

УДК 628.517

doi: 10.18698/0536-1044-2022-12-14-23

Динамические характеристики и настройка виброизоляторов с билинейным гистерезисом

В.П. Радин, Е.В. Позняк, В.П. Чирков, О.В. Новикова

НИУ «МЭИ»

Dynamic Characteristics and Adjustment of Vibration Isolators Using the Bilinear Hysteresis

V.P. Radin, E.V. Poznyak, V.P. Chirkov, O.V. Novikova

National Research University — Moscow Power Engineering Institute

Исследованы динамические характеристики виброзащитного устройства с билинейной диаграммой деформирования и гистерезисным поведением в составе системы с одной степенью свободы. По результатам численного моделирования реакции системы на гармоническое воздействие построены амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) ее относительных перемещений и абсолютных ускорений. Исследованы зависимости АЧХ от предельного упругого перемещения и отношения жесткостей участков диаграммы. На основе АЧХ определены наилучшие параметры билинейного виброизолятора для снижения динамической реакции системы, а также найдены резонансные частоты нелинейной системы и частотные области успокоения.

Ключевые слова: виброизолятор с билинейным гистерезисом, билинейная диаграмма, гистерезис, амплитудно-частотная характеристика, резонансная частота, виброзащитное устройство

The paper considers dynamic characteristics of a vibration protection device with bilinear deformation diagram and hysteresis behavior as part of a system with one degree of freedom. Based on results of the numerical simulation of the system's response to harmonic effects, the amplitude-frequency characteristics (AFC) of relative displacements and absolute accelerations were constructed. AFC dependences on the limiting elastic displacement and the ratio of the diagram sections stiffness were studied. Based on the AFC, best parameters of a bilinear vibration isolator were determined to reduce the system dynamic response; besides, the nonlinear system resonant frequencies and the damping frequency regions were found.

Keywords: vibration isolator with bilinear hysteresis, bilinear diagram, hysteresis, amplitude-frequency characteristic, resonant frequency, vibration protection device

Обеспечение надежного функционирования технических объектов, находящихся в условиях вибрационного воздействия, требует использования виброзащитных устройств разного типа. Ранние работы по виброзащитным системам посвящены развитию линейной теории малых колебаний механических систем и применению этой теории к задачам защиты технических объектов от вибрационных и ударных воздействий.

Основная задача линейной теории виброзащиты заключается в подборе параметров виброизоляторов, обеспечивающих максимальную отстройку собственных частот системы от преобладающих частот в спектре внешних воздействий, а также в снижении амплитуды колебаний с помощью демпфирования.

Методы линейной теории широко применяются при исследовании и проектировании

виброзащитных устройств. Однако значительно бóльшими возможностями обладают системы с различными нелинейными свойствами.

В одной из первых работ по нелинейной виброзащите [1] в середине прошлого столетия отмечалось, что использование амортизаторов с нелинейными характеристиками в ряде случаев может оказаться полезным. Нелинейные свойства виброизоляторов могут способствовать удовлетворению таких альтернативных требований к виброизолируемому объекту, как ограничения по перемещениям и ускорениям или по перемещениям и усилиям. Кроме того, нелинейные режимы работы виброзащитных систем могут быть вызваны большими перемещениями и упругопластической работой несущих элементов, интенсивными воздействиями и т. д.

В последнее время широкое применение получили виброзащитные устройства с гистерезисным поведением при циклическом деформировании: резинометаллические амортизаторы для виброзащиты объектов транспорта, нефтегазовой отрасли и летательных аппаратов [2–6]. Резинометаллические виброизоляторы предназначены для виброзащиты строительных конструкций [7, 8], а также зданий и сооружений, возводимых в сейсмоактивных районах [9].

Основными достоинствами резинометаллических виброизоляторов являются рассеивающие свойства (коэффициент относительного демпфирования может достигать 20 % и более), сравнительно простая технология производства, надежность и экономичность.

Моделирование и расчет динамического поведения конструкций с нелинейными гистерезисными устройствами реализовано во многих программных комплексах. Однако остаются нерешенными некоторые вопросы о возможностях нелинейных виброизоляторов с гистерезисом, а также о методике подбора оптимальных параметров таких устройств.

Цель работы — исследование динамических характеристик простых механических систем с виброизоляторами, имеющими билинейную диаграмму деформирования с гистерезисом. Начало этой работе было положено в статье [10].

Исследуем динамическую реакцию системы с одной степенью свободы (рис. 1) на стационарное гармоническое воздействие в виде ускорения основания $a(t)$. Обозначим через $u(t)$ перемещение виброизолируемой массы M относительно основания. Внешнее воздействие передается на объект массой M через вибро-

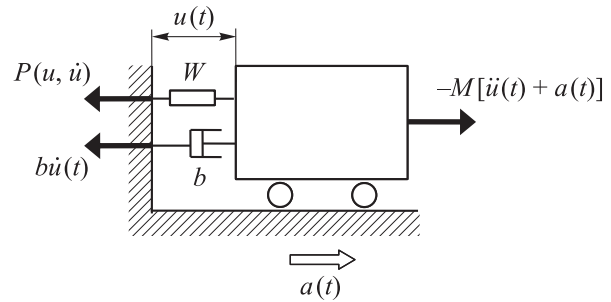


Рис. 1. Схема системы с одной степенью свободы и нелинейным гистерезисным виброизолятором

изолятор W с характеристикой $P(u, \dot{u})$, соответствующей билинейному гистерезису (рис. 2).

Для сравнения также будем рассматривать линейный вариант системы виброзащиты, поэтому введем в систему вязкое трение с коэффициентом b , пропорциональное относительной скорости $\dot{u}(t)$. Уравнение движения массы M имеет вид

$$M\ddot{u} + b\dot{u} + P(u, \dot{u}) = -Ma(t)$$

или

$$\ddot{u} + 2\epsilon\dot{u} + p(u, \dot{u}) = -a(t), \quad (1)$$

где

$$\epsilon = \frac{b}{M}; \quad p(u, \dot{u}) = \frac{P(u, \dot{u})}{M}$$

Билинейная диаграмма циклического деформирования с гистерезисом, реализуемым замкнутым центрированным циклом перемещений с амплитудой u_0 , приведена на рис. 2.

В качестве характеристик виброизолятора W приняты следующие параметры: c_1 и c_2 — жесткость первого (упругого) и второго участка билинейной диаграммы; α — отношение жесткости второго участка к жесткости первого участка (далее отношение жесткостей),

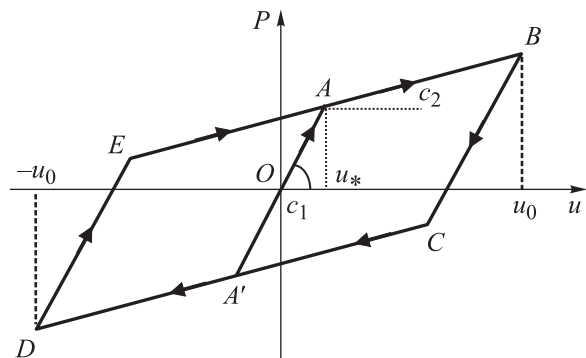


Рис. 2. Билинейная диаграмма циклического деформирования с гистерезисом

$\alpha = c_2/c_1$; u_* — перемещение, при котором происходит переход на второй участок.

Виброизолятор способен работать в двух режимах: упругом (линия $A'OА$) при $u_0 < u_*$ с характеристикой $P(u, \dot{u}) = c_1 u$ и в нелинейном ($u_0 > u_*$) с рассеянием энергии вследствие гистерезиса (петля $ABCDE$). Движение по ветвям петли гистерезиса описывается следующим образом:

$$P(u, \dot{u}) = c_1 u + \begin{cases} c(u_0 - u_*) & \text{при } -u_0 < u \leq -u_0 + 2u_*, \dot{u} > 0; \\ c(u_* - u) & \text{при } -u_0 + 2u_* < u \leq u_0, \dot{u} \geq 0; \\ c(u_* - u_0) & \text{при } u_0 - 2u_* \leq u < u_0, \dot{u} < 0; \\ -c(u_* + u) & \text{при } -u_0 \leq u < u_0 - 2u_*, \dot{u} \leq 0, \end{cases}$$

где $c = c_1 - c_2$.

Двум режимам соответствуют характерные частоты

$$\omega_1 = \sqrt{c_1/M} \text{ и } \omega_2 = \sqrt{c_2/M}.$$

С учетом соотношения между жесткостями c_1 и c_2 имеем

$$\omega_2 = \omega_1 \sqrt{\alpha}.$$

В качестве исследуемых величин динамической реакции массы M выступали два параметра: U — амплитуда относительного перемещения $u(t)$; A — амплитуда абсолютного ускорения массы $\ddot{u}(t) + a(t) = -2\epsilon\dot{u} - p(u, \dot{u})$. Амплитуды U и A являются важными параметрами с точки зрения ограничений на систему по перемещениям и ускорениям или усилиям.

Для настройки виброизолятора и анализа его работы необходимо иметь зависимость этих параметров от частоты внешнего воздействия, т. е. амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) системы. Особый интерес с точки зрения оптимизации параметров виброизолятора вызывают АЧХ при различных значениях предельного упругого перемещения u_* и отношения жесткостей α .

Алгоритм вычисления усилия $p(u, \dot{u})$ при некотором значении относительного перемещения u_k предполагает знание перемещений в трех предыдущих точках. Это определило выбор численного метода интегрирования уравнения (1), которым стал многошаговый метод Адамса — Башфорта третьего порядка [11], реализованный в программном комплексе MATLAB.

Для уравнения (1), преобразованного к стандартной форме Коши,

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{f}(\mathbf{y}, t); \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} u \\ \dot{u} \end{bmatrix}$$

алгоритм метода Адамса — Башфорта при постоянном по времени шаге интегрирования состоит в рекуррентных вычислениях по формуле

$$\mathbf{y}_{k+3} = \mathbf{y}_{k+2} + dt \left[\frac{23}{12} \mathbf{f}(t_{k+2}, \mathbf{y}_{k+2}) - \frac{4}{3} \mathbf{f}(t_{k+1}, \mathbf{y}_{k+1}) + \frac{5}{12} \mathbf{f}(t_k, \mathbf{y}_k) \right]. \quad (2)$$

Интегрирование уравнения (1) по алгоритму (2) проводилось на достаточно большом отрезке времени до достижения безусловно установившегося режима. Начальные условия приняты нулевыми, а воздействие (ускорение основания) представлено гармоническим процессом с амплитудой a_0 и частотой возбуждения θ . В конце этого отрезка времени определялись амплитуды перемещений и ускорений.

В качестве примера на рис. 3 приведены результаты интегрирования уравнения (1) на отрезке времени, равном пятидесяти периодам функции $a(t) = a_0 \sin \theta t$, при следующих параметрах системы и внешнего воздействия: $a_0 = 5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$, $u_* = 0,1 \text{ м}$, $\alpha = 0,1$, $\omega_1 = 2\pi = 6,28 \text{ с}^{-1}$ и $\theta = \pi/2 = 1,57 \text{ с}^{-1}$.

Для наглядности на рис. 3 показаны параметры, отнесенные к своим наибольшим значениям: $\tilde{u} = u/U$, \tilde{p} и \tilde{a} . На рис. 3, а проиллюстрирована связь между относительным перемещением \tilde{u} и усилием \tilde{p} в виброзащитном устройстве W при заданном гармоническом воздействии. Закрытый контур гистерезиса свидетельствует о стационарности движения системы.

Законы изменения во времени t относительного перемещения $\tilde{u}(t)$ и усилия $\tilde{p}(t)$, начиная с некоторого момента t_* , приведены на рис. 3, б. Там же для сравнения пунктирной линией отмечена функция внешнего воздействия $\tilde{a}(t)$. Показаны три периода колебаний T , с, в конце процесса интегрирования. По рисунку можно отметить негармонический характер выходных параметров, а также совпадение по фазе воздействия и относительного перемещения и существенный сдвиг фазы для усилия $\tilde{p}(t)$.

Численное моделирование реакции системы на гармоническое возмущение позволяет определить амплитудные параметры динамической реакции U и A для одной частоты вынужденных колебаний. Последовательно перебирая

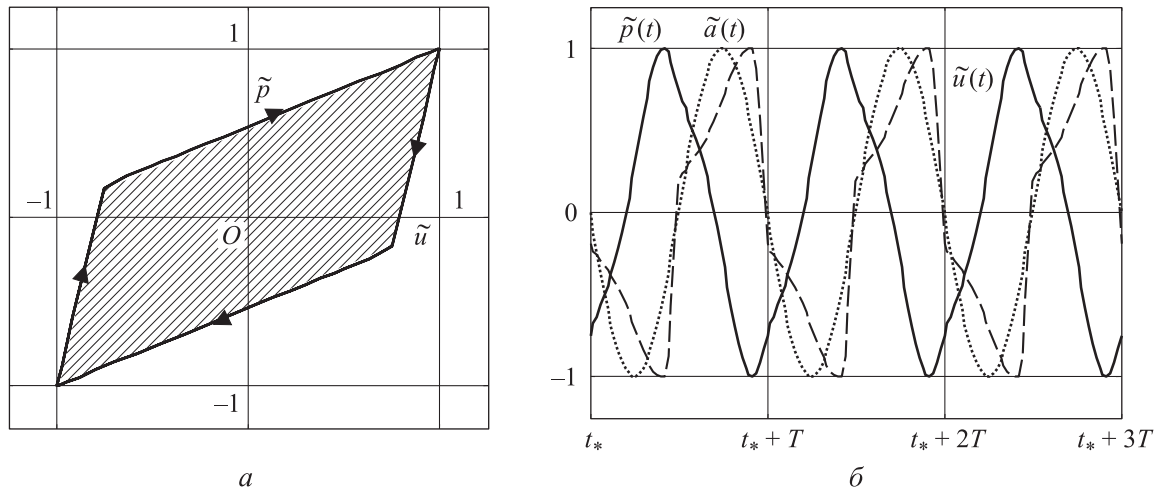


Рис. 3. Результаты численного моделирования реакции системы на гармоническое воздействие при $a_0 = 5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$, $u_* = 0,1 \text{ м}$, $\alpha = 0,1$, $\omega_1 = 6,28 \text{ с}^{-1}$ и $\theta = 1,57 \text{ с}^{-1}$: a — связь между относительным перемещением \tilde{u} и усилием \tilde{p} в виброзащитном устройстве W при заданном гармоническом воздействии; b — законы изменения во времени относительного перемещения $\tilde{u}(t)$, усилия $\tilde{p}(t)$ и функции внешнего воздействия $\tilde{a}(t)$

частоты из некоторого диапазона, моделируя реакцию во времени и определяя для каждой частоты соответствующие амплитуды U и A , строим АЧХ нелинейной системы.

Исследуем влияние отношения жесткостей на АЧХ системы при внешнем воздействии с амплитудой $a_0 = 5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$ и частотой $\theta = 1,5 \dots 10 \text{ с}^{-1}$ для виброзащитного устройства со следующими параметрами: $\varepsilon = 0,1$; $u_* = 0,1 \text{ м}$; $\omega_1 = 6,28 \text{ с}^{-1}$. АЧХ относительного перемещения и абсолют-

ного ускорения системы при различных значениях отношения жесткостей α приведены на рис. 4.

Отношение жесткостей $\alpha = 1$ соответствует линейной системе с собственной частотой $\omega_1 = 6,28 \text{ с}^{-1}$ и АЧХ в виде

$$A(\theta) = \frac{a_0}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega_1^2}{\theta^2}\right)^2 + \frac{4\varepsilon^2\omega_1^2}{\theta^4}}}$$

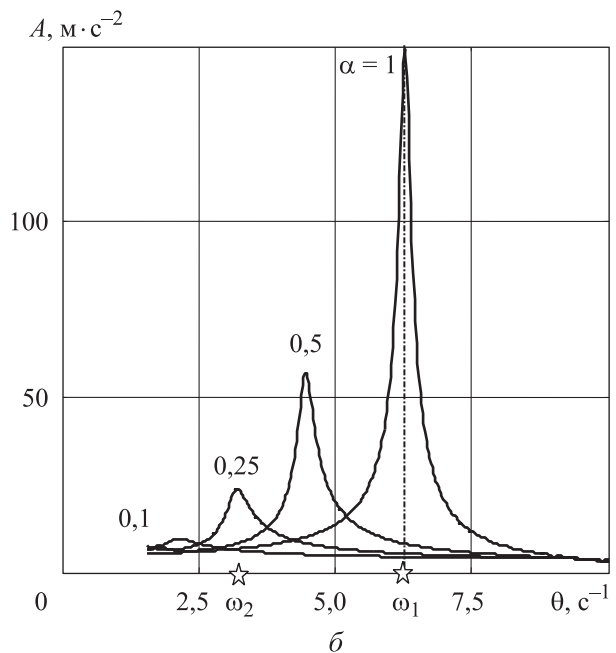
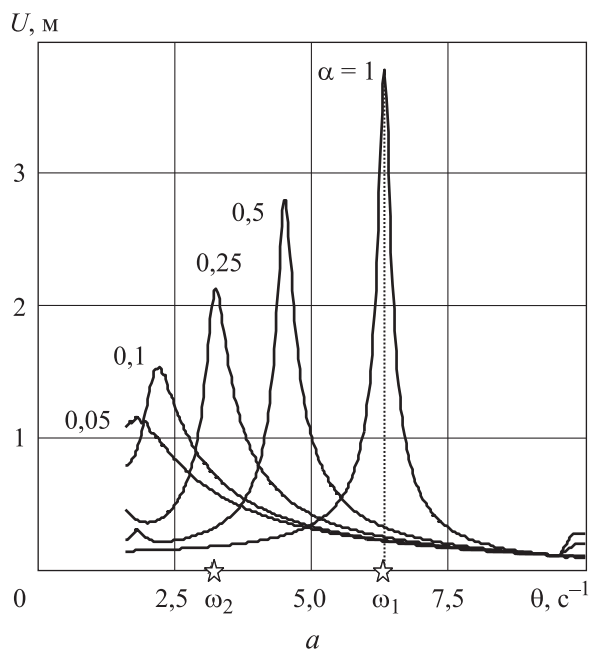


Рис. 4. АЧХ относительного перемещения (а) и абсолютного ускорения (б) системы при $a_0 = 5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$, $\varepsilon = 0,1$, $u_* = 0,1 \text{ м}$, $\omega_1 = 6,28 \text{ с}^{-1}$ и различных значениях отношения жесткостей α

С уменьшением отношения жесткостей α второй участок билинейной диаграммы деформирования становится более пологим, а виброизолятор — более податливым. Как видно из рис. 4, с уменьшением отношения жесткостей α максимальные значения амплитуд перемещения U и ускорения A существенно снижаются. Так, при $\alpha = 0,05$ у относительного перемещения максимальное значение амплитуды снизилось более чем в 3 раза, а у абсолютного ускорения — более чем в 10 раз по сравнению с таковыми при $\alpha = 1$. Максимумы АЧХ соответствуют резонансным частотам системы ω_{res} .

С уменьшением α резонансные частоты перемещаются влево от первой характерной частоты ω_1 в область более низких частот, а при малом отношении жесткостей ($\alpha = 0,1$ и $0,05$) резонансные частоты становятся ниже второй характерной частоты ω_2 . Правее первой характерной частоты, начиная с $\theta = 7,8 \dots 8,0 \text{ с}^{-1}$, находится зона успокоения, где относительные перемещения и абсолютные ускорения будут минимальными, а работа виброизолятора — наиболее эффективной.

Значения резонансной ω_{res} и второй характерной ω_2 частот виброизолятора, максимальные значения амплитуды относительного перемещения системы $\max U$ при $a_0 = 5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$, $\varepsilon = 0,1$, $u_* = 0,1 \text{ м}$, $\omega_1 = 6,28 \text{ с}^{-1}$ и разным отношении жесткостей α приведены в табл. 1.

Таблица 1

Значения частот виброизолятора и максимальные значения амплитуды относительного перемещения системы при $a_0 = 5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$, $\varepsilon = 0,1$, $\alpha = 0,25$, $u_* = 0,1 \text{ м}$, $\omega_1 = 6,28 \text{ с}^{-1}$ и разным отношении жесткостей

α	$\omega_2, \text{ с}^{-1}$	$\omega_{res}, \text{ с}^{-1}$	$\max U$
0,05	1,41	1,75	1,16
0,10	1,98	2,17	1,53
0,25	3,14	3,22	2,12
0,50	4,43	4,45	2,78
1,00	6,28	6,28	3,77

Исследуем влияние предельного упругого перемещения u_* на АЧХ системы при $a_0 = 5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$, $\varepsilon = 0,1$, $\alpha = 0,25$, $\omega_1 = 6,28 \text{ с}^{-1}$, $\omega_2 = 3,14 \text{ с}^{-1}$. АЧХ относительного перемещения и абсолютного ускорения системы при различных значениях предельного упругого перемещения приведены на рис. 5. При малых значениях u_* резонансные частоты расположены в окрестности частоты ω_2 , с ростом предельного упругого перемещения максимальные значения амплитуд смещаются в окрестность частоты ω_1 .

Это объясняется продолжительностью работы системы на различных участках билинейной характеристики. Если u_* мало, и преобладает

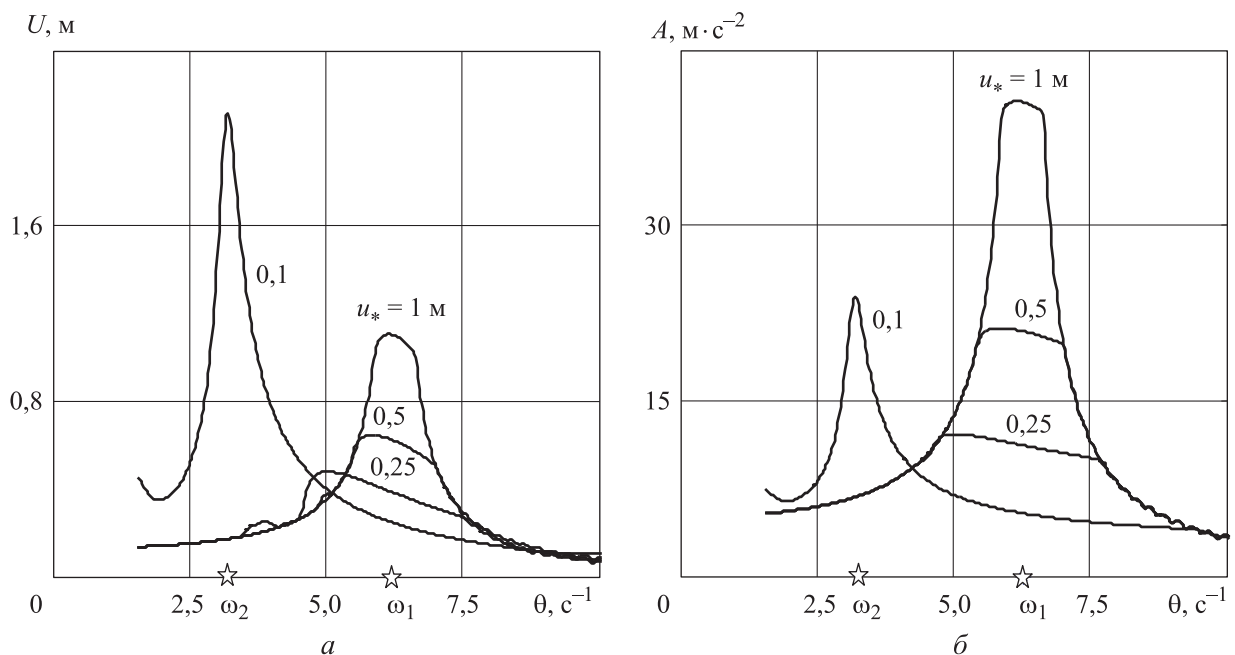


Рис. 5. АЧХ относительного перемещения (а) и абсолютного ускорения (б) системы при $a_0 = 5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$, $\varepsilon = 0,1$, $\alpha = 0,25$, $\omega_1 = 6,28 \text{ с}^{-1}$, $\omega_2 = 3,14 \text{ с}^{-1}$ и различных значениях предельного упругого перемещения u_*

Таблица 2

Значения резонансной частоты виброизолятора и максимальные значения амплитуды относительного перемещения системы при $a_0 = 5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$, $\epsilon = 0,1$, $\alpha = 0,25$, $\omega_1 = 6,28 \text{ с}^{-1}$, $\omega_2 = 3,14 \text{ с}^{-1}$ и разном предельном упругом перемещении

u_* , м	ω_{res} , с^{-1}	max U , м
0,10	3,22	2,11
0,25	5,01	0,47
0,50	5,99	0,64
1,00	6,21	1,10

работа виброизолятора на втором участке билинейной диаграммы, то резонансная частота близка к характерной частоте ω_2 . Если же u_* велико, и виброизолятор в основном работает на первом участке, то резонансная частота близка к ω_1 .

Значения резонансной частоты виброизолятора и максимальной амплитуды относительного перемещения системы при $a_0 = 5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$, $\epsilon = 0,1$, $\alpha = 0,25$, $\omega_1 = 6,28 \text{ с}^{-1}$, $\omega_2 = 3,14 \text{ с}^{-1}$ и разном предельном упругом перемещении приведены в табл. 2.

Исследуем возможность настройки виброизолятора с целью максимального снижения

динамической реакции системы на заданной рабочей частоте воздействия θ при $a_0 = 5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$, $\epsilon = 0,1$, $\alpha = 0,25$ и $\theta = 6,28 \text{ с}^{-1}$.

Зависимости амплитуд относительного перемещения U и абсолютного ускорения A системы от первой характерной частоты виброизолятора ω_1 при $a_0 = 5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$, $\epsilon = 0,1$, $\alpha = 0,25$, $\omega_2 = 3,14 \text{ с}^{-1}$, $\theta = 6,28 \text{ с}^{-1}$ и различных значениях предельного упругого перемещения u_* приведены на рис. 6. Видно, что вся группа рассматриваемых виброизоляторов (независимо от u_*) будет обеспечивать эффективную виброзащиту, если их первая характерная частота $\omega_1 > 15 \text{ с}^{-1}$. Однако заметим, что $u_* = 0,1$ — вариант с наименьшей максимальной амплитудой во всем рассматриваемом интервале частот.

Согласно рис. 6, в табл. 3 приведены максимальные значения амплитуды относительного перемещения при частоте возбуждения $\theta = 6,28 \text{ с}^{-1}$ и различном предельном упругом перемещении.

Зависимости амплитуд относительного перемещения и абсолютного ускорения системы от отношения жесткостей α при $a_0 = 5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$, $\epsilon = 0,1$, $u_* = 0,1 \text{ м}$, $\alpha = 0,25$, $\theta = 6,28 \text{ с}^{-1}$ и различных значениях соотношения первой характерной частоты ω_1 виброизолятора и частоты возбуждения θ приведены на рис. 7. При сов-

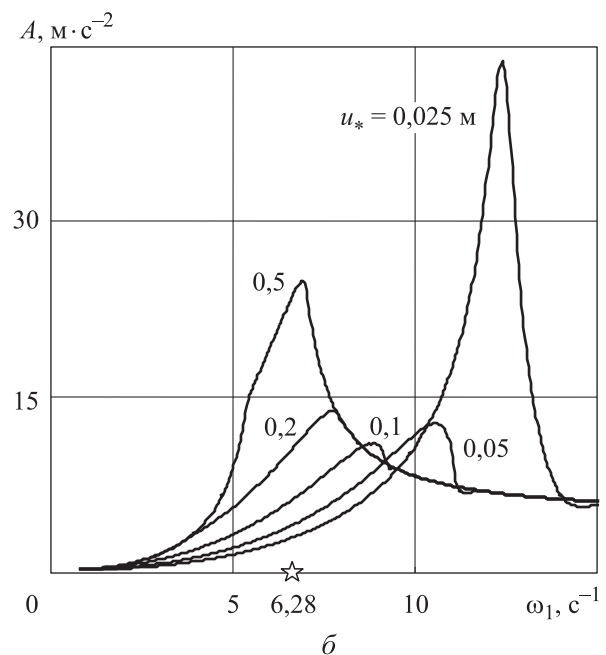
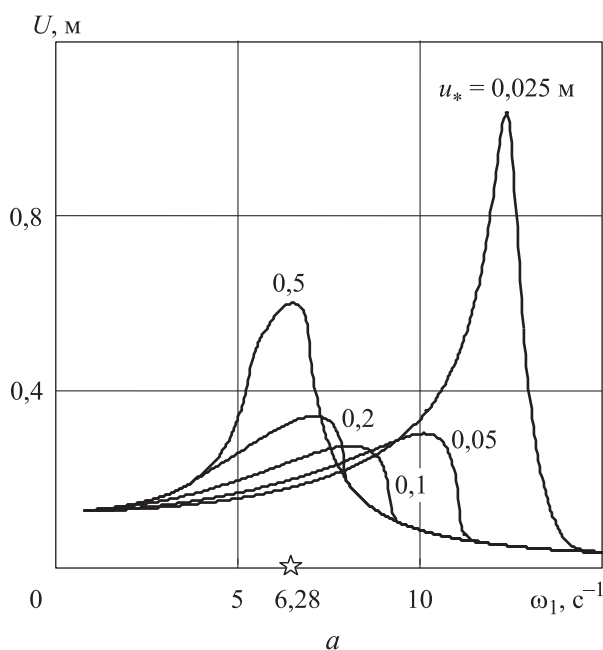


Рис. 6. Зависимости амплитуд относительного перемещения U (а) и абсолютного ускорения A (б) системы от первой характерной частоты виброизолятора ω_1 при $a_0 = 5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$, $\epsilon = 0,1$, $\alpha = 0,25$, $\omega_2 = 3,14 \text{ с}^{-1}$, $\theta = 6,28 \text{ с}^{-1}$ и различных значениях предельного упругого перемещения u_*

Таблица 3

Значения резонансной частоты и максимальной амплитуды относительного перемещения при $a_0 = 5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$, $\varepsilon = 0,1$, $\alpha = 0,25$, $\omega_1 = \theta = 6,28 \text{ с}^{-1}$, $\omega_2 = 3,14 \text{ с}^{-1}$ и разном предельном упругом перемещении

$u_*, \text{ м}$	$\omega_{res}, \text{ с}^{-1}$	$\max U$
0,025	12,37	1,06
0,050	10,28	0,32
0,100	8,22	0,29
0,200	7,23	0,36
0,500	6,52	0,63

падении этих частот ($\theta = \omega_1$) с увеличением α амплитуды U и A монотонно возрастают.

Как уже указывалось, отношение жесткостей $\alpha = 1$ соответствует резонансному режиму линейной системы. Если первая характерная частота виброизолятора ω_1 больше частоты возбуждения θ , то при некотором значении параметра $\alpha = \alpha_{res} < 1$ наступает резонансный режим.

Как видно, из рис. 4 и 5, для работы виброизолятора в зоне успокоения должно выполняться условие $\omega_1 < \theta$. Это согласуется с положением линейной теории виброзащиты о том, что частота виброизолированного объекта

должна быть меньше, чем частота вибрационного воздействия. На рис. 7 дано представление о численном соотношении частот ω_1 и θ , обеспечивающем наиболее эффективную работу всей группы виброизоляторов с рассматриваемыми отношениями жесткостей α : $\omega_1 \leq 0,75\theta$.

Таким образом, определяющим соотношением, обеспечивающим эффективную работу виброизолятора с билинейной диаграммой деформирования и гистерезисом, является условие отстройки первой характерной частоты от рабочей $\omega_1 \leq 0,75\theta$.

Параметры гистерезиса u_* и α следует выбирать на основе данных численного моделирования в виде графиков, приведенных на рис. 4 и 5. Эти параметры должны быть такими, чтобы амплитуды перемещений и ускорений в интервале частот от нуля до рабочей частоты были минимальными.

Анализ полученных результатов позволяет заключить следующее. В установившемся режиме реакция системы с билинейным гистерезисным виброизолятором на гармоническое воздействие негармоническая, периодическая и стационарная. Амплитуды относительных перемещений и абсолютных ускорений при гармоническом воздействии определяются путем численного моделирования во временной области. Эти данные можно использовать для по-

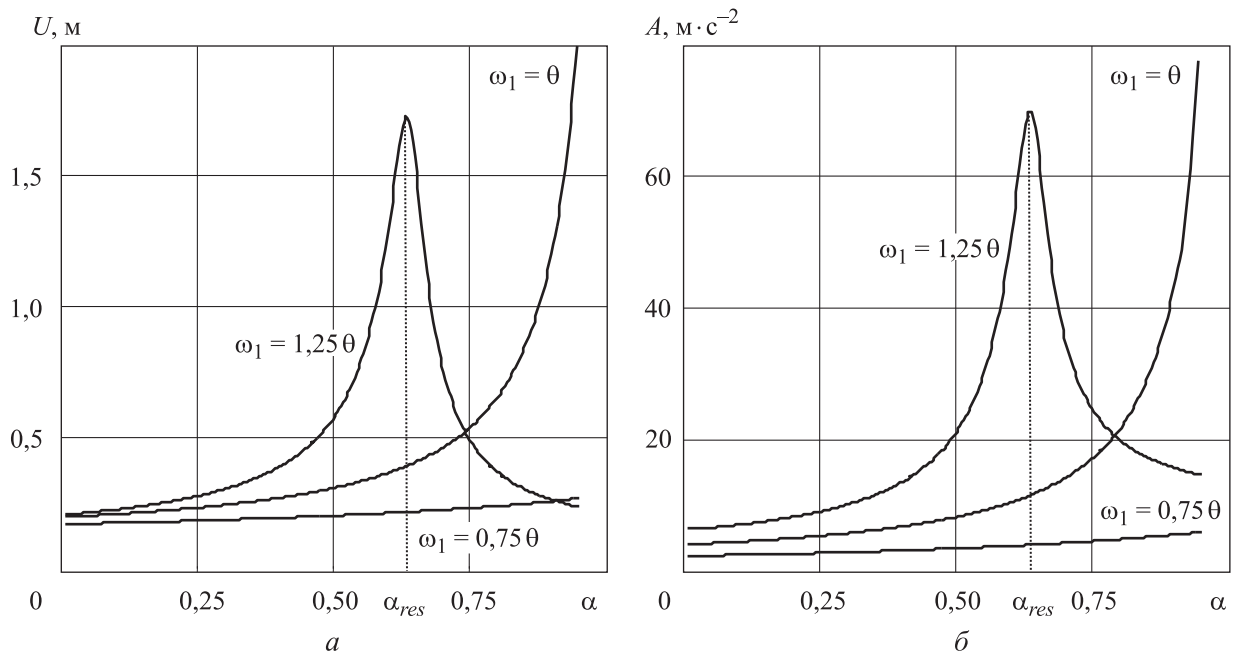


Рис. 7. Зависимости амплитуд относительного перемещения U (а) и абсолютного ускорения A (б) системы от отношения жесткостей α при $a_0 = 5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$, $\varepsilon = 0,1$, $u_* = 0,1 \text{ м}$, $\alpha = 0,25$, $\omega_2 = 3,14 \text{ с}^{-1}$, $\theta = 6,28 \text{ с}^{-1}$ и различных значениях соотношения первой характерной частоты виброизолятора ω_1 и частоты возбуждения θ

строения АЧХ. Анализ АЧХ относительных перемещений и абсолютных ускорений системы позволяет определить наилучшие параметры нелинейного виброизолятора для гармонического воздействия заданной амплитуды, а также найти резонансные частоты и частотные области успокоения системы.

АЧХ билинейного виброизолятора в системе с одной степенью свободы имеют две характерные частоты (по числу участков билинейной диаграммы). Для системы с билинейным виброизолятором и отношением жесткостей $\alpha \leq 1$ резонансная частота не будет превышать первую характерную частоту ($\omega_{res} \leq \omega_1$).

Резонансная частота определяется продолжительностью работы виброизолятора на первом или втором участке билинейной диаграммы. Чем больше преобладает работа виброизолятора на первом или втором участке, тем ближе будет резонансная частота системы к первой или второй характерной частоте. Продолжительность работы виброизолятора на каждом участке определяется совокупностью параметров ω_1 , u_* и α , а также амплитудой внешнего воздействия.

Наилучшая виброзащита будет обеспечена на частотах воздействия, превышающих первую характерную частоту. Наиболее эффективная работа виброизоляторов со всеми рассмотренными значениями отношения жесткостей α и предельного упругого перемещения u_* будет происходить на рабочих частотах θ , удовлетворяющих условию $\omega_1 \leq 0,75\theta$.

Параметры гистерезиса u_* и α следует выбирать на основе данных численного моделирования в виде рис. 4 и 5. Эти параметры должны быть такими, чтобы амплитуды перемещений и ускорений в интервале частот от нуля до рабочей частоты были минимальными. В этом случае достижение системой рабочего режима будет проходить с минимальными резонансными эффектами.

Выводы

1. Предложен способ исследования динамического поведения и настройки систем с билинейным гистерезисным виброизолятором на основе АЧХ, построенных путем численного интегрирования уравнений движения.

2. АЧХ являются обычным инструментом для исследования частотных свойств линейных систем, но для нелинейных систем они часто ограничены построением скелетных кривых для изучения возможных движений в системе [12]. Несмотря на то, что для изучения свойств и оптимизации параметров нелинейных виброизоляторов АЧХ обычно не применяют [13–15], удалось найти работы с похожими подходами.

3. Предложенный метод простой и наглядный, относительно легко реализуем в математических пакетах, а также позволяет сделать достаточно общие выводы о работе и настройке устройств.

Литература

- [1] Коловский М.З. *Нелинейная теория виброзащитных устройств*. Москва. Наука. 1966. 317 с.
- [2] Давыдов Ю.А., Мухин О.О., Заболотный В.В. Исследование механических воздействий на кожух зубчатой передачи электровозов 2(3, 4)ЭС5К. *Транспорт Азиатско-Тихоокеанского региона*, 2021, № 3, с. 15–19.
- [3] Цысс В.Г., Сергаева М.Ю. Оптимизация параметров корабельного резинометаллического амортизатора методом конечных элементов. *Омский научный вестник*, 2013, № 1, с. 78–82.
- [4] Цысс В.Г., Сергаева М.Ю., Любых А.М. Защита шаровых резервуаров для хранения углеводородных газов от действия сейсмических нагрузок. *Газовая промышленность*, 2013, № 5, с. 23–25.
- [5] Аверьянов Г.С., Бельков В.Н., Хамитов Р.Н. Виброизоляция оборудования летательных аппаратов. *Полет*, 2013, № 5, с. 37–40.
- [6] Мормуль Р.В., Еременко П.П., Шайдуров А.А. Математическое моделирование и эксперимент по определению параметров напряженно-деформированного состояния эластичных опорных элементов при нестационарном тепловом нагружении. *Химическая физика и мезоскопия*, 2019, т. 21, № 4, с. 502–513, doi: <https://doi.org/10.15350/17270529.2019.4.53>
- [7] Дашевский М.А., Мондрус В.Л., Сизов Д.К. и др. Особенности устройства системы виброзащиты в существующих зданиях бывшей городской усадьбы XVIII–XIX вв.,

- входящих в комплекс зданий ГМИИ им. А.С. Пушкина. *Научно-технический вестник Поволжья*, 2013, № 6, с. 251–253.
- [8] Ковальчук О.А., Зубков Д.А., Андреева П.И. Исследование эффективности резинометаллических виброизоляторов фирмы «Вибросейсмозащита» применительно к каркасным зданиям, возведенным вблизи тоннелей метро мелкого заложения. *Вестник МГСУ*, 2011, № 6, с. 335–340.
- [9] ГОСТ Р 57364–2016. Устройства антисейсмические. Правила проектирования. Москва. Стандартинформ. 2017. 132 с.
- [10] Радин В.П., Позняк Е.В., Новикова О.В. и др. Разработка и исследование модели здания на резинометаллических сейсмоопорах. *Вестник МЭИ*, 2022, № 2, с. 105–112.
- [11] Калиткин Н.Н. *Численные методы*. Москва. Наука. 1978. 512 с.
- [12] Закржевский М.В. *Колебания существенно-нелинейных механических систем*. Рига. Зинатне. 1980. 192 с.
- [13] Kalmár-Nagy T., Shekhawat A. Nonlinear dynamics of oscillators with bilinear hysteresis and sinusoidal excitation. *Phys. D: Nonlinear Phenom.*, 2009, vol. 238, no. 17, pp. 1768–1786, doi: <https://doi.org/10.1016/j.physd.2009.06.016>
- [14] Dicleli M., Karalar M. Optimum characteristic properties of isolators with bilinear force-displacement hysteresis for seismic protection of bridges built on various site soils. *Soil Dyn. Earthq. Eng.*, 2011, vol. 31, no. 7, pp. 982–995, doi: <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2011.03.005>
- [15] Balasubramanian P., Franchini G., Ferrari G. et al. Nonlinear vibrations of beams with bilinear hysteresis at supports: interpretation of experimental results. *J. Sound Vib.*, 2021, vol. 499, art. 115998, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2021.115998>

References

- [1] Kolovskiy M.Z. *Nelineynaya teoriya vibrozashchitnykh ustroystv* [Nonlinear theory of anti-vibration devices]. Moscow. Nauka Publ. 1966. 317 p. (In Russ.).
- [2] Davydov Yu.A., Mukhin O.O., Zabolotnyy V.V. Research of mechanical effects on gear cases of 2(3, 4) ES5K electric locomotives. *Transport Aziatsko-Tikhookeanskogo regiona* [Pacific Rim Countries Transportation System], 2021, no. 3, pp. 15–19. (In Russ.).
- [3] Tsyss V.G., Sergaeva M.Yu. The optimization of rubber-metal shock-absorber parameters using the final elements method. *Omskiy nauchnyy vestnik* [Omsk Scientific Bulletin], 2013, no. 1, pp. 78–82. (In Russ.).
- [4] Tsyss V.G., Sergaeva M.Yu., Lyubykh A.M. Protection of spherical tank for preventing effect of seismological loads on hydrocarbon gas. *Gazovaya promyshlennost'* [Gas Industry], 2013, no. 5, pp. 23–25. (In Russ.).
- [5] Aver'yanov G.S., Bel'kov V.N., Khamitov R.N. The vibration insulation of the aircraft equipment. *Polet* [Flight], 2013, no. 5, pp. 37–40. (In Russ.).
- [6] Mormul' R.V., Eremenko P.P., Shaydurov A.A. Mathematical simulations and experiments on the characterization of stress-strain state of elastic support elements under non-stationary thermal mechanical loading. *Khimicheskaya fizika i mezoskopiya* [Chemical Physics and Mesoscopy], 2019, vol. 21, no. 4, pp. 502–513, doi: <https://doi.org/10.15350/17270529.2019.4.53> (in Russ.).
- [7] Dashevskiy M.A., Mondrus V.L., Sizov D.K. et al. Features of the device vibration protection in existing buildings former city manor XVIII-XIX centuries, included in the complex of buildings of the state museum of A.S. Pushkina. *Nauchno-tekhnicheskiiy vestnik Povolzh'ya* [Scientific and Technical Volga region Bulletin], 2013, no. 6, pp. 251–253. (In Russ.).
- [8] Koval'chuk O.A., Zubkov D.A., Andreeva P.I. Study of the efficiency of rubber-and-metal vi- broisolators produced by the "Vibroiseismozashtshita" company with respect to the frame buildings erected near shallow underground railway tunnels. *Vestnik MGSU*, 2011, no. 6, pp. 335–340. (In Russ.).
- [9] ГОСТ R 57364–2016. *Ustroystva antiseysmicheskie. Pravila proektirovaniya* [State standard EN 15129:2010. Anti-seismic devices. Design rules]. Moscow. Standartinform Publ. 2017. 132 p. (In Russ.).
- [10] Radin V.P., Poznyak E.V., Novikova O.V. et al. Development and study of a building model on lead rubber bearings. *Vestnik MEI* [Bulletin of MPEI], 2022, no. 2, pp. 105–112. (In Russ.).

- [11] Kalitkin N.N. *Chislennyye metody* [Numerical methods]. Moscow. Nauka Publ., 1978. 512 p. (In Russ.).
- [12] Zakrzhevskiy M.V. *Kolebaniya sushchestvenno-nelineynykh mekhanicheskikh system* [oscillations of highly non-linear mechanical systems]. Riga, Zinatne Publ. 1980. 192 p. (In Russ.).
- [13] Kalmár-Nagy T., Shekhawat A. Nonlinear dynamics of oscillators with bilinear hysteresis and sinusoidal excitation. *Phys. D: Nonlinear Phenom.*, 2009, vol. 238, no. 17, pp. 1768–1786, doi: <https://doi.org/10.1016/j.physd.2009.06.016>
- [14] Dicleli M., Karalar M. Optimum characteristic properties of isolators with bilinear force–displacement hysteresis for seismic protection of bridges built on various site soils. *Soil Dyn. Earthq. Eng.*, 2011, vol. 31, no. 7, pp. 982–995, doi: <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2011.03.005>
- [15] Balasubramanian P., Franchini G., Ferrari G. et al. Nonlinear vibrations of beams with bilinear hysteresis at supports: interpretation of experimental results. *J. Sound Vib.*, 2021, vol. 499, art. 115998, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2021.115998>

Статья поступила в редакцию 02.04.2022

Информация об авторах

РАДИН Владимир Павлович — кандидат технических наук, профессор кафедры «Робототехника, мехатроника, динамика и прочность машин». НИУ «МЭИ» (111250, Москва, Российская Федерация, Красноказарменная ул., д. 14, e-mail: radinvp@gmail.com).

ПОЗНЯК Елена Викторовна — доктор технических наук, профессор кафедры «Робототехника, мехатроника, динамика и прочность машин». НИУ «МЭИ» (111250, Москва, Российская Федерация, Красноказарменная ул., д. 14, e-mail: elpoz@yandex.ru).

ЧИРКОВ Виктор Петрович — доктор технических наук, профессор кафедры «Робототехника, мехатроника, динамика и прочность машин». НИУ «МЭИ» (111250, Москва, Российская Федерация, Красноказарменная ул., д. 14, e-mail: victor.p.chirkov@gmail.com).

НОВИКОВА Ольга Валерьевна — кандидат технических наук, доцент кафедры «Робототехника, мехатроника, динамика и прочность машин». НИУ «МЭИ» (111250, Москва, Российская Федерация, Красноказарменная ул., д. 14, e-mail: NovikovaOV@mpei.ru).

Information about the authors

RADIN Vladimir Pavlovich — Candidate of Science (Eng.), Professor, Department of Robotics, Mechatronics, Dynamics and Strength of Machines. National Research University — Moscow Power Engineering Institute (111250, Moscow, Russian Federation, Krasnokazarmennaya St., Bldg. 14, e-mail: radinvp@gmail.com).

POZNYAK Elena Viktorovna — Doctor of Science (Eng.), Professor, Department of Robotics, Mechatronics, Dynamics and Strength of Machines. National Research University — Moscow Power Engineering Institute (111250, Moscow, Russian Federation, Krasnokazarmennaya St., Bldg. 14, e-mail: elpoz@yandex.ru).

CHIRKOV Victor Petrovich — Doctor of Science (Eng.), Professor, Department of Robotics, Mechatronics, Dynamics and Strength of Machines. National Research University — Moscow Power Engineering Institute (111250, Moscow, Russian Federation, Krasnokazarmennaya St., Bldg. 14, e-mail: victor.p.chirkov@gmail.com).

NOVIKOVA Olga Valeryevna — Candidate of Sciences (Eng.), Associate Professor, Department of Robotics, Mechatronics, Dynamics and Strength of Machines. National Research University — Moscow Power Engineering Institute (111250, Moscow, Russian Federation, Krasnokazarmennaya St., Bldg. 14, e-mail: NovikovaOV@mpei.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Радин В.П., Позняк Е.В., Чирков В.П., Новикова О.В. Динамические характеристики и настройка виброизоляторов с билинейным гистерезисом. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2022, № 12, с. 14–23, doi: [10.18698/0536-1044-2022-12-14-23](https://doi.org/10.18698/0536-1044-2022-12-14-23)

Please cite this article in English as:

Radin V.P., Poznyak E.V., Chirkov V.P., Novikova O.V. Dynamic Characteristics and Adjustment of Vibration Isolators Using the Bilinear Hysteresis. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2022, no. 12, pp. 14–23, doi: [10.18698/0536-1044-2022-12-14-23](https://doi.org/10.18698/0536-1044-2022-12-14-23)