

УДК 629.784

doi: 10.18698/0536-1044-2022-2-75-84

Движение космического аппарата по сверхнизкой окололунной орбите под действием гравитационных аномалий Луны

С.В. Аринчев

МГТУ им. Н.Э. Баумана

Spacecraft Motion in an Ultra-Low Lunar Orbit under Lunar Gravitational Anomalies

S.V. Arinchev

Bauman Moscow State Technical University

Рассмотрена задача на стыке двух наук: гравиметрии и небесной механики. Космический аппарат нацелен на перелет из одной точки Луны в другую на высоте 1 км по плоской круговой орбите. Под действием гравитационных аномалий орбита отклоняется от круговой, приобретая пространственный характер. Для учета гравитационных аномалий предложен метод массовых концентраций, согласно которому результирующее гравитационное поле — это суперпозиция элементарных полей отдельных массовых концентраций (масконов). Элементарное поле отдельного маскона имеет четыре параметра: географические широту и долготу, глубину залегания и массу (положительную или отрицательную). С каждым параметром маскона ассоциирована псевдослучайная величина с равномерным законом распределения в заданном интервале. Псевдослучайные величины генерирует датчик Вичмана — Хилла. Рассматриваемая задача сведена к задаче Коши с начальными условиями. Под действием гравитационных аномалий через несколько витков после старта происходит падение космического аппарата на поверхность Луны. Показано, что для безопасного перелета достаточно одного витка. Космический аппарат движется по указанной сверхнизкой орбите под действием аномального гравитационного шума. Аномальная гравитационная перегрузка составляет около $0,1 \text{ м/с}^2$.

Ключевые слова: гравитационные аномалии Луны, массовая концентрация, псевдослучайная величина, аномальный гравитационный шум

The study centers around the interdisciplinary problem: gravimetry and celestial mechanics. A spacecraft is aimed at a flight from one point of the Moon to another at an altitude of 1 km in a flat circular orbit. Under gravitational anomalies, the orbit deviates from a circular one, acquiring a spatial character. To account for gravitational anomalies, we introduce the mass concentration method, according to which the resulting gravitational field is a superposition of elementary fields of individual mass concentrations (mascons). The elementary field of an individual mascon has four parameters: latitude, longitude, depth, and positive or negative mass. Each parameter of the mascon is associated with a pseudo-random variable with a uniform distribution law in a given interval. The pseudo-random values are generated by the Wichmann-Hill PRNG. The problem under consideration is reduced to the Cauchy problem with initial conditions. Under gravitational anomalies, a few orbits after the launch, the spacecraft falls onto the lunar surface. The study shows that one orbit is enough for a safe flight. The spacecraft moves in

the specified ultra-low orbit under gravity-anomaly noise. Anomalous gravitational overload is 0.1 m/sec^2 .

Keywords: lunar gravitation anomalies, mass concentration, pseudo-random number, gravity-anomaly noise

Освоение Луны требует выполнения перелетов из одной точки ее поверхности в другую по сверхнизкой околокруговой орбите на высоте 1 км. На этой высоте на геометрическую несферичность гравитационного поля (обусловленную главным образом сжатием тела Луны с полюсов) накладываются гравитационные аномалии (ГА) у поверхности планеты. Такие аномалии изучает гравиметрия [1], а движение космического аппарата (КА) с учетом геометрической несферичности — классическая небесная механика [2].

Гравиметрия изучает изменения ускорения свободного падения в четвертом–шестом знаке (мГал). Современные результаты исследования плотностных неоднородностей в объеме Луны приведены в работе [3]. Для измерения

аномальных гравиметрических кривых (поверхностей) и их производных используют специальные приборы: грави-, градиенто- и вариометры [4].

У Земли движению КА мешает атмосфера. На высоте $100 \dots 1000 \text{ км}$ ГА достаточно малы. На Земле главное приложение гравиметрии — задачи навигации [5]. На Луне атмосферы нет. На этой планете ГА составляют около 500 мГал (рис. 1, а). На высоте около 1 км учет влияния ГА на движение окололунного КА имеет принципиальное значение. Задачу небесной механики, решаемую с учетом ГА у поверхности планеты, называют гравиметрической.

Задачи небесной механики подразделяют на прямые и обратные. В прямой задаче по заданным свойствам гравитационного поля находят траекторию КА. В обратной задаче, наоборот, по предварительно измеренной траектории определяют свойства гравитационного поля планеты.

Решение обратной задачи особенно важно на начальном этапе освоения планеты [6–8]. Если она изучена хорошо, то обратную задачу можно использовать для верификации математической модели движения КА [9]. В данной статье рассмотрена прямая гравиметрическая задача небесной механики.

В подавляющем большинстве работ по небесной механике гравитационный потенциал представляют в виде разложения в двойной ряд по сферическим функциям Лежандра [2]. Такое представление гравитационного поля официально рекомендовано Международным астрономическим союзом. Другие представления гравитационного поля в отечественной и иностранной литературе практически отсутствуют.

Классическая небесная механика выстроена в направлении «от геометрии к аномалиям». Это означает, что сначала получают решение с учетом геометрической несферичности поля (путем разложения в указанный двойной ряд), которое затем адаптируют для учета ГА. На высоте около 1000 км это разложение хорошо сходится.

Так, в статье [10] для анализа солнечно-синхронной орбиты окололунного КА в разло-

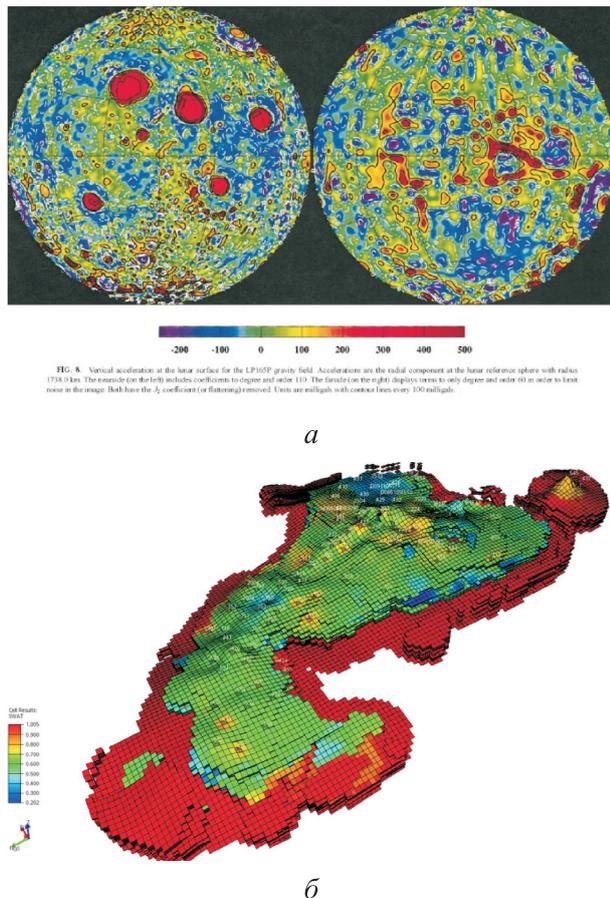


Рис. 1. Карта ГА Луны (а) и результаты кусочно-постоянной аппроксимации гравиметрической аномальной поверхности (б)

жении удержано семь членов. В работе [11] показано, что с уменьшением высоты орбиты потребное количество членов разложения быстро растет. Сходимость немонотонна. В гравиметрической задаче небесной механики потребное количество членов разложения растет лавинообразно. По оценке Попадьева — Сороки [12], для моделирования результатов гравиметрических измерений поверхности Земли с шагом 10 км потребное количество членов разложения превышает 4 000 000.

Для пояснения изложенного рассмотрим кусочно-постоянную аппроксимацию гравиметрической аномальной поверхности (рис. 1, б). На рис. 2, а безразмерная одномерная ступенчатая функция $y(x)$ при числе ступенек $n = 15$ разложена в ряд Фурье по косинусам. Удержано $m = 500$ членов разложения:

$$y(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^m a_k \cos \frac{k\pi x}{l}; \quad (1)$$

$$a_0 = \frac{2}{n} \sum_{j=1}^n f_j; \quad j = 1, \dots, n;$$

$$a_k = \frac{2}{k\pi} \sum_{j=1}^n f_j \left[\sin \frac{k\pi j}{n} - \sin \frac{k\pi(j-1)}{n} \right],$$

где f_j — j -я ордината ступенек; l — безразмерный интервал разложения.

На рис. 2, б показан вклад отдельных членов ряда (1). Видно, что сходимость разложения медленная и немонотонная. Отметим, что в ряде задач геометрической несферичностью гравитационного поля Луны можно пренебречь. Так, поле считается центральным, если расстояние от КА до Луны много больше ее радиуса [13]. Поле будет центральным при

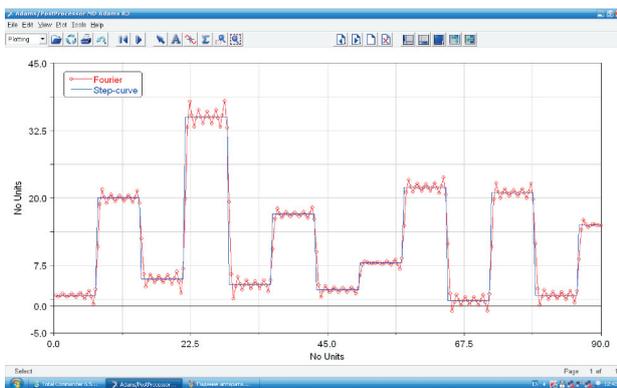
проектировании системы управления перелетом КА с окололунной орбиты на поверхность планеты [14].

С учетом изложенного предлагается отказаться от указанного разложения гравитационного поля Луны в двойной ряд по сферическим функциям Лежандра. Исследование проведено по принципу «от аномалий к геометрии», а не «от геометрии к аномалиям». Это означает, что сначала (методом массовых концентраций) следует изучить движение КА под действием только ГА. Затем адаптировать это решение для учета геометрической несферичности Луны (которая в статье не рассмотрена).

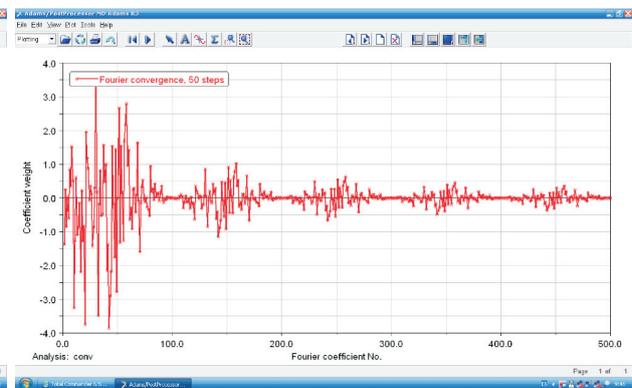
Цель работы — развитие метода массовых концентраций, согласно которому результирующее гравитационное поле — это суперпозиция элементарных полей отдельных массовых концентраций (масконов).

Уравнения орбитального движения КА. Результирующее гравитационное поле Луны — это суперпозиция элементарных полей отдельных масконов. Каждый j -й маскон имеет четыре параметра: географическую широту φ_j , географическую долготу λ_j , глубину залегания h_j и массу M_j (положительную или отрицательную).

Суперпозиция масконов приведена на рис. 3, а, где зеленым цветом показан идеальный шар Луны, красным и синим — масконы. Красные обладают положительной массой, синие — отрицательной. Поле несферично, поэтому ускорение свободного падения имеет не только нормальную составляющую, но и тангенциальную.



а



б

Рис. 2. Безразмерная одномерная ступенчатая функция (а) и фрагмент немонотонной сходимости ее разложения в ряд Фурье (б)

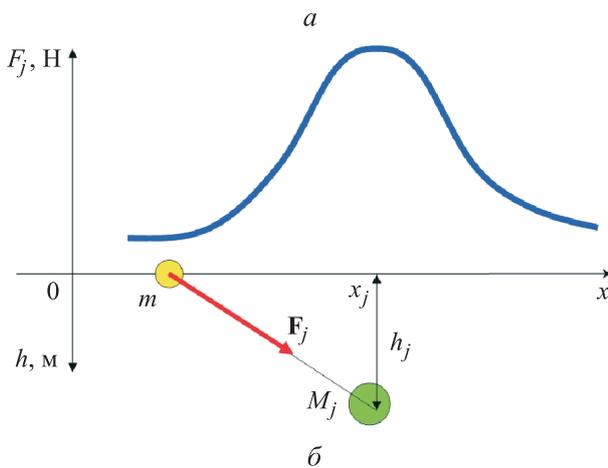
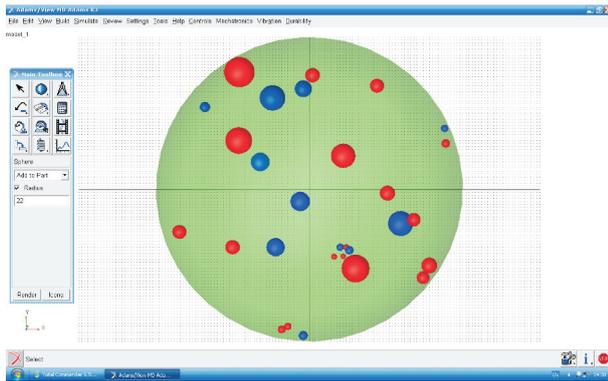
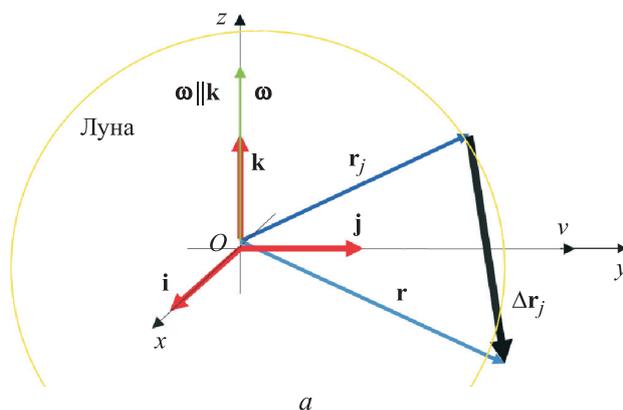


Рис. 3. Результаты моделирования суперпозиции масконов (а) и элементарного силового поля отдельного маскона (б)

Плоская интерпретация силового поля отдельного j -го маскона приведена на рис. 3, б. Поле — ньютоновское:

$$F_j(x) = \frac{\gamma m M_j}{h_j^2 + (x - x_j)^2}, \quad j = 1, \dots, n,$$

где γ — гравитационная постоянная; m — масса КА; n — рассматриваемое число масконов.



Базовая система координат (рис. 4, а) жестко связана с Луной. Ось Ox постоянно направлена на Землю. Система координат вращается вокруг оси Oz с угловой скоростью ω . КА — это материальная точка, которая движется относительно вращающейся системы координат, поэтому возникает кориолисово ускорение. Радиус-вектор \mathbf{r} указывает текущее положение КА. Радиус-вектор \mathbf{r}_j фиксирует положение j -го маскона.

Векторное уравнение динамики КА в абсолютных ускорениях, где первое слагаемое правой части — вклад идеального шара Луны, второе — суперпозиция элементарных силовых полей отдельных масконов — имеет вид

$$m \mathbf{a}_{\text{абс}} = -m \frac{\gamma M \mathbf{r}}{r^3} - m \sum_{j=1}^n \frac{\gamma M_j \Delta \mathbf{r}_j}{\Delta r_j^3}.$$

Здесь M — масса Луны; $\mathbf{a}_{\text{абс}}$ — вектор абсолютного ускорения КА;

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}; r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2};$$

$$\Delta \mathbf{r}_j = (x - x_j)\mathbf{i} + (y - y_j)\mathbf{j} + (z - z_j)\mathbf{k};$$

$$\Delta r_j = \sqrt{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2 + (z - z_j)^2},$$

где $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ — орты координатных осей.

Вектор абсолютного ускорения равен сумме векторов относительного $\mathbf{a}_{\text{отн}}$, переносного $\mathbf{a}_{\text{пер}}$ и кориолисова $\mathbf{a}_{\text{кор}}$ ускорений:

$$\mathbf{a}_{\text{абс}} = \ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{a}_{\text{отн}} + \mathbf{a}_{\text{пер}} + \mathbf{a}_{\text{кор}},$$

где $\mathbf{a}_{\text{отн}} = \ddot{x}\mathbf{i} + \ddot{y}\mathbf{j} + \ddot{z}\mathbf{k}$; $\mathbf{a}_{\text{пер}} = -\omega^2 x\mathbf{i} - \omega^2 y\mathbf{j}$;
 $\mathbf{a}_{\text{кор}} = -2\dot{y}\omega\mathbf{i} + 2\dot{x}\omega\mathbf{j}$.

Векторное уравнение динамики КА в относительных ускорениях имеет вид

$$\mathbf{a}_{\text{отн}} = -\frac{\gamma M \mathbf{r}}{r^3} - \sum_{j=1}^n \frac{\gamma M_j \Delta \mathbf{r}_j}{\Delta r_j^3} - \mathbf{a}_{\text{пер}} - \mathbf{a}_{\text{кор}}. \quad (2)$$

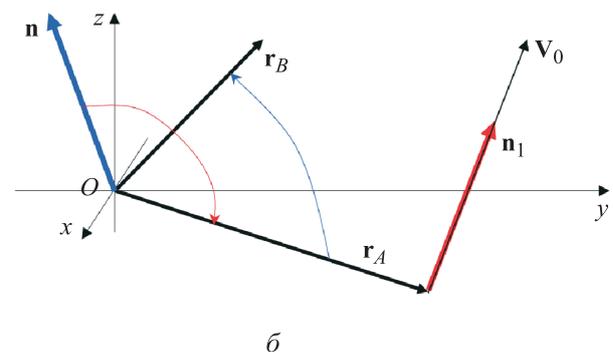


Рис. 4. Результаты моделирования базовой системы координат (а) и векторов нормалей (б)

Векторное уравнение (2) преобразуется к системе трех скалярных уравнений в координатах:

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\frac{\gamma Mx}{r^3} - \sum_{j=1}^n \frac{\gamma M_j(x-x_j)}{\Delta r_j^3} + x\omega^2 + 2\dot{y}\omega; \\ \ddot{y} = -\frac{\gamma My}{r^3} - \sum_{j=1}^n \frac{\gamma M_j(y-y_j)}{\Delta r_j^3} + y\omega^2 - 2\dot{x}\omega; \\ \ddot{z} = -\frac{\gamma Mz}{r^3} - \sum_{j=1}^n \frac{\gamma M_j(z-z_j)}{\Delta r_j^3}. \end{cases} \quad (3)$$

Эта система интегрируется по времени методом Рунге — Кутты 4-го порядка. Вместе с рассмотренными далее начальными условиями интегрирования система уравнений (3) формирует задачу Коши. Интегрирование выполняется с двойной точностью.

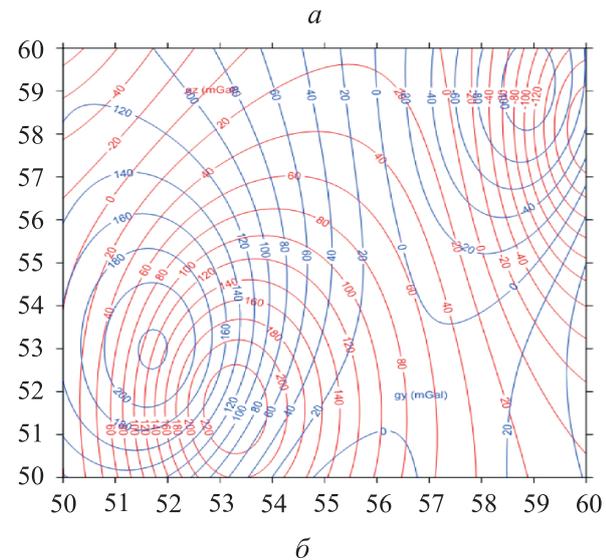
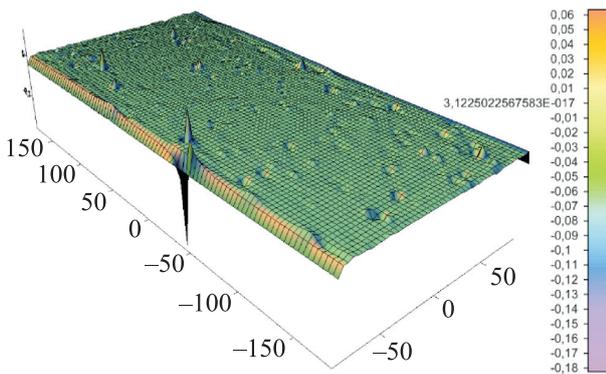


Рис. 5. Результаты моделирования псевдослучайной аномальной поверхности составляющей g_y ускорения свободного падения (а) и ее фрагмент на плоскости координат восточная долгота — северная широта (б)

Доступ к гравиметрической информации о Луне затруднен, поэтому каждый из четырех параметров маскона (см. рис. 3, б) ассоциирован с псевдослучайной величиной. Псевдослучайные реализации указанных величин с равномерным распределением в заданных интервалах генерирует датчик Вичмана — Хилла [15].

Параметры маскона варьировались в следующих диапазонах: географическая широта $\phi_j = -90...+90^\circ$; географическая долгота $\lambda_j = -180...+180^\circ$; глубина залегания $h_j = 0...100$ км. Масса маскона M_j выбрана так, что расчетные ГА Луны лежат в пределах ± 500 мГал (см. рис. 1, а). Рассматриваемое число масконов $n = 500, j = 1, \dots, n$.

Расчетная псевдослучайная аномальная поверхность составляющей g_y ускорения свободного падения на развертке всей поверхности Луны показана на рис. 5, а, где значения на цветовой шкале указаны в галлах. Фрагмент этой поверхности в интервале $50...60^\circ$ восточной долготы и северной широты приведен на рис. 5, б. Здесь красные линии — изоаномалы $[1]$, мГал, составляющей g_z ускорения свободного падения, синие — изоаномалы, мГал, составляющей g_y . Гравитационное поле несферично, поэтому ускорение свободного падения имеет не только нормальную составляющую, но и тангенциальную.

Начальные условия движения. Начальное положение КА (рис. 4, б) определяет радиус-вектор точки А $\mathbf{r}_A = x_A\mathbf{i} + y_A\mathbf{j} + z_A\mathbf{k}$, конечное — радиус-вектор точки В $\mathbf{r}_B = x_B\mathbf{i} + y_B\mathbf{j} + z_B\mathbf{k}$. Точки А и В лежат на высоте 1 км. КА нацелен на перелет по круговой орбите. Плоскость начальной круговой орбиты проходит через точку А, точку В и точку О (геометрический центр Луны).

Начальная скорость КА $v_0 = 1679,2344$ м/с равна первой космической скорости на данной высоте. Вектор начальной абсолютной скорости КА \mathbf{v}_0 направлен по касательной к окружности орбиты (см. рис. 4, б). Вектор \mathbf{n} определяется выражением

$$\mathbf{n} = \mathbf{r}_A \times \mathbf{r}_B = x_n\mathbf{i} + y_n\mathbf{j} + z_n\mathbf{k},$$

где $x_n = y_A z_B - y_B z_A$; $y_n = -(x_A z_B - x_B z_A)$; $z_n = x_A y_B - x_B y_A$.

Пусть вектор \mathbf{n} перпендикулярен плоскости векторов \mathbf{r}_A и \mathbf{r}_B , а вектор \mathbf{n}_1 — плоскости векторов \mathbf{n} и \mathbf{r}_A . Тогда вектор начальной абсо-

лютой скорости \mathbf{v}_0 параллелен вектору \mathbf{n}_1 (см. рис. 4, б):

$$\mathbf{v}_0 \parallel (\mathbf{n}_1 = \mathbf{n} \times \mathbf{r}_A = x_{n1}\mathbf{i} + y_{n1}\mathbf{j} + z_{n1}\mathbf{k}),$$

где $x_{n1} = y_n z_A - y_A z_n$; $y_{n1} = -(x_n z_A - x_A z_n)$; $z_{n1} = x_n y_A - x_A y_n$.

Отсюда

$$\mathbf{v}_0 = \frac{v_0 \mathbf{n}_1}{|\mathbf{n}_1|} = \frac{v_0 x_{n1}}{|\mathbf{n}_1|} \mathbf{i} + \frac{v_0 y_{n1}}{|\mathbf{n}_1|} \mathbf{j} + \frac{v_0 z_{n1}}{|\mathbf{n}_1|} \mathbf{k}.$$

Здесь $|\mathbf{n}_1| = \sqrt{x_{n1}^2 + y_{n1}^2 + z_{n1}^2}$.

Вектор начальной относительной скорости $\mathbf{v}_{0отн}$ есть разность вектора начальной абсолютной скорости \mathbf{v}_0 и вектора переносной скорости $\mathbf{v}_{0пер}$:

$$\mathbf{v}_{0отн} = \mathbf{v}_0 - \mathbf{v}_{0пер},$$

где $\mathbf{v}_{0отн} = \dot{x}_0 \mathbf{i} + \dot{y}_0 \mathbf{j} + \dot{z}_0 \mathbf{k}$; $\mathbf{v}_{0пер} = -\omega \mathbf{i} + x \mathbf{j}$.

Таким образом, начальные условия относительного движения КА по скорости в скалярной форме определяются выражениями

$$\dot{x}_0 = \frac{v_0 x_{n1}}{|\mathbf{n}_1|} + \omega; \quad \dot{y}_0 = \frac{v_0 y_{n1}}{|\mathbf{n}_1|} - \omega; \quad \dot{z}_0 = \frac{v_0 z_{n1}}{|\mathbf{n}_1|}. \quad (4)$$

Начальные условия (4) и система уравнений (3) дают формулировку Коши для рассматриваемой гравиметрической задачи небесной механики.

Результаты расчета. КА нацелен на перелет из точки *A* в точку *B* по круговой орбите с первой космической скоростью на высоте 1 км. Если движение абсолютное и ГА нет, то траектория КА — идеальная окружность. В относительном движении во вращающейся системе координат Луны (см. рис. 4, а) круговая орбита приобрета-

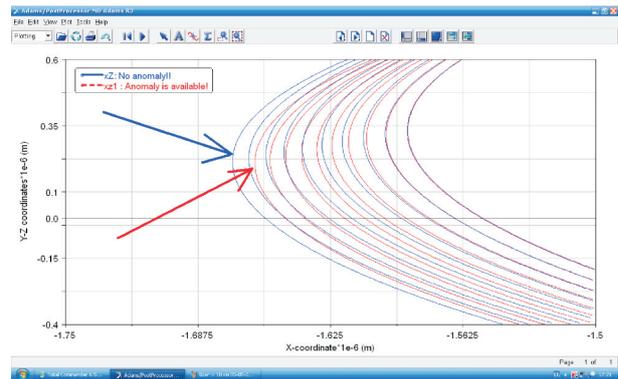


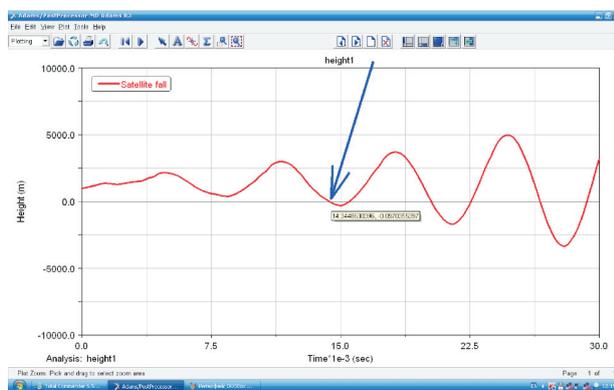
Рис. 6. Результаты моделирования десяти витков пространственной траектории окололунного КА по сверхнизкой орбите высотой 1 км в проекции на координатную плоскость XOZ

ет пространственный характер. Под действием ГА орбита отклоняется от круговой.

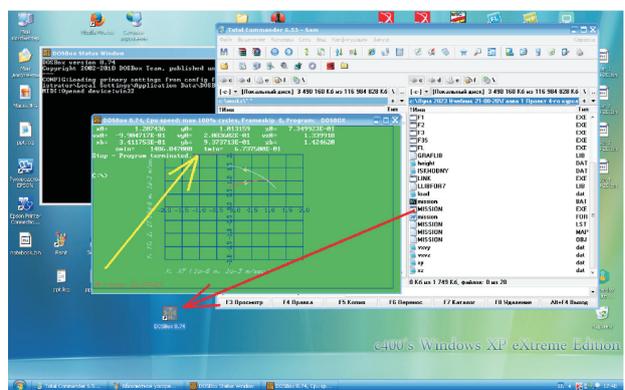
Результаты моделирования десяти витков пространственной траектории окололунного КА по сверхнизкой орбите высотой 1 км в проекции на координатную плоскость XOZ без учета ГА (синие линии) и с учетом ГА (красные линии) показаны на рис. 6. «Уход» КА на десятом витке в координатной плоскости XOZ (выделенном стрелками) составляет 10,8 км.

Известно, что окололунные орбиты нестабильны, поэтому их надо постоянно поддерживать и корректировать. Так, в работе [16] предложен алгоритм поддержания околополярной орбиты высотой 10 000 км. В статье [17] обобщены результаты анализа возмущенного движения окололунных КА по круговым орбитам высотой 25...51 200 км.

В публикации [18] предложен критерий стабильности окололунной орбиты высотой 100 км и выполнен сравнительный анализ ста-

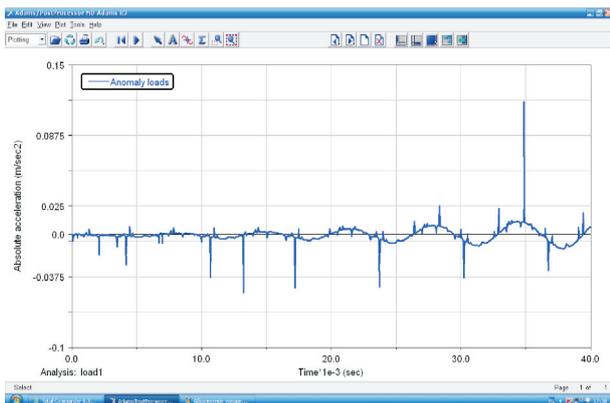


а

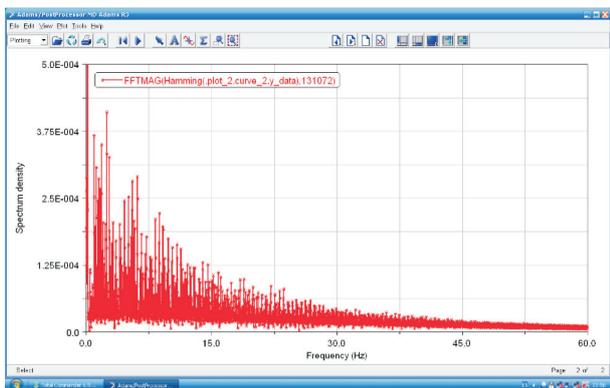


б

Рис. 7. Зависимость высоты полета КА по сверхнизкой орбите от времени (а) и фрагмент компьютерной программы, разработанной для обеспечения безопасного перелета КА (б)



a



б

Рис. 8. Результаты моделирования движения КА по сверхнизкой окололунной орбите через ГА:
a — дополнительная anomальная перегрузка;
б — спектральное разложение этой перегрузки в диапазоне частоты 0...60 Гц

бильности орбит. В работе [19] с учетом отражения света от поверхности Луны установлено влияние давления солнечного света на движение окололунного спутника по нестабильной орбите высотой 15...515 км. Для этого отражающая поверхность Луны разбита на 51 840 ячеек.

Результаты анализа неустойчивости сверхнизких окололунных орбит высотой около 1 км в отечественной и иностранной литературе практически отсутствуют.

На рис. 7, *a* показана зависимость высоты полета КА по сверхнизкой орбите от времени. Начальная высота — 1 км. Видно, что изменение высоты полета имеет осцилляционный характер с нарастающей амплитудой. На 14 344-й секунде полета (третий виток) происходит столкновение КА с поверхностью Луны (синяя стрелка).

Для решения поставленной задачи разработана компьютерная программа на языке Fortran (рис. 7, *б*). Чтобы запустить программу, исполняемый файл MISSION.exe необходимо перетащить мышкой на ярлык DOSBox (красная стрелка). Это позволяет не связывать решение задачи с конкретной версией операционной системы Windows.

Можно отказаться от Windows и перейти в MSDOS. Желтой стрелкой на рис. 7, *б* показано, что время перелета КА из точки *A* в точку *B* (для соответствующих исходных данных) составляет 673 с, и оно меньше периода обращения КА вокруг Луны на высоте около 1 км, равного 6500 с. Промах, обусловленный вращением связанной системы координат Луны и наличием ГА, составляет 1486 м. Таким образом, для обеспечения безопасного перелета КА с приемлемой точностью достаточно одного витка.

На рис. 8, *a* показано, что при движении по сверхнизкой окололунной орбите через ГА аппарат испытывает дополнительную anomальную гравитационную перегрузку, составляющую около 0,1 м/с².

На рис. 8, *б* показано спектральное разложение данной перегрузки в диапазоне частоты 0...60 Гц, выполненное процедурой быстрого преобразования Фурье FFT в пакете MSC.Adams. Видно, что при числе масконов $n = 500$ спектр очень плотный (почти сплошной). С увеличением числа масконов плотность спектра растет. Таким образом, имеет место anomальный гравитационный шум.

Особенность anomальной гравитационной перегрузки такова, что космонавт будет ощущать ее даже в невесомости при отсутствии опоры. Никакая амортизация здесь не работает.

Выводы

1. Показано, что результирующее anomальное гравитационное поле Луны — это суперпозиция элементарных силовых полей отдельных масконов. Параметры маскона — псевдослучайные величины с равномерным законом распределения в заданном интервале значений.

2. Установлено, что КА движется по сверхнизкой орбите под действием anomального гравитационного шума. Anomальная гравитационная перегрузка составляет около 0,1 м/с².

Литература

- [1] Кузьмин В.И. *Гравиметрия*. Новосибирск, Сибирская Государственная Геодезическая Академия, 2011. 163 с.
- [2] Крылов В.И. *Основы теории движения ИСЗ. Часть вторая: возмущенное движение*. Москва, МИИГАиК, 2016. 67 с.
- [3] Чуйкова Н.А., Насонова Л.Л., Максимова Т.Г. Определение глобальных плотностных неоднородностей и напряжений внутри Луны. *Астрономический вестник. Исследования солнечной системы*, 2020, т. 54, № 4, с. 325–336, doi: <https://doi.org/10.31857/S0320930X20040040>
- [4] Антонова Г.А. Моделирование сигнала ротационного гравитационного вариометра гантельного типа. *Политехнический молодежный журнал*, 2017, № 11, doi: <http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2017-11-189>
- [5] Рыбаков Е.А. *Комплексирующее устройство потребителя глобальных навигационных спутниковых систем с аппаратурой корреляционно-экстремальной навигации по гравитационному полю Земли*. Дис. ... канд. тех. наук. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2020. 138 с.
- [6] Fermi M., Gregnanin M., Mazzolena M. et al. The lunar gravity mission MAGIA: preliminary design and performances. *Exp. Astron.*, 2011, vol. 32, p. 1–18, doi: <https://doi.org/10.1007/s10686-010-9188-z>
- [7] Michael W.H. Jr., Blackshear W.Th., Garpcynski J.P. Results on the mass and the gravitational field of the moon as determined from dynamics of the lunar satellites. In: *Dynamics of satellites*. Springer, 1969, pp. 42–56, doi: https://doi.org/10.1007/978-3-642-99966-6_9
- [8] Пугачева С.Г. Исследования гравитационного поля Луны космическими зондами GRAIL. *Современная наука. Актуальные проблемы теории и практики. Сер. Естественные и технические науки*, 2015, № 12, с. 23–29.
- [9] Козлов П.Г., Смашный В.В., Титов Е.В. Особенности разработки и верификация математической модели движения искусственного спутника Луны. *Космонавтика и ракетостроение*, 2018, № 2, с. 27–38.
- [10] Carvalho J.P.S., Moraes R.V., Prado A.F.B.A. Nonsphericity of the moon and near sun-synchronous polar lunar orbits. *Math. Probl. Eng.*, 2009, vol. 2009, art. 740460, doi: <https://doi.org/10.1155/2009/740460>
- [11] Gonçalves L.D., Rocco E.M., Moraes R.V., et al. Effects of the individual terms of the lunar potential in the motion of satellites around the moon. *IJTAM*, 2016, vol. 1, pp. 20–29. <http://www.iaras.org/iaras/journals/ijtam>
- [12] Попадьев В.В., Сорока А.И., Полубехин А.И. и др. Возможности коррекции инерциальных навигационных систем на основе гравиметрических карт Земли. *Научный вестник МГТУ ГА*, 2015, № 222, с. 90–97.
- [13] Circi C., Teofilatto P. On the dynamics of weak stability boundary lunar transfers. *Celest. Mech. Dyn. Astr.*, 2001, vol. 79, no. 1, pp. 41–72, doi: <https://doi.org/10.1023/A:1011153610564>
- [14] Заплетин М.П. *Оптимальные перелеты космического аппарата между поверхностью Луны и орбитами ее искусственных спутников*. Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. Москва, МГУ им. М.В. Ломоносова, 1993. 12 с.
- [15] Wichmann B., Hill D. Algorithm AS 183. An efficient and portable pseudo-random number generator. *J. R. Stat. Soc. Ser. C Appl. Stat.*, 1982, vol. 31, no. 2, p. 188–190, doi: <https://doi.org/10.2307/2347988>
- [16] Целоусова А.А., Трофимов С.П., Ширококов М.Г. Поддержание высоких круговых полярных орбит вокруг Луны. *XLIV Академические чтения по космонавтике. Сб. тез. док.* Москва, Изд-во МГТУ имени Н.Э. Баумана, 2020, с. 280–282.
- [17] Козлов П.Г., Смашный В.В., Титов Е.В. Исследование особенностей возмущенного движения искусственного спутника Луны. *Космонавтика и ракетостроение*, 2018, № 2, с. 39–52.
- [18] Ду Чунжуй, Старинова О.А. Анализ стабильности низких селеноцентрических орбит. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2020, № 10, doi: <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2020-10-2023>

- [19] Gonçalves L.D., Rocco E.M., Moraes R.V. Analysis of the influence of orbital disturbances applied to an artificial lunar satellite. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2015, vol. 641, art. 012028, doi: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/641/1/012028>

References

- [1] Kuz'min V.I. *Gravimetriya* [Gravimetry]. Novosibirsk, Sibirskaya Gosudarstvennaya Geodezicheskaya Akademiya Publ., 2011. 163 p. (In Russ.).
- [2] Krylov V.I. *Osnovy teorii dvizheniya ISZ. Chast' vtoraya: vozmushchennoe dvizhenie* [Fundamentals of earth satellite motion theory. Part 2: disturbed motion]. Moscow, MIIGAiK Publ., 2016. 67 p. (In Russ.).
- [3] Chuykova N.A., Nasonova L.L., Maksimova T.G. Determination of global density inhomogeneities and stresses inside the moon. *Astronomicheskiy vestnik. Issledovaniya solnechnoy sistemy*, 2020, vol. 54, no. 4, pp. 325–336, doi: <https://doi.org/10.31857/S0320930X20040040> (in Russ.). (Eng. version: *Sol. Syst. Res.*, 2020, vol. 54, no. 4, pp. 295–306, doi: <https://doi.org/10.1134/S0038094620040048>)
- [4] Antonova G.A. Simulating the signal of a torsion balance gravimeter. *Politekhnichestkiy molodezhnyy zhurnal* [Politechnical Student Journal], 2017, no. 11, doi: <http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2017-11-189> (in Russ.).
- [5] Rybakov E.A. *Kompleksirovanie apparatury potrebitelya global'nykh navigatsionnykh sputnikovykh sistem s apparatury korrelyatsionno-ekstremal'noy navigatsii po gravitatsionnomu polyu Zemli*. Diss. kand. tekhn. nauk [complexing equipment of global positioning system user and equipment of correlative extremal navigation using Earth gravity field. Kand. tech. sci. diss.]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2020. 138 p. (In Russ.).
- [6] Fermi M., Gregnanin M., Mazzolena M., et al. The lunar gravity mission MAGIA: preliminary design and performances. *Exp. Astron.*, 2011, vol. 32, pp. 1–18, doi: <https://doi.org/10.1007/s10686-010-9188-z>
- [7] Michael W.H. Jr., Blackshear W.Th., Gopcynski J.P. Results on the mass and the gravitational field of the moon as determined from dynamics of the lunar satellites. In: *Dynamics of satellites*. Springer, 1969, pp. 42–56, doi: https://doi.org/10.1007/978-3-642-99966-6_9
- [8] Pugacheva S.G. The study of the gravitational field of the moon, space probes to Grail. *Sovremennaya nauka. Aktual'nye problemy teorii i praktiki. Ser. Estestvennye i tekhnicheskie nauki* [Modern Science: actual problems of theory and practice. Ser. Natural and Technical Sciences], 2015, no. 12, pp. 23–29. (In Russ.).
- [9] Kozlov P.G., Smashnyy V.V., Titov E.V. Development and verification of a mathematical model for the motion of a lunar artificial satellite. *Kosmonavtika i raketostroenie* [Cosmonautics and Rocket Engineering], 2018, no. 2, pp. 27–38. (In Russ.).
- [10] Carvalho J.P.S., Moraes R.V., Prado A.F.B.A. Nonsphericity of the moon and near sun-synchronous polar lunar orbits. *Math. Probl. Eng.*, 2009, vol. 2009, art. 740460, doi: <https://doi.org/10.1155/2009/740460>
- [11] Gonçalves L.D., Rocco E.M., Moraes R.V. et al. Effects of the individual terms of the lunar potential in the motion of satellites around the moon. *IJTAM*, 2016, vol. 1, pp. 20–29. <http://www.iaras.org/iaras/journals/ijtam>
- [12] Popad'yev V.V., Soroka A.I., Polubekhin A.I., et al. The possibilities of correction parameters of onboard inertial navigation systems for aircraft based on gravimetric maps of the Earth. *Nauchnyy vestnik MGTU GA* [Civil Aviation High Technologies], 2015, no. 222, pp. 90–97. (In Russ.).
- [13] Circi C., Teofilatto P. On the dynamics of weak stability boundary lunar transfers. *Celest. Mech. Dyn. Astr.*, 2001, vol. 79, no. 1, pp. 41–72, doi: <https://doi.org/10.1023/A:1011153610564>
- [14] Zapletin M.P. *Optimal'nye perelety kosmicheskogo apparata mezhdu poverkhnost'yu Luny i orbitami ee iskusstvennykh sputnikov*. Avtoref. diss. ... kand. fiz.-mat. nauk [Optimum spacecraft flights from moon surface to orbits of its artificial satellites. Abs. kand. tech. phys.-math. sci. diss.]. Moscow, Lomonosov MSU Publ., 1993. 12 p. (In Russ.).

- [15] Wichmann B., Hill D. Algorithm AS 183. An efficient and portable pseudo-random number generator. *J. R. Stat. Soc. Ser. C Appl. Stat.*, 1982, vol. 31, no. 2, pp. 188–190, doi: <https://doi.org/10.2307/2347988>
- [16] Tselousova A.A., Trofimov S.P., Shirobokov M.G. [Station-keeping in high circular polar orbits around the moon]. *XLIV Akademicheskie chteniya po kosmonavtike. Sb. tez. dok.* [Abs. XLIV Academic Readings on Cosmonautics]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2020, pp. 280–282. (In Russ.).
- [17] Kozlov P.G., Smashnyy V.V., Titov E.V. A study of the perturbed motion characteristics for a lunar artificial satellite. *Kosmonavtika i raketostroenie* [Cosmonautics and Rocket Engineering], 2018, no. 2, pp. 39–52.
- [18] Du Chunzhuy, Starinova O.A. Low selenocentric orbits stability analysis. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii* [Engineering Journal: Science and Innovation], 2020, no. 10, doi: <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2020-10-2023> (in Russ.).
- [19] Gonçalves L.D., Rocco E.M., Moraes R.V. Analysis of the influence of orbital disturbances applied to an artificial lunar satellite. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2015, vol. 641, art. 012028, doi: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/641/1/012028>

Статья поступила в редакцию 21.09.2021

Информация об авторе

АРИНЧЕВ Сергей Васильевич — доктор технических наук, профессор кафедры «Аэрокосмические системы». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, к. 1, e-mail: arinchev@inbox.ru).

Information about the author

ARINCHEV Sergey Vasilyevich — Doctor of Science (Eng.), Professor, Department of Aerospace Systems. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: arinchev@inbox.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Аринчев С.В. Движение космического аппарата по сверхнизкой окололунной орбите под действием гравитационных аномалий Луны. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2022, № 2, с. 75–84, doi: [10.18698/0536-1044-2022-2-75-84](https://doi.org/10.18698/0536-1044-2022-2-75-84)

Please cite this article in English as:

Arinchev S.V. Spacecraft Motion in an Ultra-Low Lunar Orbit under Lunar Gravitational Anomalies. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2022, no. 2, pp. 75–84, doi: [10.18698/0536-1044-2022-2-75-84](https://doi.org/10.18698/0536-1044-2022-2-75-84)