\varphi_1 = -\pi/4$ ;  $\varphi_2 = 3\pi/4$ ;  $\varphi_3 = 3\pi/4$ ;  $\varphi_4 = \pi/4$ ;  $x_{\max} = 0,2$  м;  $n = 100$ .

По этим данным можно вычислить параметры  $W$  и  $d$ :

$$W = l = L + l_1 \cos \varphi_1; \quad d = 1,2W.$$

Результаты расчета по предложенному рекуррентному алгоритму в среде MATLAB приведены на рис. 6.

## Выводы

1. Приведен простой вывод принципа Аккермана, основанный на кинематике плоского движения твердого тела.

2. Предложен способ анализа плоского механизма с помощью рекуррентной вычислительной схемы, реализованной в среде MATLAB.

3. С помощью разработанного способа установлено, насколько точно принцип Аккермана выполняется в механизме рулевой трапеции и реечном механизме, широко применяемом в современных автомобилях.

## Литература

- [1] Рампель Й. *Шасси автомобиля*. Москва, Машиностроение, 1983. 288 с.
- [2] Ярополов В. Принцип Аккермана в рулевом управлении. *rc-auto.ru: веб-сайт*. URL: [https://www.rc-auto.ru/articles\\_models/id/445](https://www.rc-auto.ru/articles_models/id/445) (дата обращения: 15.03.2021).
- [3] Гришкевич А.И. *Автомобили. Конструирование и расчет. Системы управления и ходовая часть*. Минск, Высшая школа, 1987. 200 с.
- [4] Богатырёв А.В., ред. *Автомобили*. Москва, Колос, 2004. 496 с.
- [5] Титаренко Д. Базовые понятия геометрии ходовой части и рулевого управления. *Авто специалист*, 2012, № 4, с. 26.
- [6] Zarak C.E., Townsend M.A. Optimal design of rack-and-pinion steering linkages. *J. Mech., Trans., and Automation.*, 1983, vol. 105, no. 2, pp. 220–226, doi: <https://doi.org/10.1115/1.3258512>
- [7] Troupe N.W. *Optimization of steering geometry for ultra-high-mileage vehicles*. Pennsylvania State University, 2011. 14 p.
- [8] King-Hele D. Erasmus Darwin's improved design for steering carriages and cars. *Notes Rec. R. Soc. Lond.*, 2002, vol. 56, no. 1, pp. 41–62, doi: <https://doi.org/10.1098/rsnr.2002.0166>
- [9] Mazilu A., Preda I. Kinematic optimization of the rack and pinion steering system of an automobile: an example. *CONAT 2016 Int. Cong. Automot. Transp. Eng.* Transilvania University, 2016, pp. 87–96.
- [10] Slesongsom S. Optimum synthesis of steering mechanism. *MENETT* 28, 2014, pp. 949–955.
- [11] Wasiwitono U., Sidarta I., Pramono A.S., et al. Steering system kinematic and steady-state cornering analyses of the ITS electric car. *J. Proc. Series*, 2014, vol. 1, no. 1, pp. 58–62, doi: <https://dx.doi.org/10.12962/j23546026.y2014i1.233>

## References

- [1] Reimpell J. *Fahrwerktechnik*. Vogel Würzburg, 1982. (Russ. ed.: Shassi avtomobilya. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1983. 288 p.)
- [2] Yaropolov V. Printsip Akkermana v rulevom upravlenii [Ackerman principle in steer drive]. *rc-auto.ru: website*. URL: [https://www.rc-auto.ru/articles\\_models/id/445](https://www.rc-auto.ru/articles_models/id/445) (accessed: 15.03.2021) (in Russ.).
- [3] Grishkevich A.I. *Avtomobili. Konstruirovaniye i raschet. Sistemy upravleniya i khodovaya chast'* [Vehicles. Design and calculation. Control systems and travel carriage]. Minsk, Vysshaya shkola Publ., 1987. 200 p.
- [4] Bogatyrev A.V., ed. *Avtomobili* [Vehicles]. Moscow, Kolos Publ., 2004. 496 p.
- [5] Titarenko D. Basic concepts of travel carriage and steer drive geometry. *Avto spetsialist*, 2012, no. 4, p. 26 (in Russ.).
- [6] Zarak C.E., Townsend M.A. Optimal design of rack-and-pinion steering linkages. *J. Mech., Trans., and Automation.*, 1983, vol. 105, no. 2, pp. 220–226, doi: <https://doi.org/10.1115/1.3258512>
- [7] Troupe N.W. *Optimization of steering geometry for ultra-high-mileage vehicles*. Pennsylvania State University, 2011. 14 p.
- [8] King-Hele D. Erasmus Darwin's improved design for steering carriages and cars. *Notes Rec. R. Soc. Lond.*, 2002, vol. 56, no. 1, pp. 41–62, doi: <https://doi.org/10.1098/rsnr.2002.0166>
- [9] Mazilu A., Preda I. Kinematic optimization of the rack and pinion steering system of an automobile: an example. *CONAT 2016 Int. Cong. Automot. Transp. Eng.* Transilvania University, 2016, pp. 87–96.
- [10] Slesongsom S. Optimum synthesis of steering mechanism. *MENETT* 28, 2014, pp. 949–955.
- [11] Wasiwitono U., Sidarta I., Pramono A.S., et al. Steering system kinematic and steady-state cornering analyses of the ITS electric car. *J. Proc. Series*, 2014, vol. 1, no. 1, pp. 58–62, doi: <https://dx.doi.org/10.12962/j23546026.y2014i1.233>



## Информация об авторе

**ИОФФЕ Марк Львович** — кандидат технических наук (США, Нью-Йорк, 2-я Авеню, д. 444, e-mail: ioffe.mark@gmail.com).

## Information about the author

**IOFFE Mark Lvovich** — Candidate of Science (Eng.) (444, 2<sup>nd</sup> Avenue, New York, USA, e-mail: ioffe.mark@gmail.com).

### Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Иоффе М.Л. Принцип Аккермана и его реализации в современных автомобилях. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2021, № 9, с. 40–47, doi: 10.18698/0536-1044-2021-9-40-47

### Please cite this article in English as:

Ioffe M.L. Ackermann Principle and its Implementation in Modern Cars. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2021, no. 9, pp. 40–47, doi: 10.18698/0536-1044-2021-9-40-47



Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана  
предлагает читателям учебное пособие

### «Механизмы прецизионных перемещений»

Авторы: В.П. Михайлов, А.М. Базиненков

Приведены методы анализа, выбора и расчета прецизионных механизмов микро и наноперемещений с учетом их функционального назначения и заданных параметров движения исполнительных механизмов оборудования для микро- и нанотехнологий. Рассмотрены методы вибрационной защиты прецизионного оборудования, принципы разработки динамических моделей и алгоритм процесса управления прецизионными механизмами перемещений для обеспечения требуемых параметров.

Определены основные параметры механизмов прецизионных перемещений.

Для студентов, обучающихся по направлениям подготовки 11.03.04 «Электроника и микроэлектроника» 28.03.02 «Наноинженерия».

### По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.

Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;

press@baumanpress.ru; <https://bmstu.press>