

УДК 629.33

## Анализ параметрических моделей магнитореологических демпфирующих устройств для колесной транспортной техники

**П.С. Калинин, В.А. Горелов, М.М. Жилейкин**

*Проведен анализ известных параметрических моделей, описывающих поведение магнитореологических демпфирующих устройств. Отмечены особенности, достоинства и недостатки представленных математических моделей. Обозначены направления дальнейших исследований с целью совершенствования математического описания поведения магнитореологических демпфирующих устройств.*

**Ключевые слова:** подвеска автомобиля, магнитореологический демпфер, параметрическая дифференциальная модель, параметрическая алгебраическая модель.

*The analysis of the given parametric models describing the performance of magnetorheological damping devices has been carried out. The peculiar properties, advantages and disadvantages of the given mathematical models have been highlighted. The further area of research has been outlined to develop the mathematical description of the magnetorheological damping devices performance.*

**Keywords:** car suspension, magnetorheological damper, parametric differential model, parametric algebraic model.

**М**агнитореологический демпфер (МРД) — одно из самых многообещающих полуактивных устройств, в настоящее время используемых в автомобилестроении. Основным элементом МРД является магнитореологическая (МР) жидкость, представляющая собой суспензию микрочастиц магнитных материалов, находящихся во взвешенном состоянии в рабочей жидкости.

Как правило, МРД состоит из гидравлического цилиндра, магнитной катушки и МР жидкости. В дополнение к возможности управления и простой конструкции у МРД есть много других преимуществ:

- низкое потребление мощности;
- создание высокой нагрузки, до 100 кПа;
- возможность устойчивого управления в широком диапазоне температур, от  $-40$  до  $+150$  °С;
- МР жидкость не токсична и не чувствительна к загрязнению.

Кроме того, без магнитного поля МРД может работать в безопасном режиме, т. е. как классический пассивный демпфер. Вследствие этих преимуществ МРД привлек к себе большой интерес разработчиков различных областей, таких как: автомобильная промышленность (подвеска, трансмиссия и сцепные устройства автомобиля); строительство



**КАЛИНИН**  
Павел Сергеевич  
аспирант



**ГОРЕЛОВ**  
Василий Александрович  
кандидат технических наук, доцент



**ЖИЛЕЙКИН**  
Михаил Михайлович  
кандидат технических наук, доцент  
кафедры «Колесные машины»  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

(сейсмоустойчивость зданий, контроль за вибрацией мостов); медицина (коленное протезирование) и т. д. [1].

Эффективное управление МРД главным образом зависит от понимания его нелинейного гистерезисного поведения под действием магнитного поля. Следовательно, нужно развивать алгоритмы управления, которые позволят максимально использовать уникальные характеристики МРД, а модели должны в достаточной мере описывать нелинейное поведение этих устройств.

Существующие модели могут быть классифицированы на две главные категории: параметрические и непараметрические [2]. Непараметрические модели способны описывать поведение МРД таким образом, при котором у параметров модели не обязательно должны быть конкретные физические значения. Примеры непараметрических моделей: полиномы Чебышева, нейронные сети и нейро-нечеткие системы. Обзор литературы показал, что, хотя непараметрические модели могут эффективно описывать поведение МРД, они чрезвычайно сложны и требуют большого набора экспериментальных данных для проверки адекватности модели.

Параметрические модели, напротив, наиболее удобны, так как их параметры обладают физическими значениями. Способ построения модели заключается в использовании механических элементов, описывающих каждое основное свойство среды, т. е.: упругий элемент (пружина) — упругость; поршень в цилиндре с вязкой жидкостью — вязкость; элемент с сухим трением — пластичность. Параметры этих механических элементов оцениваются при сравнении модели с экспериментальными данными.

Одной из самых ранних параметрических моделей была вязкопластичная модель Бингама, разработанная Р. Стенвеем совместно с другими учеными [3]. В этой модели фрикционный элемент расположен параллельно с гидравлическим элементом, обладающим линейной вязкостью. В работе [4] продемонстрировано, что, несмотря на то, что эта модель может приемлемо описать зависимость сила — пере-

мещение, она не может адекватно охватить наблюдаемые нелинейные сила—скорость характеристики.

Наиболее часто для моделирования гистерезисных систем используют модель Буса — Вена. В 1971 г. эта модель была впервые предложена Р. Бусом, а в 1976 г. обобщена Ю.К. Венном [12]. С тех пор ее называют моделью Буса — Вена. Эта совместная модель хорошо описывает зависимость сила — смещение в демпфере, в то же время модель обладает «сила—скорость» зависимостью, что наиболее близко к экспериментальным результатам.

В работе [16] предложена новая относительно простая алгебраическая модель, которая удобна для расчетов в контексте определения параметров и последующего применения в контроллере и конструкции. Другая алгебраическая модель была в работе [17], и они продемонстрировали, что алгебраическая модель может успешно описать нелинейные характеристики МРД.

К настоящему времени предложено много различных параметрических и непараметрических моделей, описывающих поведение МРД. Остановимся на некоторых из них более подробно.

## Параметрические дифференциальные модели

**Модель Бингама.** Вязкопластичную модель Бингама часто используют для описания поведение МР (и электрореологической) жидкости. Модель Бингама ведет себя как твердое тело, пока не превышен предел текучести  $\tau_y$ . В случае превышения значения  $\tau_y$  зависимость между напряжением и скоростью сдвига имеет линейный характер. Напряжение сдвига

$$\tau = \tau_y \operatorname{sgn}(\dot{\gamma}) + \eta \dot{\gamma}, \quad (1)$$

где  $\dot{\gamma}$  — скорость сдвига;  $\eta$  — вязкость жидкости.

Для описания поведения МРД, в 1985 г. предложена механическая модель, названная моделью Бингама [3]. Даная модель состоит из элемента с сухим трением, расположенного параллельно с цилиндром с вязкой жидкостью (рис. 1). В этой модели произведенная сила

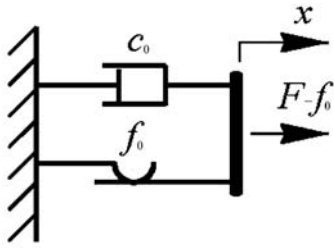


Рис. 1. Модель Бингама

$$F = f_c \operatorname{sgn}(\dot{x}) + c_0 \dot{x} + f_0, \quad (2)$$

где  $\dot{x}$  — смещение;  $c_0$  — коэффициент демпфирования;  $f_c$  — сила трения, зависящая от предела текучести;  $f_0$  — незначительное изменение силы вследствие присутствия в устройстве компенсационной камеры.

**Модель Буса — Вена.** Данная модель позволяет описать большое разнообразие гистерезисных форм, несмотря на свою простоту, чем и заслужила большое распространение в техническом сообществе. Модель Буса — Вена основана на нелинейном уравнении полного дифференциала, которое содержит переменную  $z$ , представляя (в случае системы демпфирования) гистерезисную силу восстановления, зависящую от переменной  $x$ . Схематическое изображение модели МРД Буса — Вена представлено на рис. 2.

Демпфирующая сила описывается уравнением

$$F = c_0 \dot{x} + k_0 x + \alpha z, \quad (3)$$

где  $z$  — эволюционная переменная (уравнение Буса — Вена),

$$\dot{z} = -\gamma z |\dot{x}| |z|^{n-1} - \nu \dot{x} |z|^n + A \dot{x}; \quad (4)$$

где  $x$  — смещение;  $c_0$  — коэффициент демпфирования;  $k_0$  — коэффициент жесткости пружи-

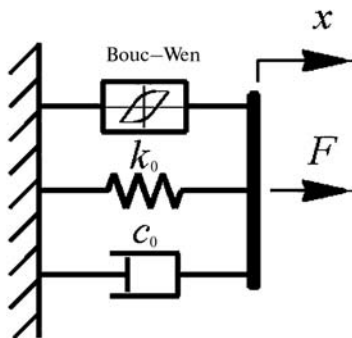


Рис. 2. Модель Буса—Вена

ны;  $\alpha$  — параметр, зависящий от напряжения. Параметры  $\gamma$ ,  $\nu$ ,  $A$  и  $n$  определяют форму и амплитуду петли гистерезиса.

Параметр  $A$  определяет амплитуду петли гистерезиса и ее наклон, что характеризует изменение жесткости (рис. 3). Увеличение параметра  $A$  приводит к увеличению петли гистерезиса, а, следовательно, к большим энергетическим потерям.

Зависимость петли гистерезиса от параметра  $\gamma$  представлена на рис. 4. Область петли увеличивается, если  $\gamma$  увеличивается от 0 до  $\gamma_0$  (находящегося в пределе 1—2, но в общем случае зависящего от других коэффициентов). Для значений  $\gamma > \gamma_0$ , энергия рассеивания уменьшается.

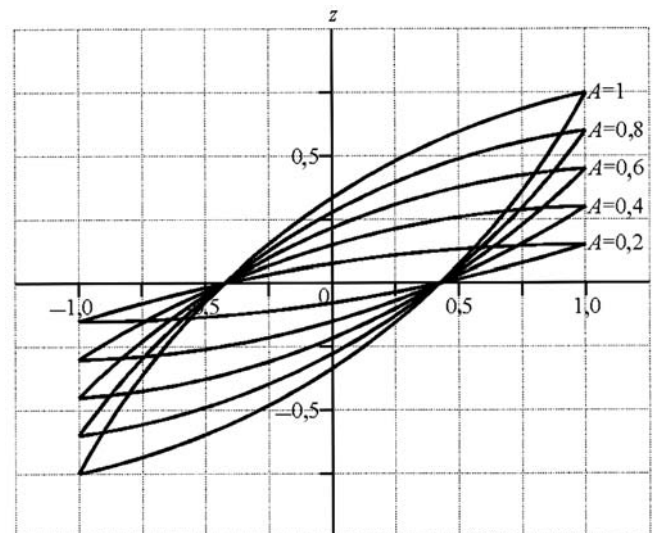


Рис. 3. Зависимость петли гистерезиса от параметра  $A$

Параметр  $\nu$  определяет форму петли гистерезиса (рис. 5):  $\nu \geq 0$  соответствует мягкому гистерезисному поведению;  $\nu < 0$  — жесткому гистерезисному поведению.

Существенное изменение петли гистерезиса происходит при небольших значениях параметра  $n$  (от 1 до 2), в то время как при больших значениях  $n > 2$  изменения незначительны (рис. 6).

Модель Буса — Вена описывает широкий диапазон гистерезисного поведения при соответствующем выборе коэффициентов уравнения. Для получения полной динамической модели уравнение Буса — Вена может быть объединено с дифференциальными уравнениями управления.



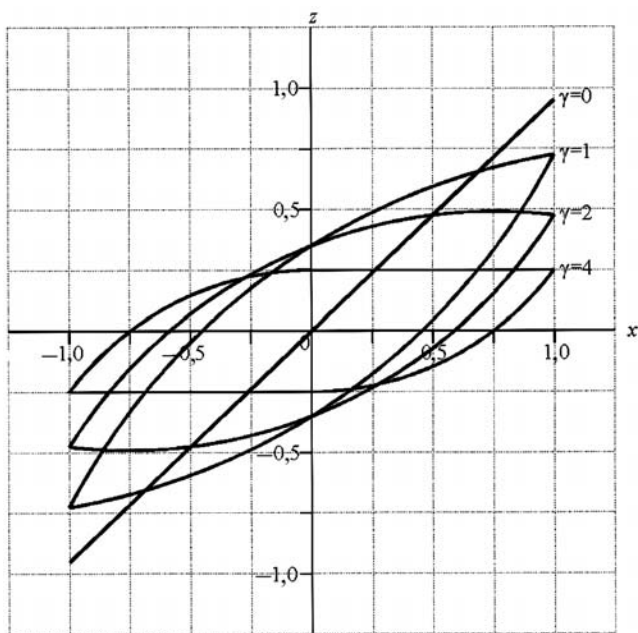


Рис. 4. Зависимость петли гистерезиса от параметра  $\gamma$

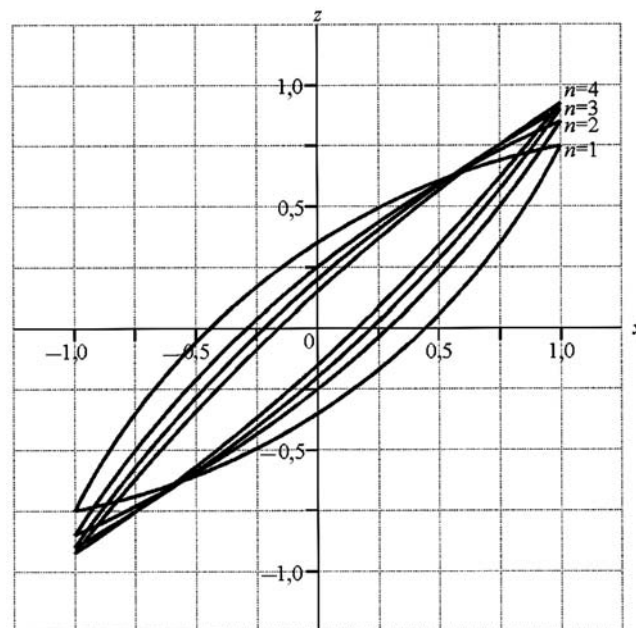


Рис. 6. Зависимость петли гистерезиса от параметра  $n$

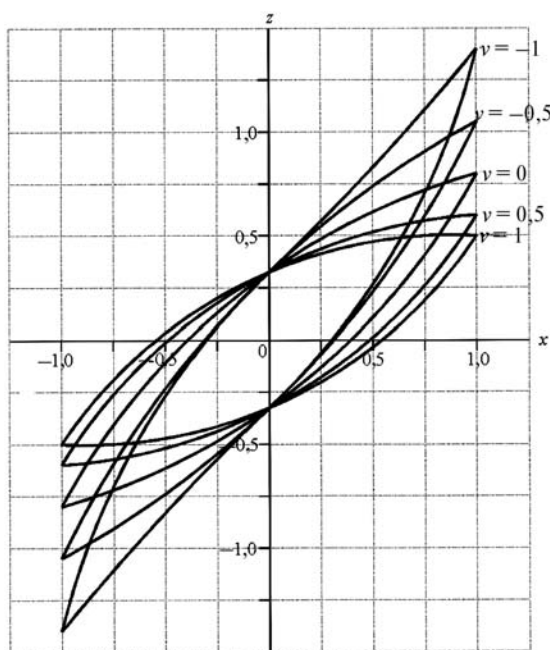


Рис. 5. Зависимость петли гистерезиса от параметра  $v$

Форма петли гистерезиса Буса — Вена зависит от четырех параметров  $\gamma$ ,  $v$ ,  $A$  и  $n$ , физический смысл которых был рассмотрен выше. Однако их идентификация не является прямой, как зависимость между  $z$  и набором этих четырех параметров, который имеет ярко выраженную нелинейность. Указанные параметры достаточно сложно определить аналитически, кроме того, диапазоны вариации параметров

различны. Можно идентифицировать параметры на основе метода наименьших квадратов но это не лучший выбор. Также можно использовать методы оптимизации черного ящика, основанные на методах искусственного интеллекта, таких как генетические алгоритмы.

Проблема поиска коэффициентов Буса — Вена может быть решена путем определения ряда параметров  $\gamma$ ,  $v$ ,  $A$  и  $n$  таким образом, чтобы модель Буса — Вена, представленная уравнением (4), описала петлю гистерезиса, которая является хорошей аппроксимацией экспериментальных данных, зная смещение  $x(t)$  и ряд взвешенных данных  $(x_i, z_i^*)_{i=1, \dots, n}$ , соответствующих полному циклу [19].

**Модифицированная модель Буса — Вена.** Чтобы устранить недостаток, присущий модели Буса — Вена (плохое описание поведения МРД в области, где у ускорения и скорости противоположные знаки, и малая величина скорости), Б.Ф. Спенсер и другие [4] предложил модифицированную модель Буса — Вена (рис. 7). Модифицированная модель Буса — Вена описывается уравнением

$$F = \alpha z + c_0(\dot{x} - \dot{y}) + k_0(x - y) + k_1(x - x_0), \quad (5)$$

где эволюционная переменная

$$\dot{z} = -\gamma|\dot{x} - \dot{y}|z|z|^{n-1} - \beta(\dot{x} - \dot{y})|z|^n + A(\dot{x} - \dot{y}). \quad (6)$$

Здесь

$$\dot{y} = \frac{1}{c_0 + c_1} (\alpha z + c_0 \dot{x} + k_0(x - y)), \quad (7)$$

В этой модели наличие в демпфере компенсационной камеры учитывается введением упругого элемента с коэффициентом жесткости  $k_1$ . Для описания поведения при больших скоростях введены коэффициенты демпфирования  $c_0$  и жесткости  $k_0$ ;  $c_1$  — коэффициент демпфирования при малых скоростях,  $x_0$  — начальное смещение упругого элемента  $k_1$ , связанное с наличием в МРД компенсационной камеры.

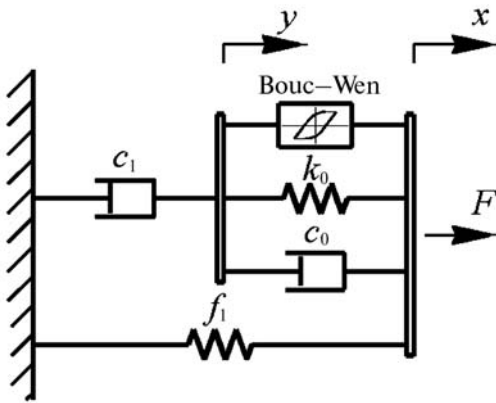


Рис. 7. Модифицированная модель Буса – Вена

**Модель Буса — Вена, зависящая от изменений магнитного поля.** В работе [4] предложено, что оптимальная системы управления МРД должна основываться на непрерывном изменении магнитного поля в ответ на изменения системы, в которой используется устройство. Для использования МРД таким образом необходимо создание модели, которая описывала бы поведение МРД под действием непрерывно изменяющегося магнитного поля.

Чтобы создать модель, учитывающую изменение магнитного поля, необходимо определить функциональную зависимость параметров от напряжения (или тока). Например, предел текучести МР жидкости зависит от напряженности магнитного поля, таким образом, параметр  $\alpha$  в уравнениях (5) и (7) является функцией напряжения. На основе полученных экспериментальных данных Спенсер и другие заключили,

что  $\alpha$ ,  $c_0$  и  $c_1$  линейно зависят от входного напряжения и предложили следующие отношения:

$$\alpha = \alpha(u) = \alpha_a + \alpha_b u; \quad (8)$$

$$c_0 = c_0(u) = c_{0a} + c_{0b} u; \quad (9)$$

$$c_1 = c_1(u) = c_{1a} + c_{1b} u, \quad (10)$$

Для описания динамики реологического равновесия МР жидкости, используется фильтр первого порядка:

$$\dot{u} = -\eta(u - V), \quad (11)$$

где  $\eta$  — параметр, отражающий время срабатывания МРД, большие значения  $\eta$  означают меньшее время срабатывания;  $V$  — входное напряжение фильтра. Для описания поведения МР демпфера необходимо определить 14 параметров ( $c_{0a}$ ,  $c_{0b}$ ,  $k_0$ ,  $c_{1a}$ ,  $c_{1b}$ ,  $k_1$ ,  $x_0$ ,  $\alpha_a$ ,  $\alpha_b$ ,  $\gamma$ ,  $\beta$ ,  $n$ ,  $\eta$  и  $A$ ).

**Модифицированная модель Даля.** В работе [14] предложена простая и более эффективная версия модели Даля (рис. 8). В данной модели, чтобы не определять большое число параметров, за основу взята модель Даля. Кроме того, модифицированная модель Даля хорошо описывает поведение в области низких скоростей. В модели Даля силу, создаваемую МРД, рассчитывают по уравнению

$$F = k_0 x + C_0 \dot{x} + F_d z - f_0, \quad (12)$$

где  $F_d$  — кулоновская сила, смодулированная магнитным полем;  $z$  — безразмерная гистерезисная переменная,

$$\dot{z} = \sigma \dot{x} (1 - z \operatorname{sgn}(\dot{x})). \quad (13)$$

Здесь параметр  $\sigma$  определяет форму петли гистерезиса.

Для того чтобы модифицированная модель Даля учитывала изменения магнитного поля, необходимо определить зависимости между параметрами модели и приложенного магнитного поля:

$$C_0 = C_{0s} + C_{0d} u; \quad (14)$$

$$F_d = F_{ds} + F_{dd} u, \quad (15)$$

где  $C_{0s}$  и  $F_{ds}$  — коэффициент демпфирования и сила трения при 0 В;  $u$  — переменная, определяющая зависимость функции параметров от приложенного напряжения  $V$ . Отношение между  $u$  и  $V$  было описано Б.Ф. Спенсером с помощью фильтра первого порядка  $\dot{u} = -\eta(u - V)$ . В об-

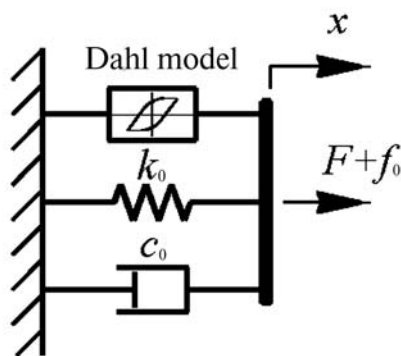


Рис. 8. Модифицированная модель Даля

щей сложности модель включает восемь параметров ( $C_{0s}, C_{0d}, F_{ds}, F_{dd}, K_0, \sigma, f_0$  и  $\eta$ ), определяемых с помощью экспериментальных данных.

**Модифицированная модель ЛуГри.** Использование модели ЛуГри для описания динамики МРД было впервые озвучено на 15-м Мировом конгрессе IFAC, где Р. Джименес и другие представили модифицированную фрикционную модель ЛуГри для описания динамики МРД [20], которая является усовершенствованной фрикционной моделью, предложенной П.Р. Далем. Эту модель широко применяют в областях, связанных с трением. Математическая простота и высокая точность делают модифицированную фрикционную модель ЛуГри хорошим инструментом для решения проблем моделирования и контроля. Модель описывается следующими уравнениями:

$$F = f_0 + \beta z + \gamma \dot{x} + \delta x + \varepsilon \dot{z}; \tag{16}$$

$$\dot{z} = \dot{x} + \alpha |\dot{x}| z, \tag{17}$$

где  $\alpha, \beta, \gamma$  и  $\varepsilon$  — параметры жесткости и демпфирования, которые могут изменяться в зависимости от приложенного тока;  $z$  — параметр, связанный с деформацией МР жидкости.

### Параметрические алгебраические модели

**Модель Квока.** Н.М. Квок [16] предложил модель, в которой для описания гистерезиса и линейных функций (вязкость и жесткость) используется гиперболическая функция тангенса. Модель описывается следующими уравнениями:

$$F = c\dot{x} + kx + \alpha z + f_0; \tag{18}$$

$$z = \tanh[\beta \dot{x} + \delta \operatorname{sgn}(x)], \tag{19}$$

где  $\alpha$  — коэффициент гистерезиса;  $z$  — гистерезисная переменная.

Квок [16] показал, что модель содержит только простую гиперболическую функцию тангенса, что упрощает вычисление и определение необходимых параметров и последующее применение модели в управлении. Влияние каждого из параметров на поведение модели Квока представлено на рис. 9.

**Модель Гуо и Ху.** Для описания поведения МРД Д. Гуо и Х. Ху [17] предложили другую достаточно простую алгебраическую модель. Модель описывается уравнением

$$F = f_0 + c_b \dot{x} + \frac{2}{\pi} f_y \arctan(k[\dot{x} + \dot{x}_0 \operatorname{sgn}(\dot{x})]), \tag{20}$$

где  $c_b$  — коэффициент демпфирования за счет вязкого трения;  $f_y$  — сила текучести;  $k$  — коэффициент формы;  $\dot{x}_0$  — гистерезисная скорость.

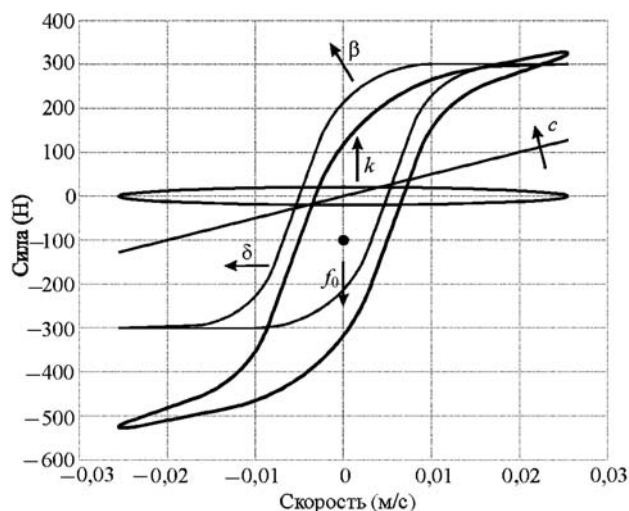


Рис. 9. Влияние параметров модели Квока на петлю гистерезиса

### Выводы

Эффективное управление МРД главным образом зависит от понимания его нелинейного гистерезисного поведения под действием магнитного поля. Поэтому алгоритмы управления, которые максимально использовали бы преимущества уникальных особенностей МРД, должны быть построены на основе математических моделей, описывающих нелинейное поведение этих устройств.



В настоящее время существует несколько параметрических моделей, описывающих нелинейное гистерезисное поведение МРД, некоторые из них имеют дифференциальную форму, другие алгебраическую. Параметрические модели, основанные на полном дифференциале, наиболее сложны, используют большое число параметров, необходимых для решения проблем дивергенции. В свою очередь определение этих параметров требует большого объема вычислений, что также усложняет модель. Однако более простые параметрические алгебраические модели могут более точно описать нелинейное гистерезисное поведение МРД, а параметрические дифференциальные модели, требующие большого объема вычислений, не обладают заметными преимуществами перед алгебраическими.

Все из описанных выше моделей обладают существенным недостатком — они описывают поведение МРД, но не описывают протекающие внутри устройства гидродинамические и электромагнитные процессы. И как следствие, невозможно оценить влияние этих процессов на общее поведение устройства. В дальнейшей работе на основе проведенного анализа будет предложена модель, описывающая поведение МРД, а также учитывающая протекание внутренних процессов. Целью разработки данной модели является исследование ряда эксплуатационных свойств колесной транспортной техники на стадии проектирования. На данном этапе наибольший интерес представляет исследование систем поддрессирования с амортизаторами на основе МР жидкости, а также возможность использования демпферов с МР жидкостью в конструкциях сцепных устройств автопоездов различного назначения для улучшения тягово-динамических свойств.

## Литература

1. Claudio C., Donha D. Discrete-time dynamic model of a magneto-rheological damper for semi-active control design. ABCM Symposium Series in Mechatronics. 2008. Vol. 3. P. 27–36.

2. Sahin I., Engin T., Cesmeci S. Comparison of some existing parametric models for magnetorheological fluid dampers // Smart Materials and Structures. 2010. Vol. 19.

3. Stanway R., Sproston J.L. and Stevens N.G. Non-linear modeling of an electrorheological vibration damper // J. Electrosta. 1987. Vol. 20. P. 167–184.

4. Spencer B., Dyke S., Sain M., Carlson J. Phenomenological model of a magnetorheological damper // ASCE Journal of Engineering Mechanics. 1996. Vol. 123. P. 230–238.

5. Gamota D.R., Filisko F.E. Dynamic mechanical studies of electrorheological materials: moderate frequencies // J. Rheol. 1991. Vol. 35. P. 399–425.

6. Wereley N.M., Pang L., Kamath G.M. Idealized hysteresis modeling of electrorheological and magnetorheological dampers // J. Intell. Mater. Syst. Struct. 1998. Vol. 9. P. 642–649.

7. Kamath G.M., Wereley N.M. A nonlinear viscoelastic-plastic model for electrorheological fluids // Smart Mater. Struct. 1997. Vol. 6. P. 351–359.

8. Wilson C.M. D., Abdullah M. Structural vibration reduction using fuzzy control of magnetorheological dampers // ASCE Structures Congr. (New York). 2005.

9. Li W.H., Yao G.Z., Chen G., Yeo S.H., Yap F.F. Testing and modeling of a linear MR damper under sinusoidal loading, Smart Mater // Struct. 2000. Vol. 9. P. 95–102.

10. Choi S. B., Lee S. K., Park Y. P. A hysteresis model for the field-dependent damping force of a magnetorheological damper // J. Sound Vib. 2001. Vol. 245. P. 375–383.

11. Gavin H., Hoagg J., Dobossy M. Optimal design of MR dampers, Japan Workshop on Smart Structures For Improved Seismic Performance in Urban Regions (Seattle), 2001. P. 225–236.

12. Wen Y.K. Method of random vibration of hysteretic systems // ASCE J. Eng. Mech. Div. 1976. Vol. 102. P. 249–263.

13. Domingez A., Sedaghati R. and Stiharu I. A new dynamic hysteresis model for magnetorheological dampers // Smart Mater. Struct. 2006. Vol. 15. P. 1179–1189.

14. Zhou Q., Nielsen S., Qu W. Semi-active control of three-dimensional vibrations of an inclined sag cable with magnetorheological dampers // Journal of Sound and Vibration. 2006. Vol. 296. P. 1–22.

15. Dahl P. Solid friction damping of mechanical vibrations // AIAA J. 1976. Vol. 14. P. 1675–1682.

16. Kwok N., Ha Q., Nguyen T., Li J., Samali B. A novel hysteretic model for magnetorheological fluid dampers and parameter identification using particle swarm optimization // Sensors and Actuators A: Physical. 2006. Vol. 132. P. 441–451.

17. Guo D., Hu H. Nonlinear-stiffness of a magnetorheological fluid damper // Nonlinear Dynamics. 2005. Vol. 40. P. 241–249.

18. Gavin H.P. Multi-duct ER dampers J. Intell. Mater. Syst. Struct. 2001. Vol. 12. P. 353–366.

19. Emanuele G., Tudor S., Charles S., Gheorghe G., Marius G. Semi-active Suspension Control, Springer-Verlag London Limited // 2008, 294 p.

20. Jimenez R., Alvarez-Icaza L. LuGre friction model for a magnetorheological damper, Structural Control and Health Monitoring. 2005. Vol. 12. P. 91–116.

Статья поступила в редакцию 28.11.2011