

Авиационная и ракетно-космическая техника

УДК 629.784

doi: 10.18698/0536-1044-2022-5-59-68

Экспериментальное обоснование некорректности разделения переменных по Фурье в теории колебаний

С.В. Аринчев

МГТУ им. Н.Э. Баумана

Empirical Evidence for Incorrectness of Using Separation of Variables according to the Fourier Method in Oscillation Theory

S.V. Arinchev

Bauman Moscow State Technical University

Разделение переменных — основной метод решения краевых задач по теории колебаний. Разделить переменные — значит, принять гипотезу Фурье о том, что в резонансе заданного тона все точки изделия колеблются с одной и той же частотой (частотой резонанса). В соответствии с гипотезой Фурье работают программные пакеты Nastran и ANSYS. Проведены частотные испытания различных изделий в диапазоне 10...100 Гц. В соответствии с гипотезой Фурье пики амплитудно-частотных характеристик различных датчиков, установленных в разных точках изделия, должны лежать на одной вертикальной прямой. Анализ результатов испытаний показал, что в резонансе (одного и того же тона) разные точки изделия колеблются с различными частотами. Частотные сдвиги составляют около 1 Гц. Таким образом, гипотеза Фурье не работает, разделение переменных в соответствующей задаче модального анализа является некорректным.

Ключевые слова: разделение переменных, гипотеза Фурье, частотный сдвиг

The investigation concerns resonance properties. Separation of variables is the primary method of solving boundary value problems in oscillation theory. Separating variables means accepting the Fourier hypothesis that resonance at a given frequency involves all points on a given geometry oscillating at the same frequency (the resonant frequency). According to the Fourier hypothesis, the frequency response peaks of different sensors should lie on the same vertical line. Nastran and ANSYS use the Fourier hypothesis. We carried out frequency tests of items in the range of 10...100 Hz. Analysis of the test results showed (Fig. 2) that a resonance (at the same frequency) involved different points on the item geometry oscillating at different frequencies. We discovered frequency shifts measuring 1 Hz. Thus, the Fourier hypothesis does not work, and it is not correct to use separation of variables to solve the respective modal analysis problem.

Keywords: separation of variables, Fourier hypothesis, frequency shift

Постановка задачи. Разделение переменных — основной метод решения краевых задач по теории колебаний. Решение классической задачи о колебаниях струны методом разделения переменных, представленное в виде произведения функций координат и времени, приведено в работе [1].

В монографии [2] указано, что рассмотрение собственных колебаний методом разделения переменных — это принятие расчетной гипотезы, когда все массы колеблются в одном ритме, т. е. с одной круговой частотой.

В книге [3] задача о колебаниях ракеты решена с помощью однородного дифференциального уравнения с однородными краевыми условиями. Нетривиальное решение однородной задачи — это произведение функций координат и времени.

В публикации [4] решение уравнения колебаний пространственно-криволинейного стержня получено в виде произведения функции координат и экспоненциальной функции времени с характеристическим показателем λ .

В монографии [5] задача о колебаниях упругих систем с односторонними связями решена путем разложения по собственным формам. Каждое слагаемое представляет собой произведение функций координат и времени.

В работе [6] при обсуждении метода Релея отмечено, что разделение переменных равнозначно принятию гипотезы, что перемещения упругой системы меняются по времени синфазно по гармоническому закону.

В монографии [7] решение задачи о колебаниях упругой оболочки, частично заполненной жидкостью, представлено в виде ряда. Каждое слагаемое — это произведение функций координат и времени.

В книге [8] отмечено, что разделение переменных является основным методом решения краевых задач по теории колебаний. При разделении переменных принята расчетная гипотеза, по которой в резонансе данного тона все точки изделия колеблются с одной и той же частотой. Метод разделения переменных использован в работе [9] для анализа случайных колебаний упругих систем.

В монографии [10] решение неоднородной задачи о движении упругого тела, содержащего вязкую жидкость, представлено в виде разложения по собственным функциям однородной стационарной задачи. Каждое слагаемое разложения — это произведение функций координат и времени.

В работе [11] метод разделения переменных скомбинирован с методом Бубнова — Галеркина.

В монографии [12] по модальному анализу разделение переменных представлено как преобразование матричного уравнения динамики конструкции из временной области в область изображений Лапласа. Введены понятия сложности тона колебаний и модальной фазовой параллельности.

В книге [13], посвященной экспериментальному модальному анализу летательных аппаратов (ЛА), решение задачи о собственных колебаниях изделия — это произведение вектора смещений и гармонической функции времени. Показано, что реализовать гипотезу Фурье при экспериментальном модальном анализе ЛА можно методом монофазного возбуждения ЛА. Предложено выбирать возбуждение так, чтобы отклик изделия был монофазным. Дан подробный обзор теоретических и экспериментальных методов модального анализа конструкций ЛА на основе гипотезы Фурье.

Метод разделения переменных (variable separation method) — основа курсов лекций по теории колебаний и модальному анализу [14, 15], читаемых в зарубежных университетах.

В настоящей работе приведены результаты экспериментов, выявляющие нарушения гипотезы Фурье в процессе частотных испытаний.

Цель статьи — не решение задачи экспериментального модального анализа, а исследование физических свойств резонанса. На простейших моделях показано, что в резонансе (одного и того же тона колебаний) разные точки изделия колеблются с различными частотами. Выявленные частотные сдвиги, которые могут быть и положительными, и отрицательными, составляют около 1 Гц.

Проблема частотного сдвига очень актуальна, так как частотный спектр современного ЛА очень плотный: на 1 Гц приходится до 100 тонов колебаний. В этих условиях эффект частотного сдвига может сделать невозможной идентификацию расчетной модели ЛА по результатам его частотных испытаний.

Оборудование эксперимента и его оснастка.

Отклонения от гипотезы Фурье в промышленных технологиях экспериментального модального анализа по возможности минимизируются. Соответствующие мероприятия выполняются путем специальной обработки результатов

измерений и формирования внешних воздействий особого типа.

Методы модального анализа постоянно совершенствуются. По этой причине для исследования физических особенностей резонанса (с учетом отклонений от гипотезы Фурье) не следует применять самое современное оборудование.

Экспериментальные исследования выполнены в лаборатории динамических испытаний кафедры «Аэрокосмические системы» МГТУ имени Н.Э. Баумана. Для проведения эксперимента использовано следующее оборудование:

- переносной восьмиканальный вибростенд малой мощности GW-V55/PA300E (заводской номер 09/A6Q/26070) производства Data Physics Corporation (США), развивающий максимальное усилие моногармонического нагружения 310 Н;

- одноосные датчики ускорений (далее ДУ) Kistler 8730AE500 производства Kistler Instrument Corporation (Швейцария) с диапазоном измерения $\pm 500g$ и коэффициентом усиления около 10 мВ/г; ДУ устанавливали на пластилин; масса ДУ с пластилином составляла 0,008 кг [16, 17], рассматриваемый частотный диапазон — 10...100 Гц.

Во всех экспериментах скорость сканирования частоты возбуждения вибростенда dp/dt составляла 0,1 Гц/с. Амплитуда смещения (peak-to-peak) монтажной плиты вибростенда была постоянной и равнялась 0,2 мм. Все испытуемые изделия закрепляли на монтажной плите вибростенда болтом через втулку, что показано на рис. 1 для печатной платы.

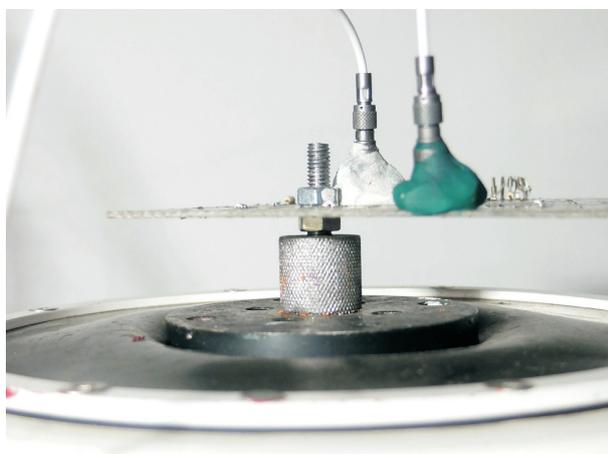
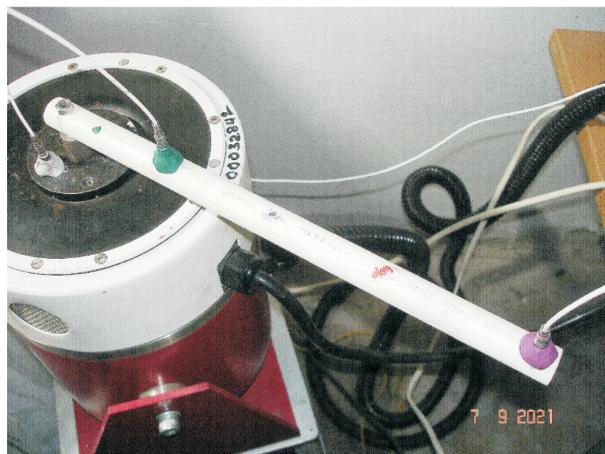


Рис. 1. Схема закрепления печатной платы на монтажной плите вибростенда болтом через втулку

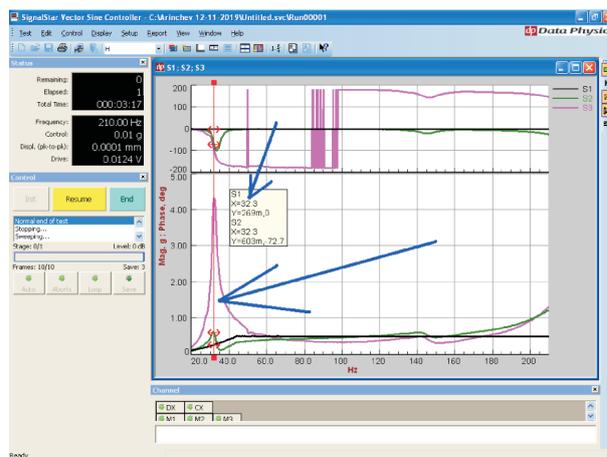
Частотные испытания элементарной балки.

Испытуемая элементарная балка представляла собой отрезок стандартной сантехнической трубы (по ГОСТ Р 52134–2003) диаметром 20 мм со стенкой толщиной 3,4 мм, выполненной из полипропилена PP-R80. Длина балки составляла 0,32 м, масса — 0,055 кг, расчетный модуль упругости полипропилена — $1,5 \cdot 10^9$ Па, его плотность — 910 кг/м³.

Элементарную балку закрепляли на монтажной плите вибростенда с помощью болта через втулку (рис. 2, а). В двух разных точках балки устанавливали два ДУ: один на зеленый пластилин (далее зеленый ДУ), другой — на фиолетовый пластилин (далее фиолетовый ДУ). Управляющий датчик, предназначенный для контроля работы оборудования, закрепляли на монтажной плите вибростенда с помощью белого пластилина.

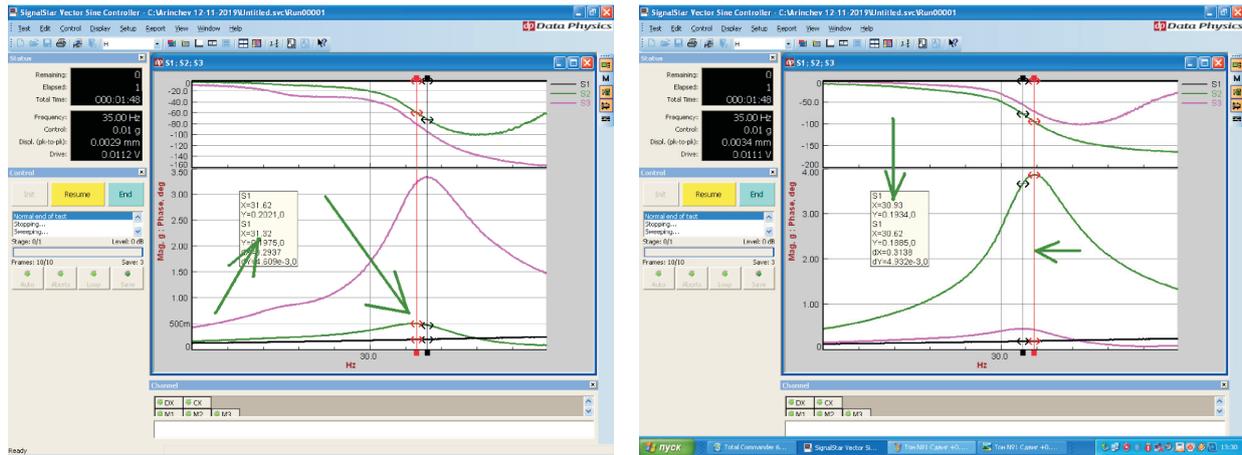


а



б

Рис. 2. Внешний вид экспериментальной установки для испытаний элементарной балки (а) и ее частотный спектр (б)



а

б

Рис. 3. Результаты частотных испытаний элементарной балки в резонансе тона колебаний 32,3 Гц при установке зеленого ДУ слева (а) и справа (б) от фиолетового ДУ

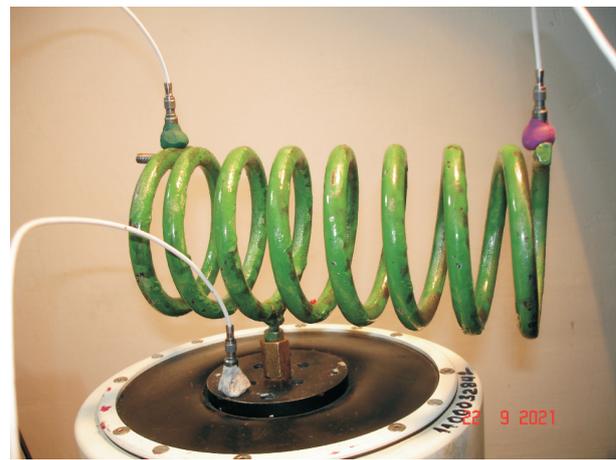
Частотный спектр элементарной балки очень разрежен (рис. 2, б). Выбран тон колебаний 32,3 Гц, резонанс которого исследован в частотном диапазоне 25,0...35,0 Гц.

Результаты частотных испытаний элементарной балки в резонансе тона колебаний 32,3 Гц приведены на рис. 3. Здесь и далее цвет амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) соответствует цвету ДУ. Пики АЧХ для разных ДУ имеют различные частоты. К двум пикам разных АЧХ вручную подведены два курсора. Здесь и далее зеленая стрелка помечает пик АЧХ зеленого ДУ.

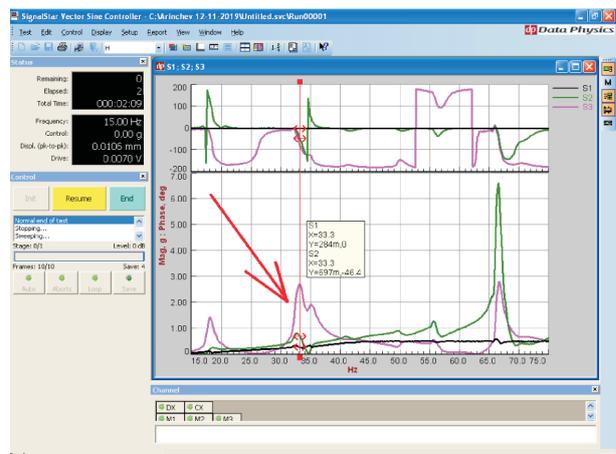
При установке зеленого ДУ слева от фиолетового ДУ частотный сдвиг, представляющий собой разность частот пик АЧХ фиолетового ДУ и зеленого ДУ, $\Delta f = 31,62 - 31,32 = +0,30$ Гц (рис. 3, а). После того, как датчики поменяли местами, значение частотного сдвига почти не изменилось, а знак стал противоположным: $\Delta f = 30,62 - 31,93 = -0,31$ Гц (рис. 3, б).

Анализ результатов частотных испытаний элементарной балки показал, что в резонансе (одного и того же тона колебаний) разные точки колеблются с различными частотами, т. е. гипотеза Фурье не работает. Разделение переменных в соответствующей задаче модального анализа является некорректным.

Частотные испытания стальной пружины. Испытуемая стальная пружина сжатия имела следующие параметры: диаметр прутка — 0,01 м, радиус намотки — 0,04 м, шаг спирали — 0,026 м, число витков — 8, масса пружины —

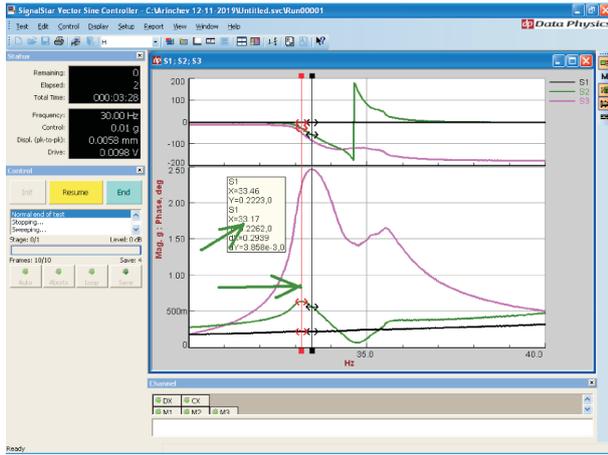


а

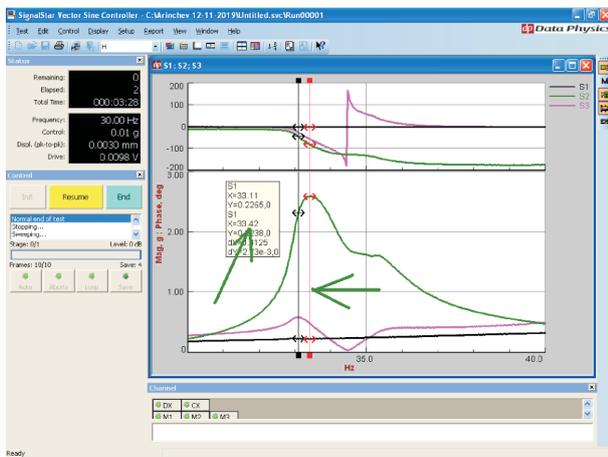


б

Рис. 4. Внешний вид экспериментальной установки для испытаний стальной пружины (а) и ее частотный спектр (б)



a



б

Рис. 5. Результаты частотных испытаний стальной пружины в резонансе тона колебаний 33,3 Гц при установке зеленого ДУ слева (*a*) и справа (*б*) от фиолетового ДУ

1,239 кг, расчетный модуль упругости — $2,15 \cdot 10^{11}$ Па, плотность стали — 7850 кг/м^3 . Материал изделия — сталь пружинная 65Г (ГОСТ 14959-79).

Стальную пружину закрепляли на монтажной плите вибростенда болтом через втулку (рис. 4, *a*). Зеленый и фиолетовый ДУ устанавливали в двух разных точках пружины. Управляющий датчик закрепляли на монтажной плите вибростенда с помощью белого пластилина.

Частотный спектр стальной пружины достаточно богат (рис. 4, *б*). Выбран тон колебаний 33,3 Гц, резонанс которого исследован в частотном диапазоне 30,0...40,0 Гц.

Результаты частотных испытаний стальной пружины в резонансе тона колебаний 33,3 Гц приведены на рис. 5. Пики АЧХ разных ДУ имеют различные частоты. При установке зеленого

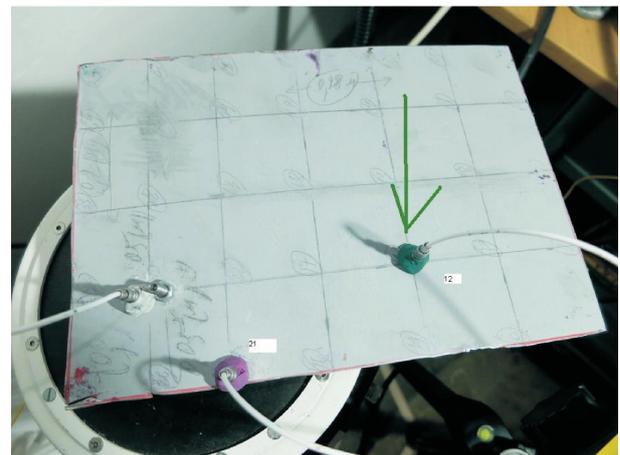
ДУ слева от фиолетового ДУ частотный сдвиг $\Delta f = 33,46 - 33,17 = 0,29$ Гц (рис. 5, *a*). После того, как датчики поменяли местами, значение частотного сдвига почти не изменилось, а знак стал противоположным: $\Delta f = 33,11 - 33,42 = -0,31$ Гц (рис. 5, *б*).

Анализ результатов частотных исследований стальной пружины показал, что гипотеза Фурье не работает, как и в предыдущем случае.

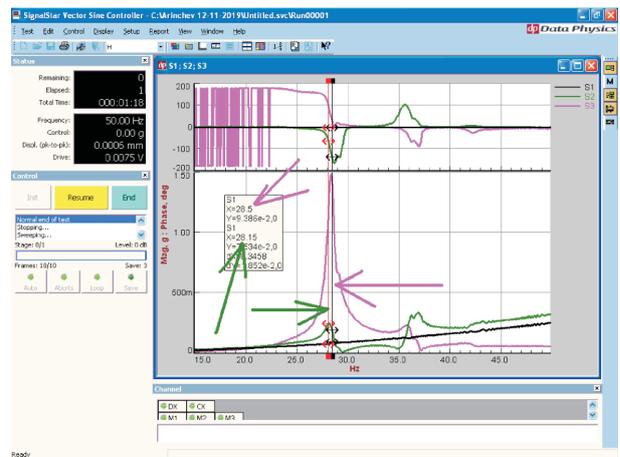
Частотные испытания стальной пластины.

Испытуемая стальная пластина размером 0,2×0,28 м имела следующие параметры: масса — 0,161 кг, толщина — 0,000368 м.

Испытуемую пластину закрепляли на монтажную плиту вибростенда болтом через втулку (рис. 6, *a*). Если начало координатной плоскости стальной пластины совместить с ее правой нижней вершиной, а ось OY направить к болту



a



б

Рис. 6. Внешний вид экспериментальной установки для испытаний стальной пластины (*a*) и ее частотный спектр (*б*)

по нижней кромке, то он будет иметь следующие координаты: $x = 0,052$ м, $y = 0,0232$ м.

Зеленый и фиолетовый измерительные ДУ устанавливали в двух разных точках стальной пластины. Для управляющего датчика не хватило места на монтажной плите вибростенда, поэтому его закрепили с помощью белого пластика рядом с болтом.

Частотный спектр стальной пластины достаточно богат (рис. 6, б). Выбран тон колебаний 28,5 Гц, исследование резонанса которого проведено в частотном диапазоне 23,0...33,0 Гц.

Эксперимент проводили следующим образом. Пластину накрывали сеткой, содержащей тридцать пять узлов (см. рис. 6, а). Зеленый ДУ — базовый. Его положение фиксировали. Фиолетовый ДУ перемещали по узлам. В каждом узле измеряли частотный сдвиг (для фиксированного положения зеленого ДУ) и строили поверхность измеренных частотных сдвигов. На рис. 6, а зеленый ДУ зафиксирован в узле № 12. Текущее положение фиолетового ДУ — узел № 21.

Измеренное значение частотного сдвига зависит от настроек вибростенда. На рис. 7 показана зависимость измеренного частотного сдвига от отрицательного логарифма скорости сканирования частоты возбуждения вибростенда $\lg(dp/dt)$ в заданном частотном диапазоне. Характерная «полка» кривой свидетельствует о сходимости частотного сдвига по данному параметру.

Результаты частотных испытаний стальной пластины в резонансе тона колебаний 28,5 Гц при закреплении зеленого ДУ в узле № 12 приведены на рис. 8, а. Частотный сдвиг изменяется в диапазоне $-0,35...+0,75$ Гц. В окрестности

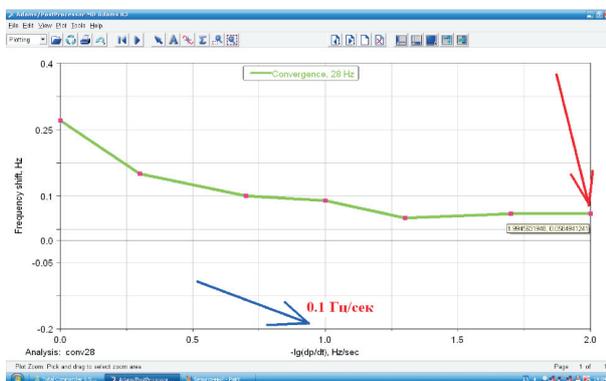


Рис. 7. Зависимость измеренного частотного сдвига от отрицательного логарифма скорости сканирования частоты возбуждения вибростенда $\lg(dp/dt)$

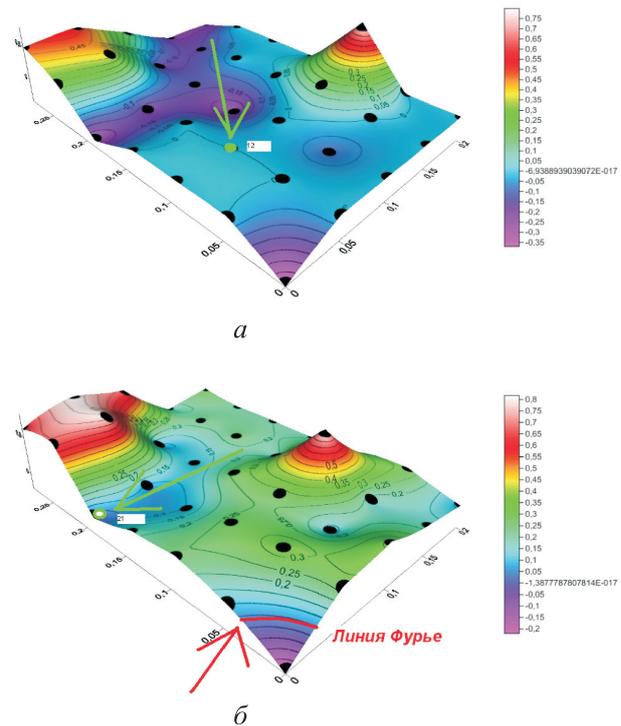


Рис. 8. Результаты частотных испытаний стальной пластины в резонансе тона колебаний 28,5 Гц при закреплении зеленого ДУ в узлах № 12 (а) и 21 (б)

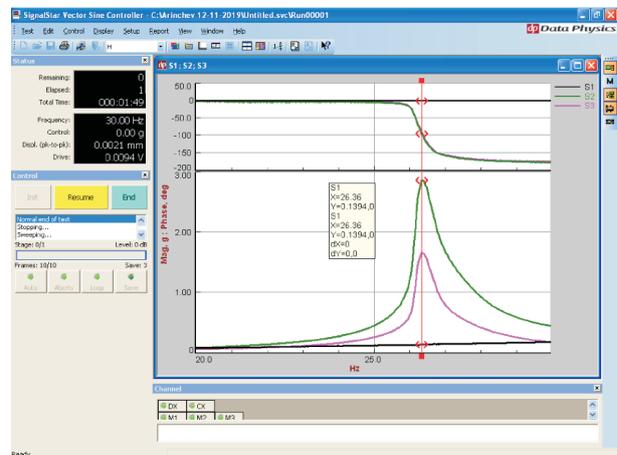


Рис. 9. АЧХ стальной пластины в соответствии с гипотезой Фурье

узла № 12 расположена зона с нулевыми линиями уровня. Это зона Фурье, где его гипотеза работает (рис. 9).

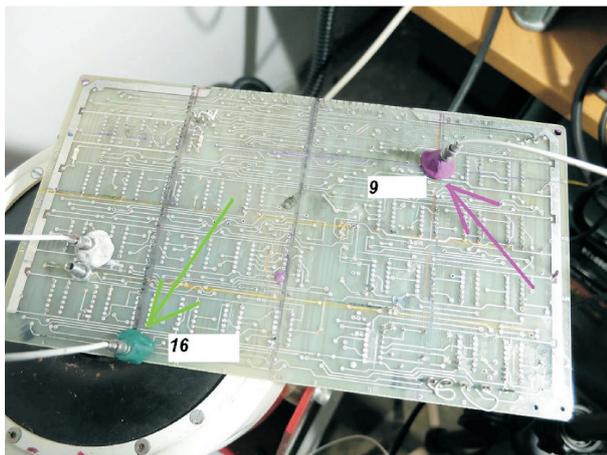
Результаты частотных испытаний стальной пластины в резонансе тона колебаний 28,5 Гц при закреплении зеленого ДУ в узле № 21 приведены на рис. 8, б. Частотный сдвиг изменяется в диапазоне $-0,2...+0,8$ Гц. Зона Фурье отсутствует. На поверхности выделена линия Фурье, отде-

ляющая положительные сдвиги от отрицательных. Поверхности на рис. 8, а и б построены в пакете Surfer с помощью процедуры kriging.

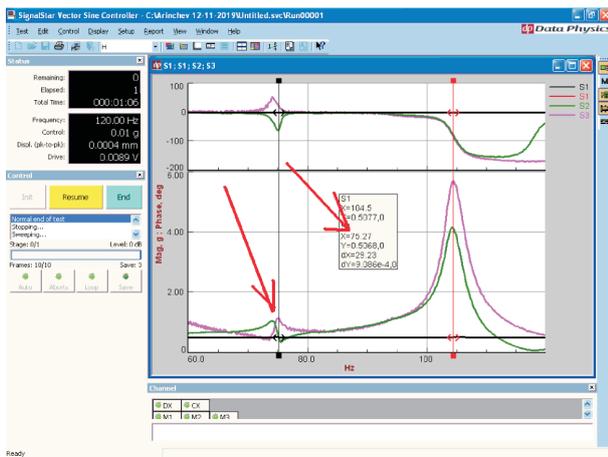
Анализ результатов частотных исследований стальной пружины показал, что гипотеза Фурье не работает, как и в двух предыдущих случаях.

Частотные испытания печатной платы. Испытуемая печатная плата размером 0,156×0,284 м, выполненная из стеклотекстолита с металлическими прожилками, имела следующие параметры: масса — 0,134 кг, толщина — 0,0015 м, расчетный модуль упругости материала — $2,5 \cdot 10^{10}$ Па, плотность — 2016 кг/м³.

Печатную плату закрепляли на монтажной плите вибростенда болтом через втулку (см. рис. 1). Если начало координатной плоскости печатной платы совместить с ее правой нижней вершиной, а ось OY направить к болту

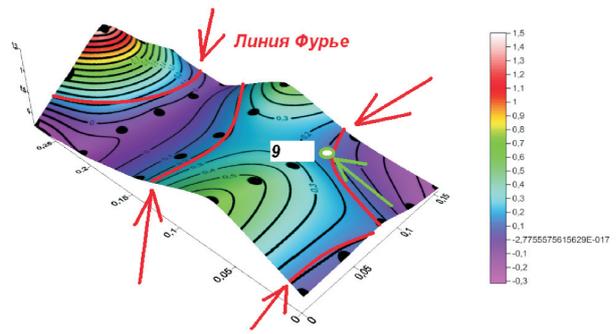


а

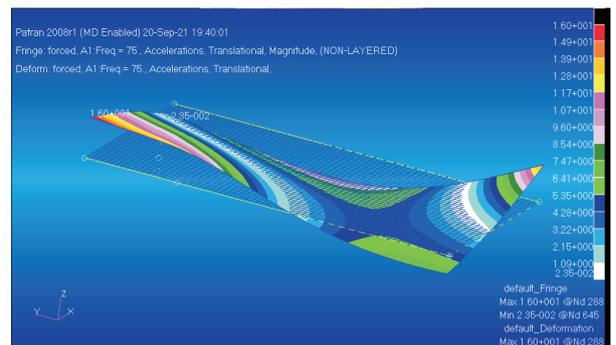


б

Рис. 10. Внешний вид экспериментальной установки для испытаний печатной платы (а) и ее частотный спектр (б)



а



б

Рис. 11. Результаты частотных испытаний печатной платы в резонансе тона колебаний 75,2 Гц при закреплении зеленого ДУ в узле № 9: а — частотный сдвиг, полученный в пакете Surfer методом локальных полиномов; б — форма вынужденных колебаний печатной платы на частоте 75,2 Гц, построенная в пакете MSC.Nastran

по нижней кромке, то он будет иметь следующие координаты: $x = 0,040$ м, $y = 0,0244$ м.

Два измерительных ДУ устанавливали на пластилин в двух разных точках печатной платы (см. рис. 10, а). Так как для управляющего датчика не хватило места на монтажной плите вибростенда, его закрепили с помощью белого пластилина на печатной плате рядом с болтом.

Частотный спектр печатной платы достаточно богат (рис. 10, б). Выбран тон колебаний 75,2 Гц, исследование резонанса которого проведено в частотном диапазоне 70,0...80,0 Гц.

Частотные испытания выполняли следующим образом. Печатную плату накрывали сеткой, состоящей из двадцати пяти узлов (см. рис. 10, а). Зеленый ДУ — базовый. Его положение фиксировали. Фиолетовый ДУ перемещали по узлам. В каждом узле измеряли частотный сдвиг (для фиксированного положения зеленого ДУ) и строили поверхность измеренных частотных сдвигов. На рис. 10, а зеленый ДУ зафиксирован в узле № 16. Текущее положение фиолетового датчика — узел № 9.

Результаты частотных испытаний печатной платы в резонансе тона колебаний 75,2 Гц при закреплении зеленого ДУ в узле № 9 приведены на рис. 11, а. Частотный сдвиг изменяется в диапазоне $-0,3...+1,5$ Гц. Зона Фурье отсутствует. На поверхности выделены линии Фурье, отделяющие положительные сдвиги от отрицательных. Поверхность получена в программном пакете Surfer методом локальных полиномов. Для сравнения в программном пакете MSC.Nastran построена форма вынужденных колебаний платы на частоте 75,2 Гц (рис. 11, б).

Анализ результатов частотных исследований печатной платы показал, что гипотеза Фурье не работает, как и в трех предыдущих случаях.

Теоретическое объяснение полученных экспериментальных данных приведено в работе

[18]. Электронный учебник [19] содержит открытые коды компьютерных программ для решения задач [18].

Выводы

1. На практике краевые задачи экспериментального модального анализа ЛА решают методом разделения переменных. Отклонения от гипотезы Фурье в промышленных экспериментах минимизируют.

2. Дано экспериментальное обоснование того, что в резонансе (одного и того же тона колебаний) разные точки изделий колеблются с различными частотами. Показано, что гипотеза Фурье не работает, и разделение переменных в соответствующих задачах модального анализа является некорректным.

Литература

- [1] Тихонов А.Н., Самарский А.А. *Уравнения математической физики*. Москва, Наука. 1977. 736 с.
- [2] Коллатц Л. *Задачи на собственные значения*. Москва, Наука. 1968. 504 с.
- [3] Абгарян К.А., Рапопорт И.М. *Динамика ракет*. Москва, Машиностроение. 1969. 378 с.
- [4] Светлицкий В.А. *Механика гибких стержней и нитей*. Москва, Машиностроение. 1978. 222 с.
- [5] Люминарский И.Е. *Расчет упругих систем с односторонними связями*. Москва, Изд-во МГИУ. 2006. 308 с.
- [6] Пановко Я.Г., Губанова И.И. *Устойчивость и колебания упругих систем*. Москва, Наука. 1967. 420 с.
- [7] Рапопорт И.М. *Колебания упругой оболочки, частично заполненной жидкостью*. Москва, Машиностроение. 1967. 360 с.
- [8] Филиппов А.П. *Колебания деформируемых систем*. Москва, Машиностроение. 1970. 736 с.
- [9] Болотин В.В. *Случайные колебания упругих систем*. Москва, Наука. 1979. 336 с.
- [10] Беляев Н.М., Рядно А.А. *Методы нестационарной теплопроводности*. Москва, Высшая школа. 1978. 328 с.
- [11] Докучаев Л.В. *Нелинейная динамика летательных аппаратов с деформируемыми элементами*, Москва, Машиностроение. 1987. 232 с.
- [12] Хейлен В., Ламменс С., Сас П. *Модальный анализ. Теория и испытания*. Москва, ООО Новатест. 2010. 319 с.
- [13] Бернс В.А., Долгополов А.В., Жуков Е.П. и др. *Экспериментальный модальный анализ летательных аппаратов*. Новосибирск. Изд-во НГТУ. 2017. 160 с.
- [14] Sharma J.K. Theoretical and experimental modal analysis of beam. In: *Engineering Vibration, Communication and Information Processing*. Springer, 2019, pp. 177–186, doi: https://doi.org/10.1007/978-981-13-1642-5_16
- [15] Kranjc T., Slavič J., Boltežar M. A comparison of the strain and the classic experimental modal analysis. *J. Vib. Control*, 2016, vol. 22, no. 2, pp. 371–381, doi: <https://doi.org/10.1177/1077546314533137>
- [16] www.dataphysics.com: веб-сайт корпорации Data Physics (дата обращения: 04.11.21).
- [17] www.blms.ru: веб-сайт БЛМ Синержи (дата обращения: 04.11.21).

- [18] Аринчев С.В. Третий закон Ньютона — это не догма. Это расчетная гипотеза. *Известия Высших учебных заведений. Машиностроение*, 2020, № 6, с. 36–50, doi: <https://doi.org/10.18698/0536-1044-2020-6-36-50>
- [19] Аринчев С.В. *Проектирование космического мусоросборщика*. Москва, СамИздат, 2020.

References

- [1] Tikhonov A.N., Samarskiy A.A. *Uravneniya matematicheskoy fiziki* [Equations of mathematical physics]. Moscow, Nauka Publ., 1977. 736 p. (In Russ.).
- [2] Collatz V.L. *Eigenwertaufgaben mit technischen Anwendungen*. Leipzig, Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig K.-G., 1949. 466 p. (Russ. ed.: *Zadachi na sobstvennyye znacheniya*. Moscow, Nauka Publ., 1968. 504 p.)
- [3] Abgaryan K.A., Rapoport I.M. *Dinamika raket* [Rocket dynamics]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1969. 378 p. (In Russ.).
- [4] Svetlitskiy V.A. *Mekhanika gibkikh sterzhney i nitey* [Mechanics of elastic rods and strands]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1978. 222 p. (In Russ.).
- [5] Lyuminarskiy I.E. *Raschet uprugikh sistem s odносторонnimi svyazyami* [Computation of elastic systems with one-way communication]. Moscow, Izd-vo MGIU Publ., 2006. 308 p. (In Russ.).
- [6] Panovko Ya.G., Gubanova I.I. *Ustoychivost' i kolebaniya uprugikh system* [Stability and oscillations of elastic systems]. Moscow, Nauka Publ., 1967. 420 p. (In Russ.).
- [7] Rapoport I.M. *Kolebaniya uprugoy obolochki, chastichno zapolnennoy zhidkost'yu* [Oscillations of elastic shells, partially filled with fluid]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1967. 360 p. (In Russ.).
- [8] Filippov A.P. *Kolebaniya deformiruemyykh system* [Oscillations of deformable systems]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1970. 736 p. (In Russ.).
- [9] Bolotin V.V. *Sluchaynye kolebaniya uprugikh system* [Random vibrations of elastic systems]. Moscow, Nauka Publ., 1979. 336 p. (In Russ.).
- [10] Belyaev N.M., Ryadno A.A. *Metody nestatsionarnoy teploprovodnosti* [Methods of non-stationary heat transfer]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1978. 328 p. (In Russ.).
- [11] Dokuchaev L.V. *Nelineynaya dinamika letatel'nykh apparatov s deformiruemymi elementami* [Nonlinear aircraft dynamics with deformable elements]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1987. 232 p. (In Russ.).
- [12] Heylen W., Lammens S., Sas P. *Modal Analysis theory and testing*. Katholieke Universiteit Leuven, 1998. 170 p. (Russ. ed.: *Modal'nyy analiz. Teoriya i ispytaniya*. Moscow, OOO Novatest Publ., 2010. 319 p.)
- [13] Berns V.A., Dolgoplov A.V., Zhukov E.P. et al. *Eksperimental'nyy modal'nyy analiz letatel'nykh apparatov* [Experimental modal analysis of aircraft]. Novosibirsk, Izd-vo NGTU Publ., 2017. 160 p. (In Russ.).
- [14] Sharma J.K. Theoretical and experimental modal analysis of beam. In: *Engineering Vibration, Communication and Information Processing*. Springer, 2019, pp. 177–186, doi: https://doi.org/10.1007/978-981-13-1642-5_16
- [15] Kranjc T., Slavič J., Boltežar M. A comparison of the strain and the classic experimental modal analysis. *J. Vib. Control*, 2016, vol. 22, no. 2, pp. 371–381, doi: <https://doi.org/10.1177/1077546314533137>
- [16] www.dataphysics.com: website of Data Physics corporation (accessed: 04.11.21).
- [17] www.blms.ru: website of BLM Sinerzhi (accessed: 04.11.21). (In Russ.).
- [18] Arinchev S.V. Newton's third law is not a dogma but a computational hypothesis. *Izvestiya Vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroenie* [BMSTU Journal of Mechanical Engineering], 2020, no. 6, pp. 36–50, doi: <https://doi.org/10.18698/0536-1044-2020-6-36-50> (in Russ.).
- [19] Arinchev S.V. *Proektirovanie kosmicheskogo musorosborshchika* [Design of space debris collector]. Moscow, SamIzdat Publ., 2020. (In Russ.).

Информация об авторе

АРИНЧЕВ Сергей Васильевич — доктор технических наук, профессор кафедры «Аэрокосмические системы». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, к. 1, e-mail: arinchev@inbox.ru).

Information about the author

ARINCHEV Sergey Vasilyevich — Doctor of Science (Eng.), Professor, Department of Aerospace Systems. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: arinchev@inbox.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Аринчев С.В. Экспериментальное обоснование некорректности разделения переменных по Фурье в теории колебаний. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2022, № 5, с. 59–68, doi: 10.18698/0536-1044-2022-5-59-68

Please cite this article in English as:

Arinchev S.V. Empirical Evidence for Incorrectness of Using Separation of Variables according to the Fourier Method in Oscillation Theory. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2022, no. 5, pp. 59–68, doi: 10.18698/0536-1044-2022-5-59-68



**Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана
предлагает читателям монографию**

«Строительная механика композитных конструкций ракетно-космической техники. Курс лекций»

Авторы: Ан.А. Смердов, Ал.А. Смердов

Приведены основные положения теории оптимального проектирования конструкций, рассмотрены методы проектных расчетов композитных материалов и простейших элементов конструкций, а также несущих композитных оболочек различных конструктивных схем и размеростабильных композитных космических конструкций. Представлены алгоритмы расчета типовых композитных элементов конструкций, которые могут быть самостоятельно использованы студентами при выполнении курсовых и дипломных проектов.

Для студентов старших курсов, обучающихся по специальности 24.05.01 «Проектирование, производство и эксплуатация ракетно-космических комплексов» Материал отдельных лекций может быть также использован при изучении смежных дисциплин, таких как «Проектные расчеты композитных конструкций ракетно-космической техники», «Строительная механика ракет» и «Строительная механика космических аппаратов».

По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.
Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;
press@baumanpress.ru; <https://bmstu.press>