

УДК 621.9:531.3

doi: 10.18698/0536-1044-2022-3-15-30

Свойства притягивающих множеств деформационных смещений инструмента в траекториях формообразующих движений при точении изделий*

В.Л. Заковоротный, В.Е. Гвинджилия

Донской государственный технический университет

The Properties of Attracting Sets of Tool Deformation Displacements in the Trajectories of the Shape-Generating Movements in Turning

V.L. Zakovorotny, V.E. Gvindjiliya

Don State Technical University

На сегодняшний день существует множество моделей сил резания в функции деформаций, определяющих динамическую связь процесса резания, которые опираются на экспериментальные данные, например, на фазовые сдвиги между деформациями и силами. Однако системного исследования свойств динамической системы резания и притягивающих множеств деформационных смещений инструмента не проводилось. Рассмотрены системные свойства формирования притягивающих множеств, предложены направления, позволяющие ими управлять. Исследованы силы резания, зависящие от деформаций, образующих внутрисистемную обратную связь, которая может стабилизировать равновесие, а также способствовать потере его устойчивости. Основные результаты получены математическим моделированием, также использованы методы экспериментальной динамики. По итогам проведенного исследования выявлены условия самовозбуждения динамической системы резания в зависимости от деформаций в направлении скорости резания. Полученные данные о механизмах формирования и эволюции притягивающих множеств деформационных смещений инструмента при резании позволили найти новое направление увеличения эффективности обработки на основе конструктивного изменения упругих свойств подсистемы инструмента, его геометрии и согласования программы ЧПУ с динамическими свойствами процесса резания.

Ключевые слова: динамическая система резания, притягивающие множества деформационных смещений, траектории формообразующих движений

To date, there are many models of cutting forces as a function of deformations determining the dynamic relationship of the cutting process, which are based on experimental data, for example, on phase shifts between deformations and forces. However, a systematic study of the dynamic cutting system properties and the attracting sets of tool deformation displacements has not been carried out. The article considers system properties of the attracting set formation and proposes directions allowing their controlling. The cutting forces depending on deformations that form an intra system feedback, which can stabilize the equilibrium as well

* Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 19-08-00022, 20-38-90074.

as contribute to the loss of its stability, were studied. The main results were obtained by mathematical modeling, and the methods of experimental dynamics were also used. Based on the results of the study, the conditions for self-excitation of the dynamic cutting system depending on the deformations in the direction of the cutting speed were determined. The obtained data on the mechanisms of formation and evolution of the attracting sets of tool deformation displacements during cutting allowed finding a new direction for increasing the cutting efficiency based on a constructive change in the elastic properties of the tool subsystem, its geometry and matching the CNC program with the dynamic properties of the cutting process.

Keywords: dynamic cutting system, attracting sets of strain displacements, trajectories of the shape generating movements

Традиционно для рассмотрения динамики процесса резания используют пространственную конечномерную модель динамической системы резания (ДСР) [1–48], включающую в себя подсистему инструмента, взаимодействующую с недеформируемой заготовкой [33, 34]. Анализируют влияние вибрационных возмущений на динамику процесса резания [35–41], а также притягивающие множества, свойства которых отображаются в формообразующих движениях.

Взаимодействие подсистемы инструмента с заготовкой моделируют силами $\mathbf{F} = \{F_1, F_2, F_3\}^T \in \mathfrak{R}^{(3)}$ (рис. 1), зависящими от деформационных смещений $\mathbf{X} = \{X_1, X_2, X_3\}^T \in \mathfrak{R}^{(3)}$ и их скоростей $d\mathbf{X}/dt = \mathbf{v}_X(t) = \{v_{X_1}, v_{X_2}, v_{X_3}\}^T \in \mathfrak{R}^{(3)}$, а также от траекторий исполнительных элементов станка $\mathbf{L} = \{L_1, L_2, L_3\}^T \in \mathfrak{R}^{(3)}$ и их скоростей $d\mathbf{L}/dt = \mathbf{v}(t) = \{v_1, v_2, v_3\}^T \in \mathfrak{R}^{(3)}$ [33, 34, 42].

Анализируют вынужденные вибрации [35–40, 49], формирующие синхронизацию, асин-

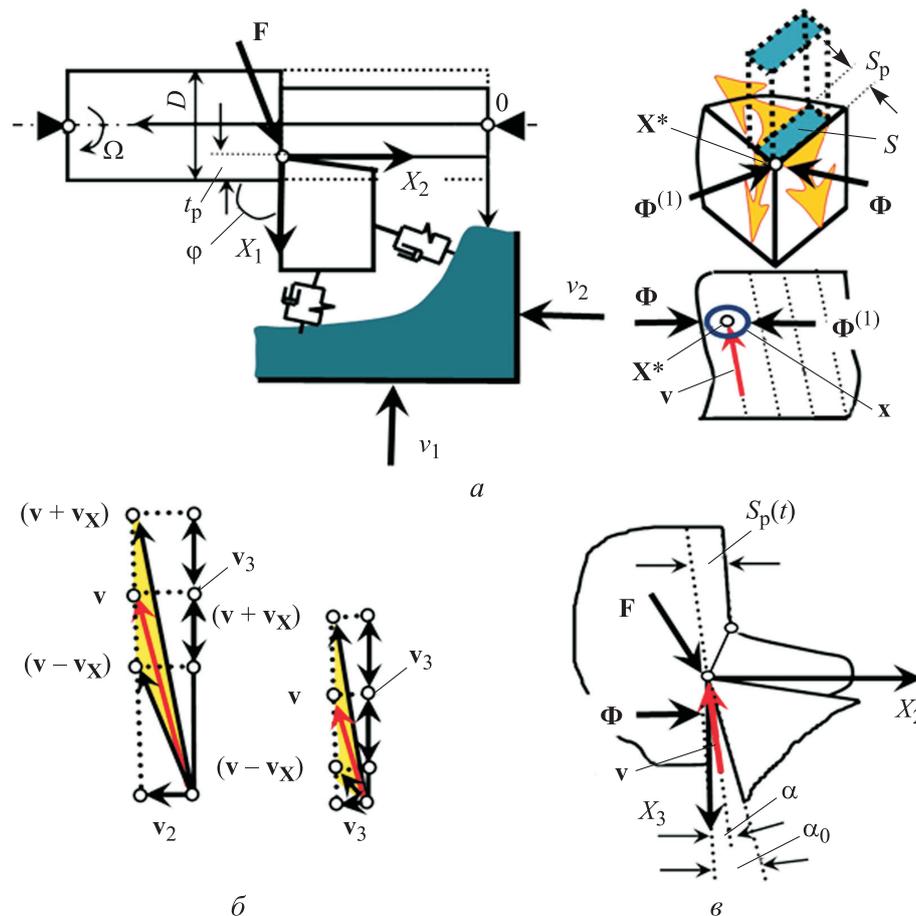


Рис. 1. Схемы преобразования траекторий формообразующих движений в силы резания: а — силы в области передней грани; б — изменение направления движения вершины инструмента за счет скоростей \mathbf{v}_X деформационных смещений; в — формирование направления движения и сил в области задних граней инструмента

хронное взаимодействие, вибрационную стабилизацию, а также притягивающие множества деформаций (точка, предельный цикл, инвариантный тор, хаотический аттрактор), которые влияют на траектории формообразующих движений [1–22].

Анализируют следующие факторы, влияющие на устойчивость равновесия.

Силы зависят от площади срезаемого слоя S (рис 1, *a*). Их изменение запаздывает по отношению к ее вариациям [1, 6–8, 11–22] и моделируется аperiодическим звеном, звеном чистого запаздывания и пр. Однако по первому приближению эти модели являются эквивалентными.

Рассматривают регенерацию следа от деформаций, оставленных на заготовке на предыдущем обороте, т. е. на площадь срезаемого слоя $S(t)$ в момент времени t влияет значение деформаций в момент времени $(t - T)$ [1, 6–8, 11–22] без учета зависимости площади срезаемого слоя $S(t)$ и запаздывающего аргумента T от скорости v_{X_3} . Кроме того, суть подачи S_p как пути инструмента за время одного оборота заготовки фактически приводит к необходимости учета регенерации.

Учитывают нелинейность изменения сил от скорости. Для объяснения потери устойчивости и образования автоколебаний используют уравнения Релея, Ван дер Поля и модели реверсивного трения [9, 10, 23–26, 49].

Авторы этих работ не учитывают, что силы резания, зависящие от деформаций, образуют внутрисистемную обратную связь, которая может стабилизировать равновесие, а также способствовать потере его устойчивости. Тогда в окрестности равновесия образуются притягивающие множества деформаций, изучению которых посвящено данное исследование. Рассмотрено только продольное невозмущенное течение абсолютно жесткой заготовки, т. е. формирование сливной стружки.

Математическая модель. Основные свойства ДСР можно раскрыть на основе базовой модели динамики [49, 50]

$$\mathbf{m} \frac{d^2 \mathbf{X}}{dt^2} + \mathbf{h} \frac{d\mathbf{X}}{dt} + \mathbf{c}\mathbf{X} = \mathbf{F} + \mathbf{\Phi} + \mathbf{\Phi}^{(1)}, \quad (1)$$

где \mathbf{m} , \mathbf{h} и \mathbf{c} — положительно определенные симметричные матрицы инерционных, скоростных и упругих коэффициентов; \mathbf{F} , $\mathbf{\Phi}$ и $\mathbf{\Phi}^{(1)}$ — силы, формируемые в области передней,

задней и вспомогательной задней грани инструмента соответственно (рис. 1, *б, в*),

$$\mathbf{F} = \{F_1, F_2, F_3\}^T \in \mathfrak{R}^{(3)};$$

$$\mathbf{\Phi} = \{\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3\}^T \in \mathfrak{R}^{(3)};$$

$$\mathbf{\Phi}^{(1)} = \{\Phi_1^{(1)}, \Phi_2^{(1)}, \Phi_3^{(1)}\}^T \in \mathfrak{R}^{(3)}.$$

В выражении (1):

$$\mathbf{m} = [m_{sk}] = \begin{cases} m_{sk} = m \text{ при } s = k; \\ m_{sk} = 0 \text{ при } s \neq k; \end{cases} \\ s, k = 1, 2, 3;$$

$$\mathbf{c} = [c_{sk}]; \quad \mathbf{h} = [h_{sk}].$$

В исследованиях [51, 52] использован системно-синергетический подход. Поэтому силы необходимо представить в координатах состояния и технологических режимах, связанных с траекториями исполнительных элементов станка и деформациями следующими соотношениями:

$$\begin{cases} S_p(t) = \int_{t-T}^t \left[v_2(\xi) - \frac{dX_2}{d\xi} \right] d\xi; \\ t_p(t) = 0,5D(t) - \int_0^t \left[v_1(\xi) - \frac{dX_1}{d\xi} \right] d\xi + \gamma X_1(t-T); \\ v_p(t) = v_3(t) - \frac{dX_3}{dt}, \end{cases} \quad (2)$$

где S_p — подача, мм; ξ — условная координата; t_p — глубина резания, мм; γ — безразмерный параметр; v_p — скорость резания, мм/с; D — диаметр заготовки, мм; T — время оборота заготовки, $T = \Omega^{-1}$ (Ω — частота вращения шпинделя), с.

В выражении (2) учтено влияние следа на заготовке на предыдущем обороте $\gamma X_1(t - T)$, который отличается от упругих деформаций безразмерным параметром γ ($\gamma < 1$). Сформулируем гипотезы, упрощающие анализ, но позволяющие раскрыть основные свойства ДСР:

- сила \mathbf{F} имеет неизменную ориентацию, т. е. $F_i = \chi_i F^{(0)}$, где $i = 1, 2, 3$; $F^{(0)}$ — сила, формируемая в области передней грани инструмента, пропорциональная площади срезаемого слоя; χ_i — коэффициенты, удовлетворяющие условию

$$\sum_{i=1}^{i=3} (\chi_i)^2 = 1;$$

- параметры подсистемы инструмента и процесса резания являются неизменными;

- существует запаздывание изменения сил по отношению к площади срезаемого слоя S ;
- в среднескоростном диапазоне с увеличением скорости резания уменьшаются силы резания.

С учетом принятых гипотез имеем

$$\begin{cases} \mathbf{F}(t) = F^{(0)}(t) \{\chi_1, \chi_2, \chi_3\}^T; \\ T^{(0)} \frac{dF^{(0)}}{dt} + F^{(0)} = \rho \left\{ 1 + \mu \exp \left[-\zeta \left(v_3 - \frac{dX_3}{dt} \right) \right] \right\} \times \\ \times \left[t_p^{(0)} - X_1(t) + \gamma X_1(t-T) \right] \int_{t-T}^t [v_2(\xi) - v_{X_2}(\xi)] d\xi, \end{cases} \quad (3)$$

где $T^{(0)}$ — постоянная времени, с; ρ — давление стружки на переднюю грань, кг/мм²; $t_p^{(0)}$ — глубина резания без учета деформаций, мм; ζ — коэффициент крутизны, мм/с; μ — безразмерный параметр, $\mu < 1$.

Временное окно T и параметр $T^{(0)}$ определяются выражениями

$$T = \frac{1}{\Omega - v_{X_3}/(\pi D)}; \quad T^{(0)} = \frac{k^{(T)}}{v_3 - v_{X_3}}, \quad (4)$$

где $k^{(T)}$ — параметр, характеризующий путь, который должен пройти инструмент при переходе от одного состояния к другому, мм.

Если деформационные смещения \mathbf{X} малы, то величинами $v_{X_3}/(\pi D)$ и v_{X_3} можно пренебречь.

Цель работы — изучение свойств формируемых в окрестности равновесия $\mathbf{X}^* = \{X_1^*, X_2^*, X_3^*\}$ притягивающих множеств деформаций.

В точке \mathbf{X}^* справедливы соотношения

$$\begin{aligned} dX_i dt = 0 \quad (i = 1, 2, 3); \quad dF^{(0)}/dt = 0; \\ \mathbf{X}^*(t) = \mathbf{X}^*(t-T), \quad T = \text{const}. \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned} \mathbf{c}_2 \mathbf{X}^* = \mathbf{F}^*; \\ \mathbf{c}_2 = \begin{bmatrix} c_{11} + \chi_1 \rho S_p^{(0)} [1 + \mu \exp[-\alpha(v_3)]] & c_{21} & c_{31} \\ c_{12} + \chi_2 \rho S_p^{(0)} [1 + \mu \exp[-\alpha(v_3)]] & c_{22} & c_{32} \\ c_{13} + \chi_3 \rho S_p^{(0)} [1 + \mu \exp[-\alpha(v_3)]] & c_{23} & c_{33} \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

где $\mathbf{F}^* = \rho \{1 + \mu \exp[-\alpha(v_3)]\} S_p^{(0)} t_p^{(0)} \{\chi_1, \chi_2, \chi_3\}^T$; $S_p^{(0)}$ — подача без учета деформационных смещений инструмента.

Если точение заготовки происходит при $v_1 = 0$, $v_2 = \text{const}$, $v_3 = \text{const}$, $\mathbf{X}^* = \text{const}$, то на ней образуется след от инструмента (см. рис. 1, в), сдвинутый на \mathbf{X}^* относительно траекторий исполнительных элементов станка. Поэтому точка \mathbf{X}^* в процессе резания будет дви-

гаться по направлению суммарной скорости под углом $\alpha = \text{arctg}(v_3/v_2) = \text{const}$.

Если в момент t_i скорости упругих деформаций не равны нулю (см. рис. 1, б), то изменится направление движения инструмента. Сумму скоростей $\mathbf{v}(t)$ и $\mathbf{v}_X(t)$ будем называть скоростями формообразующих движений. Новое направление движения будет зависеть от $\mathbf{v}_X(t)$ (см. рис. 1, в) и, соответственно, от заднего угла

$$\alpha(t) = \alpha_0 - \text{arctg} \frac{v_3 - v_{X_3}(t)}{v_2 - v_{X_2}(t)}, \quad (5)$$

где α_0 — задний угол в статике.

В результате изменяются условия взаимодействия задней грани с заготовкой и формируются зависящие от $\alpha(t)$ силы Φ , препятствующие движению инструмента в сторону заготовки. Их удобно аппроксимировать экспоненциальной зависимостью.

Аналогично выражению (5) можно рассматривать изменение угла для вспомогательной задней грани $\alpha^{(1)}$. При углах в плане $\varphi = \pi/2$, $\varphi^{(1)} \Rightarrow 0$ можно записать

$$\begin{cases} \Phi_1 = \rho_1 \left\{ \int_{t-T}^t [v_2 - v_{X_2}(\xi)] d\xi \right\} \exp[\alpha_1(-\alpha^{(1)})]; \\ \Phi_2 = \rho_2 [t_p^{(0)} - X_1(t) + \gamma X_1(t-T)] \exp[\alpha_2(-\alpha)]; \\ \Phi_3 = k_\tau [\Phi_1 + \Phi_2], \end{cases} \quad (6)$$

где ρ_1 , ρ_2 — параметры, характеризующие жесткость, кг/мм; α_1 , α_2 — коэффициенты крутизны, рад⁻¹; k_τ — коэффициент трения.

Выражения (1), (3) и (6) позволяют определить основные свойства притягивающих множеств деформаций.

Условия устойчивости. Для анализа устойчивости необходимо получить линеаризованное уравнение в вариациях [49] относительно \mathbf{X}^* и соответствующей ему силы $\mathbf{F}^* = F^{(0)*} \{\chi_1, \chi_2, \chi_3\}^T$. Введем обозначения параметров: $\mathbf{x} = \mathbf{X} - \mathbf{X}^*$ и $f^{(0)}(t) = F^{(0)}(t) - F^{(0)*}$. После линеаризации (3) в вариациях относительно \mathbf{X}^* и $F^{(0)*}$ имеем

$$T^{(0)} = \frac{df^{(0)}}{dt} + f^{(0)} = \rho \left\{ -A_1 x_1 - A_2 x_2 + A_3 \frac{dx_3}{dt} \right\}, \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} A_1 &= [1 + \mu \exp(-\alpha v_3)] S_p^{(0)}; \\ A_2 &= [1 + \mu \exp(-\alpha v_3)] (t_p^{(0)} - X_1^*); \\ A_3 &= (t_p^{(0)} - X_1^*) S_p^{(0)} \mu \alpha \exp(-\alpha v_3). \end{aligned}$$

Уравнение (7) справедливо на временном отрезке $t < T$. При $t > T$ необходимо учитывать влияние регенеративного эффекта следующим образом:

$$T^{(0)} = \frac{df^{(0)}}{dt} + f^{(0)} = \rho \left\{ -A_1 [x_1(t) - \gamma x_1(t-T)] - A_2 [x_2(t) - x_2(t-T)] + A_3 \frac{dx_3}{dt} \right\}. \quad (8)$$

Уравнения (7) и (8) имеют постоянные параметры и элементы чистого запаздывания. В силу малости x и $f^{(0)}$ справедливы соотношения $T = \text{const}$ и $T^{(0)} = \text{const}$. Тогда для анализа устойчивости можно воспользоваться критерием Найквиста [49, 50], а систему рассматривать как подсистему инструмента с обратной связью (рис. 2).

Тогда передаточная функция системы резания без учета упругих деформаций

$$W(p) = \rho(1 + T^{(0)}p)^{-1} \Delta p^{-1} \{A_1 \Delta_1(p) \times [1 - \gamma \exp(-Tp)] + A_2 \Delta_2(p) [1 - \exp(-Tp)] - A_3 \Delta_3(p)\},$$

где p — оператор Лапласа;

$$\Delta(p) = \begin{bmatrix} mp^2 + h_{11}p + c_{11} & h_{21}p + c_{21} & h_{31}p + c_{31} \\ h_{12}p + c_{12} & mp^2 + h_{22}p + c_{22} & h_{32}p + c_{32} \\ h_{13}p + c_{13} & h_{23}p + c_{23} & mp^2 + h_{33}p + c_{33} \end{bmatrix};$$

$$\Delta_1(p) = \begin{bmatrix} \chi_1 & h_{21}p + c_{21} & h_{31}p + c_{31} \\ \chi_2 & mp^2 + h_{22}p + c_{22} & h_{32}p + c_{32} \\ \chi_3 & h_{23}p + c_{23} & mp^2 + h_{33}p + c_{33} \end{bmatrix};$$

$$\Delta_2(p) = \begin{bmatrix} mp^2 + h_{11}p + c_{11} & \chi_1 & h_{31}p + c_{31} \\ h_{12}p + c_{12} & \chi_2 & h_{32}p + c_{32} \\ h_{13}p + c_{13} & \chi_3 & mp^2 + h_{33}p + c_{33} \end{bmatrix};$$

$$\Delta_3(p) = \begin{bmatrix} mp^2 + h_{11}p + c_{11} & h_{21}p + c_{21} & \chi_1 \\ h_{12}p + c_{12} & mp^2 + h_{22}p + c_{22} & \chi_2 \\ h_{13}p + c_{13} & h_{23}p + c_{23} & \chi_3 \end{bmatrix}.$$

Для случая $A_3 \Rightarrow 0$ и $\gamma = 0$ имеем

$$W_{\Sigma}(p) = KW_0(p) [1 - \exp(-Tp)].$$

Здесь K — безразмерный коэффициент усиления;

$$W_0(p) = \frac{[1 + 2\xi^{(1)}T^{(1)}p + (T^{(1)})^2 p^2]}{(1 + T^{(0)}p)(1 + 2\xi_1 T_1 p + T_1^2 p^2)} \times$$

$$\times \frac{[1 + 2\xi^{(1)}T^{(1)}p + (T^{(1)})^2 p^2]}{(1 + 2\xi_2 T_2 p + T_2^2 p^2)(1 + 2\xi_3 T_3 p + T_3^2 p^2)}, \quad (9)$$

где $\xi^{(1)}$ и $T^{(1)}$ — коэффициент затухания и период колебаний передаточной функции антирезонансов системы соответственно; ξ_1 , ξ_2 и ξ_3 — коэффициент затухания первого, второго и третьего колебательных контуров подсистемы инструмента соответственно; T_1 , T_2 и T_3 — период колебаний первого, второго и третьего колебательных контуров подсистемы инструмента соответственно.

Безразмерный коэффициент усиления

$$K = \rho \{t_p^* \chi_2 g_2 + S_p^{(0)} \chi_1 g_1\},$$

где $t_p^* = t_p^{(0)} - X_1^*$;

$$g_2 = \begin{bmatrix} c_{11} & \chi_1 & c_{31} \\ c_{12} & \chi_2 & c_{32} \\ c_{13} & \chi_3 & c_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{11} & c_{21} & c_{31} \\ c_{12} & c_{22} & c_{32} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} \end{bmatrix}^{-1};$$

$$g_1 = \begin{bmatrix} \chi_1 & c_{21} & c_{31} \\ \chi_2 & c_{22} & c_{32} \\ \chi_3 & c_{23} & c_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{11} & c_{21} & c_{31} \\ c_{12} & c_{22} & c_{32} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} \end{bmatrix}^{-1}.$$

Рассмотрим примеры преобразования амплитудно-фазовой частотной характеристики (АФЧХ) $W_0(j\omega)$ в $W_{\Sigma}(j\omega)$, где ω — собственная частота колебательных контуров подсистемы инструмента. Пусть первой собственной частотой является $(T_1)^{-1}$.

Исследуем два случая (рис. 3):

- если справедливо неравенство $T \gg T_1$, то $W_{\Sigma}(j\omega)$ имеет петлеобразные кривые, проходящие через начало координат на множестве $\omega = 2\pi T_k^{-1}$ ($k = 1, 2, 3$), и выполняется условие неравенства амплитуд $|A^{(1)}| < |A^{(2)}|$; если $T \gg T_1$, то $[1 - \exp(-T\omega j)]$ способствует потере устойчивости;

- в связи с разработкой износостойких инструментальных материалов [44] и совершенствованием шпиндельных узлов [53] появилась возможность использования режимов, при которых $T \leq T_1$; это справедливо и при обработке маложесткими инструментами (например, при растачивании глубоких отверстий); тогда АФЧХ $[1 - \exp(-T\omega j)]$ в области малых частот $0 \dots \omega^{(k)}$ близка к нулю (см. рис. 3); за пределами полосы пропускания $W_0(j\omega)$ характеристика $W_{\Sigma}(j\omega)$ быстро приближается к нулю вследствие затухания звена $W_0(j\omega)$; тогда амплитуды $|A^{(1)}| > |A^{(2)}|$, и звено $[1 - \exp(-T\omega j)]$ лишь повышает устойчивость.

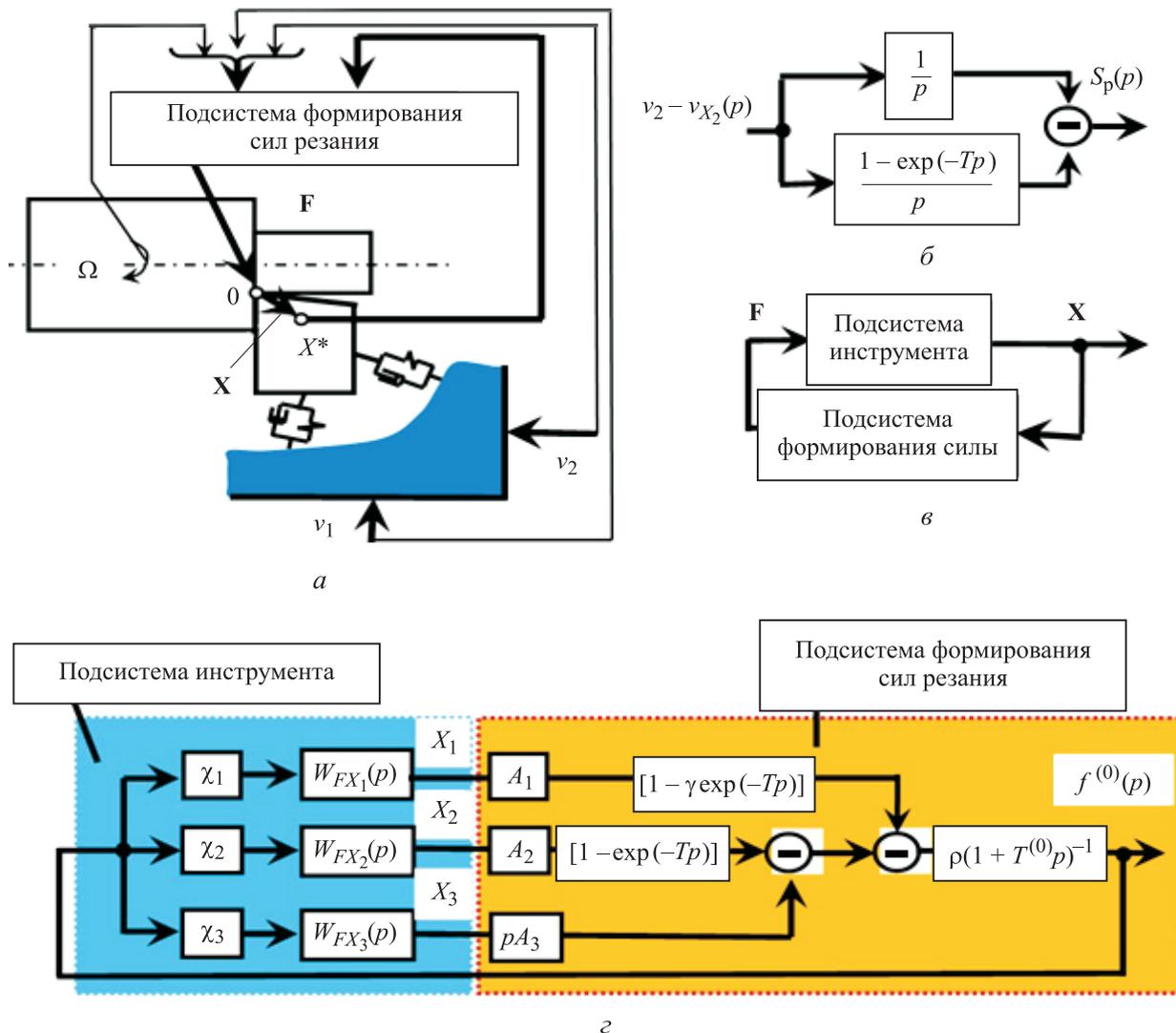


Рис. 2. Представление ДНР как системы с обратной связью:
 а — обобщенная схема; б — структурная схема преобразования подачи в ее величину;
 в — обобщенная структурная схема; з — развернутая структурная схема линеаризованной ДСР
 в вариациях относительно X^* ($W_{FX_i}(p)$ — передаточные функции, соответствующие трем направлениям
 деформаций инструмента, $i = 1, 2, 3$)

Во всех случаях имеет место потеря устойчивости при увеличении безразмерного коэффициента усиления K , т. е. глубины резания, податливости и давления стружки.

Эволюционные свойства регенеративного эффекта. Ввиду регенеративного эффекта ДСР может потерять устойчивость при $T > t$, так как становится возмущенной своей же траекторией на отрезке $(t - T)$. На АФЧХ это отображается смещением точки $A^{(1)}$ в точку $A^{(2)}$ (см. рис. 3). Тогда в окрестности равновесия формируются притягивающие множества деформаций, которые создаются в результате суммирования $X(t) = X(t - T)$.

Причем время формирования установившихся траекторий может быть значительным при увеличении отношения T/T_1 . Формирование типа притягивающего множества зависит от безразмерного коэффициента усиления K и нелинейных элементов. Нелинейность связей приводит к необходимости при анализе использовать метод прямого цифрового моделирования.

В качестве примера рассмотрим точение вала из стали 45 диаметром $D = 40$ мм при следующих параметрах динамической связи между инструментом и заготовкой: $\rho_1 = \rho_2 = 50$ кг/мм; $\zeta = 0,1$ мм/с; $\alpha_1 = \alpha_2 = 120$ рад⁻¹; $k^{(T)} = 1,5$ мм; $\mu = 0,5$; $k_r = 0,2$; $\gamma = 1$. Параметры ДСР [49, 50]

указаны в таблице. Обобщенная масса $m = 2 \cdot 10^{-3}$ кг·с²/мм. Для упрощения анализа матрицы \mathbf{c} и \mathbf{h} приняты диагональными, т. е. оси $\mathfrak{R}^{(3)}$ являются главными.

При расчете выполнялось согласование подачи и скорости резания, а также учитывалось изменение $T^{(0)}$ при вариациях $v_3 = \pi D \Omega$. На рис. 4 приведена зависимость давления стружки на переднюю грань ρ от частоты вращения шпинделя Ω для четырех ДСР. Выше кривых равновесие неустойчиво.

Обычно при обработке собственные частоты колебательных контуров на порядок больше частоты вращения шпинделя (50...100 Гц), поэтому на рис. 4, б этот диапазон выделен в дру-

гом масштабе отдельными графиками. Для более наглядного представления результатов на рис. 4 точки соединены кривыми. Изучение моделей динамики при изменении частоты вращения шпинделя Ω позволило определить следующие свойства.

1. Если выполняется условие $T \gg T_i$ ($i = 1, 2, 3$), то вариации T не оказывают заметного влияния на устойчивость, в том числе отсутствует чередование областей устойчивости и неустойчивости, как это следует из теории Меррита — Тобиаса [7, 8]. Это связано с тем, что в окрестности точек $\omega = \pi T^{-1} + 2\pi k$ наблюдается «быстрое» вращение фазы, которое вызывает петлеобразный характер

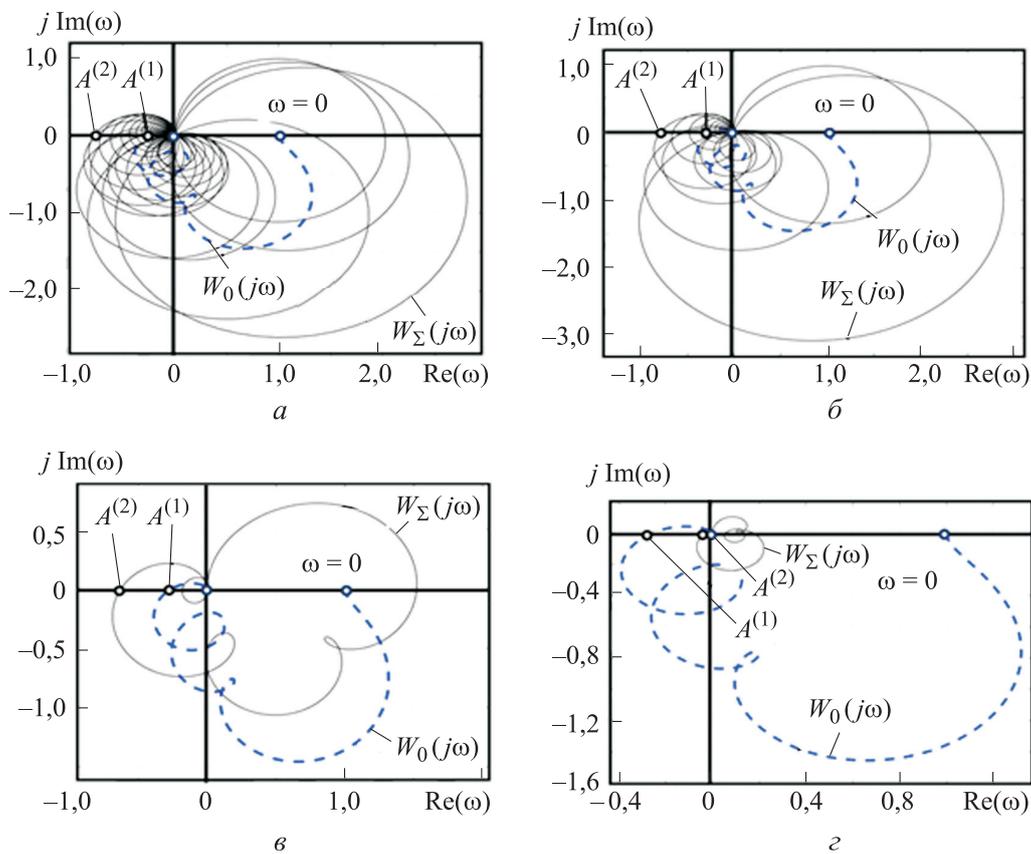


Рис. 3. АФЧХ $W_0(j\omega)$ и $W_\Sigma(j\omega)$ при $T_1 = 1, T_2 = 3, T_3 = 5, T^{(1)} = 2, T^{(2)} = 4, \xi_1 = \xi_2 = \xi_3 = 0,08, \xi^{(1)} = \xi^{(2)} = 0,08$ и времени оборота заготовки $T = 100$ (а), $T = 50$ (б), $T = 5$ (в) и $0,5$ с (г)

Значения компонентов матриц скоростных коэффициентов и упругости

Номер ДСР	c_1 , кг/мм	c_2 , кг/мм	c_3 , кг/мм	h_1 , кг·с/мм	h_2 , кг·с/м	h_3 , кг·с/м
1	2000	1500	800	1,3	1,1	0,8
2	2000	1500	800	0,6	0,5	0,4
3	2000	200	800	1,3	0,5	0,8
4	2000	1500	200	1,3	1,1	0,1

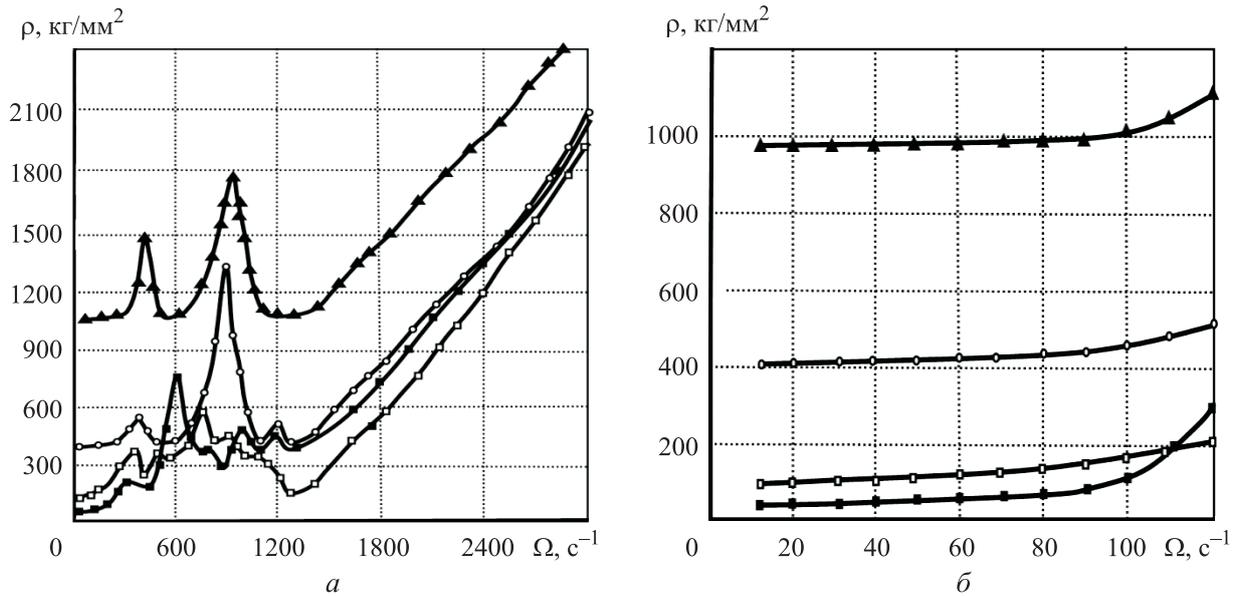


Рис. 4. Зависимость давления стружки на переднюю грань ρ от частоты вращения шпинделя Ω для первой (○), второй (▲), третьей (□) и четвертой (■) ДСР (а) и ее фрагмент в укрупненном масштабе для $\Omega = 50 \dots 100$ Гц (б)

$W_{\Sigma}(j\omega)$ и сглаживает вариации точек пересечения $W_{\Sigma}(j\omega)$ оси абсцисс. В данном случае частота вращения шпинделя Ω является изменяющимся параметром. Все эксперименты подтверждают справедливость этого утверждения.

2. При $T < T_1$ наблюдается быстрое затухание $W_{\Sigma}(j\omega)$ во всем частотном диапазоне, в связи с чем резко возрастает критическое значение давления стружки на переднюю грань ρ , после которого ДСР теряет устойчивость. Если же частота вращения шпинделя Ω близка к собственным частотам подсистемы инструмента, то устойчивость равновесия становится чувствительной к малым вариациям частоты вращения шпинделя. Причем частотный диапазон с увеличением допускаемого значения ρ не совпадает с собственной частотой одного из колебательных контуров подсистемы инструмента.

3. Область устойчивости уменьшается при возрастании добротности колебательных контуров подсистемы инструмента (кривые для первой и второй ДСР).

4. Увеличение податливости в направлении X_3 вызывает существенное снижение критического значения ρ в области малых Ω . При больших частотах вращения шпинделя это влияние нивелируется, что связано с уменьшением чувствительности ν_p к скоростям упругих де-

формаций. Здесь по отношению к вариациям площади среза формируется положительная обратная связь.

5. Деформации в направлениях X_1 и X_2 формируют отрицательную обратную связь, потенциально способствующую стабилизации. Однако увеличение отношения элементов жесткости в параметре g_i ($i=1, 2$) приводит к возрастанию коэффициента усиления K , влияющего на устойчивость.

Наибольший интерес представляет поведение ДСР не при $t \rightarrow \infty$, а при переходе от одного стационарного состояния к другому, в том числе «медленная» перестройка притягивающих множеств.

На рис. 5 приведен пример изменения деформационных смещений X_2 при точении заготовки из стали 45. При потере устойчивости в ДСР за счет нелинейных связей и особенностей суммирования траекторий со сдвигом на T формируются различные притягивающие множества деформаций.

Для изменения коэффициента усиления K варьировалась глубина резания $t_p^{(0)}$. В зависимости от нее $t_p^{(0)}$ в ДСР образуется асимптотически устойчивая траектория (рис. 5, а), наблюдается трансформация «медленно» изменяющихся регулярных притягивающих множеств (рис. 5, б), а также образуется нерегулярная динамика (рис. 5, в).

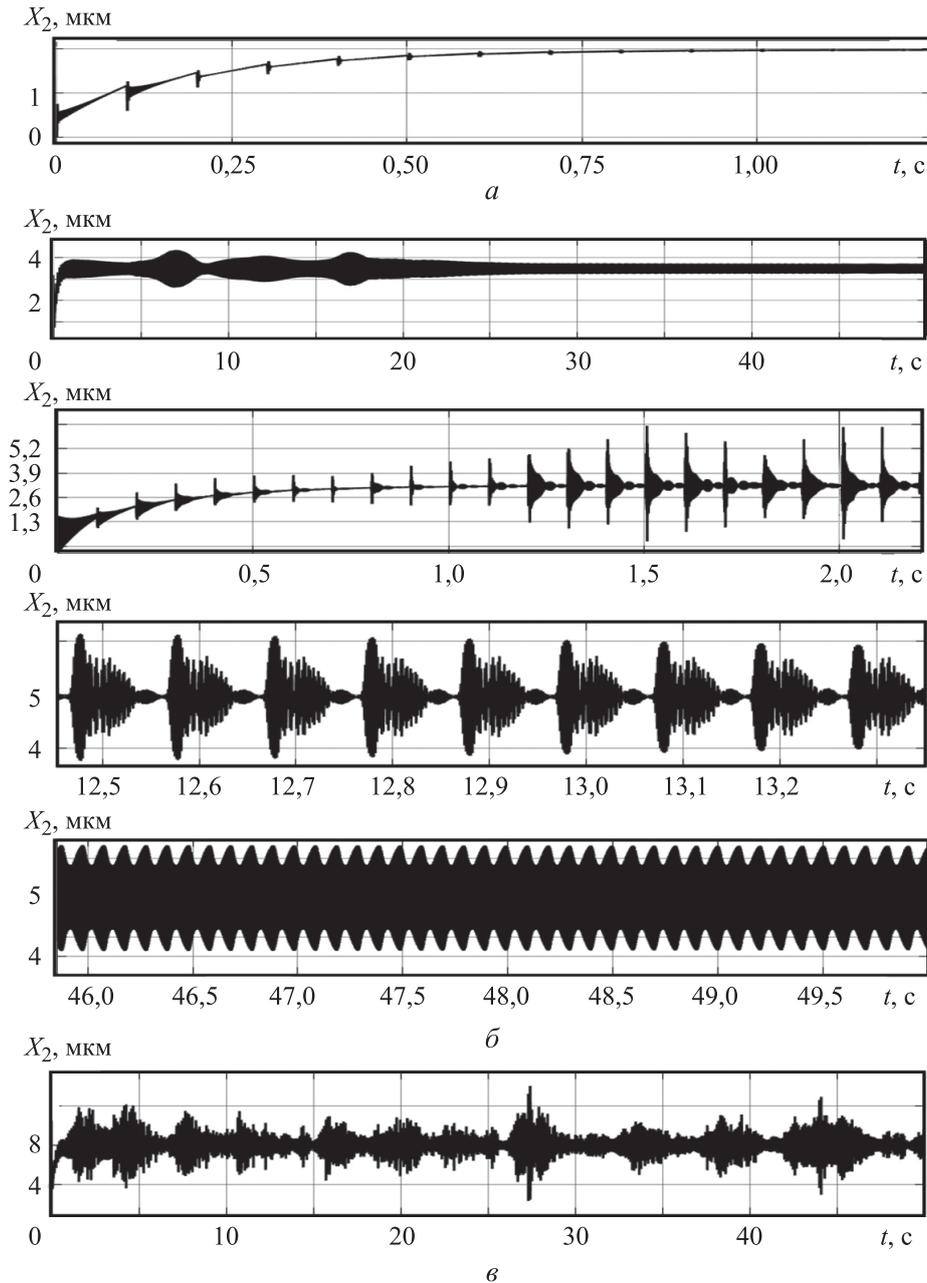


Рис. 5. Примеры преобразования траекторий X_2 в процессе точения стали 45 при $v_p = 1,2$ м/с, $S_p^{(0)} = 0,1$ мм, $\rho = 500$ кг/мм² и различных значениях глубины резания без учета деформаций: $a - t_p^{(0)} = 1$ мм; $б - t_p^{(0)} = 2$ мм; $в - t_p^{(0)} = 3$ мм

Большое разнообразие регулярных и нерегулярных притягивающих множеств определяется законами суммирования двух траекторий $X_i(t) - X_i(t - T)$, $i = 1, 2$, в зависимости от времени оборота заготовки T , также изменяющегося в результате варьирования $v_{x_3}(t)$.

Кроме традиционных множеств (предельных циклов, инвариантных торов и хаотических колебаний), изученных в нелинейной динамике, образуются притягивающие множества, кратные времени оборота заготовки. Они

зависят от T , собственных частот подсистемы инструмента и ее пространственной податливости. Пример их преобразования приведен на рис. 5, б, где 1 соответствует полному времени точения 0...50 с, 2 — интервалу времени точения от 0 до 2 с (врезанию), 3 — от 12,45 до 13,30 с (обработке), 4 — от 40 до 50 с (завершению обработки).

Характерно, что после преодоления некоторого критического значения коэффициента усиления K в ДСР образуется хаотическая ди-

намика (см. рис. 5, в). Причем на формирование и эволюцию притягивающих множеств влияет отношение частот вращения шпинделя и собственных частот колебательных контуров подсистемы инструмента.

Установлено, что время перестройки зависит от отношения T/T_1 . При $T/T_1 < 1$ в ДСР практически сразу устанавливается терминальное притягивающее множество, сразу формируются автоколебания (рис. 6).

Анализ результатов. Рассмотрены проблемы устойчивости траектории упругих деформаций в подвижной системе координат, движение которой задает, например, программа ЧПУ, и стружкообразование полагается устойчивым. Показано, что регенеративный эффект обусловлен не столько следом от инструмента на обработанной части заготовки, сколько самой кинематикой формирования оборотной подачи, которая определяется интегральным оператором (2).

Он раскрывает очевидный факт: подача определяется в результате интегрирования скорости в течение времени оборота заготовки. Поэтому при определении устойчивости необходимо рассматривать две задачи. Первая связана с анализом траекторий упругих деформаций на отрезке $0 \dots t$ при $t < T$, вторая —

с рассмотрением динамики ДСР, возмущенной своей же траекторией на отрезке $0 \dots (t - T)$ при $t > T$. В частности, из свойств интегрального оператора, имеющего без учета упругих деформаций передаточную функцию $W(p) = k[1 - \exp(-Tp)]/p$, вытекает следующее:

- управление силами резания путем варьирования подачи на частотах, равных или кратных частоте вращения шпинделя, не представляется возможным;

- увеличению суммарной податливости по направлению X_2 соответствует возрастание переходных процессов в формировании значения подачи и сил; это вызвано функциональной связанностью сил и деформаций в выражении (9);

- вследствие суммирования траекторий возможна потеря устойчивости, и тогда в ДСР наблюдается формирование притягивающих множеств деформаций, в формировании которых участвуют и нелинейные связи (3)–(6); многие из них не являются традиционными для нелинейной динамики.

Анализ результатов исследования выявил следующее:

- кроме традиционно рассматриваемых в нелинейной динамике притягивающих множеств (предельного цикла, инвариантного тора, хаотического аттрактора) в ДСР формируются пе-

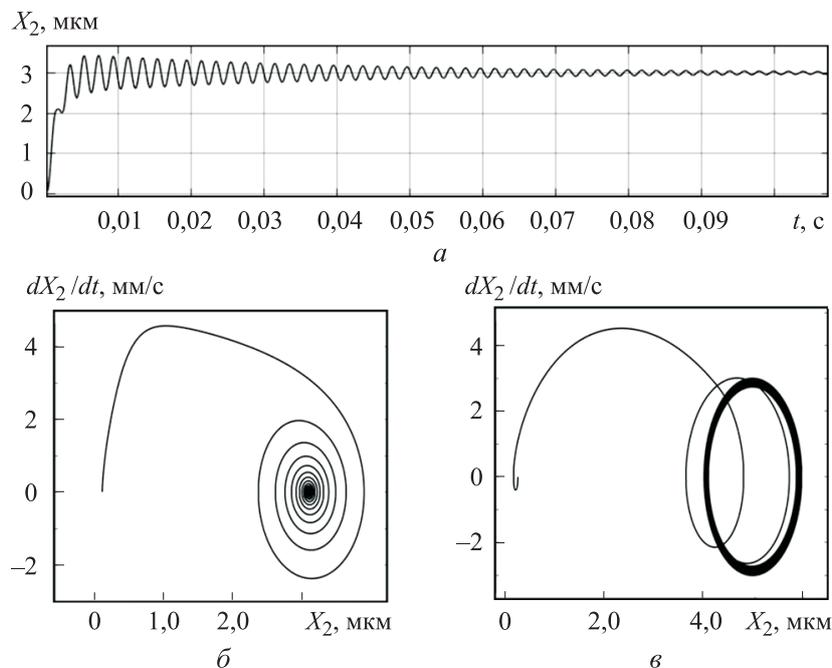


Рис. 6. Примеры деформационных смещений:
 а — функция $X_2(t)$ при точении заготовки, $K = 2$;
 б — фазовая траектория $X_2 - dX_2/dt$, $K = 2$;
 в — фазовая траектория $X_2 - dX_2/dt$, $K = 10$

риодические (с периодом T) регулярные временные образования деформаций (см. рис. 5);

- время установления терминальных (окончательных) периодических деформаций зависит от удаленности частот колебательных контуров подсистемы инструмента $\Omega_i = T_i^{-1}$ от частоты вращения шпинделя Ω . Чем дальше частоты $\Omega_i = T_i^{-1}$ от Ω , тем больше длительность эволюционных изменений;

- деформации в направлениях X_1 и X_2 формируют по отношению к силам отрицательную обратную связь, которая может стабилизировать равновесие; например, при обработке заготовки; ее жесткость изменяется вдоль траектории инструмента, стабилизация сил лишь увеличивает погрешность;

- деформации в направлении X_3 формируют по отношению к силам положительную обратную связь, колебательные скорости в этом направлении вызывают изменение временного окна T ; эти два фактора способствуют самовозбуждению ДСР.

Выводы

1. Математическим моделированием и экспериментальным исследованием доказано, что вариации пространственной динамической податливости изменяют превалирующие источники самовозбуждения системы резания.

2. Показана склонность ДСР к потере устойчивости вследствие деформаций в направлении скорости резания, а также повышение устойчивости равновесия, если частота вращения шпинделя превышает собственные частоты колебательных контуров, формируемых подсистемой инструмента.

3. Изученные механизмы формирования и эволюции притягивающих множеств деформационных смещений при резании открывают новое направление увеличения эффективности резания на основе конструктивного изменения упругих свойств подсистемы инструмента, его геометрии и согласования программы ЧПУ с динамическими свойствами резания.

Литература

- [1] Hahn R.S. On the theory of regenerative chatter in precision grinding operation. *Trans. ASME*, 1954, vol. 76, pp. 356–260.
- [2] Кудинов В.А. *Динамика станков*. Москва, Машиностроение, 1967. 359 с.
- [3] Вейц В.Л., Васильков Д.В. Задачи динамики, моделирования и обеспечения качества при механической обработке мало жестких заготовок. *СТИН*, 1999, № 6, с. 9–13.
- [4] Tlustý J., Poláček A., Danek C. et al. *Selbsterregte Schwingungen an Werkzeugmaschinen*. Berlin, VEB Verlag Technik, 1962. 395 p.
- [5] Tlustý J., Ismail F. Basic non-linearity in machining chatter. *CIRP Ann.*, 1981, vol. 30, no. 1, pp. 299–304, doi: [https://doi.org/10.1016/S0007-8506\(07\)60946-9](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)60946-9)
- [6] Tobias S.A., Fishwick W. Theory of regenerative machine tool chatter. *The Engineer*, 1958, vol. 205, no. 7, pp. 199–203.
- [7] Tobias S.A. *Machine tool vibrations*, London: Blackie, 1965. 351 p.
- [8] Merritt H.E. Theory of self-excited machine-tool chatter-contribution to machine tool chatter research. *J. Eng. Ind.*, 1965, vol. 87, no. 4, pp. 447–454, doi: <https://doi.org/10.1115/1.3670861>
- [9] Жарков И.Г. *Вибрации при обработке лезвийным инструментом*, Ленинград, Машиностроение, 1986. 184 с.
- [10] Городецкий Ю.И. Теория нелинейных колебаний и динамика станков. *Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. Сер. Математическое моделирование и оптимальное управление*, 2001, № 2, с. 69–88.
- [11] Litak G. Chaotic vibrations in a regenerative cutting process. *Chaos Solit. Fractals*, 2002, vol. 13, no. 7, pp. 1531–1535, doi: [https://doi.org/10.1016/S0960-0779\(01\)00176-X](https://doi.org/10.1016/S0960-0779(01)00176-X)
- [12] Namachchivaya N.S., Beddini R. Spindle speed variation for the suppression of regenerative chatter. *J. Nonlinear Sci.*, 2003, vol. 13, no. 3, pp. 265–288, doi: <https://doi.org/10.1007/s00332-003-0518-4>
- [13] Wahi P., Chatterjee A. Self-interrupted regenerative metal cutting in turning. *Int. J. Non Linear Mech.*, 2008, vol. 43, no. 2, pp. 111–123, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2007.10.010>
- [14] Warminski J., Litak G., Lipski J. et al. Chaotic vibrations in regenerative cutting process. In: *IUT AM / IFToMM symposium on synthesis of nonlinear dynamical systems*. Springer, 2000, pp. 275–284.

- [15] Stepan G., Szalai R., Insperger T. Nonlinear dynamics of high-speed milling subjected to regenerative effect. In: *Nonlinear dynamics of production systems*, 2004, pp. 111–127, doi: <https://doi.org/10.1002/3527602585.ch7>
- [16] Stepan G., Insperger T., Szalai R. Delay, parametric excitation, and the nonlinear dynamics of cutting processes. *Int. J. Bifurcat. Chaos*, 2005, vol. 15, no. 9, pp. 2783–2798, doi: <https://doi.org/10.1142/S0218127405013642>
- [17] Stepan G. Modelling nonlinear regenerative effects in metal cutting. *Philos. Trans. A Math. Phys. Eng. Sci.*, 2001, vol. 359, no. 1781, pp. 739–757.
- [18] Gousskov A.M., Voronov S.A., Paris H. et al. Nonlinear dynamics of a machining system with two interdependent delays. *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.*, 2002, vol. 7, no. 4, pp. 207–221, doi: [https://doi.org/10.1016/S1007-5704\(02\)00014-X](https://doi.org/10.1016/S1007-5704(02)00014-X)
- [19] Moradi H., Bakhtiari-Nejad F., Movahhedy M.R. et al. Nonlinear behavior of the regenerative chatter in turning process with a worn tool: forced oscillation and stability analysis. *Mech. Mach. Theory*, 2010, vol. 45, no. 8, pp. 1050–1066, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2010.03.014>
- [20] Гуськов М., Динь Дык Т., Пановко Г. и др. Моделирование и исследование устойчивости процесса многолезцового резания «по следу». *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2018, № 3, с. 19–27, doi: <https://doi.org/10.31857/S023571190000533-7>
- [21] Лапшин В.П. Влияние скорости резания металлов на регенерацию вибрационных колебаний инструмента в станках токарной группы. *Обработка металлов (технология, оборудование, инструменты)*, 2020, т. 22, № 1, с. 65–79.
- [22] Gousskov A., Gousskov M., Lorong Ph. et al. Influence of the clearance face on the condition of chatter self-excitation during turning. *Int. J. Mach. Mach. Mater.*, 2017, vol. 19, no. 1, pp. 17–39.
- [23] Заковоротный В.Л., Фам Д.Т., Быкадор В.С. Самоорганизация и бифуркации динамической системы обработки металлов резанием. *Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика*, 2014, т. 22, № 3, с. 26–39, doi: <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2014-22-3-26-39>
- [24] Zakovorotny V.L., Gubanova A.A., Lukyanov A.D. Stability of shaping trajectories in milling: synergetic concepts. *Russ. Engin. Res.*, 2016, vol. 36, no. 11, pp. 956–964, doi: <https://doi.org/10.3103/S1068798X16110216>
- [25] Zakovorotny V.L., Gubanova A.A., Lukyanov A.D. Parametric self-excitation of a dynamic end-milling machine. *Russ. Engin. Res.*, vol. 36, no. 12, pp. 1033–1039, doi: <https://doi.org/10.3103/S1068798X16120194>
- [26] Zakovorotny V.L., Gvindzhiliya V.E. Influence of spindle wobble in a lathe on the tool's deformational-displacement trajectory. *Russ. Engin. Res.*, 2018, vol. 38, no. 8, pp. 623–631, doi: <https://doi.org/10.3103/S1068798X1808018X>
- [27] Воронов С.А., Киселев И.А. Нелинейные задачи динамики процессов резания. *Машиностроение и инженерное образование*, 2017, № 2, с. 9–23.
- [28] Voronov S.A., Weidong Ma. Simulation of chip-formation by a single grain of pyramid shape. *Vibroengineering Procedia*, 2016, vol. 8, pp. 39–44.
- [29] Ozturk E., Budak E. Modeling of 5-axis milling process. *Mach. Sci. Technol.*, 2007, vol. 11, no. 3, pp. 287–311.
- [30] Budak E., Ozturk E., Tunc L.T. Modeling and simulation of 5-axis milling processes. *CIRP Ann. Manuf. Technol.*, 2009, vol. 58, no. 1, pp. 347–350, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cirp.2009.03.044>
- [31] Ozturk B., Lazoglu I. Machining of free-form surfaces. Part I: Analytical chip load. *Int. J. Mach. Tools Manuf.*, 2006, vol. 46, no. 7-8, pp. 728–735, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2005.07.038>
- [32] Bravo U. Stability limits of milling considering the flexibility of the workpiece and the machine. *Int. J. Mach. Tools Manuf.*, 2005, vol. 45, no. 15, pp. 1669–1680, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2005.03.004>
- [33] Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Синергетическая концепция при программном управлении процессами обработки на металлорежущих станках. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2021, № 5, с. 24–36, doi: <http://dx.doi.org/10.18698/0536-1044-2021-5-24-36>
- [34] Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е., Закалюжный А.А. Влияние жесткости механической части привода и параметров резания на управление упругими деформациями

- формообразования. *Advanced engineering research*, 2021, т. 21, № 2, с. 154–162, doi: <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-2-154-162>
- [35] Агапов С.И. Стойкостные исследования процесса зубофрезерования мелкообульных зубчатых колес с введением в зону резания ультразвуковых колебаний. *Вестник машиностроения*, 2008, № 4, с. 66–68.
- [36] Бржозовский Б.М. *Ультразвуковые технологические процессы и оборудование в машино- и приборостроении*. Саратов, Изд-во СГТУ, 2009. 348 с.
- [37] Асташев В.К., Андрианов Н.А., Крупенин В.Л. Об авторезонансном ультразвуковом резании материалов. *Вестник научно-технического развития*, 2017, № 1, с. 3–16.
- [38] Ahmadi K., Savilov A. Modeling the mechanics and dynamics of arbitrary edge drills. *Int. J. Mach. Tools Manuf.*, 2015, vol. 89, pp. 208–220, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2014.11.012>
- [39] Altintas Y. *Manufacturing automation*. Vancouver, University of British Columbia, 2012. 366 p.
- [40] Pirtini M., Lazoglu I. Forces and hole quality in drilling. *Int. J. Mach. Tools Manuf.*, 2005, vol. 99, no. 11, pp. 1271–1281, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2005.01.004>
- [41] Roukema J.C., Altintas Y. Generalized modeling of drilling vibrations. Part I: Time domain model of drilling kinematics, dynamics and hole formation. *Int. J. Mach. Tools Manuf.*, 2007, vol. 47, no. 9, pp. 1455–1473, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2006.10.005>
- [42] Zhou Y., Yang W., Zhou Y. et al. Consistency evaluation of hole series surface quality using vibration signal. *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, 2017, vol. 92, no. 1–4, pp. 1069–1079, doi: <https://doi.org/10.1007/s00170-017-0184-6>
- [43] Киселев И.А. Геометрический алгоритм 3MZBL для моделирования процессов обработки резанием. Методика описания поверхности заготовки. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2012, № 6, doi: <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2012-6-269>
- [44] Воронов С.А., Киселев И.А. Геометрический алгоритм 3MZBL для моделирования процессов обработки резанием. Алгоритм изменения поверхности и определения толщины срезаемого слоя. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2012, № 6, doi: <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2012-6-261>
- [45] Воронов С.А., Киселев И.А., Аршинов С.В. Методика применения численного моделирования динамики многокоординатного фрезерования сложнопрофильных деталей при проектировании технологического процесса. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2012, № 6, doi: <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2012-6-260>
- [46] Рыжкин А.А. *Синергетика изнашивания инструментальных материалов при лезвийной обработке*. Ростов-на-Дону, Донской гос. техн. ун-т, 2019. 289 с.
- [47] Заковоротный В.Л., Флек М.Б. *Динамика процесса резания. Синергетический подход*. Ростов-на-Дону, Терра, 2006. 880 с.
- [48] Заковоротный В.Л., Фам Д.Т., Нгуен С.Т. Моделирование деформационных смещений инструмента относительно заготовки при точении. *Вестник Донского государственного технического университета*, 2010, т. 10, № 7, с. 1005–1015.
- [49] Ляпунов А.М. *Общая задача об устойчивости движения*. Москва, Гостехиздат, 1950. 471 с.
- [50] Бесекерский В.А., Попов Е.П. *Теория систем автоматического регулирования*. Москва, Наука, 1972. 768 с.
- [51] Naken H. *Information and self-organization*. Elsevier, 2006. 251 p.
- [52] Колесников А.А. *Прикладная синергетика: основы системного синтеза*. Ростов-на-Дону, Изд-во ЮФУ, 2007. 384 с.
- [53] Пуш А.В. *Шпиндельные узлы. Качество и надежность*. Москва, Машиностроение, 1992. 288 с.

References

- [1] Hahn R.S. On the theory of regenerative chatter in precision grinding operation. *Trans. ASME*, 1954, vol. 76, pp. 356–260.
- [2] Kudinov V.A. *Dinamika stankov* [Dynamics of machines]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1967. 359 p. (In Russ.).

- [3] Veyts V.L., Vasil'kov D.V. Problems of dynamics, modelling and quality assurance at mechanical processing of low-rigidity blanks. *STIN*, 1999, no. 6, pp. 9–13. (In Russ.).
- [4] Tlustý J., Poláček A., Danek C. et al. *Selbsterregte Schwingungen an Werkzeugmaschinen*. Berlin, VEB Verlag Technik, 1962. 395 p.
- [5] Tlustý J., Ismail F. Basic non-linearity in machining chatter. *CIRP Ann.*, 1981, vol. 30, no. 1, pp. 299–304, doi: [https://doi.org/10.1016/S0007-8506\(07\)60946-9](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)60946-9)
- [6] Tobias S.A., Fishwick W. Theory of regenerative machine tool chatter. *The Engineer*, 1958, vol. 205, no. 7, pp. 199–203.
- [7] Tobias S.A. *Machine tool vibrations*, London: Blackie, 1965. 351 p.
- [8] Merritt H.E. Theory of self-excited machine-tool chatter-contribution to machine tool chatter research. *J. Eng. Ind.*, 1965, vol. 87, no. 4, pp. 447–454. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.3670861>
- [9] Zharkov I.G. *Vibratsii pri obrabotke lezviynym instrumentom* [Vibrations at processing by an edge tool]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1986. 184 p. (In Russ.).
- [10] Gorodetskiy Yu.I. Theory of nonlinear oscillations and machine tool dynamics. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo. Ser. Matematicheskoe modelirovanie i optimal'noe upravlenie* [Vestnik of Lobachevsky University of Nizhni Novgorod], 2001, no. 2, pp. 69–88. (In Russ.).
- [11] Litak G. Chaotic vibrations in a regenerative cutting process. *Chaos Solit. Fractals*, 2002, vol. 13, no. 7, pp. 1531–1535, doi: [https://doi.org/10.1016/S0960-0779\(01\)00176-X](https://doi.org/10.1016/S0960-0779(01)00176-X)
- [12] Namachchivaya N.S., Beddini R. Spindle speed variation for the suppression of regenerative chatter. *J. Nonlinear Sci.*, 2003, vol. 13, no. 3, pp. 265–288, doi: <https://doi.org/10.1007/s00332-003-0518-4>
- [13] Wahi P., Chatterjee A. Self-interrupted regenerative metal cutting in turning. *Int. J. Nonlinear Mech.*, 2008, vol. 43, no. 2, pp. 111–123, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2007.10.010>
- [14] Warminski J., Litak G., Lipski J. et al. Chaotic vibrations in regenerative cutting process. In: *IUT AM / IFToMM symposium on synthesis of nonlinear dynamical systems*. Springer, 2000, pp. 275–284.
- [15] Stepan G., Szalai R., Insperger T. Nonlinear dynamics of high-speed milling subjected to regenerative effect. In: *Nonlinear dynamics of production systems*, 2004, pp. 111–127, doi: <https://doi.org/10.1002/3527602585.ch7>
- [16] Stepan G., Insperger T., Szalai R. Delay, parametric excitation, and the nonlinear dynamics of cutting processes. *Int. J. Bifurcat. Chaos*, 2005, vol. 15, no. 9, pp. 2783–2798, doi: <https://doi.org/10.1142/S0218127405013642>
- [17] Stepan G. Modelling nonlinear regenerative effects in metal cutting. *Philos. Trans. A Math. Phys. Eng. Sci.*, 2001, vol. 359, no. 1781, pp. 739–757.
- [18] Gousskov A.M., Voronov S.A., Paris H. et al. Nonlinear dynamics of a machining system with two interdependent delays. *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.*, 2002, vol. 7, no. 4, pp. 207–221, doi: [https://doi.org/10.1016/S1007-5704\(02\)00014-X](https://doi.org/10.1016/S1007-5704(02)00014-X)
- [19] Moradi H., Bakhtiari-Nejad F., Movahhedy M.R. et al. Nonlinear behavior of the regenerative chatter in turning process with a worn tool: forced oscillation and stability analysis. *Mech. Mach. Theory*, 2010, vol. 45, no. 8, pp. 1050–1066, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2010.03.014>
- [20] Gus'kov M., Din' Dyk T., Panovko G. et al. Modeling and investigation of the stability of a multicutter turning process by a trace. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin*, 2018, no. 3, pp. 19–27, doi: <https://doi.org/10.31857/S023571190000533-7> (in Russ.). (Eng. version: *J. Mach. Manuf. Reliab.*, 2018, vol. 47, no. 4, pp. 317–323, doi: <https://doi.org/10.3103/S1052618818040052>)
- [21] Lapshin V.P. The influence of the cutting speed of metals on the regeneration of the vibratory oscillations of the tool in machines of the turning group. *Obrabotka metallov (tekhnologiya, oborudovanie, instrumenty)* [Metal Working and Material Science], 2020, vol. 22, no. 1, c. 65–79. (In Russ.).
- [22] Gousskov A., Gousskov M., Lorong Ph. et al. Influence of the clearance face on the condition of chatter self-excitation during turning. *Int. J. Mach. Mach. Mater.*, 2017, vol. 19, no. 1, pp. 17–39.

- [23] Zakovorotny V.L., Fam D.T., Bykador V.S. Self-organization and bifurcations of dynamical metal cutting system. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Prikladnaya nelineynaya dinamika* [Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics], 2014, vol. 22, no. 3, pp. 26–39, doi: <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2014-22-3-26-39> (in Russ.).
- [24] Zakovorotny V.L., Gubanova A.A., Lukyanov A.D. Stability of shaping trajectories in milling: synergetic concepts. *Russ. Engin. Res.*, 2016, vol. 36, no. 11, pp. 956–964, doi: <https://doi.org/10.3103/S1068798X16110216>
- [25] Zakovorotny V.L., Gubanova A.A., Lukyanov A.D. Parametric self-excitation of a dynamic end-milling machine. *Russ. Engin. Res.*, vol. 36, no. 12, pp. 1033–1039, doi: <https://doi.org/10.3103/S1068798X16120194>
- [26] Zakovorotny V.L., Gvindzhiliya V.E. Influence of spindle wobble in a lathe on the tool's deformational-displacement trajectory. *Russ. Engin. Res.*, 2018, vol. 38, no. 8, pp. 623–631, doi: <https://doi.org/10.3103/S1068798X1808018X>
- [27] Voronov S.A., Kiselev I.A. Nonlinear problems of cutting process dynamics. *Mashinostroenie i inzhenernoe obrazovanie*, 2017, no. 2, pp. 9–23. (In Russ.).
- [28] Voronov S.A., Weidong Ma. Simulation of chip-formation by a single grain of pyramid shape. *Vibroengineering Procedia*, 2016, vol. 8, pp. 39–44.
- [29] Ozturk E., Budak E. Modeling of 5-axis milling process. *Mach. Sci. Technol.*, 2007, vol. 11, no. 3, pp. 287–311.
- [30] Budak E., Ozturk E., Tunc L.T. Modeling and simulation of 5-axis milling processes. *CIRP Ann. Manuf. Technol.*, 2009, vol. 58, no. 1, pp. 347–350, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cirp.2009.03.044>
- [31] Ozturk B., Lazoglu I. Machining of free-form surfaces. Part I: Analytical chip load. *Int. J. Mach. Tools Manuf.*, 2006, vol. 46, no. 7-8, pp. 728–735, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2005.07.038>
- [32] Bravo U. Stability limits of milling considering the flexibility of the workpiece and the machine. *Int. J. Mach. Tools Manuf.*, 2005, vol. 45, no. 15, pp. 1669–1680, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2005.03.004>
- [33] Zakovorotny V.L., Gvindzhiliya V.E. Synergetic concept of software control of machining processes on metal-cutting machines. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroenie* [BMSTU Journal of Mechanical Engineering], 2021, no. 5, pp. 24–36, doi: <http://dx.doi.org/10.18698/0536-1044-2021-5-24-36> (in Russ.).
- [34] Zakovorotny V.L., Gvindzhiliya V.E., Zakalyuzhnyy A.A. Influence of stiffness of the mechanical part of the drive and cutting parameters on the shaping elastic deformation control. *Advanced Engineering Research*, 2021, vol. 21, no. 2, pp. 154–162, doi: <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-2-154-162> (in Russ.).
- [35] Agapov S.I. Hobbing of small-module gears in the presence of ultrasound. *Vestnik mashinostroeniya*, 2008, no. 4, pp. 66–68. (In Russ.). (Eng. version: *Russ. Engin. Res.*, 2008, vol. 28, no. 4, pp. 343–345, doi: <https://doi.org/10.3103/S1068798X08040138>)
- [36] Brzhozovskiy B.M. *Ul'trazvukovye tekhnologicheskie protsessy i oborudovanie v mashino- i priborostroenii* [Ultrasound technological processes and equipment in machine building and instrument making]. Saratov, Izd-vo SGTU Publ., 2009. 348 p. (In Russ.).
- [37] Astashev V.K., Andrianov N.A., Krupenin V.L. On autoresonant ultrasonic cutting materials. *Vestnik nauchno-tekhnicheskogo razvitiya*, 2017, no. 1, pp. 3–16. (In Russ.).
- [38] Ahmadi K., Savilov A. Modeling the mechanics and dynamics of arbitrary edge drills. *Int. J. Mach. Tools Manuf.*, 2015, vol. 89, pp. 208–220, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2014.11.012>
- [39] Altintas Y. *Manufacturing automation*. Vancouver, University of British Columbia, 2012. 366 r.
- [40] Pirtini M., Lazoglu I. Forces and hole quality in drilling. *Int. J. Mach. Tools Manuf.*, 2005, vol. 99, no. 11, pp. 1271–1281, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2005.01.004>
- [41] Roukema J.C., Altintas Y. Generalized modeling of drilling vibrations. Part I: Time domain model of drilling kinematics, dynamics and hole formation. *Int. J. Mach. Tools Manuf.*, 2007, vol. 47, no. 9, pp. 1455–1473, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2006.10.005>
- [42] Zhou Y., Yang W., Zhou Y. et al. Consistency evaluation of hole series surface quality using vibration signal. *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, 2017, vol. 92, no. 1–4, pp. 1069–1079, doi: <https://doi.org/10.1007/s00170-017-0184-6>

- [43] Kiselev I.A. Cutting process modelling geometric algorithm 3MZBL: working surface description approach. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii* [Engineering Journal: Science and Innovation], 2012, no. 6, doi: <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2012-6-269> (in Russ.).
- [44] Voronov S.A., Kiselev I.A. Cutting process modelling geometric algorithm 3MZBL: algorithm of surface modification and instantaneous chip thickness determination. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii* [Engineering Journal: Science and Innovation], 2012, no. 6, doi: <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2012-6-261> (in Russ.).
- [45] Voronov S.A., Kiselev I.A., Arshinov S.V. Dynamics' numerical simulation application procedure of multi-axis die-milling at process design. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii* [Engineering Journal: Science and Innovation], 2012, no. 6, doi: <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2012-6-260> (in Russ.).
- [46] Ryzhkin A.A. *Sinergetika iznashivaniya instrumental'nykh materialov pri lezviynoy obrabotke* [Synergetics of tool materials wearing-out in a process of edge cutting machining]. Rostov-na-Donu, Donskoy gos. tekhn. un-t Publ., 2019. 289 p. (In Russ.).
- [47] Zakovorotnyy V.L., Flek M.B. *Dinamika protsessa rezaniya. Sinergeticheskiy podkhod* [Cutting dynamics. Synergetic approach]. Rostov-na-Donu, Terra Publ., 2006. 880 p. (In Russ.).
- [48] Zakovorotnyy V.L., Fam D.T., Nguen S.T. Modeling of tool deformation offsetting to workpiece in turning. *Vestnik Donskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Vestnik of Don State Technical University], 2010, vol. 10, no. 7, pp. 1005–1015. (In Russ.).
- [49] Lyapunov A.M. *Obshchaya zadacha ob ustoychivosti dvizheniya* [General problem of motion stability]. Moscow, Gostekhizdat Publ., 1950. 471 p. (In Russ.).
- [50] Besekerskiy V.A., Popov E.P. *Teoriya sistem avtomaticheskogo regulirovaniya* [Theory of automated control systems]. Moscow, Nauka Publ., 1972. 768 p. (In Russ.).
- [51] Haken H. *Information and self-organization*. Elsevier, 2006. 251 p.
- [52] Kolesnikov A.A. *Prikladnaya sinergetika: osnovy sistemnogo sinteza* [Applied synergetics: fundamentals of system synthesis]. Rostov-na-Donu, Izd-vo YuFU Publ., 2007. 384 p. (In Russ.).
- [53] Push A.V. *Shpindel'nye uzly. Kachestvo i nadezhnost'* [Spindle units. Quality and reliability]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1992. 288 p. (In Russ.).

Статья поступила в редакцию 02.12.2021

Информация об авторах

ЗАКОВОРОТНЫЙ Вилор Лаврентьевич — доктор технических наук, профессор кафедры «Автоматизация производственных процессов». Донской государственный технический университет (344000, Ростов-на-Дону, Российская Федерация, пл. Гагарина, д. 1, e-mail: vzakovorotny@dstu.edu.ru).

ГВИНДЖИЛИЯ Валерия Энвериевна — кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры «Автоматизация производственных процессов». Донской государственный технический университет (344000, Ростов-на-Дону, Российская Федерация, пл. Гагарина, д. 1, e-mail: sinedden@yandex.ru).

Information about the authors

ZAKOVOROTNY Vilor Lavrentyevich — Doctor of Science (Eng.), Professor, Department of Automation of Manufacturing Processes. Don State Technical University (344000, Rostov-on-Don, Russian Federation, Gagarina Sq., Bldg. 1, e-mail: vzakovorotny@dstu.edu.ru).

GVINDJILIYA Valeriya Enverievna — Candidate of Science (Eng.), Senior Lecturer, Department of Automation of Manufacturing Processes. Don State Technical University (344000, Rostov-on-Don, Russian Federation, Gagarina Sq., Bldg. 1, e-mail: sinedden@yandex.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Свойства притягивающих множеств деформационных смещений инструмента в траекториях формообразующих движений при точении изделий. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2022, № 3, с. 15–30, doi: [10.18698/0536-1044-2022-3-15-30](https://doi.org/10.18698/0536-1044-2022-3-15-30)

Please cite this article in English as:

Zakovorotny V.L., Gvindjiliya V.E. The Properties of Attracting Sets of Tool Deformation Displacements in the Trajectories of the Shape-Generating Movements in Turning. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2022, no. 3, pp. 15–30, doi: [10.18698/0536-1044-2022-3-15-30](https://doi.org/10.18698/0536-1044-2022-3-15-30)