

Машиностроение и машиноведение

УДК 621.833

doi: 10.18698/0536-1044-2021-9-3-14

Повышение коэффициента полезного действия внецентроидного циклоидального зацепления

А.Н. Петровский

ООО «ИНЭКО»

Increased efficiency of eccentric cycloidal engagement

A.N. Petrovskiy

ООО ЕНЕКО

■ Передачи с внецентроидным циклоидальным зацеплением обладают большими передаточными числами, малыми габаритными размерами, низкими уровнями шума и вибраций. Относительно невысокий коэффициент полезного действия (КПД) ограничивает их применение в трансмиссиях транспортных средств, где востребовано эвольвентное зацепление с малыми передаточными числами (до 10) и высокими КПД (более 0,98). Потери мощности внецентроидного циклоидального зацепления вызваны трением в совместно работающих кинематических парах, которые шестерня образует по меньшей мере с половиной цевок, а последние с осями или гнездами в корпусе. Уменьшить потери мощности можно путем сокращения числа совместно работающих кинематических пар шестерня — цевка, что сделано модификацией теоретического профиля шестерни. Модифицированный профиль получен из теоретического удалением вершин выступов так, чтобы оставшиеся части профиля обеспечили плавную передачу нагрузки на заданное число цевок. Предложена методика расчета потерь мощности и КПД внецентроидного циклоидального зацепления для теоретического и модифицированного профилей шестерни. Установлено, что модификация циклоидальной шестерни позволяет снизить потери мощности в зацеплении более чем на 60 % и увеличить КПД на 0,03...0,04 без существенного уменьшения прочности рабочих поверхностей. Полученный результат подтвердил возможность повышения КПД внецентроидного циклоидального зацепления с целью применения в трансмиссиях транспортных машин.

Ключевые слова: КПД зацепления, внецентроидное циклоидальное зацепление, циклоидальная шестерня, потери мощности

■ Gears with eccentric cycloidal engagement have large gear ratios, small overall dimensions, low noise and vibration levels. A relatively low efficiency factor limits their use in transmissions mechanisms, where involute gearing with gear ratios up to 10 and high efficiency (over 0.98) are in demand. The power losses of the eccentric cycloidal engagement are caused by friction in the jointly working kinematic pairs, which are formed by the gear with at least half of the pins, and the latter form the pairs with axles or sockets in the housing. It is possible to reduce the power loss by reducing the number of jointly working kinematic gear-pin pairs, which is done by modifying the theoretical profile of the gear. The modified profile is obtained from the theoretical one by removing the tops of the protrusions so that

the remaining parts of the profile provide a smooth transfer of the load to a given number of pins. The study introduces a method for calculating power losses and the efficiency of eccentric cycloidal gearing for theoretical and modified gear profiles. Findings of research show that the modification of the cycloidal gear makes it possible to reduce the power loss in the engagement by more than 60% and to increase the efficiency by 0.03...0.04 without a significant decrease in the strength of the working surfaces. The obtained result confirmed the possibility of increasing the efficiency of eccentric cycloidal gearing for it to be used in transmissions of transport vehicles.

Keywords: engagement efficiency, eccentric cycloidal engagement, cycloidal gear, power losses

Передачи с внецентроидным циклоидальным зацеплением характеризуются большими передаточными числами, малыми размерами, низкими уровнями шума и вибраций. Производители рекламируют их высокую нагрузочную способность (которая по меньшей мере в 5 раз больше, чем у передачи с эвольвентным зацеплением) и коэффициент полезного действия (КПД), достигающий 0,95 [1–3].

Внецентроидное циклоидальное зацепление получило широкое применение в приводах промышленных роботов, грузоподъемных, пищевых, упаковочных и других технологических машин. В трансмиссиях транспортных средств, где востребованы зацепления с малыми передаточными числами (до 10) и высокими КПД (более 0,98), внецентроидное циклоидальное зацепление используется редко. Сокращение потерь на трение и увеличение КПД этого зацепления на 0,03...0,04 открывает перспективы его применения в транспортных машинах.

Внецентроидное циклоидальное зацепление — механизм с избыточными связями. Его высокая нагрузочная способность обеспечена совместной работой множества высших кинематических пар шестерня — цевка в активной зоне зацепления. Распределение нагрузки между кинематическими парами имеет статически неопределимый характер и зависит от точности исполнения основных звеньев.

Отклонения размеров, формы и взаимного расположения рабочих поверхностей, соизмеримые с упругими деформациями, приводят к перегрузке кинематических пар, уменьшению КПД и перегреву деталей. Надежность и удовлетворительный КПД зацепления достигаются высокой точностью изготовления деталей [4–7].

Превосходство нагрузочной способности внецентроидного циклоидального зацепления над эвольвентным не всегда востребовано, что позволяет снизить число совместно работа-

ющих кинематических пар и степень статической неопределенности.

Публикации [3, 8–10] представляют КПД циклоидальных передач как убывающую функцию передаточного числа. Эта зависимость отражает структурные свойства внецентроидного циклоидального зацепления, в котором передаточное число совпадает с числом выступов шестерни (при неподвижном цевочном колесе — ЦК) или числом цевок колеса (при неподвижной циклоидальной шестерне — ЦШ).

Половина выступов шестерни образуют с цевками совместно работающие кинематические пары, которые последовательно проходят подвижную зону активного зацепления. Трение в кинематических парах в значительной степени снижает КПД зацепления. Можно ожидать, что сокращение числа совместно работающих кинематических пар при сохранении передаточного числа будет способствовать повышению КПД. Обоснование этого положения и численная оценка возможного эффекта приведены далее.

Цель работы — разработка методики расчета потерь на трение, алгоритма и системы автоматического проектирования внецентроидного циклоидального зацепления с повышенным КПД.

Геометрическая схема и параметры зацепления приведены на рис. 1 в декартовых координатах XO_1Y , где $X_KO_1Y_K$ — подвижная система координат, связанная с водилом O_1O_2 ; O_1 и O_2 — оси ЦШ и ЦК; $n-n$ — общая нормаль центроид в полюсе зацепления P ; r_{w1} r_{w2} — радиусы центроид ЦШ и ЦК, м; r_2 — радиус окружности центров цевок, м; ρ_0 — радиус кривизны удлиненной эпициклоиды, м; ρ_1 — радиус кривизны профиля ЦШ, м; ρ_2 — радиус цевки, м; d_c — диаметр цевки, м; c — отрезок, соединяющий центр цевки и полюс P зацепления, м; z_1 — число выступов ЦШ; α — угол зацепле-

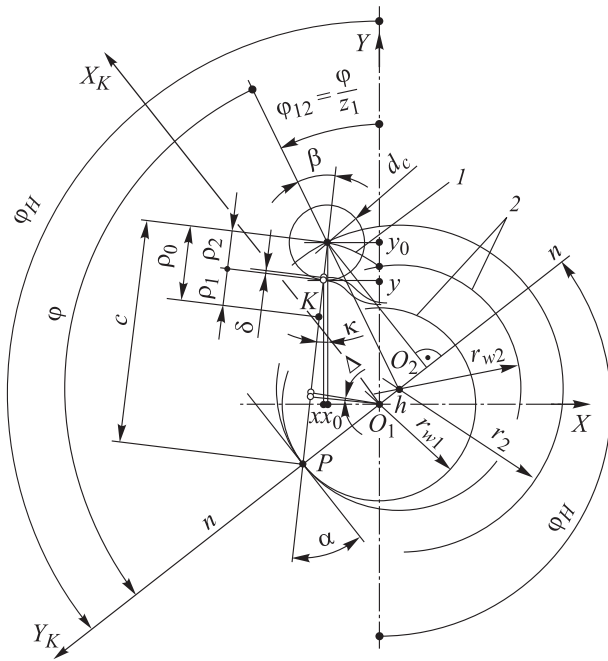


Рис. 1. Схема внецентроидного циклоидального зацепления:
1 — эпициклоида; 2 — центроиды

ния; β — центральный угол цевки между полюсом и центром ЦК; κ — угол между отрезком c и осью Y ; x_0, y_0 — координаты центра цевки, m ; φ — полюсный угол, определенный как центральный угол ЦК между центром цевки и полюсом зацепления P ; φ_H — угол поворота водила; φ_{12} — угол обката шестерни колесом; δ — сближение центров кривизны сопряженных профилей под нагрузкой, m ; Δ — угол деформаций, определенный как угол поворота ЦШ от принятой нагрузки и соответствующий сближению центров кривизны циклоидального профиля и цевки.

Передаточное число внецентроидного циклоидального зацепления при неподвижном водиле определяется отношением

$$u_H = \frac{r_{w2}}{r_{w1}} = \frac{z_2}{z_1}, \tag{1}$$

где z_2 — число цевок ЦК.

Для выявления параметров зацепления в обобщающем безразмерном виде радиус центроиды ЦШ будем рассматривать как масштабный фактор: $r_{w1}^* = 1$. Тогда радиус центроиды колеса $r_{w2}^* = u_H$, а радиус окружности центров цевок $r_2^* = u_H l$, где l — коэффициент внецентроидности [11]. Здесь и далее индекс «*» соответствует линейным величинам в новом масштабе.

Используя обозначения рис. 1 и учитывая масштабный фактор, получаем необходимые для анализа зацепления соотношения

$$c^* = u_H \sqrt{1 + l^2 - 2l \cos \varphi}; \tag{2}$$

$$\sin \alpha = \frac{1 - l \cos \varphi}{\sqrt{1 + l^2 - 2l \cos \varphi}}; \tag{3}$$

$$\cos \alpha = \frac{l \sin \varphi}{\sqrt{1 + l^2 - 2l \cos \varphi}}; \tag{4}$$

$$\beta = \arcsin \frac{\cos \alpha}{l};$$

$$\kappa = \arcsin \frac{\cos \alpha}{l} - \frac{\varphi}{z_1}.$$

Профиль ЦШ (см. рис. 1) образован контуром цевки при качении центроиды ЦК по центроиде ЦШ. В движении обката центр цевки описывает удлиненную эпициклоиду, а окружность с радиусом цевки формирует профиль ЦШ в виде эквидистанты удлиненной эпициклоиды. ЦК совершает сложное вращение вокруг осей O_1 и O_2 , которое сводится к вращению вокруг полюса P .

Из равенства линейных скоростей точки O_2 относительно оси O_1 и полюса P следует выражение для передаточного числа между водилом и ЦК при неподвижной ЦШ

$$u_{H2} = \frac{u_H}{u_H - 1} = z_2. \tag{5}$$

Рассматривая сложное вращение ЦШ при неподвижном ЦК, получаем следующую формулу для передаточного числа между водилом и ЦШ:

$$u_{H1} = -\frac{1}{u_H - 1} = -z_1. \tag{6}$$

Угол поворота водила φ_H , полюсный угол φ и угол обката φ_{12} связаны соотношением

$$\varphi_H = \varphi + \varphi_{12}. \tag{7}$$

Из формул (5)–(7) получаем выражение для определения угла обката шестерни

$$\varphi_{12} = \varphi(u_H - 1) = \frac{\varphi}{z_1} = \frac{\varphi_H}{z_2}. \tag{8}$$

Из выражения (8) следует, что цикл образования одного выступа ЦШ соответствует периоду изменения полюсного угла φ от 0 до 2π или одному обороту ЦШ. Это свойство зацепления послужило предпосылкой выбора полюсного

угла в качестве главной независимой переменной.

Уравнения эквидистанты удлинённой эпициклоиды запишем в безразмерном параметрическом виде, определив координаты точки контакта K как функции полюсного угла:

$$x^* = \frac{1}{z_1} \left(\sin \frac{z_2}{z_1} \varphi - z_2 l \sin \frac{\varphi}{z_1} \right) - \rho_2^* \sin \kappa; \quad (9)$$

$$y^* = -\frac{1}{z_1} \left(\cos \frac{z_2}{z_1} \varphi - z_2 l \cos \frac{\varphi}{z_1} \right) - \rho_2^* \cos \kappa. \quad (10)$$

Уравнения удлинённой эпициклоиды получим из уравнений (9), (10) исключением слагаемых, содержащих радиус цевки ρ_2^* :

$$x_0^* = \frac{1}{z_1} \left(\sin \frac{z_2}{z_1} \varphi - z_2 l \sin \frac{\varphi}{z_1} \right);$$

$$y_0^* = -\frac{1}{z_1} \left(\cos \frac{z_2}{z_1} \varphi - z_2 l \cos \frac{\varphi}{z_1} \right).$$

Уравнения линии зацепления есть уравнения траектории точки K контакта профилей ЦШ и ЦК в подвижной системе координат $X_K O_1 Y_K$:

$$x_K^* = (c^* - \rho_2^*) \cos \alpha;$$

$$y_K^* = 1 - (c^* - \rho_2^*) \sin \alpha,$$

которые с учетом соотношений (2)–(4) представлены в безразмерном параметрическом виде как функция полюсного угла φ :

$$x_K^* = \left(u_H - \frac{\rho_2^*}{\sqrt{1+l^2-2l\cos\varphi}} \right) l \sin \varphi; \quad (11)$$

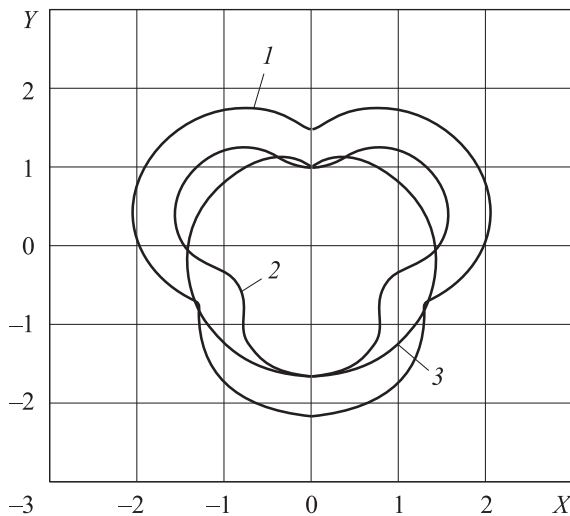


Рис. 2. Формы удлинённой эпициклоиды 1, ее эквидистанты 2 и линии зацепления 3 для ЦШ с числом выступов $z_1 = 3$

$$y_K^* = 1 - \left(u_H - \frac{\rho_2^*}{\sqrt{1+l^2-2l\cos\varphi}} \right) (1-l\cos\varphi). \quad (12)$$

Наиболее наглядно форма рассмотренных кривых проявляется при минимальном числе выступов ЦШ. На рис. 2 показаны удлинённая эпициклоида, ее эквидистанта и линия зацепления для ЦШ с числом выступов $z_1 = 3$.

Кинематические показатели зацепления необходимы для расчета потерь мощности на преодоление трения в многопарном контакте выступов ЦШ и цевок ЦК. В точке контакта K установим скорости v_1 и v_2 , векторы которых показаны на рис. 3:

$$v_1^* = \omega_{H1} r_{K1}^*,$$

$$v_2^* = \omega_{H2} r_{K2}^* = \frac{\omega_{H1}}{u_H} r_{K2}^*,$$

где ω_{H1} и ω_{H2} — угловые скорости ЦШ и ЦК относительно водила; r_{K1}^* и r_{K2}^* — радиусы точек контакта ЦШ и ЦК.

Углы наклона векторов скорости к касательной в точке контакта определяются выражениями

$$\lambda_1 = \arctg \frac{y_K^*}{x_K^*} + \alpha;$$

$$\lambda_2 = \arctg \frac{y_K^* + u_H - 1}{x_K^*} + \alpha.$$

Скорости качения, характеризующие скорость перемещения точки контакта по профи-

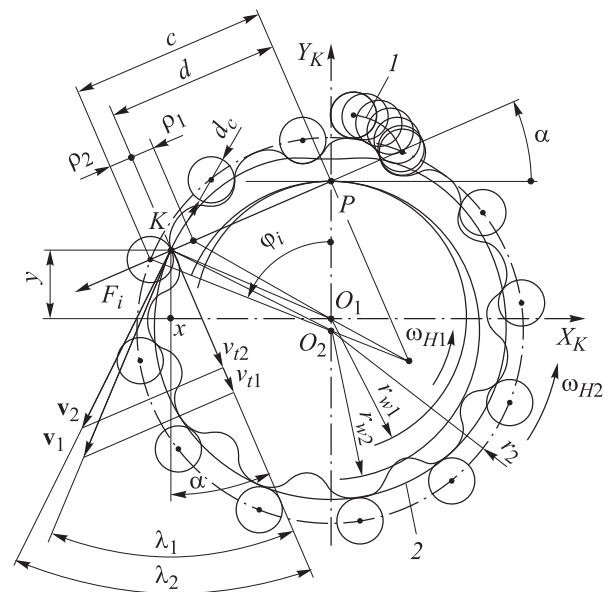


Рис. 3. Схема внецентроидного циклоидального зацепления при числе выступов $z_1 = 12$: 1 — эпициклоида; 2 — линия зацепления

лю, определены как проекции векторов \mathbf{v}_1 и \mathbf{v}_2 на касательную в точке K . С учетом масштабного фактора они имеют вид

$$v_{i1}^* = \omega_{H1} r_{K1}^* \cos \lambda_1;$$

$$v_{i2}^* = \frac{\omega_{H1}}{u_H} r_{K2}^* \cos \lambda_2.$$

Во внецентроидном циклоидальном зацеплении с вращающимися цевками суммарная скорость качения в точке контакта соответствует большей из скоростей качения

$$v_{\Sigma K}^* = \max(v_{i1}^*, v_{i2}^*).$$

С этой же скоростью цевка будет вращаться в гнезде корпуса.

Скорость скольжения в точке K для неподвижных цевок есть разность скоростей качения:

$$v_s^* = \omega_{H1} r_{K1}^* \cos \lambda_1 - \frac{\omega_{H1}}{u_H} r_{K2}^* \cos \lambda_2. \quad (13)$$

В средней части выступа, наиболее удаленной от полюса, скорость скольжения достигает максимального значения. Активный участок линии зацепления соответствует одной стороне выступа ЦШ, поэтому скорость скольжения возрастает от нуля во впадине до максимума на вершине выступа.

Определим коэффициенты скольжения как отношения скорости скольжения (13) к скорости качения каждого из сопрягаемых профилей:

$$\eta_1 = \frac{\omega_{H1} r_{K1}^* \cos \lambda_1 - \frac{\omega_{H1}}{u_H} r_{K2}^* \cos \lambda_2}{\omega_{H1} r_{K1}^* \cos \lambda_1} =$$

$$= 1 - \frac{r_{K2}^* \cos \lambda_2}{r_{K1}^* u_H \cos \lambda_1};$$

$$\eta_2 = \frac{\frac{\omega_{H1}}{u_H} r_{K2}^* \cos \lambda_2 - \omega_{H1} r_{K1}^* \cos \lambda_1}{\frac{\omega_{H1}}{u_H} r_{K2}^* \cos \lambda_2} = 1 - \frac{r_{K1}^* u_H \cos \lambda_1}{r_{K2}^* \cos \lambda_2}.$$

На рис. 4 развертка профиля r_1^* одного из трех выступов ЦШ (см. рис. 2) совмещена с графиками скорости скольжения v_s^* , суммарной скорости качения $v_{\Sigma K}^*$ и коэффициентов удельного скольжения сопрягаемых профилей η_1 и η_2 . В масштабе угла обката ϕ_{12} показаны угловые шаги ЦШ p_1 и ЦК p_2 .

Контактные напряжения в кинематической паре шестерня — цевка необходимы для расче-

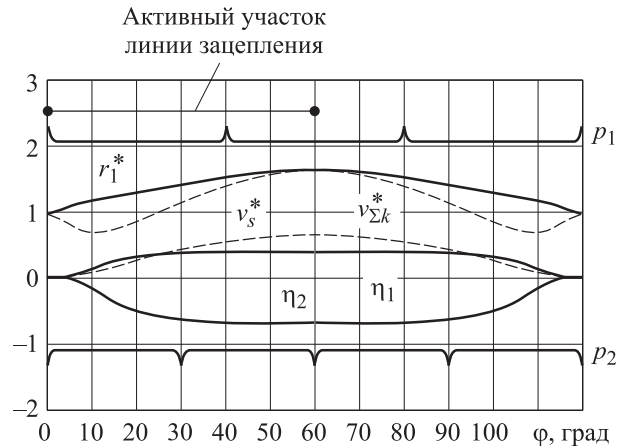


Рис. 4. Развертка профиля выступа ЦШ r_1^* , коэффициенты скольжения η_1, η_2 , скорости скольжения v_s^* и качения $v_{\Sigma K}^*$ при $\omega_{H1} = 1$ рад/с и $z_1 = 3$

та коэффициента трения и сил, действующих в зацеплении. Воспользуемся формулой для контакта двух упругих цилиндров с параллельными осями [12]

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{F(\rho_1 + \rho_2)}{\pi^2 (k_1 + k_2) \rho_1 \rho_2}}; \quad (14)$$

$$k_1 = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1}; \quad k_2 = \frac{1 - \nu_2^2}{E_2},$$

где σ_H — контактное напряжение, МПа; F — удельная нагрузка на начальной линии контакта, Н/м; E_1 и E_2 — модули упругости материалов цевки и ЦШ, МПа; ν_1 и ν_2 — коэффициенты Пуассона материалов цевки и ЦШ.

Формулу (14) будем использовать в следующем компактном виде:

$$\sigma_H = Z_E \sqrt{\frac{F}{\rho}}, \quad (15)$$

$$Z_E = \pi^{-1/2} \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)^{-1/2}; \quad (16)$$

$$\rho = \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}, \quad (17)$$

где Z_E — коэффициент, учитывающий механические свойства материалов цевки и ЦШ, МПа^{0.5}; ρ — приведенный радиус кривизны сопрягаемых профилей в паре шестерня — цевка, м.

При известных радиусах центров и цевки радиус кривизны профиля ЦШ удобно определить геометрическим построением Бобилье (см. рис. 3) или аналитически из уравнения Эйлера и Савари [13]

$$\frac{1}{r_{w1}} - \frac{1}{r_{w2}} = \left(\frac{1}{\rho_2 + d} + \frac{1}{\rho_1 - d} \right) \sin \alpha, \quad (18)$$

где d — расстояние от полюса до точки контакта, м.

Из схемы зацепления на рис. 3 и соотношений (1), (2), (18) получаем

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \rho_0 - \rho_2; \\ \rho_0 &= \frac{c^2}{c - z_2 r_{w1} \sin \alpha}. \end{aligned} \quad (19)$$

Приводной момент на ЦШ определяем как сумму моментов от составляющих удельной нагрузки в каждом из n мест контакта:

$$T_1 = \sum_{i=1}^n T_{1i} = \sum_{i=1}^n F_i r_{1w} b_w \cos \alpha_i,$$

где i — порядковый номер места контакта в отсчете от полюса зацепления; b_w — ширина ЦШ, м.

Выражая составляющую удельной нагрузки из выражения (15), получаем

$$F_i = \frac{\sigma_{Hi}^2}{Z_E^2} \rho_i; \quad (20)$$

$$T_1 = \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_{Hi}^2}{Z_E^2} \rho_i r_{1w} b_w \cos \alpha_i. \quad (21)$$

Распределение нагрузки между множеством кинематических пар шестерня — цевка имеет статически неопределимый характер. Монография [14] содержит методику расчета составляющих нагрузки в зацеплении с цевками, установленными на осях с двумя опорами. Методика исходит из условия, что распределение нагрузки зависит от деформаций изгиба осей, а нелинейные контактные деформации исключает как малозначительные.

Однако в современных конструкциях циклоидальных редукторов используют цевки-ролики, установленные в гнездах (пазах) корпуса. В такой более жесткой конструкции составляющие нагрузки определяются контактными деформациями, что требует уточнения методики.

Воспользуемся формулами теории контактных деформаций [15] для двух упругих цилиндров с параллельными осями:

$$\begin{aligned} \delta_i &= \frac{2F_i}{\pi} \left[\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} \ln \left(\frac{2\rho_{1i}}{b_{\delta i}} + \ln \frac{3}{2} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \ln \left(\frac{2\rho_{2i}}{b_{\delta i}} + \ln \frac{3}{2} \right) \right], \end{aligned} \quad (22)$$

$$b_{\delta i} = 2 \sqrt{\left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right) F_i \frac{\rho_{1i} \rho_2}{\pi(\rho_{1i} + \rho_2)}}, \quad (23)$$

где δ_i — деформация сближения центров кривизны сопрягаемых профилей; $b_{\delta i}$ — полуширина полоски контакта.

Для материалов с одинаковыми модулями упругости $E_1 = E_2 = E$ и коэффициентами Пуассона $\nu_1 = \nu_2 = \nu$, выражение (22) принимает вид

$$\delta_i = \frac{2\sigma_{Hi}^2 \rho_i}{\pi^2 Z_E^4} \ln \left[\frac{3\pi Z_E^2}{2\sigma_{Hi}^2} \left(\frac{\rho_{0i}}{\rho_i} \right)^{1/2} \right]. \quad (24)$$

Если при неподвижном ЦК к ЦШ приложить вращающий момент, то вследствие деформаций она повернется на малый угол Δ , одинаковый для всех мест контакта. Сближение центров кривизны профилей в местах контакта можно выразить формулой

$$\delta_i = r_{w1} \Delta \cos \alpha. \quad (25)$$

Из соотношений (15)–(17), (20), (23)–(25) с учетом масштабного фактора $r_{w1} = 1$ получаем систему n уравнений следующего вида:

$$\Delta = \frac{2\sigma_{Hi}^2 \rho_i^*}{\pi^2 Z_E^4 \cos \alpha_i} \ln \left[\frac{3\pi Z_E^2}{2\sigma_{Hi}^2} \left(\frac{\rho_{0i}^*}{\rho_i^*} \right)^{1/2} \right]. \quad (26)$$

Расчет угла Δ удобно выполнить для места с наибольшим контактным напряжением, в котором назначено допустимое значение

$$[\sigma_H]^2 = \frac{\sigma_{Hlim}^2}{K_H S_H^2},$$

где σ_{Hlim} — предел контактной выносливости материала; K_H и S_H — сводные коэффициенты нагрузки и безопасности.

Численными экспериментами установлено, что при малых передаточных числах контактные напряжения достигают наибольших значений при полюсных углах φ_σ , кратных угловому шагу ЦШ: $z_1 \leq 7$ — $\varphi_\sigma = p_1$, $8 \leq z_1 \leq 19$ — $\varphi_\sigma = 2p_1$, $z_1 = 20$ — $\varphi_\sigma = 3p_1$. При $z_1 > 20$ контактные напряжения достигают наибольших значений вблизи точки профиля с минимальным радиусом кривизны. Условие минимума радиуса кривизны следует из равенства нулю первой производной функции (19) [16]:

$$\frac{d\rho_0^*}{d\varphi} = \frac{d}{d\varphi} \left(\frac{c^{*2}}{c^* - z_2 \sin \alpha} \right) = 0.$$

После дифференцирования получаем полюсный угол

$$\varphi_{\sigma} = \arccos \frac{1 + 2z_1 - (z_1 - 1)l^2}{(z_1 + 2)l}$$

и угол деформаций для места с минимальным радиусом кривизны

$$\Delta = \frac{[\sigma_H]^2 \rho_1^*}{\pi^2 Z_E^4 \cos \alpha_{\sigma}} \ln \left(\frac{3\pi Z_E^2}{\sigma_{H\sigma}} \right).$$

После расчета угла Δ система уравнений (26) решается методами итерации относительно σ_{Hi} так, чтобы удовлетворить условие (21) для заданного приводного момента.

Число мест контакта рассчитывается по формуле

$$n = \left[\frac{z_1(\pi - \varphi_1)}{2\pi} + 1 \right],$$

где φ_1 — текущий полюсный угол первого от полюса места контакта.

Значение полюсного угла в i -м месте контакта отличается от φ_1 на величину кратную угловому шагу выступов шестерни:

$$\varphi_i = \varphi_1 + \frac{2\pi}{z_1}(i-1), \quad i = 1, 2, 3, \dots, n.$$

Переменные параметры системы уравнений (26) рассчитываются для текущего полюсного угла φ_i в каждом месте контакта. Решение системы (26) содержит n значений σ_{Hi} . Массив контактных напряжений на рабочей поверхности выступа шестерни, формируемый при изменении φ_1 с расчетным шагом $\Delta\varphi$ на отрезке $[0; p]$, используют для расчета массивов удельной нагрузки F_i по формуле (20), удельной мощности и удельной работы сил трения.

Потери мощности в паре шестерня — цевка.

Удельная мощность трения на начальной линии в i -м месте контакта определяется выражением

$$N_{\tau i} = f_i v_{si} F_i, \quad \text{Вт/м},$$

а коэффициент трения — формулой Ю.Н. Дроздова [17]

$$f = \frac{A \sigma_{Hi}^{0,02} \left[10 + \lg \left(\frac{HB Ra}{E_{np} \rho} \right) \right]}{\mu^{0,07} v_{\Sigma K}^{0,12} v_s^{0,2}},$$

где $A = 4,5 \cdot 10^{-3}$ — размерный коэффициент; HB — твердость по Бринелю, МПа; Ra — параметр шероховатости цевки (более твердого тела), м; E_{np} — приведенный модуль упругости

материалов, МПа; μ — кинематическая вязкость масла при температуре вступающей в контакт поверхности, $\text{м}^2/\text{с}$.

Потери мощности в кинематической паре цевка — гнездо корпуса определим как потери мощности в подшипнике скольжения. Удельная мощность трения на i -й цевке определяется выражением

$$N_{ci} = f_{ci} v_{si} F_i,$$

а коэффициент трения — формулой П.И. Орлова для подшипников скольжения [18]

$$f_c = \pi S_o \psi + 0,5 \left(\frac{d_c}{l_c} \right)^{1,5} \psi; \quad (27)$$

$$\psi = \frac{\Delta_c}{d_c},$$

где S_o — число Зоммерфельда; ψ — относительный зазор; l_c — длина цевки, м; Δ_c — зазор в паре цевка — гнездо корпуса.

После перехода к параметрам рекомендуемого режима работы [18] выражение (27) принимает вид

$$f_c = 3,18 \left(\frac{\eta v_{\Sigma k}}{F} \right)^{0,5} \left(\frac{d_c}{l_c} \right)^{0,5} \left(1 + 0,31 \frac{d_c}{l_c} \right),$$

где η — динамическая вязкость масла.

Работа сил трения в кинематических парах шестерня — цевка и цевка — гнездо корпуса за один оборот ЦШ описывается выражениями

$$A_{\tau} = \frac{z_1}{\omega_1} \int_0^{\varphi_a} N_{\tau \Sigma} d\varphi; \quad (28)$$

$$N_{\tau \Sigma} = N_{\tau} + N_c, \quad (29)$$

где φ_a — угол активной зоны зацепления, рад; $N_{\tau \Sigma}$ — мощность трения в кинематических парах шестерня — цевка и цевка — гнездо корпуса, Вт.

Интеграл в формуле (28) определяется численными методами, как площадь эпюры $N_{\tau \Sigma}$ для одного выступа ЦШ.

Работа приводного момента за один оборот ЦШ

$$A = 2\pi T_1. \quad (30)$$

Из выражений (28)–(30) следует, что коэффициент потерь

$$\psi_N = \frac{A_{\tau}}{A}$$

и КПД

$$\eta_N \frac{A - A_T}{A}.$$

Модификация теоретического профиля ЦШ. Потери мощности в зацеплении можно снизить, если сократить число совместно работающих кинематических пар шестерня — цевка, что сделано модификацией теоретического профиля ЦШ.

Модифицированный профиль получен из теоретического удалением вершин выступов так, чтобы оставшиеся части теоретического профиля обеспечили плавную передачу нагрузки на заданное число цевок. Удаление вершин выступов ЦШ приводит к сокращению числа совместно работающих пар, активной зоны зацепления и потерь мощности на трение.

Во внецентроидном циклоидальном зацеплении полюсный угол активной зоны равен π . Подстановка $\varphi = \pi$ в параметрические уравне-

ния (11), (12) приводит к формуле для радиуса окружности выступов ЦШ

$$r_{a1}^* = u_H(1+l) + \rho_2^* - 1.$$

Решение системы уравнений (11), (12) для полюсных углов, кратных угловому шагу, определяет радиус окружности выступов и зону активного зацепления для возможных вариантов модификации, обеспечивающих хорошую плавность работы зацепления. Чтобы исключить влияние технологических отклонений на плавность работы, расчетную зону, кратную угловому шагу, целесообразно увеличить на небольшой технологический угол $\Delta\rho$.

Отметим, что в передачах, содержащих пары ЦШ, установленных с относительным смещением, условие кратности и технологический угол не являются необходимыми.

На рис. 5 показана схема внецентроидной циклоидальной передачи, где высшие кинематические пары представлены эквивалентом —

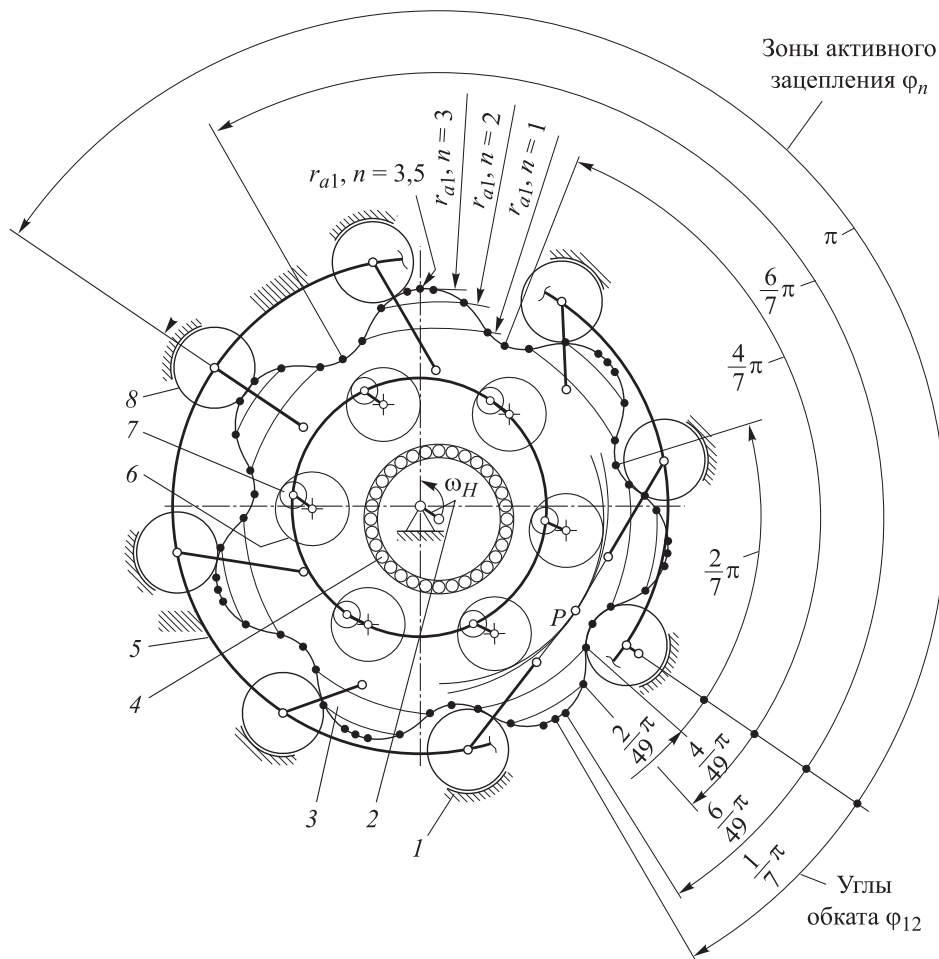


Рис. 5. Схема внецентроидной циклоидальной передачи с числом выступов $z_1 = 7$ и вариантами модификации:

1 — корпус; 2 — кривошип; 3 — ЦШ; 4 — подшипник ЦШ; 5 — ЦК; 6 и 7 — фланец и пальцы ведомого вала; 8 — цевка

двумя низшими парами (шарнирами) и соединяющим их добавочным звеном. Шарниры показаны маленькими окружностями, центры которых совпадают с центрами кривизны сопрягаемых профилей, а добавочные звенья — отрезками жирной линии, демонстрирующими связи передачи.

Активная зона зацепления с ЦШ теоретического профиля составляет 180° . Активные зоны зацеплений с модифицированными шестернями показаны для углов, кратных угловому шагу ЦШ.

Радиусы окружностей выступов ЦШ r_{a1} приведены с указанием числа n угловых шагов шестерни в активной зоне зацепления. Вариантам модификации с $n = 3, 2, 1$ соответствуют зоны активного зацепления с углами $\varphi = 154,3; 102,8; 51,43^\circ$ и углами обката $\varphi_{12} = 24,0; 14,7; 7,3$ соответственно.

Эпюры контактных напряжений и мощности трения для классического циклоидального за-

цепления при $z_1 = 7$ приведены на рис. 6, а. Эпюры первого от полюса выступа расположены на отрезке $[0; \pi]$ и выделены жирными линиями. Эпюры выступов, находящихся в других фазах зацепления, изображены тонкими линиями. Расположение эпюр показывает, что в активной зоне зацепления находятся три или четыре выступа шестерни, а работа сил трения в активной зоне соответствует сумме площадей трех эпюр и участка эпюры на отрезке, равном половине шага.

Эпюры для модифицированного циклоидального зацепления с активной зоной, равной одному угловому шагу, приведены на рис. 6, б. Эпюра первого от полюса выступа расположена на отрезке $[0; \pi/z_1]$. Нагрузку передает один выступ ЦШ, но вход и выход из активной зоны поддерживаются предшествующим и последующим выступами на малом угле Δp . В зоне активного зацепления находится один выступ ЦШ, а работа сил трения в активной зоне соответствует площади одной эпюры.

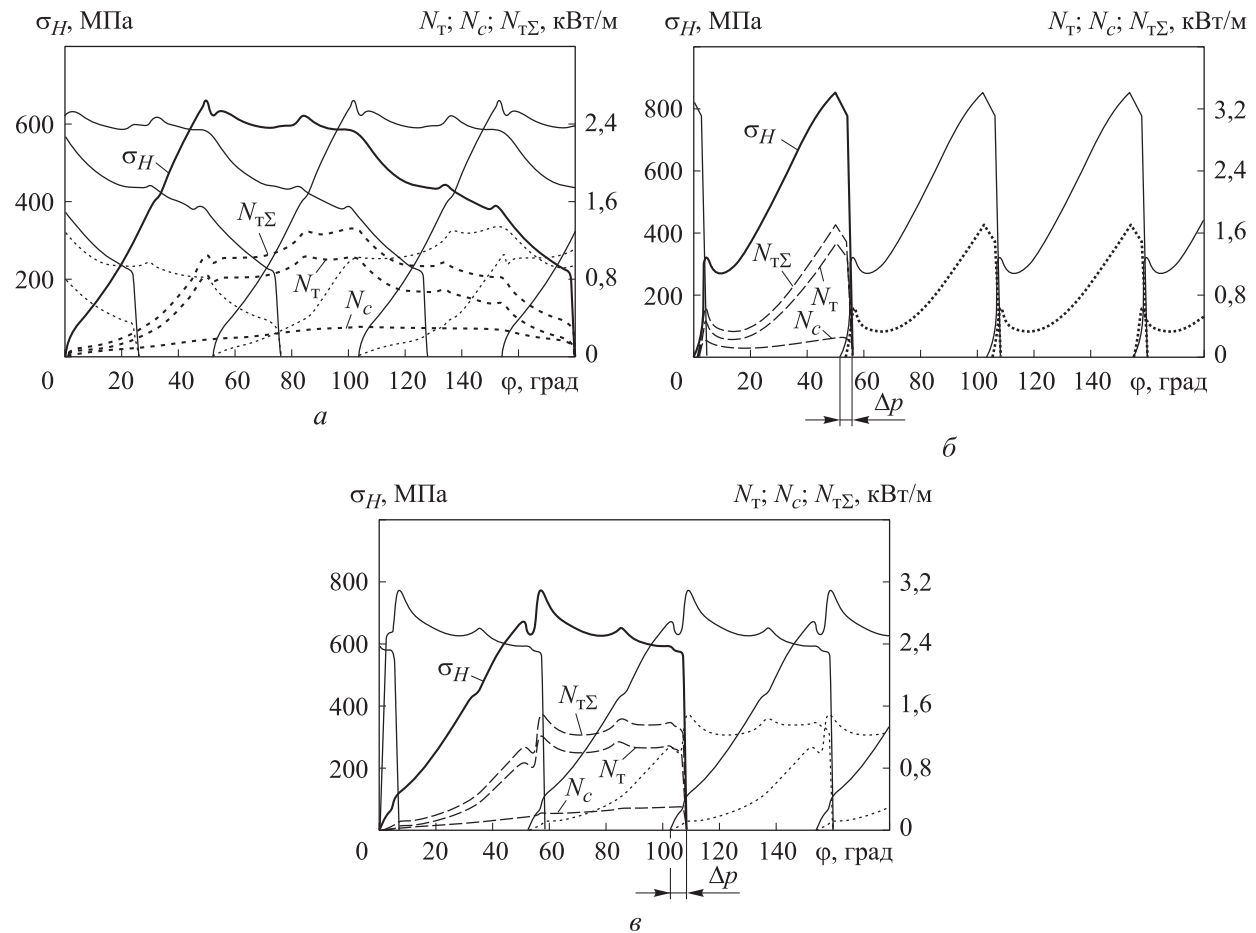


Рис. 6. Эпюры контактных напряжений и мощности трения для классического (а) и модифицированных циклоидальных зацеплений с активной зоной, равной одному (б) и двум (в) угловым шагам, при $z_1 = 7$ и $\omega_{H1} = 100 \text{ с}^{-1}$

Эпюры для модифицированного циклоидального зацепления с активной зоной, равной двум угловым шагам, показаны на рис. 6, в. Эпюры первого от полюса выступа расположены на отрезке $[0; 2\pi/z_1]$. В этом варианте модификации нагрузку передают два выступа, которые поддерживаются соседними выступами на малом угле Δr . В зоне активного зацепления находятся два выступа ЦШ, а работа сил трения соответствует сумме площадей двух эпюр мощности трения.

Отношение работ сил трения, рассчитанных по эпюрам (см. рис. 6, а–в), $A_{T3}:A_{T2}:A_{T1} = 1,00:0,71:0,36$, где цифра индекса обозначает число шагов в зоне активного зацепления. Из полученного соотношения следует, что потери мощности в зацеплении пропорциональны числу кинематических пар в активной зоне и могут быть сокращены более чем на 60 %.

Особенности модифицированного зацепления обусловлены сокращением числа совместно работающих кинематических пар шестерня — цевка и снижением степени статической неопределенности ЦШ.

При передаче нагрузки одной кинематической парой и сокращении зоны активного зацепления до одного углового шага ЦШ становится статически определимой, а влияние отклонений размеров, формы и взаимного расположения поверхностей на перегрузку и перегрев передачи существенно снижается.

Плавность передачи нагрузки требует совместной работы (перекрывтия) по меньшей мере двух кинематических пар на малом угле Δr . Однако это обстоятельство незначительно влияет на технологичность модифицированного зацепления.

Сравнение эпюр, приведенных на рис. 6, показывает, что модификация ЦШ сопровождается ростом контактных напряжений до 35 %, но нагрузочная способность зацепления не пропорциональна числу совместно работающих кинематических пар. Это объясняется тем, что в результате модификации ЦШ нагрузка перераспределяется с выпуклой поверхности выступов на вогнутую, что существенно снижает контактные напряжения и обеспечивает достаточную нагрузочную способность.

Результаты работы. Разработаны методика расчета потерь на трение, алгоритм и система автоматического проектирования внецентроидного циклоидального зацепления с повышенным КПД, которые обеспечивают решение следующих задач:

- модификация ЦШ посредством удаления расчетной части теоретического профиля на вершинах выступов;
- геометрический расчет зацепления в обобщающих безразмерных параметрах;
- расчет контактных напряжений на рабочей поверхности ЦШ с теоретическим и модифицированным профилями;
- расчет потерь на трение в кинематических парах шестерня — цевка и цевка — гнездо корпуса;
- построение эпюр напряжений и мощности трения на рабочей поверхности ЦШ;
- определение рационального угла зоны активного зацепления для плавной передачи нагрузки;
- сокращение потерь мощности в зацеплении на 60 % и повышение КПД на 0,03...0,04 без существенного снижения прочности рабочих поверхностей.

Выводы

1. Внецентроидное циклоидальное зацепление содержит конструктивные резервы повышения КПД, которые обусловлены совместной работой множества высших кинематических пар шестерня — цевка.
2. Число совместно работающих кинематических пар шестерня — цевка можно сократить путем удаления части теоретического профиля на вершинах выступов ЦШ без существенного снижения прочности рабочих поверхностей.
3. Удаление части теоретического профиля на вершинах выступов ЦШ обеспечивает увеличение КПД на 0,03...0,04.
4. Проведенная модификация значительно уменьшает влияние технологических отклонений рабочих поверхностей зацепления на перегрузку кинематических пар, снижение КПД и перегрев деталей.
5. Результаты исследования подтвердили возможность повышения КПД внецентроидного циклоидального зацепления с целью применения в трансмиссиях транспортных средств.

Литература

- [1] *Fine Cyclo® zero backlash precision gearboxes*. Catalogue 991333 EN 04/2017. Sumitomo (SHI) Cyclo Drive, 2017. 24 p.
- [2] *Precision reduction gear RV™. E series/C series/Original series*. Cat. 190510. Nabtesco, 2015. 88 p.
- [3] Chmurawa M. *Obiegowe przekładnie cykloidalne z modyfikacją zażebienia*. Gliwice, Politechnika śląska, 2002. 140 z.
- [4] Логинов А.А., Дегтярев В.В. Особенности конструкции и технологии производства циклоидальных редукторов (тип RV). *Неделя Науки СПбПУ. Матер. науч.-практ. конф.* Санкт-Петербург, СПбПУ, 2015, с. 254–259.
- [5] Шарамыгин С.А., Никитков Н.В. Особенности конструкции и технологии производства планетарно-цевочных редукторов. *Неделя Науки СПбПУ. Матер. науч.-практ. конф.* Санкт-Петербург, СПбПУ, 2015, с. 264–267.
- [6] Покатилов Д.А., Ефременков Е.А. Анализ технологического процесса изготовления циклоидального профиля деталей передачи с промежуточными телами качения. *Известия Самарского научного центра РАН*, 2015, т. 17, № 2-4, с. 868–873.
- [7] Петровский А.Н., Дружинин Г.А., Лаптев А.И. К вопросу технологического обеспечения серийного производства циклоидальных шестерен. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2018, № 12, с. 20–29, doi: <http://dx.doi.org/10.18698/0536-1044-2018-12-20-29>
- [8] Malhotra S.K., Parameswaran M.A. Analysis of a cycloidal speed reducer. *Mech. Mach. Theory*, 1983, vol. 18, no. 6, pp. 491–499, doi: [https://doi.org/10.1016/0094-114X\(83\)90066-6](https://doi.org/10.1016/0094-114X(83)90066-6)
- [9] Blagojevic M., Kocic M., Marjanovic N., et al. Influence of friction on the cycloidal speed reducer efficiency. *J. Balk. Tribol. Assoc.*, 2012, vol. 18, no. 2, pp. 217–227.
- [10] Mackic T., Blagojevic M., Babic Z., et al. Influence of design parameters on cyclo drive efficiency. *J. Balk. Tribol. Assoc.*, 2013, vol. 19, no. 4, pp. 497–507.
- [11] Алипиев О.Л. *Геометрия и формообразоване на ети- и хипоциклоидни колела от коригирани циклопредавки*. Дисс. ... док. тех. наук. Русе, 1990. 208 с.
- [12] Тимошенко С.П., Гудьер Дж. *Теория упругости*. Москва, Наука, 1979. 560 с.
- [13] Литвин Ф.Л. *Теория зубчатых зацеплений*. Москва, Наука, 1968. 584 с.
- [14] Кудрявцев В.Н. *Планетарные передачи*. Москва, Машиностроение, 1966. 308 с.
- [15] Биргер И.А., Пановко Я.Г., ред. *Прочность, устойчивость, колебания*. Москва, Машиностроение, 1968. 463 с.
- [16] Петровский А.Н., Воронков С.А. Оптимизация геометрических параметров внецентроидного циклоидального зацепления. *Вестник машиностроения*, 2016, № 4, с. 28–35.
- [17] Джамай В.В., ред. *Прикладная механика*. Москва, Дрофа, 2004. 414 с.
- [18] Орлов П.И., Учаев П.Н., ред. *Основы конструирования*. Т. 1. Москва, Машиностроение, 1988. 560 с.

References

- [1] *Fine Cyclo® zero backlash precision gearboxes*. Catalogue 991333 EN 04/2017. Sumitomo (SHI) Cyclo Drive, 2017. 24 p.
- [2] *Precision reduction gear RV™. E series/C series/Original series*. Cat. 190510. Nabtesco, 2015. 88 p.
- [3] Chmurawa M. *Obiegowe przekładnie cykloidalne z modyfikacją zażebienia*. Gliwice, Politechnika śląska, 2002. 140 z.
- [4] Loginov A.A., Degtyarev V.V. [Construction and production technology features of cycloid reducer (RV type)]. *Nedelya Nauki SPbPU. Mater. nauch.-prakt. konf.* [SPbPU Science Week. Proc. Sci.-Pract. Conf.]. Sankt-Petersburg, SPbPU Publ., 2015, pp. 254–259. (In Russ.).
- [5] Sharamygin S.A., Nikitkov N.V. [Construction and production technology features of planetary gear reducer]. *Nedelya Nauki SPbPU. Mater. nauch.-prakt. konf.* [SPbPU Science Week. Proc. Sci.-Pract. Conf.]. Sankt-Petersburg, SPbPU Publ., 2015, pp. 264–267. (In Russ.).

- [6] Pokatilov D.A., Efremenkov E.A. The analysis of technological process production of cycloidal profile of transfer details with intermediate rolling elements. *Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra RAN [Izvestia RAS SamSC]*, 2015, vol. 17, no. 2-4, pp. 868–873. (In Russ.).
- [7] Petrovskiy A.N., Druzhinin G.A., Laptev A.I. On the issue of technological support for the serial production of cycloid pinions. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroenie [BMSTU Journal of Mechanical Engineering]*, 2018, no. 12, pp. 20–29, doi: <http://dx.doi.org/10.18698/0536-1044-2018-12-20-29> (in Russ.).
- [8] Malhotra S.K., Parameswaran M.A. Analysis of a cycloidal speed reducer. *Mech. Mach. Theory*, 1983, vol. 18, no. 6, pp. 491–499, doi: [https://doi.org/10.1016/0094-114X\(83\)90066-6](https://doi.org/10.1016/0094-114X(83)90066-6)
- [9] Blagojevic M., Kocic M., Marjanovic N., et al. Influence of friction on the cycloidal speed reducer efficiency. *J. Balk. Tribol. Assoc.*, 2012, vol. 18, no. 2, pp. 217–227.
- [10] Mackic T., Blagojevic M., Babic Z., et al. Influence of design parameters on cyclo drive efficiency. *J. Balk. Tribol. Assoc.*, 2013, vol. 19, no. 4, pp. 497–507.
- [11] Alipiev O.L. *Geometriya i formoobrazovane na epi- i khipotsikloidni kolela ot korigirani tsiklopredavki*. Kand. tech. sci. diss. Ruse, 1990. 208 p.
- [12] Timoshenko S.P., Goodier J.N. *Theory of elasticity*. McGraw Hill, 1970. (Russ. ed.: *Teoriya uprugosti*. Moscow, Nauka Publ., 1979. 560 p.)
- [13] Litvin F.L. *Teoriya zubchatykh zatseplenyi* [Theory of gear coupling]. Moscow, Nauka Publ., 1968. 584 p.
- [14] Kudryavtsev V.N. *Planetarnye peredachi* [Planetary gears]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1966. 308 p.
- [15] Birger I.A., Panovko Ya.G., eds. *Prochnost', ustoychivost', kolebaniya* [Strength, stability, oscillations]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1968. 463 p.
- [16] Petrovskiy A.N., Voronkov S.A. Optimization of geometric parameters of non-centroid cycloidal gear. *Vestnik mashinostroeniya*, 2016, no. 4, pp. 28–35. (In Russ.).
- [17] Dzhamay V.V., ed. *Prikladnaya mekhanika* [Applied mechanics]. Moscow, Drofa Publ., 2004. 414 p.
- [18] Orlov P.I., Uchaev P.N., eds. *Osnovy konstruirovaniya*. T. 1 [Fundamentals of design. Vol. 1]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1988. 560 p.

Статья поступила в редакцию 17.03.2021

Информация об авторе

ПЕТРОВСКИЙ Александр Николаевич — кандидат технических наук, доцент, директор ООО «ИНЭКО» (603040, Нижний Новгород, Российская Федерация, ул. Ефима Рубинчика, д. 14-32, e-mail: eneco@aport.ru).

Information about the author

PETROVSKIY Aleksandr Nikolaevich — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Director ООО ENEKO (603040, Nizhny Novgorod, Russian Federation, Efim Rubinchik St., Bldg. 14-32, e-mail: eneco@aport.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Петровский А.Н. Повышение коэффициента полезного действия внецентроидного циклоидального зацепления. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2021, № 9, с. 3–14, doi: [10.18698/0536-1044-2021-9-3-14](https://doi.org/10.18698/0536-1044-2021-9-3-14)

Please cite this article in English as:

Petrovskiy A.N. Increased efficiency of eccentric cycloidal engagement. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2021, no. 9, pp. 3–14, doi: [10.18698/0536-1044-2021-9-3-14](https://doi.org/10.18698/0536-1044-2021-9-3-14)