### Авиационная и ракетно-космическая техника

УДК 536.2.083

doi: 10.18698/0536-1044-2024-01-101-109

# Определение эффективной тепловой проводимости тепловых аккумуляторов методами параметрической идентификации

Н.О. Борщев

ФГБУН «Объединенный институт высоких температур РАН»

## Determination of the thermal battery effective thermal conductivity by the parametric identification methods

N.O. Borshchev

Federal State Budgetary Scientific Institution Joint Institute for High Temperatures of the Russian Academy of Sciences

Предложен метод параметрической идентификации эффективного коэффициента теплопроводности как функции температуры теплового аккумулятора в виде элемента обеспечения системы теплового режима. Это устройство работает по принципу плавление — кристаллизация при циклической тепловой нагрузке, что характерно для приборно-агрегатного оборудования, функционирующего в составе космического аппарата на орбитах Земли. Рассмотрен тепловой режим исследуемого аккумулятора в атмосферных условиях, т. е. при лучисто-конвективном тепловом воздействии. Оценка теплового режима такого устройства затруднена вследствие неопределенности нахождения его тепловой межслоевой проводимости на участке плавления кристаллизация, так как этот процесс может сопровождаться термогравитационной конвекцией. Определение эффективной тепловой проводимости исследуемого устройства является одной из важнейших задач проектирования системы теплового режима. Для идентификации эффективного коэффициента теплопроводности плавящегося вещества как функции температуры решена задача поиска минимума среднеквадратичной ошибки между теоретическим и экспериментальным температурными полями в местах установки датчиков температур. В качестве численного метода оптимизации выбран метод сопряженных направлений как наиболее точный метод первого порядка сходимости.

**Ключевые слова:** фазовый переход, система обеспечения теплового режима, метод сопряженных направлений, метод итерационной регуляризации

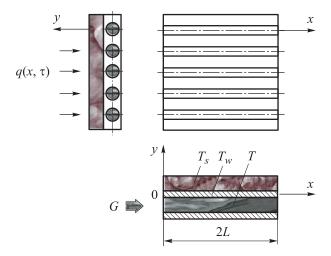
The paper proposes a method for parametric identification of the effective thermal conductivity coefficient as a function of the thermal accumulator temperature in the form of an element supporting the thermal regime system. This device operates on the melting — crystallization principle under the cyclic thermal load, which is typical for instrumentation equipment operating in the spacecraft system in the Earth orbits. Thermal regime of the battery under study is considered in the atmospheric conditions, i.e. under the radiant-

convective thermal action. Assessing thermal regime of such a device is rather difficult due to uncertainty in its thermal interlayer conductivity position in the melting — crystallization section, since this process could be accompanied by the thermo-gravitational convection. The task of determining effective thermal conductivity of the device under study is one of the most important in designing a thermal system. To identify the effective thermal conductivity coefficient of the melting substance as a function of temperature, the problem of finding the minimum root-mean-square error between the theoretical and experimental temperature fields at the temperature sensors installation points was solved. The conjugate direction method was chosen as the numerical optimization method being the most accurate technique in the first order convergence.

**Keywords:** phase transition, thermal regime support system, conjugate directions method, iterative regularization method

При проектировании систем обеспечения теплового режима все чаще применяют устройства, работающие по принципам фазового перехода, так как в этом случае возрастает количество потенциально возможной отводимой теплоты от приборно-агрегатного оборудования. Одним из таких элементов системы обеспечения теплового режима является тепловой аккумулятор (ТА), функционирующий по принципу плавление — кристаллизация.

Существенный вклад в развитие теории проектирования теплового режима космических аппаратов с использованием ТА внесли Р.М. Копяткевич, такие ученые, как В.А. Алексеев, О.М. Алифанов и А.В. Ненарокомов. Обычно ТА устанавливают на выносные радиаторы-конденсаторы для минимизации его площади и в качестве предохранителя от вывода из эксплуатации одной из аксиальных тепловых труб (вследствие пересыхания их капиллярно-пористой структуры), которые перераспределяют теплоту по поверхности радиатора [1-3].



Puc. 1. Принципиальная тепловая расчетная схема TA

Цель работы — определение эффективной тепловой удельной проводимости ТА на основе экспериментальных температурных измерений.

**Тепловая физико-математическая модель ТА.** Рассмотрим ТА в виде набора параллельных тепловых трубок, по которым движется теплоноситель, и они контактируют с плавящимся веществом. Принципиальная тепловая расчетная схема ТА приведена на рис. 1.

При идентификации коэффициента теплоотдачи от поверхности корпуса ТА к теплоносителю сначала необходимо решить прямую задачу теплового режима изделия.

Тепловые физико-математические модели устройства имеют следующий вид [4, 5]:

для ТА

$$\frac{\partial T_{s}\left(y,\tau\right)}{\partial \tau} = \frac{1}{C_{s}\left[T_{s}\left(y,\tau\right)\right]\rho_{\text{тв}}} \times \\ \times \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \left[T_{s}\left(y,\tau\right)\right] \frac{\partial T_{s}\left(y,\tau\right)}{\partial y}\right) + \frac{q}{C_{s}\left[T\left(y,\tau\right)\right]\rho_{\text{тв}}}; \\ T\left(y,0\right) = T_{\text{ср}}; \\ \lambda\left(T\right) \frac{\partial T_{s}\left(0,\tau\right)}{\partial y} = q_{\text{пад}}\left(\tau\right) + \varepsilon \left[T_{s}\left(0,\tau\right)\right] \times \\ \times \sigma \left[T_{s}\left(0,\tau\right)^{4} - T_{\text{ср}}^{4}\right] - \alpha_{\kappa} \left[T_{s}\left(0,\tau\right) - T_{\text{ср}}\right]; \\ \lambda\left(T_{s}\right) \frac{\partial T_{s}\left(l_{y},\tau\right)}{\partial y} = \frac{\lambda_{w}}{\delta} \left[T_{w}\left(\tau\right) - T\left(l_{y},\tau\right)\right]; \\ q = \begin{cases} 0 & \text{при } T_{s}\left(y,\tau\right) < T_{\text{пл}}; \\ r_{\text{пл}} & \text{при } T_{s}\left(y,\tau\right) \ge T_{\text{пл}}; \end{cases}$$

• для стенки тепловой трубы (далее стенка)

$$\frac{C_{w}\delta}{4}\frac{\partial T_{w}(\tau)}{\partial \tau} = \frac{\lambda_{w}}{\delta} [T(l_{y},\tau) - T_{w}(\tau)] + \alpha_{s}[T(\tau) - T_{w}(\tau)]; T_{w}(0) = T_{cp};$$

• для теплоносителя

$$C_{f} \frac{\partial T_{f}(\tau)}{\partial \tau} = C_{f} G \frac{\partial T_{f}(x,\tau)}{\partial x} + \frac{4\alpha_{9}}{d} [T_{w}(\tau) - T(\tau)];$$

$$T_{f}(0) = T_{cp},$$

где  $T_s$ ,  $T_{cp}$   $T_w$  и  $T_f$  — температура теплоаккумулирующего вещества (ТАВ), внешней среды, стенки и теплоносителя, К; у, х — координаты в декартовом пространстве, м; т — время, с;  $C_s$  — удельная теплоемкость ТАВ, Дж/(кг·К);  $\rho_{\scriptscriptstyle TB}$  и  $\rho_{\scriptscriptstyle M}$  — плотность твердой и жидкой фазы вещества в ТА, кг/м³;  $\lambda$  и  $\lambda_w$  — коэффициент теплопроводности ТАВ и стенки, Вт/(м·К);  $q_{\text{пад}}$  — падающий удельный тепловой поток, Вт/м $^2$ ; T — расчетная температура, K;  $\epsilon$  — степень черноты поверхности ТА;  $\sigma$  — постоянная Стефана — Больцмана,  $B_T/(M^2 \cdot K^4)$ ;  $\alpha_{\kappa}$  коэффициент свободной конвективной теплоотдачи газа к стенке,  $BT/(M^2 \cdot K^4)$ ;  $l_v$  — конечная расчетная длина вдоль оси y, м;  $\delta$  — толщина стенки, м; q — подводимый тепловой поток, Вт/м²;  $T_{пл}$  — температура плавления ТАВ;  $r_{пл}$  скрытая теплота плавления;  $C_w$  и  $C_f$  — массовая теплоемкость стенки и теплоносителя, Дж/К; а, — коэффициент теплоотдачи от внутренней поверхности тепловой трубы к теплоносителю, Дж/(кг·К); G — объемный расход,  $m^3/c$ ; d — диаметр тепловой трубы, м.

Для определения коэффициента свободной конвективной теплоотдачи газа к стенке воспользуемся критериальным соотношением [4, 5]

$$Nu = 0.348 \left( \frac{g\beta \Delta T l^3}{v^2} Pr \right)^{\frac{1}{4}},$$

где Nu — число Нуссельта; g — ускорение свободного падения, м/с²;  $\beta$  — коэффициент линейного расширения, 1/К;  $\Delta T$  — разница температур; l — характерный размер, вдоль которого происходит движение воздушной среды, м;  $\nu$  — кинематическая вязкость,  $\Pi a \cdot c$ ; Pr — число Прандтля.

Из этой формулы получаем аналитическое выражение для коэффициента свободной конвективной теплоотдачи газа к внешней стенке ТА

$$\alpha_{\kappa}(T_s) = \frac{0.348 \left(\frac{g\beta\Delta T l^3}{v^2} Pr\right)^{\frac{1}{4}} \lambda_{\rm B}}{l},$$

где  $\lambda_{\rm B}$  — теплопроводность воздуха,  ${\rm Br}/({\rm M}\cdot{\rm K})$ .

Число Нуссельта для течения теплоносителя в тепловых трубах, отводящих тепловую энергию от ТА, определяется из соотношения для ламинарного режима течения

Nu = 0,021Re<sup>0,8</sup>Pr<sup>0,3</sup>
$$\left(\frac{Pr}{Pr_{cr}}\right)^{0,2}$$
;

где Re — число Рейнольдса;  $Pr_{ct}$  — число Прандтля у стенки;  $\nu$  — скорость течения, м/с;

Тогда выражение для определения коэффициента теплоотдачи от внутренней стенки трубы к теплоносителю принимает вид

$$\alpha_{9} = \frac{0.021 \left(\frac{vd}{v}\right)^{0.8} Pr^{0.43} \left(\frac{Pr}{Pr_{cT}}\right)^{0.2} \lambda_{B}}{1}.$$

Эту систему уравнений решают численно при линеаризации лучисто-конвективного теплового потока относительно температуры, взятой с предыдущего временного слоя. Частное дифференциальное уравнение для плавящегося вещества решают конечно-разностным методом неявной схемы путем решения линейных уравнений, получаемых при линеаризации лучисто-конвективного теплового потока.

Для решения обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих изменение среднеобъемной температуры стенки и теплоносителя, используют метод Рунге — Кутта четвертого порядка точности [4, 5].

Если 
$$T_s=T_{\rm пл}$$
 , то 
$$\frac{\partial T_s\left(y, au
ight)}{\partial au}=0,$$

и имеет место фазовый переход.

Тогда уравнение для ТАВ принимает вид

$$\begin{split} &\frac{\partial Q}{\partial \tau} = & \left\{ \frac{\lambda_{\scriptscriptstyle w}}{\delta} \left[ T_{\scriptscriptstyle w} \left( \tau \right) - T_{\scriptscriptstyle \Pi \Pi} \right] + q_{\scriptscriptstyle \Pi \text{A} \Pi} \left( \tau \right) + \right. \\ & + \left. \epsilon \left( T_{\scriptscriptstyle \Pi \Pi} \right) \sigma (T_{\scriptscriptstyle \Pi \Pi}^4 - T_{\scriptscriptstyle \text{cp}}^4 - \alpha_{\scriptscriptstyle \text{K}} \left( T_{\scriptscriptstyle \Pi \Pi} - T_{\scriptscriptstyle \text{cp}} \right) \right\} F. \end{split}$$

Здесь Q — количество теплоты накапливаемой тепловой энергии теплоаккумулирующим веществом, Вт; F — площадь контакта теплоносителя с TAB,

$$F = 2L\pi d_2 n$$

где  $d_2$  — внешний диаметр тепловой трубы; L — длина тепловой трубы, м; n — число тепловых труб.

В зависимости от соотношения температур ТАВ  $T_s$  и плавления  $T_{\text{пл}}$  имеем различные начальные условия:

- при  $T_s < T_{пл}$   $Q = Q_0$ ;
- при  $T_s > T_{\text{пл}}$   $Q = Q_{\text{пл}} = m_s r_{\text{пл}}$ ,

где  $m_s$  — масса плавящегося вещества, кг.

Используя схему Эйлера, получаем выражение для количества теплоты

$$\begin{split} Q &= Q_0 + \left\{ \frac{\lambda_{\scriptscriptstyle W}}{\delta} \left[ T_{\scriptscriptstyle W} \left( \tau \right) - T_{\scriptscriptstyle \Pi \Pi} \right] + q_{\scriptscriptstyle \Pi \Pi \Pi} \left( \tau \right) + \right. \\ &+ \left. \epsilon \left( T_{\scriptscriptstyle \Pi \Pi} \right) \sigma (T_{\scriptscriptstyle \Pi \Pi}^4 - T_{\rm cp}^4 - \alpha_{\scriptscriptstyle K} \left( T_{\scriptscriptstyle \Pi \Pi} - T_{\rm cp} \right) \right\} F \tau. \end{split}$$

В зависимости от значения температуры ТАВ принимаем следующие параметры:

- при  $T_s < T_{\text{пл}} \lambda_{\text{тв}}$  и  $C_{p \text{ тв}};$  при  $T_s > T_{\text{пл}} \lambda_{\text{ж}}$  и  $C_{p \text{ ж}};$
- при  $T_s = T_{\pi\pi} \lambda_{\mathfrak{I}}$  и  $C_{p\mathfrak{I}}$ .

Здесь  $\lambda_{\text{тв}}$ ,  $\lambda_{\text{ж}}$ ,  $\lambda_{\text{9}}$  и  $C_{p\,\text{тв}}$ ,  $C_{p\,\text{ж}}$ ,  $C_{p\,\text{9}}$  — коэффициенты теплопроводности и изобарные теплоемкости для твердой, жидкой фазы и фазы на линии насыщения соответственно,

$$\begin{split} \lambda_{\scriptscriptstyle 9} &= \lambda_{\scriptscriptstyle \mathrm{K}} \, \frac{Q}{Q_{\scriptscriptstyle \Pi \Pi}} + \left(1 - \frac{Q}{Q_{\scriptscriptstyle \Pi \Pi}}\right) \lambda_{\scriptscriptstyle \mathrm{TB}}; \\ C_{p_{\scriptscriptstyle 9}} &= C_{p_{\scriptscriptstyle 7K}} \, \frac{Q}{Q_{\scriptscriptstyle \Pi \Pi}} + \left(1 - \frac{Q}{Q_{\scriptscriptstyle \Pi \Pi}}\right) C_{p_{\scriptscriptstyle 7K}}. \end{split}$$

При плавлении ТАВ в ТА остается нерешенным вопрос о термическом межслоевом контакте, который может сопровождаться термогравитационной конвекцией в жидкой фазе. Поэтому далее будем рассматривать эффективный коэффициент теплопроводности, восстановление которого является актуальной задачей.

Представим зависимость коэффициента эффективной теплопроводности ТАВ в ТА как функцию ее температуры при аппроксимации линейно-непрерывными базисными функциями в следующем виде [6-9]:

$$\lambda(T) \approx \sum_{m=1}^{M} \lambda_p N_m(T),$$

где  $\lambda_p$  — параметризированный коэффициент теплопроводности;

$$N_m\left(T
ight) = egin{cases} 0 & \mathrm{при} \; T < T_{m-1}; \ \dfrac{T - T_{m-1}}{T_m - T_{m-1}} \; \mathrm{при} \; T_{m-1} \le T \le T_m; \ \dfrac{T_{m+1} - T}{T_{m+1} - T_m} \; \mathrm{при} \; T_{m-1} \le T \le T_m; \ 0 & \mathrm{при} \; T > T_m, \; m = \overline{1, M}. \end{cases}$$

Рассмотрим восстановление эффективного коэффициента теплопроводности (с начала эффекта термической реакции плавления) на основе среднеквадратичного функционала невязки между теоретическим и экспериментальным полями температур ТА

$$S(\lambda_p) = \frac{1}{2} \int_{0}^{\tau_{\text{max}}} \sum_{i=1}^{M} \left[ T(\lambda_p) - \tilde{T}(\overline{y}, \overline{\tau}) \right]^2 d\tau,$$

где  $au_{max}$  — максимальное расчетное время;  $T(\overline{y},\overline{\tau})$  — температура ТА, измеренная в месте установки температурного датчика (далее датчик), К.

Чтобы достичь требуемой сходимости за минимальное число итераций, использован метод безусловной минимизации функционала  $S(\lambda_p)$  с применением метода сопряженных градиентов как наиболее точного метода первого порядка.

Последовательный алгоритм метода сопряженных градиентов можно представить в следующем виде [5–8]:

$$\lambda^{n+1} = \lambda^n + \Delta \lambda^{n+1},$$

где 
$$\Delta \lambda^{n+1} = -\beta_n p^{(n)}$$
.

Направление спуска в методе сопряженных направлений определяется из следующих выражений:

$$\mathbf{p}^{n} = \operatorname{grad} S(\boldsymbol{\lambda}^{n}) + \beta_{n} \mathbf{p}^{n-1};$$

$$\beta_{0} = 0; \quad p^{(0)} = \operatorname{grad} S(\boldsymbol{\lambda}^{(0)});$$

$$\beta_{n} = \frac{\left| \operatorname{grad} S(\boldsymbol{\lambda}^{(n)}) \right|^{2}}{\left| \operatorname{grad} S(\boldsymbol{\lambda}^{(n-1)}) \right|^{2}}.$$

Критерием останова итерационного процесса является выражение

$$\left|\operatorname{grad} S(\lambda^{(0)})\right| = \sqrt{\left\{\sum_{m=1}^{M} \left[\frac{\partial S(\lambda^{(n)})}{\partial \lambda_{p}}\right]^{2}\right\}} \leq \delta_{\operatorname{sum}}.$$

Здесь  $\delta_{\text{sum}}$  — погрешность входных данных, вычисленная в той же метрике, что и целевой функционал,

$$\delta_{\text{sum}} = \delta_a + \delta_f + \delta_{\text{okp}}$$

где  $\delta_a$  — накапливаемая погрешность измерений;  $\delta_f$  — погрешность входной температуры ТА;  $\delta_{\text{окр}}$  — погрешность округления.

Погрешность входной температуры определяется выражением

$$\delta_f = \int_0^{\tau_{\text{max}}} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \delta_L(\tau) d\tau,$$

где  $\delta_L$  — систематическая погрешность.

Градиент целевого функционала принимает вид

$$S(\lambda_p) = \frac{1}{2} \int_{0}^{\tau_{\text{max}}} \sum_{i=1}^{M} \left[ T_s(\lambda_p) - \tilde{T}(\overline{y}, \overline{\tau}) \right] \frac{\partial T(\lambda_p)}{\partial \lambda_p} d\tau.$$

Одной из задач при использовании градиентных методов оптимизации является поиск компоненты градиента целевого функционала  $\partial T(\lambda_p)/\partial \lambda_p$ , для чего достаточно продифференцировать постановку прямой задачи теплообмена по параметризированному коэффициенту теплопроводности [10–12].

Приведем сопряженную постановку задачи к искомой постановке задачи теплообмена внутри ТА:

для ТА

$$\frac{\partial^{2}T_{s}(y,\tau)}{\partial\tau\partial\lambda_{p}} = \frac{1}{C_{s}\left[T_{s}(y,\tau)\right]\rho_{TB}} \times \frac{\partial}{\partial y}\left[\lambda\left[T_{s}(y,\tau)\right]\frac{\partial^{2}T_{s}(y,\tau)}{\partial y\partial\lambda_{p}} + \sum_{i=1}^{m}N_{m}\frac{\partial T_{s}(y,\tau)}{\partial y}\right];$$

$$\frac{\partial T_{s}}{\partial\lambda_{p}}(y,0) = 0;$$

$$\lambda(T)\frac{\partial^{2}T_{s}(0,\tau)}{\partial y\partial\lambda_{p}} + \sum_{i=1}^{m}N_{m}\frac{\partial T_{s}(0,\tau)}{\partial y} =$$

$$= -4\varepsilon T_{s}(0,\tau)\sigma T_{s}(0,\tau)^{3} - \left[T_{s}(0,\tau) - T_{cp}\right] \times \frac{\partial\alpha_{\kappa}}{\partial T}\frac{\partial T_{s}}{\partial\lambda_{p}} - \alpha_{\kappa}\frac{\partial T_{s}(y,\tau)}{\partial\lambda_{p}};$$

$$\lambda(T)\frac{\partial^{2}T_{s}(l_{y},\tau)}{\partial y\partial\lambda_{p}} + \sum_{i=1}^{m}N_{m}\frac{\partial T_{s}(l_{y},\tau)}{\partial y} =$$

$$= \frac{\lambda_{w}}{\delta}\left(\frac{\partial T_{w}(\tau)}{\partial\lambda_{s}} - \frac{\partial T_{s}(l_{y},\tau)}{\partial\lambda_{s}}\right);$$

• для стенки

$$\frac{C_{w}\delta}{4} \frac{\partial^{2}T_{w}(l_{y},\tau)}{\partial \tau \partial \lambda_{p}} = \frac{\lambda_{w}}{\delta} \left[ \frac{\partial^{2}T_{s}(l_{y},\tau)}{\partial y \partial \lambda_{p}} - \frac{\partial T_{w}(\tau)}{\partial \lambda_{p}} \right] + \\
+ \alpha_{s} \left[ \frac{\partial T(\tau)}{\partial \lambda_{p}} - \frac{\partial T_{w}(\tau)}{\partial \lambda_{p}} \right] + \left[ T(\tau) - T_{w}(\tau) \right] \frac{\partial \alpha_{\kappa}}{\partial T} \frac{\partial T_{s}}{\partial \lambda_{p}}; \\
\frac{\partial T_{w}(0)}{\partial \lambda_{p}} = 0;$$

• для теплоносителя

$$C_{f} \frac{\partial^{2} T_{f}(\tau)}{\partial \tau \partial \lambda_{p}} = C_{f} G \frac{\partial T_{f}(x, \tau)}{\partial x} + \frac{4\alpha_{s}}{d} \times$$

$$\times \left(\frac{\partial T_{w}(\tau)}{\partial \lambda_{p}} - \frac{\partial T(\tau)}{\partial \lambda_{p}}\right) + \frac{4}{d} \left[T_{w}(\tau) - T(\tau)\right] \frac{\partial \alpha_{s}}{\partial T} \frac{\partial T_{s}}{\partial \lambda_{p}};$$

$$\frac{\partial T_{f}(0)}{\partial \lambda_{p}} = 0.$$

Тогда на участке плавления производные теплофизических характеристик по параметризированному коэффициенту теплопроводности принимают следующий вид:

$$\begin{split} &\frac{\partial \lambda_{\scriptscriptstyle 9}}{\partial \lambda_{\scriptscriptstyle p}} = \sum_{i=1}^m N_m \frac{Q}{Q_{\scriptscriptstyle \Pi\Pi}} + \frac{\partial \left(Q/Q_{\scriptscriptstyle \Pi\Pi}\right)}{\partial \lambda_{\scriptscriptstyle p}} \left(\lambda_{\scriptscriptstyle \mathbb{K}} + 1 - \lambda_{\scriptscriptstyle \text{TB}}\right); \\ &\frac{\partial C_{p\,\scriptscriptstyle 9}}{\partial \lambda_{\scriptscriptstyle p}} = \sum_{i=1}^m N_m \frac{Q}{Q_{\scriptscriptstyle \Pi\Pi}} + \frac{\partial \partial \left(Q/Q_{\scriptscriptstyle \Pi\Pi}\right)}{\partial \lambda_{\scriptscriptstyle p}} \left(C_{p\,\scriptscriptstyle \mathbb{K}} + 1 - C_{p\,\scriptscriptstyle \text{TB}}\right). \end{split}$$

Изменение количества теплоты ТАВ от параметризированного коэффициента теплопроводности определяется выражением

$$\frac{\partial Q}{\partial \lambda_p} = \frac{\lambda_w}{\delta} \frac{\partial T_w(\tau)}{\partial \lambda_p} F \tau.$$

Выражение для производной от коэффициента теплоотдачи по параметризированному коэффициенту теплопроводности при свободной конвекции имеет вид

$$\frac{\partial \alpha_{\rm K}}{\partial T} = 0.348 \left( \frac{g\beta l^3}{v^2} Pr \right)^{1/4} \frac{\lambda_{\rm B}}{l}.$$

Данную сопряженную систему по поиску компонент градиента целевого среднеквадратичного функционала невязки также решаем численно, как и постановку прямой задачи теплообмена при уже рассчитанных температурах ТА на текущих временных слоях.

Для получения шага спуска в методе сопряженных градиентов рекомендовано использовать метод итерационной регуляризации [6], суть которого заключается в нахождении параметра алгоритма, обеспечивающего минимум целевого функционала невязки на каждой итерации.

Используя принцип суперпозиции [6], запишем выражение целевого функционала на следующей итерации

$$S(\lambda_{p} + \Delta \lambda_{p}) = \frac{1}{2} \int_{0}^{\tau_{\max}} \sum_{i=1}^{M} \left[ T_{s}(\lambda_{p}) - \alpha_{cm}(\lambda_{p}) \frac{\partial T_{s}(\lambda_{p})}{\partial \lambda_{p}} \operatorname{grad} S - \tilde{T}(\overline{y}, \overline{\tau}) \right]^{2} d\tau,$$

где  $\alpha_{cn}$  — шаг спуска в методе сопряженных направлений.

Для нахождения оптимумов шагов спуска продифференцируем по двум шагам данную вариацию и приравняем к нулю. Отсюда получаем аналитическое выражение для оптимума шага спуска

$$\alpha_{\text{cri}}(N) = \int_{0}^{\tau_{\text{max}}} \sum_{i=1}^{M} \left[ T_{s}(\lambda_{p}) - \alpha_{\text{cri}}(\lambda_{p}) \frac{\partial T_{s}(\lambda_{p})}{\partial \lambda_{p}} \text{grad} S - \tilde{T}(\overline{y}, \overline{\tau}) \right] / \frac{\partial T_{s}(\lambda_{p})}{\partial \lambda_{p}} \times \text{grad } S d\tau.$$

Таким образом, алгоритм, реализующий метод определения эффективного коэффициента теплопроводности ТА, включает в себя следующие шаги:

- 1) задание начального приближения для коэффициента теплопроводности и выбор базисной функции, учитывающей его зависимость от температуры ТА;
- 2) решение прямой задачи прогрева ТА методом конечных разностей (методом рассредоточенных параметров [4, 5]) при задании начально-граничных условий расчета (тепловых подводимых мощностей и температуры ТА в начальный момент времени), моделируя условия штатной эксплуатации конструкции;
- 3) составление среднеквадратичной ошибки между теоретическим и экспериментальным температурными полями ТА в местах установки датчиков;
- 4) решение двух сопряженных задач по поиску компонент градиента целевого функционала невязки между теоретическим и экспериментальным температурными полями ТА;
- 5) вычисление шага спуска методом сопряженных направлений на основе метода итерационной регуляризации;
- 6) получение следующего приближения параметризированного эффективного коэффициента теплопроводности ТА (с начала эффекта термической реакции плавления);
- 7) проверка критерия останова итерационного процесса; в случае его выполнения параметризированные величины считаются искомыми, иначе необходимо повторить пункты 1–6.

Анализ вычислительных свойств метода. Для валидации разработанного метода проведен модельный эксперимент с ТА, работающим на парафине, где при фазовом переходе имеет место термогравитационная конвекция. Модель позволяет идентифицировать эффективный

коэффициент теплопроводности, который отражает распределение тепловой энергии за счет теплопроводности и межслойной конвекции, возникающей при плавлении ТАВ.

Испытания проводили при атмосферных условиях. Температура воздуха составляла 25 °С, длина прогрева — 0,05 м. В качестве ТАВ выступал парафин. Результаты измерения температуры ТА и ее оболочки [13] шестью датчиками, установленными на соответствующей глубине, при нагреве ТА тепловым потоком  $q=30~{\rm kBt/m^2}$ , подводимым медным нагревателем, приведены на рис. 2.

При итерационном уточнении параметризированного эффективного коэффициента теплопроводности ТАВ по итерациям будет восстанавливаться температурное поле, стремясь к экспериментальному аналогу, приведенному на рис. 1. Экспериментальная и расчетные зависимости температуры ТА в месте установки

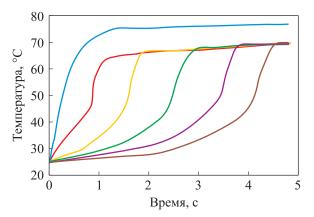


Рис. 2. Экспериментальные зависимости температур оболочки ТА (—) и ТА на глубине 0,01 (—), 0,02 (—), 0,03 (—), 0,04 (—) и 0,05 м (—) от времени

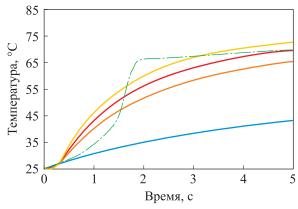


Рис. 3. Экспериментальная (—) и расчетные зависимости температуры ТА на первой (—) второй (—), третьей (—) и четвертой (—) итерациях от времени

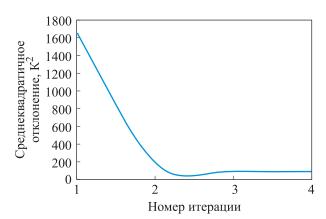


Рис. 4. Зависимость среднеквадратичного отклонения температуры ТА при восстановлении эффективного коэффициента теплопроводности от номера итерации

первого датчика на первой-четвертой итерациях от времени приведены на рис. 3.

Как видно из рис. 3, по форме экспериментальная динамика нагрева отличается от расчетных, что является следствием неопределенности в постановке прямой задачи теплообмена, теплофизических свойств и др.

Эти погрешности оказывают существенное влияние на время начала фазового перехода, наличие которого приводит к существенной некорректности при оптимизационном поиске эффективного коэффициента теплопроводности. Однако при значительном тепловом нагружении его влияние снижается. В рассматриваемом случае адекватность идентифицируемой тепловой проводимости косвенно определяется схожим выходом на стационарный режим.

Итерационную температурную сходимость также можно оценить по среднеквадратичному отклонению расчетной температуры ТА в местах установки датчиков от экспериментального значения в зависимости от номера итерации. Такая сходимость показана на рис. 4.

Зависимость идентифицируемого эффективного коэффициента теплопроводности парафина от температуры приведена на рис. 5. Там же показан реальный коэффициент теплопроводности парафина в жидком состоянии.

Как видно из рис. 5, расчетное значение эффективного коэффициента теплопроводности парафина больше, чем его значение в жидком состоянии. Это объясняется наличием термо-

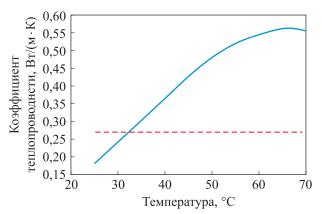


Рис. 5. Зависимости идентифицируемого эффективного коэффициента теплопроводности парафина (——) и его реального значения в жидком состоянии (——) от температуры ТА

гравитационной межслоевой конвекции внутри ТА при достижении температуры плавления, и, как следствие, более низким удельным термическим межслоевым сопротивлением.

#### Выводы

- 1. Разработан метод параметрической идентификации эффективного коэффициента теплопроводности ТА (с начала эффекта термической реакции плавления) при наличии термогравитационной конвекции как функции температуры методом итерационной регуляризации в приближении однонаправленного прогрева для атмосферных условий тепловой отработки ТА.
- 2. Продемонстрированы результаты применения разработанного алгоритма на примере определения эффективного коэффициента теплопроводности ТА, работающего на парафине при нагреве тепловым потоком 30 кВт/м².
- 3. Анализ полученных результатов показал, что при таком уровне температур ТА эффективный коэффициент теплопроводности будет находиться в пределах 0,16...0,56 BT/(м·К).
- 4. Предложенный метод определения тепловой проводимости ТА, работающих на фазовом переходе, является принципиально новым. Созданный алгоритм можно использовать и в более широком температурном диапазоне для уточнения тепловых физико-математических моделей систем обеспечения теплового режима.

#### Литература

- [1] Залетаев В.М., Капинос Ю.В., Сургучев О.В. Расчет теплообмена космического аппарата. Москва, Машиностроение, 1979. 208 с.
- [2] Басистов Ю.А., Яновский Ю.Г. Некорректные задачи в механике (реологии) вязкоупругих сред и их регуляризация. *Механика композиционных материалов и конструкций*, 2010, т. 16, № 1, с. 117–143.
- [3] Бакушинский А.Б., Кокурин М.Ю., Кокурин М.М. Прямые и обратные теоремы для итерационных методов решения нерегулярных операторных уравнений и разностных методов решения некорректных задач Коши. Журнал вычислительной математики и математической физики, 2020, т. 60, № 6, с. 939–962, doi: https://doi.org/10.31857/S0044466920060022
- [4] Фанов В.В., Мартынов М.Б., Карчаев Х.Ж. Летательные аппараты НПО им. С.А. Лавочкина (к 80-летию предприятия). Вестник НПО им. С.А. Лавочкина, 2017,  $\mathbb{N}^2$  2, с. 5–16.
- [5] Тулин Д.В., Финченко В.С. Теоретико-экспериментальные методы проектирования систем обеспечения теплового режима космических аппаратов. В: Проектирование автоматических космических аппаратов для фундаментальных научных исследований. Т. 3. Москва, МАИ-Принт, 2014, с. 1320–1437.
- [6] Алифанов О.М., Артюхин Е.А., Румянцев С.В. Экстремальные методы решения некорректных задач и их приложения к обратным задачам теплообмена. Москва, Наука, 1988. 288 с.
- [7] Алифанов О.М. Обратные задачи теплообмена. Москва, Машиностроение, 1988. 280 с.
- [8] Васин В.В. Модифицированный метод наискорейшего спуска для нелинейных регулярных операторных уравнений. *Доклады Академии наук*, 2015, т. 462, № 3, с. 264–267, doi: https://doi.org/10.7868/S0869565215150086
- [9] Голичев И.И. Модифицированный градиентный метод наискорейшего спуска решения нелениаризованной задачи для нестационарных уравнений Навье-Стокса. Уфимский математический журнал, 2013, т. 5, № 4, с. 60–76.
- [10] Формалев В.Ф., Ревизников Д.Л. Численные методы. Москва, Физматлит, 2004. 398 с.
- [11] Формалев В.Ф. Анализ двумерных температурных полей в анизотропных телах с учетом подвижных границ и большой степени анизотропии. *Теплофизика высоких температур*, 1990, т. 28, № 4, с. 715–721.
- [12] Формалев В.Ф. Идентификация двумерных тепловых потоков в анизотропных телах сложной формы. *Инженерно-физический журнал*, 1989, т. 56, № 3, с. 382–386.
- [13] Алексеев В.А. Основы проектирования тепловых аккумуляторов космических аппаратов. Курск, Науком, 2016. 248 с.

#### References

- [1] Zaletaev V.M., Kapinos Yu.V., Surguchev O.V. Raschet teploobmena kosmicheskogo apparata [Calculation of heat transfer in a spacecraft]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1979. 208 p. (In Russ.).
- [2] Basistov Yu.A., Yanovskiy Yu.G. Ill-posed problems of mechanics (rheology) of viscoelastic media and theirs regularization. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktsiy* [Mechanics of Composite Materials and Structures], 2010, vol. 16, no. 1, pp. 117–143. (In Russ.).
- [3] Bakushinskiy A.B., Kokurin M.Yu., Kokurin M.M. Direct and converse theorems for iterative methods of solving irregular operator equations and finite difference methods for solving ill-posed cauchy problems. *Zhurnal vychislitelnoy matematiki i matematicheskoy fiziki*, 2020, vol. 60, no. 6, pp. 939–962, doi: https://doi.org/10.31857/S0044466920060022 (in Russ.). (Eng. version: *Comput. Math. and Math. Phys.*, 2020, vol. 60, no. 6, pp. 915–937, doi: https://doi.org/10.1134/S0965542520060020)
- [4] Fanov V.V., Martynov M.B., Karchaev Kh.Zh. Flightborne vehicles by Lavochkin association (to the eightieth anniversary of Lavochkin association). *Vestnik NPO im. S.A. Lavochkina*, 2017, no. 2, pp. 5–16. (In Russ.).

- [5] Tulin D.V., Finchenko V.S. Teoretiko-eksperimentalnye metody proektirovaniya sistem obespecheniya teplovogo rezhima kosmicheskikh apparatov [Theoretical and experimental methods of design of systems for providing thermal mode of spacecraft]. V: Proektirovanie avtomaticheskikh kosmicheskikh apparatov dlya fundamentalnykh nauchnykh issledovaniy. T. 3 [Design of automatic spacecrafts for fundamental scientific research. Vol. 3]. Moscow, MAI-Print Publ., 2014, pp. 1320–1437. (In Russ.).
- [6] Alifanov O.M., Artyukhin E.A., Rumyantsev S.V. Ekstremalnye metody resheniya nekorrektnykh zadach i ikh prilozheniya k obratnym zadacham teploobmena [Extreme methods for solving incorrect problems and their applications to inverse heat transfer problems]. Moscow, Nauka Publ., 1988. 288 p. (In Russ.).
- [7] Alifanov O.M. *Obratnye zadachi teploobmena* [Reverse problems of heat transfer]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1988. 280 p. (In Russ.).
- [8] Vasin V.V. Modified steepest descent method for nonlinear irregular operator equations. *Doklady Akademii nauk*, 2015, vol. 462, no. 3, pp. 264–267, doi: https://doi.org/10.7868/ S0869565215150086 (in Russ.). (Eng. version: *Dokl. Math.*, 2015, vol. 91, no. 3, pp. 300– 303, doi: https://doi.org/10.1134/S1064562415030187)
- [9] Golichev I.I. Modified gradient fastest descent method for solving linearized non-stationary Navier-Stokes equations. *Ufimskiy matematicheskiy zhurnal*, 2013, vol. 5, no. 4, pp. 60–76. (In Russ.). (Eng. version: *Ufa Math. J.*, 2013, vol. 5, no. 4, pp. 58–74, doi: http://dx.doi.org/10.13108/2013-5-4-58)
- [10] Formalev V.F., Reviznikov D.L. *Chislennye metody* [Numerical methods]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2004. 398 p. (In Russ.).
- [11] Formalev V.F. Analysis of two-dimensional temperature fields in anisotropic bodies with allowance for moving boundaries and a high degree of anisotropy. *Teplofizika vysokikh temperatur*, 1990, vol. 28, no. 4, pp. 715–721. (In Russ.). (Eng. version: *High Temp.*, 1990, vol. 28, no. 4, pp. 535–541.)
- [12] Formalev V.F. Identification of two-dimensional heat flows in anisotropic bodies with complex shapes. *Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal*, 1989, vol. 56, no. 3, pp. 382–386. (In Russ.).
- [13] Alekseev V.A. Osnovy proektirovaniya teplovykh akkumulyatorov kosmicheskikh apparatov [Fundamentals of spacecraft thermal accumulator design]. Kursk, Naukom Publ., 2016. 248 p. (In Russ.).

Статья поступила в редакцию 13.06.2023

#### Информация об авторе

**БОРЩЕВ Никита Олегович** — кандидат технических наук, ведущий инженер. ФГБУН «Объединенный институт высоких температур РАН» (125412, Москва, Российская Федерация, ул. Ижорская, д. 13, e-mail: www.moriarty93@mail.ru).

#### Information about the author

**BORSHCHEV Nikita Olegovich** — Candidate of Science (Eng.), Leading Engineer. Federal State Budgetary Scientific Institution Joint Institute for High Temperatures of the Russian Academy of Sciences (125412, Moscow, Russian Federation, Izhorskaya St., Bldg. 13, e-mail: www.moriarty93@mail.ru).

#### Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Борщев Н.О. Определение эффективной тепловой проводимости тепловых аккумуляторов методами параметрической идентификации. *Известия высших учебных заведений*. *Машиностроение*, 2024, № 1, с. 101–109, doi: 10.18698/0536-1044-2024-01-101-109

Please cite this article in English as:

Borshchev N.O. Determination of the thermal battery effective thermal conductivity by the parametric identification methods. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2024, no. 1, pp. 101–109, doi: 10.18698/0536-1044-2024-01-101-109