

УДК 004.896

doi: 10.18698/0536-1044-2022-12-34-45

# Сравнение результатов работы алгоритмов обратной кинематики на основе FABRIK для многосекционных непрерывных роботов\*

Д.Ю. Колпащиков, О.М. Гергет, В.В. Данилов

Национальный исследовательский Томский политехнический университет

## FABRIK-based Comparison of the Inverse Kinematic Algorithms Operation Results for Multi-Section Continuum Robots

D.Yu. Kolpashchikov, O.M. Gerget, V.V. Danilov

Tomsk National Research Polytechnic University

Роботы с изгибными упругими звеньями, также называемые непрерывными или мягкими роботами, являются актуальной темой для изучения. Для решения задачи обратной кинематики многосекционных непрерывных роботов разработаны различные подходы, в том числе основанные на алгоритме FABRIK (Forward And Backward Reaching Inverse Kinematics). Этот алгоритм, изначально созданный для решения задачи обратной кинематики роботов, состоящих из жестких звеньев, соединенных сферическими шарнирами, можно использовать и для непрерывных роботов, которые представляют собой дуги, плавно переходящие друг в друга. Для работы с алгоритмом FABRIK каждую секцию изгиба аппроксимируют до виртуального жесткого звена. Известны два подхода к решению задачи обратной кинематики: на основе построения касательных (преобразования секции изгиба к двум касательным) и хорд (сведения секции изгиба к хорде). Оба подхода показывают хорошие результаты решения задачи обратной кинематики по сравнению с алгоритмами, основанными на построении матрицы Якоби. Однако в научной литературе нет данных о сравнении методов, использующих алгоритм FABRIK. В связи с этим выполнено сравнение двух подходов к решению обратной задачи кинематики на основе алгоритма FABRIK. Приведены результаты численных экспериментов с трех-, пяти- и десятисекционными роботами. Определены характеристики алгоритмов и границы их применения.

**Ключевые слова:** прямая кинематика, обратная кинематика, непрерывные роботы, алгоритм FABRIK

Flexible bend link robots, also called continuum or soft robots, are an urgent research topic. Various algorithms were developed to solve the inverse problem of the multi-section continuum robot kinematics including those based on the FABRIK (Forward And Backward Reaching Inverse Kinematics) algorithm. This algorithm was originally created to solve the inverse kinematics problem of robots consisting of rigid links connected by spherical joints and could also be used in regard to continuum robots, which are arcs smoothly transiting into each other. To work with the FABRIK algorithm, each bend section is approximated to the virtual rigid link. Two known approaches are known to solve the inverse kinematics

\* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-38-90143 «Аспиранты» и государственного задания «Наука» №FFSWW-2020-0014.

problem: the first is based on constructing the tangents (bend section transformation into two tangents), and the second is based on constructing the chords (bend section reduction to a chord). Both approaches demonstrate good results in solving the inverse kinematics problem compared to algorithms based on the Jacobian matrix construction. However, scientific literature misses data on comparing methods that use the FABRIK algorithm. In this regard, two approaches were compared to solve the inverse kinematics problem based on implementing the FABRIK algorithm. Results of numerical experiments with three-, five- and ten-sectional robots are presented. Characteristics of the algorithms and boundaries of their application were determined.

**Keywords:** forward kinematics, inverse kinematics, continuum robots, FABRIK algorithm

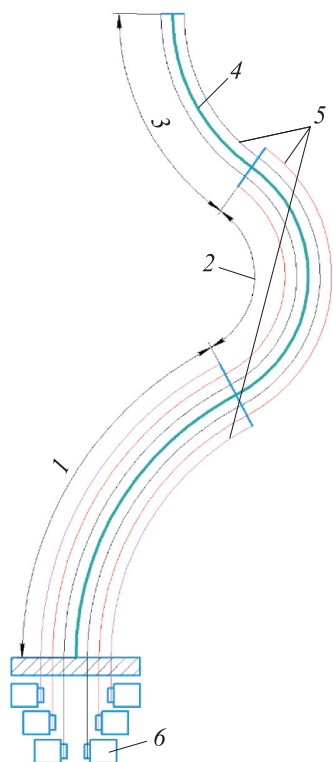
Роботы с изгибными упругими звеньями, также известные как непрерывные (далее НР) или мягкие роботы — гибкие манипуляторы, совершающие движение за счет упругого изгиба в любой точке своего тела. Способность НР изгибаться в любой точке позволяет ему избежать нежелательных столкновений в пространстве со сложной геометрией и множеством препятствий, изменять направление движения, используя контакты с препятствиями, и захватывать предметы собственным телом.

Роботы такого типа востребованы в различных отраслях промышленности. Их применяют для механической обработки изделий [1], при неразрушающем контроле и ремонте сложных устройств [2, 3], в труднодоступных и опасных

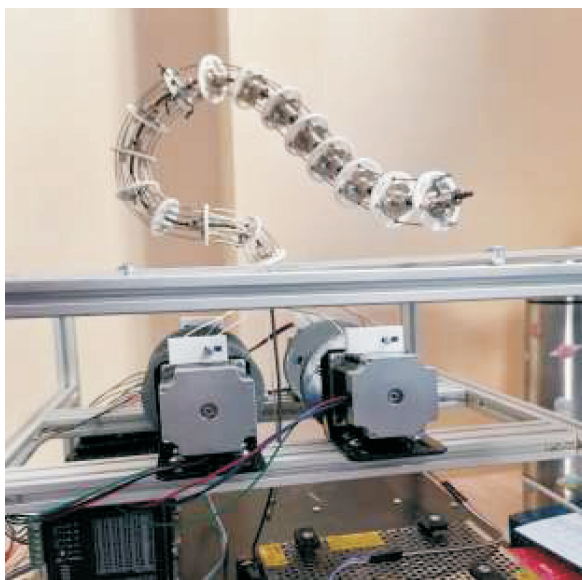
для человека средах (таких как открытый космос [4] и подводная среда [5]), в качестве эндоскопов и хирургических инструментов для малоинвазивных процедур [6, 7]. Благодаря способности захватывать предметы собственным телом НР можно использовать как захватное устройство на более крупном и жестком роботе [8].

Типичный НР представляет собой гибкую основу и исполнительные механизмы, которые ее деформируют. Момент, изгибающий НР, может передаваться от приводов к НР через нити, идущие вдоль его основы. Схема и внешний вид [9] трехсекционного НР приведены на рис. 1, а и б.

Быстрые и точные алгоритмы обратной кинематики необходимы для эффективного пла-



а



б

Рис. 1. Схема (а) и внешний вид (б) трехсекционного НР: 1–3 — первая–третья секции; 4 — основа; 5 — нити; 6 — привод

нирования движения НР в реальном времени и повышения его автономности. Для решения задачи обратной кинематики многосекционного НР разработаны подходы, основанные на применении:

- нейронной сети, обученной на конкретном роботе [10, 11];
- биоинспирированных алгоритмов (генетического алгоритма, оптимизации роя частиц и др.) [12];
- матрицы Якоби [13, 14]; это наиболее распространенный подход, построенный на реализации метода Ньютона;
- алгоритма FABRIK (Forward And Backward Reaching Inverse Kinematics) [15, 16].

Известны два подхода к использованию алгоритма FABRIK, основанные на построении касательных [15] и хорд [16].

*Первый подход* заключается в представлении каждой секции изгиба (далее секция) НР в виде двух виртуальных жестких звеньев, лежащих на касательных в ее начале и конце. Длина звеньев — переменная величина, зависящая от угла между касательными. Звенья соединены в точке пересечения касательных и могут иметь любую взаимную ориентацию, что позволяет считать точку пересечения сферическим шарниром, связывающим звенья. Ориентации конечного звена секции и начального звена следующей секции совпадают.

Данный подход используют для расчета обратной кинематики многосекционных НР, состоящих из последовательных секций постоянной длины, между которыми можно установить жесткие звенья. Также он учитывает возможность линейных перемещений.

*Второй подход* позволяет рассматривать секцию как виртуальное жесткое звено переменной длины — хорду, соединяющую ее начало и конец. Длина хорды зависит от угла изгиба секции. Две хорды соседних секций могут иметь любую ориентацию относительно друг друга, что позволяет считать точку перехода между ними сферическим шарниром.

Этот подход применяют для расчета обратной кинематики многосекционных НР, состоящих из последовательных секций постоянной и переменной длины с учетом ограничений на угол их изгиба. Реализация такого подхода дает возможность учитывать линейные перемещения.

В статьях [15, 16] выполнен сравнительный анализ результатов работы алгоритмов реше-

ния задачи обратной кинематики, реализующих метод Ньютона и алгоритм FABRIK. Установлено, что оба подхода, базирующиеся на алгоритме FABRIK, имеют большую долю успешных решений и работают быстрее при высоких требованиях к точности позиционирования и ориентации, чем алгоритмы, созданные на основе построения матрицы Якоби. Однако сравнительный анализ двух подходов к реализации алгоритма FABRIK не проводился.

Цель работы — сравнить два подхода к решению задачи обратной кинематики многосекционных НР с использованием алгоритма FABRIK по таким показателям эффективности, как скорость работы, доля успешных решений в зависимости от числа секций и ограничений на угол их изгиба.

**Прямая кинематика.** Прямая кинематика основана на подходе, который рассматривает форму изгиба НР как дугу постоянной длины, позволяя достаточно описывать изгиб НР [17].

Прямая кинематика многосекционного НР, представляющего собой кривые, плавно переходящие друг в друга, описывается следующим образом:

$$\mathbf{T}_Q = \mathbf{T}_0 \prod_{i=1}^Q [\mathbf{T}_Z(\varphi_i) \mathbf{T}_{bend}(\theta_i) \mathbf{T}'_Z(-\varphi_i)], \quad (1)$$

где  $\mathbf{T}_Q$  — матрица преобразования, содержащая в себе позицию и ориентацию конечного элемента НР;  $Q$  — количество секций;  $\mathbf{T}_0$  — матрица преобразования базы НР в мировых координатах;  $i$  — номер секции;  $\mathbf{T}'_Z(\varphi_i)$  и  $\mathbf{T}'_Z(-\varphi_i)$  — матрица вращения  $i$ -й секции вокруг оси  $Z$  на угол поворота  $\varphi_i$  и  $-\varphi_i$  соответственно;  $\mathbf{T}_{bend}$  — матрица перемещения  $i$ -й секции по осям  $X$  и  $Z$  на расстояние, зависящее от угла изгиба  $\theta_i$ , и ее поворота на угол  $\theta_i$  вокруг оси  $Y$ .

Матрицу вращения  $\mathbf{T}'_Z$  используют, если секция совершает пространственный изгиб путем одновременного воздействия на нее нескольких исполнительных механизмов. Для секций, способных вращаться вокруг своей оси, матрицу вращения  $\mathbf{T}'_Z$  не используют.

Матрица перемещения имеет вид

$$\mathbf{T}_{bend} = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta & S(1 - \cos \theta) / \theta \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta & S \sin \theta / \theta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

где  $S$  — длина секции.

**Алгоритм решения задачи обратной кинематики НР на основе построения касательных (FABRIK).** Данный алгоритм (далее алгоритм касательных) позволяет определять такие углы изгиба  $\theta$  и поворота  $\varphi$ , при которых координаты наконечника НР  $P_{2Q}$  (позиционная составляющая матрицы  $T_{2Q}$ ) окажутся в окрестностях целевой точки  $t$  на расстоянии не более чем линейный допуск  $TL$ . Помимо целевой позиции обязательными входными переменными являются целевая ориентация  $Z_Q$ , длины секций  $S$  и длины жестких звеньев между  $i$ -й и  $(i - 1)$ -й секциями  $l'_i$ .

Алгоритм касательных осуществляет поиск решения за несколько итераций прямого и обратного следования. Пример одной итерации прямого следования алгоритма касательных для двухсекционного НР ( $Q = 2$ ) приведен на рис. 2, *a-e*. Здесь квадратами отмечены точки пересечения касательных, кругами — точки начала и конца секций.

Начальной конфигурацией НР может быть любая (см. рис. 2, *a*), у которой известны все

углы изгиба и поворота. Точки начала  $P_{2(i-1)}$  и конца  $P_{2i}$   $i$ -й секции рассчитываются по формуле (1). Точки пересечения  $P_{2i-1}$  определяются по одной из следующих формул:

$$P_{2i-1} = P_{2i} - Z_i l_i; \tag{2}$$

$$P_{2i-1} = P_{2(i-1)} + Z_{i-1} l_i. \tag{3}$$

Здесь  $l_i$  — длина отрезка касательной,

$$l_i = \begin{cases} \frac{S_i}{2} + l'_i & \text{при } \theta_i = 0; \\ \frac{S_i}{\theta_i} \operatorname{tg} \frac{\theta_i}{2} + l'_i & \text{при } \theta_i \neq 0. \end{cases} \tag{4}$$

Жесткое звено лежит на касательной и его длина постоянна.

На этапе прямого следования конечная точка НР переносится в целевую  $P_{2Q} = t$ . Вектору первой касательной присваивается значение целевого вектора ориентации:  $Z_Q = Z_t$ . Цепь переопределяется от предпоследней точки НР  $P_{2Q-1}$  до первой  $P_0$  в следующей последовательности:

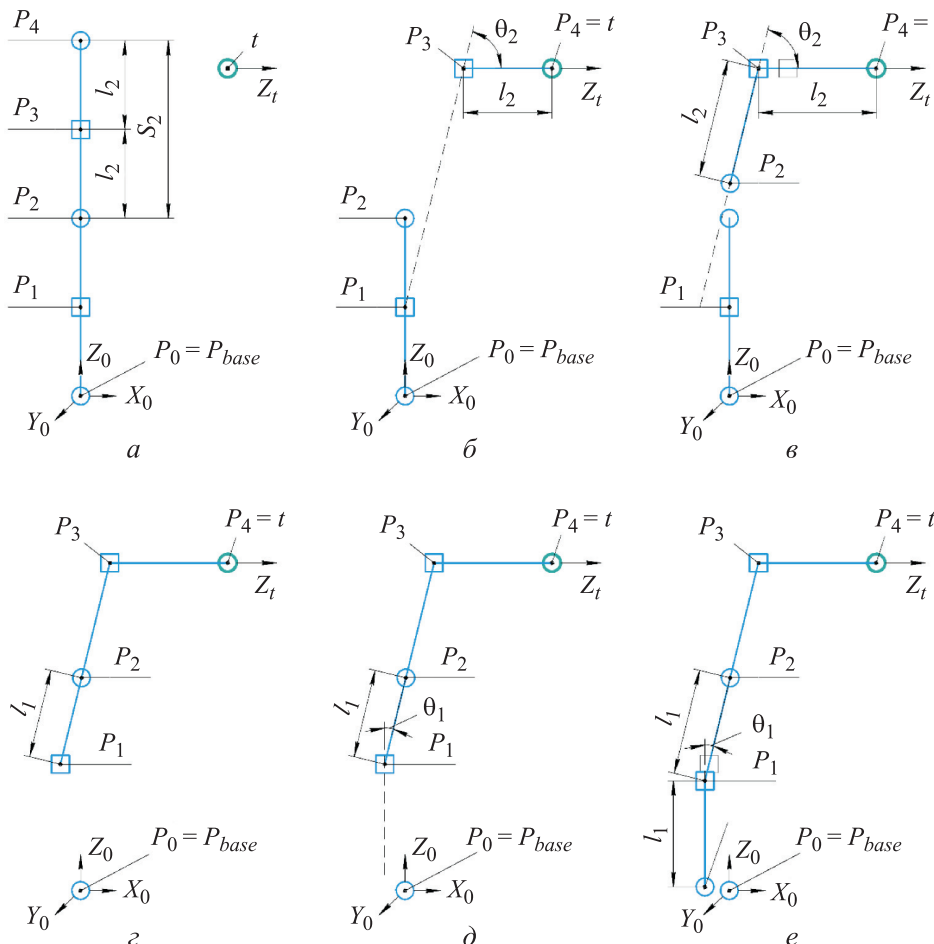


Рис. 2. Пример одной итерации прямого следования алгоритма касательных для двухсекционного НР

1) переопределение по формуле (2) промежуточной точки (см. рис. 2, б, з);

2) нахождение вектора второй касательной  $i$ -й секции

$$\mathbf{Z}_{i-1} = \begin{cases} \mathbf{Z}_0 & \text{при } i = 1; \\ \frac{\mathbf{P}_{2i-1} - \mathbf{P}_{2i-3}}{|\mathbf{P}_{2i-1} - \mathbf{P}_{2i-3}|} & \text{при } i \neq 1; \end{cases}$$

$$i \in [Q, \dots, 1];$$

3) вычисление угла изгиба между касательными

$$\theta_i = \arccos(\mathbf{Z}_{i-1}\mathbf{Z}_i);$$

4) переопределение длины отрезка касательной  $l_i$  по формуле (4) исходя из нового угла  $\theta_i$ ;

5) переопределение промежуточной точки  $\mathbf{P}_{2i-1}$  (см. рис. 2, в, д) по выражению (2) с учетом угла изгиба, определенного на третьем шаге;

6) расчет точки конца секции

$$\mathbf{P}_{2(i-1)} = \mathbf{P}_{2i-1} - \mathbf{Z}_{i-1}l_i.$$

В результате прямого следования возникает такая ситуация, когда происходит смещение базы  $\mathbf{P}_{base}$ , что невозможно (см. рис. 2, е). В связи с этим осуществляется этап обратного следования. Первой точке присваиваются положение и ориентация базы:  $\mathbf{T}_0 = \mathbf{T}_{base}$ . Цепь переопределяется от начальной точки  $\mathbf{P}_0$  до конечной  $\mathbf{P}_Q$  ( $i \in [1, \dots, Q]$ ) в следующей последовательности:

1) переопределение промежуточной точки по формуле (3);

2) нахождение вектора второй касательной  $i$ -й секции

$$\mathbf{Z}_{i-1} = \begin{cases} \mathbf{Z}_Q & \text{при } i = Q; \\ \frac{\mathbf{P}_{2i+1} - \mathbf{P}_{2i-1}}{|\mathbf{P}_{2i+1} - \mathbf{P}_{2i-1}|} & \text{при } i \neq Q; \end{cases}$$

3) переопределение угла изгиба между касательными

$$\theta_i = \arccos(\mathbf{Z}_{i+1}\mathbf{Z}_i);$$

4) вычисление угла поворота секции по формуле

$$\varphi_i = \arctg 2(P_{2i}^x, P_{2i}^y), \quad (5)$$

где  $P_{2i}^y$  и  $P_{2i}^x$  — компоненты точки  $\mathbf{P}_{2i}$  по осям  $y$  и  $x$  в системе координат  $\mathbf{T}_i$ ;

5) переопределение длины отрезка касательной  $l_i$  по формуле (4) исходя из нового угла  $\theta_i$ ;

6) переопределение промежуточной точки  $\mathbf{P}_{2i-1}$  по формуле (3) с учетом угла изгиба, полученного на третьем шаге;

7) переопределение положения и ориентации конца секции  $\mathbf{T}_i$  по формуле (1).

Далее осуществляется проверка принадлежности конечной точки НР к окрестности целевой точки (соответствие допуску  $TL$ ). Проверка ориентации НР не выполняется, так как второй шаг переопределения алгоритма обратного следования обеспечивает совпадение вектора ориентации последней секции НР и целевого вектора ориентации. Алгоритм завершает работу при достижении целевой точки.

В случае, когда конечная точка лежит в окрестностях целевой точки, также выполняют проверку допустимости найденных углов изгиба НР.

**Алгоритм решения задачи обратной кинематики НР на основе построения хорд.** Данный алгоритм (далее алгоритм хорд) позволяет находить такие углы изгиба  $\theta$  и поворота  $\varphi$ , при которых координаты наконечника НР  $\mathbf{P}_Q$  окажутся в окрестностях целевой точки  $t$  на расстоянии не более чем линейный допуск  $TL$ , а угол между вектором ориентации последней секции  $\mathbf{Z}_Q$  и целевого вектора  $\mathbf{Z}_t$  не будет превышать угловой допуск  $TA$ . Входными параметрами алгоритма хорд являются целевые точка  $t$  и ориентация  $\mathbf{Z}_t$ , длины дуг секций  $S$  и ограничения на угол изгиба  $\theta_{max}$ .

Алгоритм хорд осуществляет поиск решения за несколько итераций. Каждая итерация включает в себя этапы прямого и обратного следования. Пример полного итерационного процесса решения задачи обратной кинематики двухсекционного НР на основе алгоритма хорд приведен на рис. 3, а–в.

Начальной конфигурацией НР может быть любая (см. рис. 3, а), у которой известны все углы изгиба и поворота. Используя формулу (1), определяются конечные точки каждой секции, а затем длины хорд по формуле

$$H_i = |\mathbf{P}_{i+1} - \mathbf{P}_i|.$$

В прямом следовании поиск решения осуществляется для НР с жесткими звеньями, представленного хордами постоянной длины без наложения каких-либо ограничений на угол поворота между ними.

На этапе прямого следования конечная точка  $\mathbf{P}_Q$  переносится в целевую точку  $t$ , и

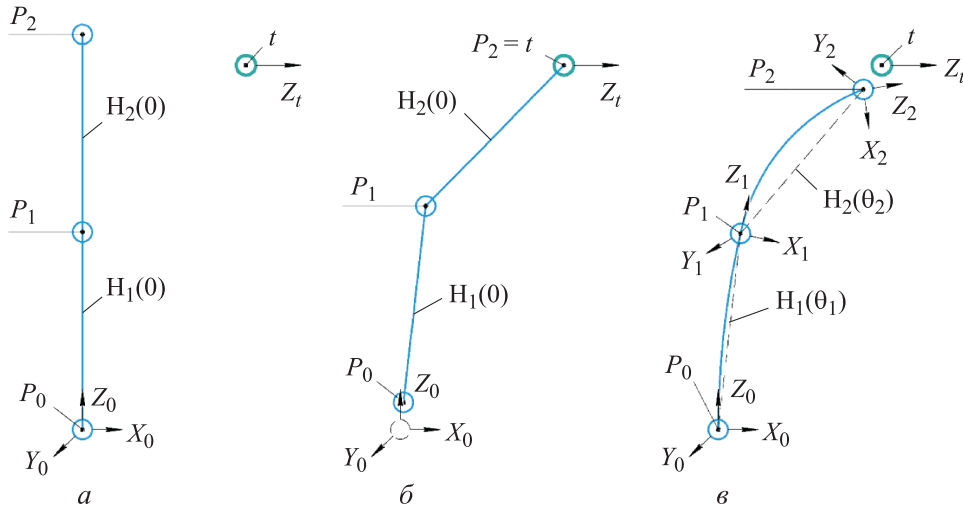


Рис. 3. Пример полного итерационного процесса решения задачи обратной кинематики двухсекционного НР на основе алгоритма хорд

цепь перестраивается, начиная с точки  $P_{Q-1}$  и заканчивая точкой  $P_1$ , в соответствии с формулами [18]

$$\lambda_i = H_{i+1} / |P_{i+1} - P_i|;$$

$$P_i = (1 - \lambda_i)P_{i+1} + \lambda_i P_i,$$

где  $i \in [(Q-1), \dots, 0]$ .

На этапе обратного следования вновь происходит перестройка цепи с учетом изменений, вносимых взаимной ориентацией хорд. Затем определяются угол поворота по выражению (5) и угол изгиба по формуле

$$\theta_i = 2 \arccos \frac{Z_i (P_i - P_{i-1})}{|P_i - P_{i-1}|}.$$

Далее выполняется проверка условий о допустимости углов изгиба:

$$\theta_i = \begin{cases} \theta_{\max} & \text{при } \theta_i > \theta_{\max}; \\ \theta_i & \text{при } \theta_i \leq \theta_{\max}. \end{cases}$$

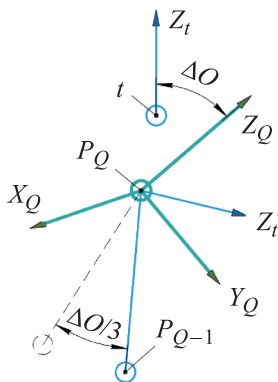


Рис. 4. Схема подстройки вектора ориентации

На следующем этапе рассчитываются новые положения и ориентация конечной точки секции по выражению (1) и длины секции по формуле (5). Таким образом, переопределяются все точки НР — от начальной до конечной. Далее осуществляется проверка условия о нахождении конечной точки НР в окрестностях целевой точки. Если это условие не выполняется, то алгоритм проводит еще одну итерацию, которая повторяется до тех пор, пока наконечник НР не достигнет целевой точки или алгоритм не превысит число допустимых итераций.

По достижению целевой точки проводится проверка параметра  $\Delta O$  — угла между целевым вектором  $Z_t$  и вектором конца НР  $Z_Q$ . Если значение этого угла больше углового допуска  $TA$ , то осуществляется подстройка (рис. 4). С этой целью предпоследняя точка НР  $P_{Q-1}^B$  поворачивается вокруг оси  $Z'_t = Z_t \times Z_Q$  с центром вращения  $P_Q^B$  на угол  $\Delta O / A$ , где  $A$  — коэффициент,  $A \geq 3$ . Поворот совершается на угол  $\Delta O$ , так как у векторов  $Z_t$  и  $Z_Q$  разные начальные точки и сложно предсказать поведение НР после поворота на угол  $\Delta O$ . В следующей итерации вектор  $Z_Q$  будет ближе к целевому вектору ориентации  $Z_t$ .

Для алгоритма возможна ситуация застревания. В этом случае поза НР не меняется от итерации к итерации. Для предотвращения такой ситуации один раз в  $C$  итераций вращение вокруг вектора  $Z'_t$  проводится для всех точек НР, что позволяет «встряхивать» его конфигурацию.

**Эксперименты.** Численные эксперименты проводили для трех-, пяти- и десятисекционных

НР. С помощью прямой кинематики (1) для каждого эксперимента получали по 100 000 образцов случайных позиций и ориентаций. Использование прямой кинематики гарантирует существование как минимум одного решения.

При генерации образцов использовали следующие допущения и параметры: все секции НР имеют одинаковые максимальные углы изгиба  $\theta$ ; жесткие звенья  $l'$  между секциями отсутствуют; ограничений на углы поворота секций  $\varphi$  нет; длина каждой секции  $S = 100$  мм; для трехсекционного НР коэффициент  $A = 10$ , для

пяти- и десятисекционных НР  $A = 3$ ; коэффициент  $C = 25$ . Максимальные углы изгиба при генерации образца  $\theta_{gen} = 30, 60, 90, 120$  и  $180^\circ$ .

При решении задачи обратной кинематики устанавливали следующие требования: точность позиционирования — менее 1 мкм, точность ориентирования — менее  $10^{-3}$  рад, максимальное время работы алгоритма — менее 30 мс.

Для каждого образца проводили два эксперимента. В первом эксперименте отсутствовали ограничения на угол изгиба при решении задачи обратной кинематики ( $\theta_{max} = 360^\circ$ ), во вто-

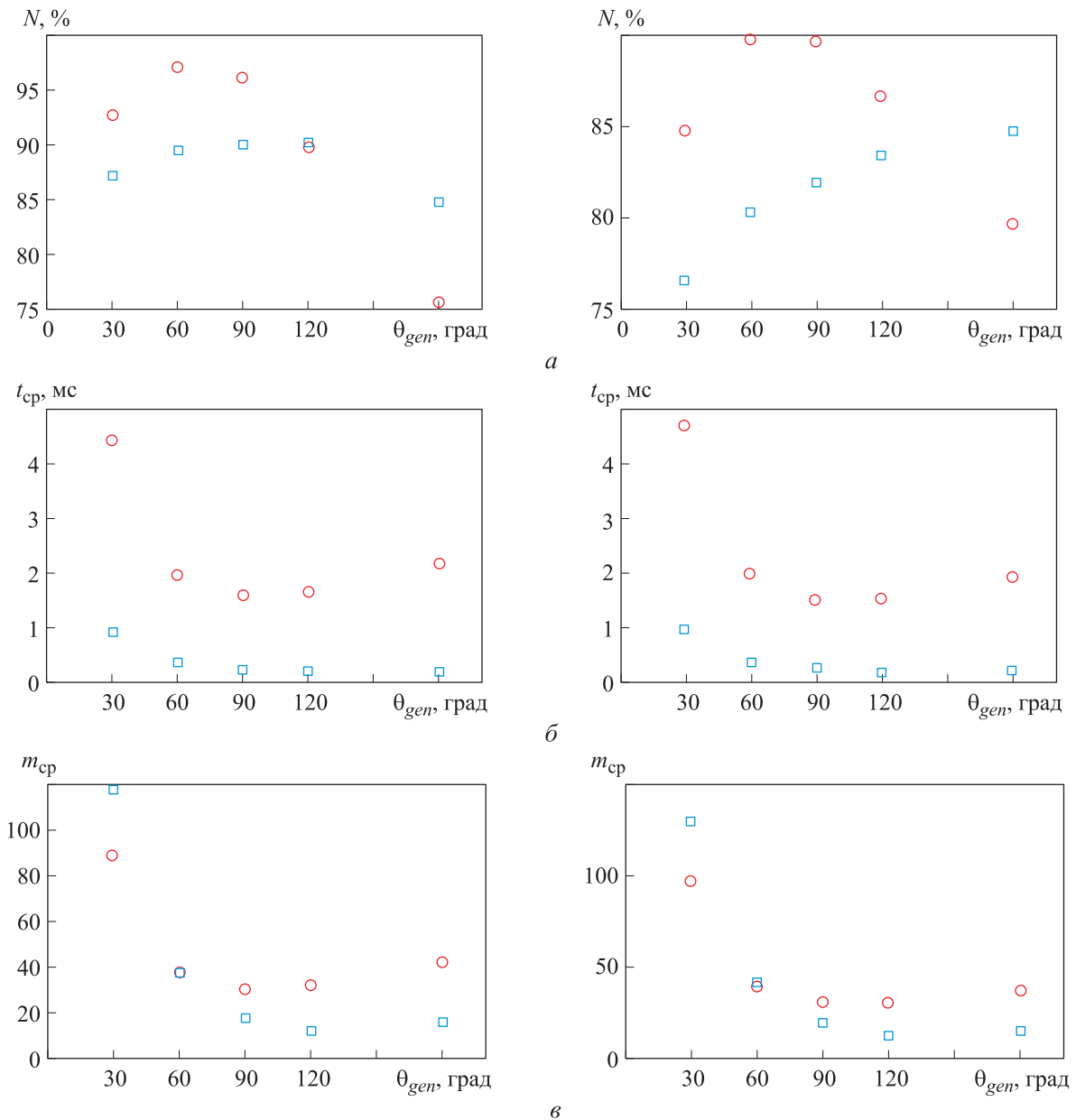


Рис. 5. Зависимости доли УР  $N$  (а), среднего времени УР  $t_{cp}$  (б) и среднего числа итераций УР  $m_{cp}$  (в) от угла изгиба  $\theta_{gen}$  трехсекционного НР при  $\theta_{max} = 360^\circ$  (слева) и  $\theta_{max} = \theta_{gen}$  (справа), полученные с помощью алгоритмов касательных (○) и хорд (□)



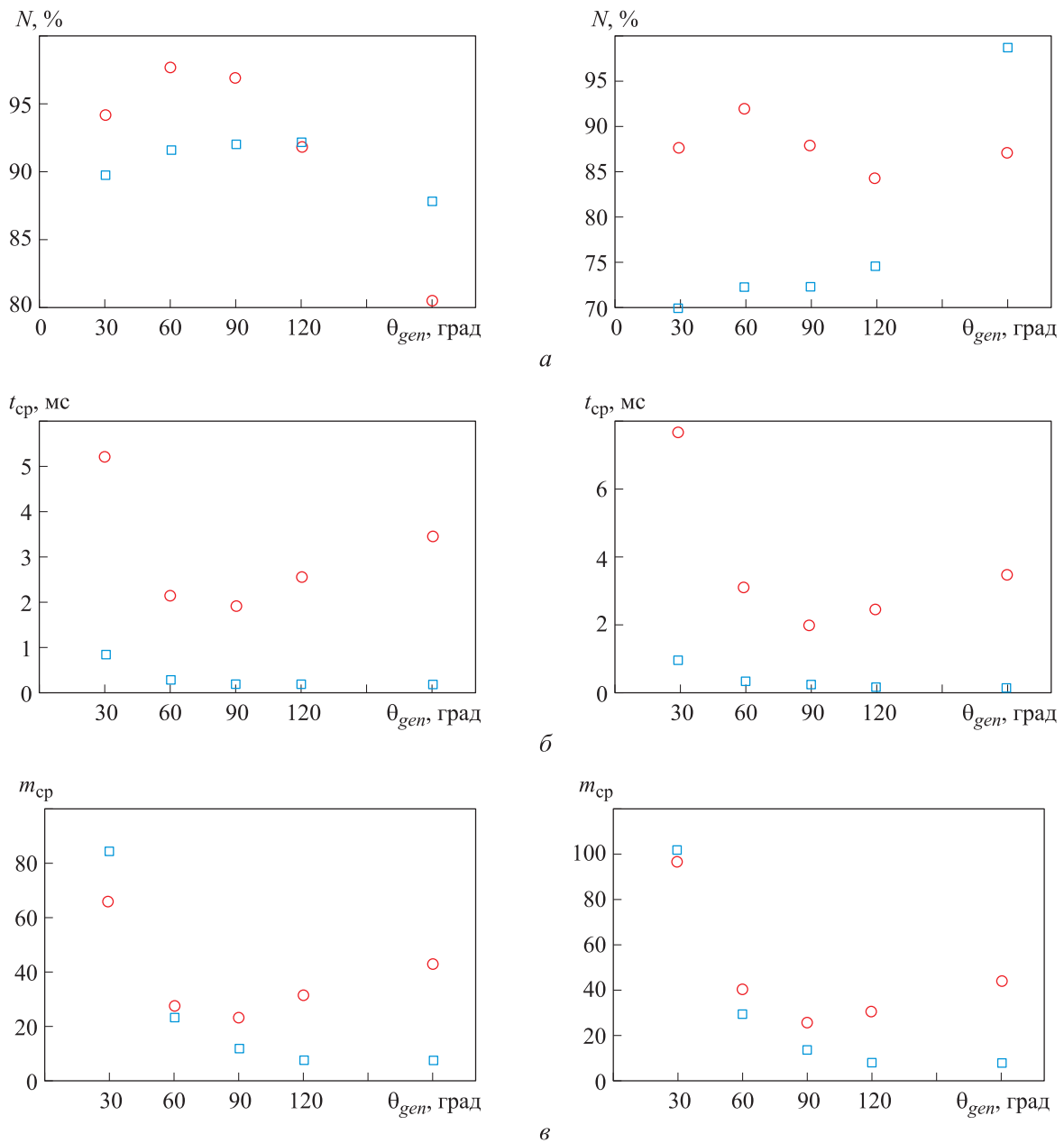


Рис. 6. Зависимости доли УР  $N$  (а), среднего времени УР  $t_{cp}$  (б) и среднего числа итераций УР  $m_{cp}$  (в) от угла изгиба  $\theta_{gen}$  пятисекционного НР при  $\theta_{\max} = 360^\circ$  (слева) и  $\theta_{\max} = \theta_{gen}$  (справа), полученные с помощью алгоритмов касательных (○) и хорд (□)

ром — угол изгиба соответствовал максимальному значению, использованному при генерации образца ( $\theta_{\max} = \theta_{gen}$ ).

**Результаты.** Эксперименты выполняли с использованием программы MATLAB 2021a на компьютере, имеющем следующие характеристики: процессор Intel Core i7-4790K 4.00 GHz CPU, 16.0 Гб ОЗУ.

Результаты экспериментов в виде зависимостей доли успешно решенных задач обрат-

ной кинематики (далее УР)  $N$ , среднего времени УР  $t_{cp}$  и среднего числа итераций УР  $m_{cp}$  от угла изгиба  $\theta_{gen}$ , полученные с помощью алгоритмов касательных и хорд, для трех-, пяти- и десятисекционных НР приведены на рис. 5–7.

Анализ полученных результатов показал, что при отсутствии ограничений на угол изгиба секций ( $\theta_{\max} = 360^\circ$ ) алгоритм касательных имеет бóльшую долю УР, чем алгоритм хорд, за исключением трехсекционного НР при  $\theta_{gen} < 120^\circ$ . С увеличением числа секций алгоритм



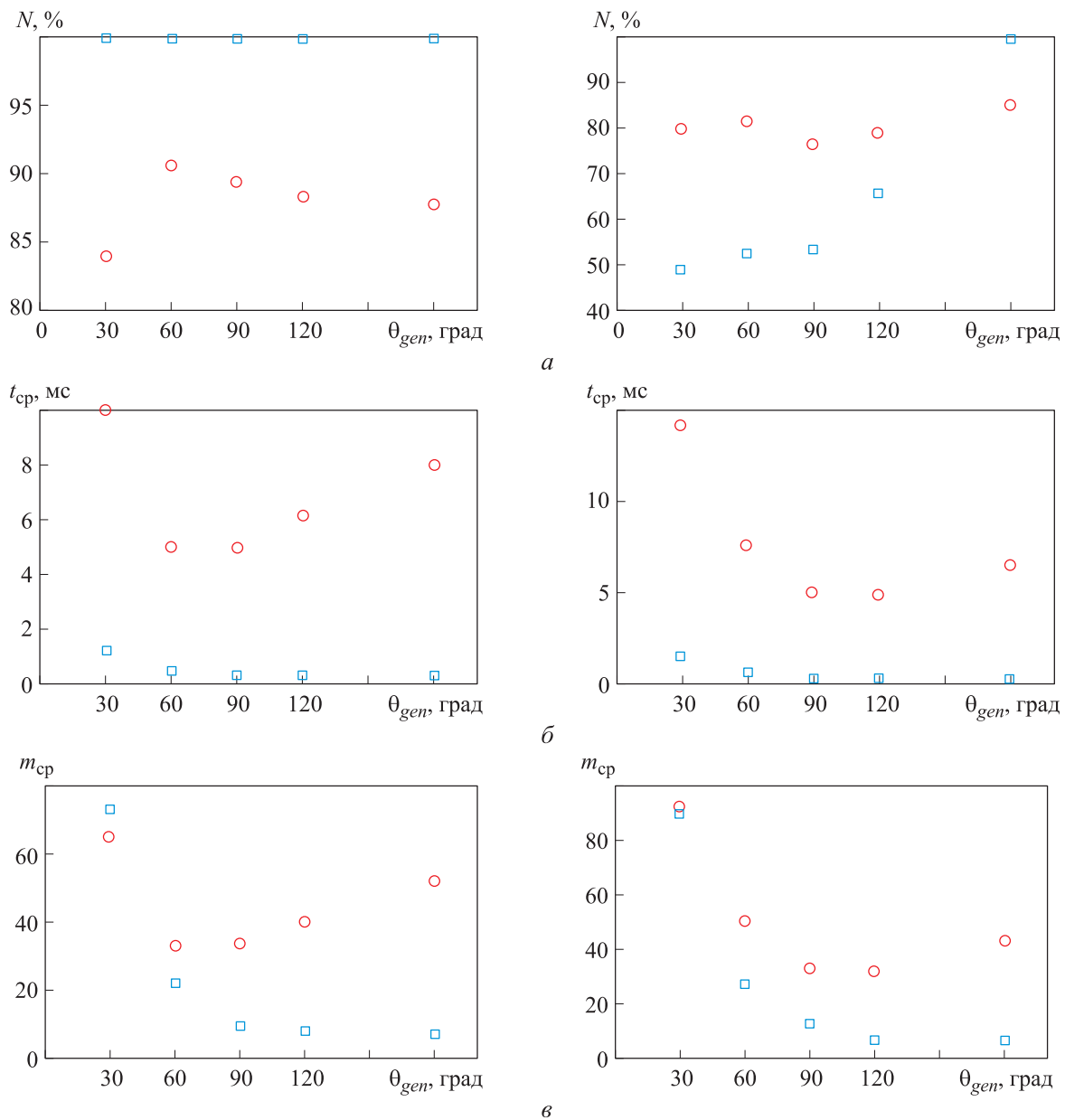


Рис. 7. Зависимости доли УР  $N$  (а), среднего времени УР  $t_{cp}$  (б) и среднего числа итераций УР  $m_{cp}$  (в) от угла изгиба  $\theta_{gen}$  десятисекционного НР при  $\theta_{\max} = 360^\circ$  (слева) и  $\theta_{\max} = \theta_{gen}$  (справа), полученные с помощью алгоритмов касательных (○) и хорд (□)

касательных повышает долю УР до 100 %, тогда как алгоритм хорд остается неизменным на уровне ~85 %.

Алгоритм касательных быстрее решает задачу обратной кинематики (максимальное среднее время УР  $t_{cp \max} < 2$  мс), чем алгоритм хорд (минимальное среднее время УР  $t_{cp \min} > 2$  мс). Алгоритм касательных работает быстрее даже в тех случаях, когда требуется большее число итераций. Это указывает на то, что алгоритм хорд является более сложным и трудоемким вычислительным процессом.

Среднее число итераций свидетельствует о том, что алгоритм касательных эффективнее находит подходящую позу для пяти- и десятисекционных НР, чем алгоритм хорд. Для трехсекционного НР алгоритмы сопоставимы по эффективности.

При наличии ограничений на углы изгиба ( $\theta_{\max} = \theta_{gen}$ ) алгоритм хорд показывает большую успешность в получении решения. Расхождение в долях УР, полученных с помощью алгоритмов хорд и касательных, может достигать 30 %.

## Выводы

1. Рассмотрены алгоритмы решения задачи обратной кинематики многосекционных НР на основе алгоритма FABRIK. Для реализации последнего использованы два подхода, базирующиеся на построении касательных и хорд.

2. Анализ результатов, полученных при отсутствии ограничений на угол изгиба секций НР, показал следующее:

- алгоритм касательных имеет бóльшую долю УР (за исключением трехсекционного НР при  $\theta_{gen} < 120^\circ$ ), чем алгоритм хорд;
- алгоритм касательных решает задачу обратной кинематики быстрее, чем алгоритм хорд, даже когда требуется большее число итераций,

вследствие чего последний является более сложным и трудоемким вычислительным процессом;

- для пяти- и десятисекционных НР алгоритм касательных эффективнее находит подходящую позу, чем алгоритм хорд; для трехсекционного НР алгоритмы сопоставимы по эффективности.

3. Установлено, что при наличии ограничений на углы изгиба секций НР алгоритм хорд имеет бóльшую долю УР, чем алгоритм касательных. Расхождение между значениями этого параметра, полученными с помощью алгоритмов хорд и касательных, может достигать 30 %.

## Литература

- [1] Axinte D., Dong X., Palmer D. et al. MiRoR — miniaturized robotic systems for holistic in-situ repair and maintenance works in restrained and hazardous environments. *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, 2018, vol. 23, no. 2, pp. 978–981, doi: <https://doi.org/10.1109/TMECH.2018.2800285>
- [2] Dong X., Axinte D., Palmer D. et al. Development of a slender continuum robotic system for on-wing inspection/repair of gas turbine engines. *Robot. Comput. Integr. Manuf.*, 2017, vol. 44, pp. 218–229, doi: <https://doi.org/10.1016/j.rcim.2016.09.004>
- [3] Buckingham R., Graham A. Nuclear snake-arm robots. *Ind. Rob.*, 2012, vol. 39, no. 1, pp. 6–11, doi: <https://doi.org/10.1108/01439911211192448>
- [4] Nahar D., Yanik P.M., Walker I.D. Robot tendrils: long, thin continuum robots for inspection in space operations. *IEEE Aerosp. Conf.*, 2017, doi: <https://doi.org/10.1109/AERO.2017.7943940>
- [5] Liljebäck P., Mills R. Eelume: a flexible and subsea resident IMR vehicle. *OCEANS 2017 — Aberdeen*, 2017, doi: <https://doi.org/10.1109/OCEANSE.2017.8084826>
- [6] Burgner-Kahrs J., Rucker D.C., Choset H. Continuum robots for medical applications: a survey. *IEEE Trans. Robot.*, 2015, vol. 31, no. 6, pp. 1261–1280, doi: <https://doi.org/10.1109/TRO.2015.2489500>
- [7] Zhang Y., Lu M. A review of recent advancements in soft and flexible robots for medical applications. *Int. J. Med. Robot. Comput. Assist. Surg.*, 2020, vol. 16, no. 3, art. e2096, doi: <https://doi.org/10.1002/rcs.2096>
- [8] Щелкунов Е.Б., Виноградов С.В., Щелкунова М.Е. и др. Мягкие роботы. *Ученые записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета*, 2021, № 1, с. 83–91.
- [9] Даутов А.М., Копец Е.Е., Каримов А.И. и др. Разработка радиоуправляемого работающего пальца. *Межд. науч. конф. по проблемам управления в технических системах*, т. 1. Санкт-Петербург, ЛЭТИ, 2021, с. 337–340.
- [10] Lai J., Huang K., Chu H.K. A learning-based inverse kinematics solver for a multi-segment continuum robot in robot-independent mapping. *IEEE ROBOTICS*, 2019, pp. 576–582, doi: <https://doi.org/10.1109/ROBOTICS49542.2019.8961669>
- [11] Melingui A., Merzouki R., Mbede J.B. et al. Neural Networks based approach for inverse kinematic modeling of a Compact Bionic Handling Assistant trunk. *IEEE 23<sup>rd</sup> ISIE*, 2014, pp. 1239–1244, doi: <https://doi.org/10.1109/ISIE.2014.6864791>
- [12] Amouri A., Mahfoudi C., Zaatri A. et al. A metaheuristic approach to solve inverse kinematics of continuum manipulators. *P. I. Mech. Eng. I-J Sys.*, 2017, vol. 231, no. 5, pp. 380–394, doi: <http://dx.doi.org/10.1177/0959651817700779>
- [13] Jones B.A., Walker I.D. Kinematics for multisection continuum robots. *IEEE Trans. Robot.*, 2006, vol. 22, no. 1, pp. 43–55, doi: <https://doi.org/10.1109/TRO.2005.861458>

- [14] Mahl T., Hildebrandt A., Sawodny O. A variable curvature continuum kinematics for kinematic control of the bionic handling assistant. *IEEE Trans. Robot.*, 2014, vol. 30, no. 4, pp. 935–949, doi: <https://doi.org/10.1109/TRO.2014.2314777>
- [15] Zhang W., Yang Z., Dong T., Xu K. FABRIK: an efficient iterative inverse kinematics solver for continuum robots. *IEEE/ASME AIM*, 2018, pp. 346–352, doi: <https://doi.org/10.1109/AIM.2018.8452693>
- [16] Колпащиков Д.Ю., Гергет О.М. Сравнение алгоритмов обратной кинематики для многосекционных непрерывных роботов. *Мехатроника, автоматизация, управление*, 2021, т. 22, № 8, с. 420–424, doi: <https://doi.org/10.17587/mau.22.420-424>
- [17] Webster R.J., Jones B.A. Design and kinematic modeling of constant curvature continuum robots: a review. *Int. J. Rob. Res.*, 2010, vol. 29, no. 13, pp. 1661–1683, doi: <http://dx.doi.org/10.1177/0278364910368147>
- [18] Aristidou A., Lasenby J. FABRIK: a fast, iterative solver for the Inverse Kinematics problem. *Graph. Models*, 2011, vol. 73, no. 5, pp. 243–260, doi: <https://doi.org/10.1016/j.gmod.2011.05.003>

## References

- [1] Axinte D., Dong X., Palmer D. et al. MiRoR—miniaturized robotic systems for holistic in-situ repair and maintenance works in restrained and hazardous environments. *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, 2018, vol. 23, no. 2, pp. 978–981, doi: <https://doi.org/10.1109/TMECH.2018.2800285>
- [2] Dong X., Axinte D., Palmer D. et al. Development of a slender continuum robotic system for on-wing inspection/repair of gas turbine engines. *Robot. Comput. Integr. Manuf.*, 2017, vol. 44, pp. 218–229, doi: <https://doi.org/10.1016/j.rcim.2016.09.004>
- [3] Buckingham R., Graham A. Nuclear snake-arm robots. *Ind. Rob.*, 2012, vol. 39, no. 1, pp. 6–11, doi: <https://doi.org/10.1108/01439911211192448>
- [4] Nahar D., Yanik P.M., Walker I.D. Robot tendrils: long, thin continuum robots for inspection in space operations. *IEEE Aerosp. Conf.*, 2017, doi: <https://doi.org/10.1109/AERO.2017.7943940>
- [5] Liljeback P., Mills R. Eelume: a flexible and subsea resident IMR vehicle. *OCEANS 2017 — Aberdeen*, 2017, doi: <https://doi.org/10.1109/OCEANSE.2017.8084826>
- [6] Burgner-Kahrs J., Rucker D.C., Choset H. Continuum robots for medical applications: a survey. *IEEE Trans. Robot.*, 2015, vol. 31, no. 6, pp. 1261–1280, doi: <https://doi.org/10.1109/TRO.2015.2489500>
- [7] Zhang Y., Lu M. A review of recent advancements in soft and flexible robots for medical applications. *Int. J. Med. Robot. Comput. Assist. Surg.*, 2020, vol. 16, no. 3, art. e2096, doi: <https://doi.org/10.1002/rcs.2096>
- [8] Shchelkunov E.B., Vinogradov S.V., Shchelkunova M.E. Soft robots. *Uchenye zapiski Komsomol'skogo-na-Amure gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Scientific Notes of Komsomolsk-on-Amour State Technical University], 2021, no. 1, pp. 83–91. (In Russ.).
- [9] Dautov A.M., Kopets E.E., Karimov A.I. et al. [Development of a radio-controlled tentacle robot]. *Mezhd. nauch. konf. po problemam upravleniya v tekhnicheskikh sistemakh*. T. 1 [Int. Conf. on Problems of Control and Management in Technical Systems. Vol. 1]. Sankt-Petersburg, LETI Publ., 2021, pp. 337–340. (In Russ.).
- [10] Lai J., Huang K., Chu H.K. A learning-based inverse kinematics solver for a multi-segment continuum robot in robot-independent mapping. *IEEE ROBOTICS*, 2019, pp. 576–582, doi: <https://doi.org/10.1109/ROBOTICS49542.2019.8961669>
- [11] Melingui A., Merzouki R., Mbede J.B. et al. Neural Networks based approach for inverse kinematic modeling of a Compact Bionic Handling Assistant trunk. *IEEE 23<sup>rd</sup> ISIE*, 2014, pp. 1239–1244, doi: <https://doi.org/10.1109/ISIE.2014.6864791>
- [12] Amouri A., Mahfoudi C., Zaatari A. et al. A metaheuristic approach to solve inverse kinematics of continuum manipulators. *P. I. Mech. Eng. I-J Sys.*, 2017, vol. 231, no. 5, pp. 380–394, doi: <http://dx.doi.org/10.1177/0959651817700779>
- [13] Jones B.A., Walker I.D. Kinematics for multisection continuum robots. *IEEE Trans. Robot.*, 2006, vol. 22, no. 1, pp. 43–55, doi: <https://doi.org/10.1109/TRO.2005.861458>

- [14] Mahl T., Hildebrandt A., Sawodny O. A variable curvature continuum kinematics for kinematic control of the bionic handling assistant. *IEEE Trans. Robot.*, 2014, vol. 30, no. 4, pp. 935–949, doi: <https://doi.org/10.1109/TRO.2014.2314777>
- [15] Zhang W., Yang Z., Dong T., Xu K. FABRIK: an efficient iterative inverse kinematics solver for continuum robots. *IEEE/ASME AIM*, 2018, pp. 346–352, doi: <https://doi.org/10.1109/AIM.2018.8452693>
- [16] Kolpashchikov D.Yu., Gerget O.M. Comparison of inverse kinematics algorithms for multi-section continuum robots. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie*, 2021, vol. 22, no. 8, pp. 420–424, doi: <https://doi.org/10.17587/mau.22.420-424> (in Russ.).
- [17] Webster R.J., Jones B.A. Design and kinematic modeling of constant curvature continuum robots: a review. *Int. J. Rob. Res.*, 2010, vol. 29, no. 13, pp. 1661–1683, doi: <http://dx.doi.org/10.1177/0278364910368147>
- [18] Aristidou A., Lasenby J. FABRIK: a fast, iterative solver for the Inverse Kinematics problem. *Graph. Models*, 2011, vol. 73, no. 5, pp. 243–260, doi: <https://doi.org/10.1016/j.gmod.2011.05.003>

Статья поступила в редакцию 12.05.2022

## Информация об авторах

**КОЛПАЩИКОВ Дмитрий Юрьевич** — аспирант, инженер научно-образовательной лаборатории обработки и анализа больших данных. Национальный исследовательский Томский политехнический университет (634050, Томск, Российская Федерация, проспект Ленина, д. 30, e-mail: [dyk1@tpu.ru](mailto:dyk1@tpu.ru)).

**ГЕРГЕТ Ольга Михайловна** — доктор технических наук, профессор отделения информационных технологий. Национальный исследовательский Томский политехнический университет (634050, Томск, Российская Федерация, проспект Ленина, д. 30, e-mail: [gerget@tpu.ru](mailto:gerget@tpu.ru)).

**ДАНИЛОВ Вячеслав Владимирович** — кандидат технических наук, научный сотрудник научно-образовательная лаборатория обработки и анализа больших данных. Национальный исследовательский Томский политехнический университет (634050, Томск, Российская Федерация, проспект Ленина, д. 30, e-mail: [viacheslav.v.danilov@gmail.com](mailto:viacheslav.v.danilov@gmail.com)).

## Information about the authors

**KOLPASHCHIKOV Dmitrii Yurievich** — Postgraduate, Engineer, Scientific and Educational Laboratory for Big Data Processing and Analysis. Tomsk National Research Polytechnic University (634050, Tomsk, Russian Federation, Lenin Ave., Bldg. 30, e-mail: [dyk1@tpu.ru](mailto:dyk1@tpu.ru)).

**GEGET Olga Mikhailovna** — Doctor of Science (Eng.), Professor, Division for Information Technology. Tomsk National Research Polytechnic University (634050, Russian Federation, Tomsk, Lenin Ave., Bldg. 30, e-mail: [gerget@tpu.ru](mailto:gerget@tpu.ru)).

**DANILOV Viacheslav Vladimirovich** — Candidate of Science (Eng.), Research Scientist, Scientific and Educational Laboratory for Big Data Processing and Analysis. Tomsk National Research Polytechnic University (634050, Russian Federation, Tomsk, Lenin Ave., Bldg. 30, e-mail: [viacheslav.v.danilov@gmail.com](mailto:viacheslav.v.danilov@gmail.com)).

### Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Колпащиков Д.Ю., Гергет О.М., Данилов В.В. Сравнение результатов работы алгоритмов обратной кинематики на основе FABRIK для многосекционных непрерывных роботов. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2022, № 12, с. 34–45, doi: [10.18698/0536-1044-2022-12-34-45](https://doi.org/10.18698/0536-1044-2022-12-34-45)

### Please cite this article in English as:

Kolpashchikov D.Yu., Gerget O.M., Danilov V.V. FABRIK-based Comparison of the Inverse Kinematic Algorithms Operation Results for Multi-Section Continuum Robots. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2022, no. 12, pp. 34–45, doi: [10.18698/0536-1044-2022-12-34-45](https://doi.org/10.18698/0536-1044-2022-12-34-45)