

УДК 624.042.7

О задаче оптимизации виброзащитных систем на основе билинейных гистерезисных элементов^{*}

Е.В. Позняк, В.П. Радин, О.В. Новикова, А.В. Киселев

НИУ «МЭИ»

On the problem of optimizing vibration protection systems based on the bilinear hysteresis elements

E.V. Poznyak, V.P. Radin, O.V. Novikova, A.V. Kiselev

National Research University Moscow Power Engineering Institute

Рассмотрена задача многомерной оптимизации нелинейной механической системы на основе элементов с билинейной гистерезисной диаграммой деформирования. Подход продемонстрирован на примере несимметричной неразрезной балки на четырех резинометаллических амортизаторах, каждый из которых имеет четыре оптимизируемых параметра. Для задания внешнего воздействия использована синтезированная акселерограмма вертикального ускорения основания. Модель балки на амортизаторах получена методом конечных элементов. Сейсмическая реакция модели определена методом прямого интегрирования уравнений движения в среде MATLAB. В качестве целевой функции принят квадратичный функционал возмущений вектора состояний с весовой матрицей, сформированной из матриц жесткости и инерции системы на эквивалентных упругих опорах. Многомерная задача оптимизации параметров амортизаторов решена с применением генетического алгоритма в среде MATLAB. Показано, что полученное решение хорошо отстраивает систему от преобладающих частот заданной акселерограммы, но не является надежным, если принять во внимание случайный характер сейсмического движения грунта.

EDN: GIXXBH, <https://elibrary/gixxbh>

Ключевые слова: виброзащитные системы, резинометаллический амортизатор, многомерная глобальная оптимизация, критерий оптимальности, нелинейные динамические системы, сейсмическое воздействие, генетический алгоритм

The paper presents a problem statement of the multidimensional optimization of a nonlinear mechanical system based on elements with the bilinear hysteresis deformation diagram. This approach is illustrated using the example of an asymmetric continuous beam on four rubber-metal shock absorbers; each of them is having four optimized parameters. A synthesized accelerogram of the base vertical acceleration is used to determine the external influence. The beam model on shock absorbers was obtained using the finite element method. The model seismic response was determined by the method of direct integration of the motion equations in the MATLAB environment. The objective function was accepted as the quadratic functional of disturbances of the state vector with a weight matrix formed from the system rigidity and inertia matrices on the equivalent elastic supports. The multidimensional problem of optimizing the shock absorbers parameters was solved using a genetic algorithm in the MATLAB environment. The paper shows that the resulting solution perfect-

^{*} Работа выполнена в рамках проекта «Разработка программных модулей для моделирования динамического поведения элементов конструкций с гистерезисом» при поддержке гранта НИУ «МЭИ» на реализацию программы научных исследований «Приоритет 2030: Технологии будущего» в 2022–2024 гг.

ly tunes the system against the prevailing frequencies of a given accelerogram, but it is not reliable, if the random nature of seismic ground displacement is taken into account.

EDN: GIXXBH, <https://elibrary/gixxbh>

Keywords: vibration protection systems, rubber-metal shock absorber, multidimensional global optimization, optimality criterion, nonlinear dynamic systems, seismic impact, genetic algorithm

Среди средств защиты технических объектов от вибрационного воздействия широкое применение получили резинометаллические амортизаторы (РМА), обладающие хорошими рассеивающими свойствами [1–7]. При циклическом воздействии РМА проявляют нелинейное поведение с гистерезисом. Разработка оптимальных виброзащитных систем (ВЗС) на основе РМА приводит к задаче многомерной глобальной оптимизации с ограничениями. Многомерность задачи обусловлена тем, что каждый нелинейный элемент, входящий в состав ВЗС, может иметь несколько оптимизируемых параметров.

Так, поведение РМА при циклическом нагружении соответствует билинейной диаграмме с гистерезисом, которая характеризуется четырьмя параметрами: предельными упругими силой и перемещением и предельными силой и перемещением в неупругом (пластическом) режиме [8]. На параметры оптимизации накладываются ограничения-неравенства, связанные с требованиями алгоритма воспроизведения билинейного гистерезиса и правильной работы РМА в целом.

Цель работы — определение оптимальных параметров ВЗС для минимизации возмущений конструкции при заданном динамическом воздействии.

В качестве целевой функции предлагается принять квадратичный функционал возмущений вектора состояний с весовой матрицей, формируемой из матриц жесткости и/или инерции ВЗС на эквивалентных упругих опорах. Тогда минимум целевой функции будет соответствовать минимуму потенциальной и/или кинетической энергии конструкции на РМА при условии, что работа опор будет происходить в основном на упругом участке билинейной диаграммы.

Помимо многомерности с возможной многоэкстремальностью сложность оптимизации конструкции с нелинейными виброзащитными элементами состоит в нелинейности и недифференцируемости целевой функции, а также в наличии ограничений на параметры элементов

виброзащиты и состояние конструкции. Не все оптимизационные методы подходят для решения этой задачи.

Наиболее перспективными выглядят методы, в основе которых лежит расчет целевой функции без вычисления производных, например, методы случайного поиска и популяционные методы (генетические и другие эволюционные алгоритмы) [9]. Нелинейное деформирование с гистерезисным поведением под действием определенных циклических нагрузок характерно для многих устройств, конструкций и материалов.

Ограничимся рассмотрением РМА, применяемых в качестве сейсмоопор. В научной литературе описан обширный опыт расчета и проектирования зданий и сооружений на РМА [10–17]. Однако все еще остается открытым вопрос о методике подбора оптимальных параметров РМА.

РМА имеют нелинейную диаграмму деформирования с гистерезисом при циклическом воздействии. При расчете обычно принимают билинейную аппроксимацию, изображенную на рис. 1, где P — усилие в РМА; u — перемещение РМА. В силу нелинейности ВЗС с РМА проявляют особые свойства. Например, их резонансные частоты зависят от режима работы РМА, фактически — от амплитуды воздействия.

Так, при малой амплитуде циклического воздействия РМА работает на первом — упругом — участке диаграммы деформирования

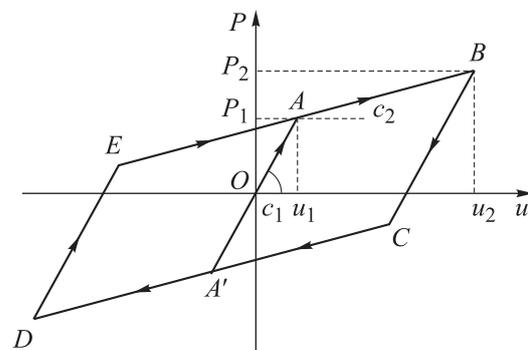


Рис. 1. Билинейная диаграмма циклического деформирования РМА с гистерезисом

ния ($A'O A$) с жесткостью c_1 . При большой амплитуде происходит выход на второй участок (AB) с жесткостью c_2 и работа в нелинейном режиме с гистерезисом (петля $ABCDE$).

Двум режимам соответствуют характерные частоты $\omega_1 = \sqrt{c_1/M}$ и $\omega_2 = \sqrt{c_2/M}$, где M — масса осциллятора. Резонансная частота осциллятора будет близка к одной из характерных частот в зависимости от того, на каком участке преимущественно происходит работа РМА.

В отношении ВЗС со многими степенями свободы на резинометаллических опорах можно рассуждать следующим образом. Рассмотрим одну и ту же конструкцию (для определенности — линейно-упругую), установленную сначала на жестких, а затем на линейно-упругих опорах. Рассчитать собственные частоты в обоих случаях несложно, причем во втором случае диапазон собственных частот будет ниже, чем в первом.

Если же опоры нелинейно-упругие, а имеют билинейную диаграмму деформирования с жесткостями первого линейного участка c_1 и второго нелинейного c_2 ($c_1 > c_2$), то можно ожидать, что резонансные частоты такой конструкции еще больше снизятся при условии работы РМА в неупругом режиме.

Для приблизительной оценки резонансных частот ВЗС на РМА опоры с билинейной характеристикой заменяют линейно-упругими с эффективной жесткостью $c_{eff} = P_2/u_2$, где P_2 и u_2 — предельные усилие и перемещение в РМА на втором участке (см. рис. 1); $c_1 > c_{eff} > c_2$. Однако точно рассчитать резонансные частоты многомерных ВЗС на РМА затруднительно, так как они зависят от амплитуды воздействия.

В работе [15] проведен анализ динамической реакции простой сдвиговой модели здания, и на основании зависимости срезающего усилия в опорах от отношения жесткостей $\alpha = c_2/c_1$ показано, что эффективность РМА по снижению усилия определяется в основном жесткостью первого участка билинейной диаграмм и слабо зависит от α .

Применение РМА позволяет отстроить ВЗС от резонанса, сдвинув диапазон резонансных частот в область более низких частот, а в этом существенную роль играет именно жесткость упругого участка. Работа РМА в пластическом режиме с большими деформациями является нежелательной, так как приводит к внецентренному сжатию опор с большими эксцентриситетами, к остаточным смещениям после

окончания воздействия и к необходимости восстановления РМА после воздействия.

Как уже указывалось, для многомерной нелинейной ВЗС сложно найти резонансные частоты. Поэтому предельные перемещения РМА должны быть ограничены так, чтобы обеспечить работу опор преимущественно в упругом режиме, с большим демпфированием и более предсказуемым с точки зрения резонансных частот.

При определении резонансных частот ВЗС на РМА принимаем, что каждая опора работает преимущественно в линейно-упругом режиме с жесткостью c_1 , поэтому резонансные частоты ВЗС на РМА близки к собственным частотам ВЗС на линейно-упругих опорах с жесткостью c_1 .

Такая линейно-упругая ВЗС будет почти эквивалентна ВЗС на РМА в отношении резонансных частот. Несмотря на сложную зависимость демпфирования от деформаций сдвига, принимаем упрощенную модель демпфирования РМА, полагая его равным постоянному эффективному демпфированию [8]

$$\xi_e = \frac{2}{\pi} \left(\frac{P_1}{P_2} - \frac{u_1}{u_2} \right),$$

где P_1 и u_1 — предельные усилие и перемещение в РМА на первом участке (см. рис. 1).

Проектирование сейсмостойкой конструкции необходимо начинать с выяснения возможности ослабления ее динамической реакции на заданные сейсмические воздействия с помощью РМА. Зная, что РМА снижают резонансные частоты конструкции, в первую очередь следует определить диапазон собственных частот исходной конструкции (без РМА) и преобладающие частоты сейсмического воздействия.

Если спектр собственных частот конструкции без РМА отдален от диапазона преобладающих частот сейсмического воздействия, то РМА не только не нужны, но и могут серьезно навредить, усилив динамическую реакцию. РМА являются эффективными, когда низшие резонансные частоты ВЗС с РМА оказываются ниже несущих частот сейсмического воздействия.

Постановка задачи оптимизации. Рассмотрим конструкцию с n степенями свободы на N резинометаллических сейсмоопорах. Под степенями свободы будем понимать узловые пере-

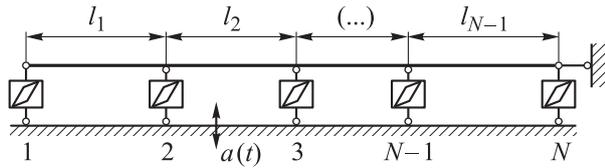


Рис. 2. Расчетная схема балки на РМА

мещения стержневых конечных элементов. Каждая опора имеет свой набор четырех параметров, подлежащих оптимизации

$$\mathbf{h}_i = [u_1^{(i)} \quad u_2^{(i)} \quad c_1^{(i)} \quad c_2^{(i)}], \quad i = 1, \dots, N.$$

Пример простой конструкции на РМА показан на рис. 2. Конструкция испытывает сейсмическое воздействие продолжительностью T , заданное ускорением основания $a(t)$, где t — время.

В каждый момент времени состояние конструкции, находящейся под сейсмическим воздействием, описывается $2n$ -мерным вектором $\mathbf{X}(t) = [\mathbf{q} \quad \dot{\mathbf{q}}]^T$, состоящим из n узловых перемещений \mathbf{q} и n скоростей $\dot{\mathbf{q}}$. Для решения задачи по снижению колебаний целевую функцию f запишем в виде квадратичного функционала

$$f(\mathbf{H}) = \frac{1}{2T} \int_0^T \mathbf{X}^T \mathbf{Q} \mathbf{X} dt;$$

$$\mathbf{X}^T \mathbf{Q} \mathbf{X} \geq 0,$$

где \mathbf{H} — вектор оптимизируемых параметров, $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1 \quad \mathbf{h}_2 \quad \dots \quad \mathbf{h}_N]$; \mathbf{Q} — неотрицательно определенная матрица весовых коэффициентов размером $2n \times 2n$.

Матрицу \mathbf{Q} выбираем так, чтобы придать целевой функции энергетический смысл. Если матрицу \mathbf{Q} разделить на четыре одинаковых по размеру нулевых блока, а затем в первый (левый верхний) блок поместить матрицу жесткости ВЗС на эквивалентных упругих опорах, то целевая функция будет равна среднему значению потенциальной энергии упругой деформации U на промежутке $[0, T]$.

Сформированную таким образом весовую матрицу обозначим через \mathbf{Q}_U . Минимизация целевой функции $f(\mathbf{H})$ с весовой матрицей \mathbf{Q}_U будет приводить к снижению внутренних усилий. Аналогично запишем матрицу \mathbf{Q}_K , поместив в четвертый (правый нижний) блок матрицу инерции. Целевая функция $f(\mathbf{H})$ с весовой матрицей \mathbf{Q}_K будет равна среднему значению кинетической энергии K на промежутке $[0, T]$. При минимизации такой целевой

функции получим уменьшение кинематических параметров ВЗС.

Введем обозначения для целевых функций, имеющих смысл потенциальной энергии упругой деформации J_U , кинетической J_K и полной J_E энергии ВЗС, а также для весовой матрицы полной энергии \mathbf{Q}_E :

$$J_U = f(\mathbf{H} | \mathbf{Q}_U); \quad J_K = f(\mathbf{H} | \mathbf{Q}_K);$$

$$J_E = f(\mathbf{H} | \mathbf{Q}_E); \quad \mathbf{Q}_E = \mathbf{Q}_U + \mathbf{Q}_K.$$

Рассмотрим детерминированную задачу поиска глобального минимума целевой функции $f(\mathbf{H})$:

$$\min_{\mathbf{H} \in D} f(\mathbf{H}) = f(\mathbf{H}_*) = f_* \quad (1)$$

Здесь \mathbf{H}_* — искомое оптимальное решение; f_* — оптимизированное значение одномерной целевой функции; D — множество допустимых значений вектора \mathbf{H} ,

$$D = \{\mathbf{H} | \mathbf{H}_{low} \leq \mathbf{H} \leq \mathbf{H}_{up}, \mathbf{A} \cdot \mathbf{H} \leq \mathbf{b}\}, \quad (2)$$

где \mathbf{H}_{low} и \mathbf{H}_{up} — нижнее и верхнее допустимые значения вектора \mathbf{H} ; \mathbf{A} и \mathbf{b} — матрица и вектор, задающие линейные ограничения для вектора \mathbf{H} .

Ограничения $\mathbf{H}_{low} \leq \mathbf{H} \leq \mathbf{H}_{up}$ устанавливают допустимый интервал для параметров билинейной диаграммы — жесткостей и перемещений:

$$\mathbf{H}_{low} = [\mathbf{h}_{1low} \quad \mathbf{h}_{2low} \quad \dots \quad \mathbf{h}_{Nlow}];$$

$$\mathbf{H}_{up} = [\mathbf{h}_{1up} \quad \mathbf{h}_{2up} \quad \dots \quad \mathbf{h}_{Nup}];$$

$$\mathbf{h}_{ilow} = [u_{1low}^{(i)} \quad u_{2low}^{(i)} \quad c_{1low}^{(i)} \quad c_{2low}^{(i)}];$$

$$\mathbf{h}_{iup} = [u_{1up}^{(i)} \quad u_{2up}^{(i)} \quad c_{1up}^{(i)} \quad c_{2up}^{(i)}],$$

фактически означая следующее:

$$c_{1low}^{(i)} < c_1^{(i)} < c_{1up}^{(i)}; \quad c_{2low}^{(i)} < c_2^{(i)} < c_{2up}^{(i)};$$

$$u_{1low}^{(i)} < u_1^{(i)} < u_{1up}^{(i)}; \quad u_{2low}^{(i)} < u_2^{(i)} < u_{2up}^{(i)},$$

$$i = 1, \dots, N.$$

Ограничения $\mathbf{A} \cdot \mathbf{H} \leq \mathbf{b}$ связаны с требованиями алгоритма воспроизведения билинейного гистерезиса и являются матричной записью следующих неравенств:

$$u_2^{(i)} - u_1^{(i)} \geq 0; \quad c_1^{(i)} - c_2^{(i)} \geq 0.$$

Оба ограничения (2) задают до оптимизационного расчета. Ограничение максимального перемещения i -й опоры заданным значением $u_*^{(i)}$ имеет вид

$$u^{(i)} \leq u_*^{(i)} \quad (3)$$

и до проведения расчета не может быть удовлетворено.

Поэтому в алгоритме решения должен быть предусмотрен штраф: если в какой-то момент времени условие (3) не выполняется, расчет останавливается, а целевой функции присваивается некоторое большое значение (штраф).

Дополнительных ограничений, связанных с работой конструкции, таких как условия прочности и жесткости, вводить не будем, считая, что минимизацию динамической реакции обеспечивает критерий малости возмущений (1). Дополнительные запреты усложняют процедуру оптимизации.

Если после оптимизации в ходе проверочного расчета обнаружится, что глобальный минимум целевой функции не соответствует условиям прочности или жесткости, то это будет означать неэффективность применения РМА для данной конструкции. В зависимости от выбранной весовой матрицы Q_U , Q_K или Q_E задача (1) представляет собой критерий оптимальности динамической системы по потенциальной, кинетической или полной энергии.

Задача (1) с ограничениями (2) и (3) является многомерной задачей глобальной условной оптимизации с нелинейной недифференцируемой целевой функцией. Для поиска оптимального решения такой задачи подходят методы оптимизации, в основе которых лежит расчет целевой функции без вычисления производных. К ним относятся такие методы случайного поиска, как метод имитации отжига, метод гиперсферы, жадные адаптивные методы и др., а также популяционные методы (генетические и другие эволюционные алгоритмы) [9].

Далее приведен пример, в котором проиллюстрированы результаты решения задачи оптимизации (1) с ограничениями (2) и (3), полученные с помощью генетического алгоритма (ГА).

Пример поиска оптимального решения. Рассмотрим исходную конструкцию — неразрезную стальную шарнирно опертую балку на четырех опорах. Профиль поперечного сечения — двутавр № 20. Длины трех пролетов равны 6, 8 и 12 м. Балка находится под сейсмическим воздействием, которое задано акселерограммой вертикального движения основания. Использована акселерограмма землетрясения Анапа Z3G2 (рис. 3) из коллекции лаборатории автоматизации исследований и проектирования сооружений ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко, синтезированная специалистами ИФЗ им. О.Ю. Шмидта.

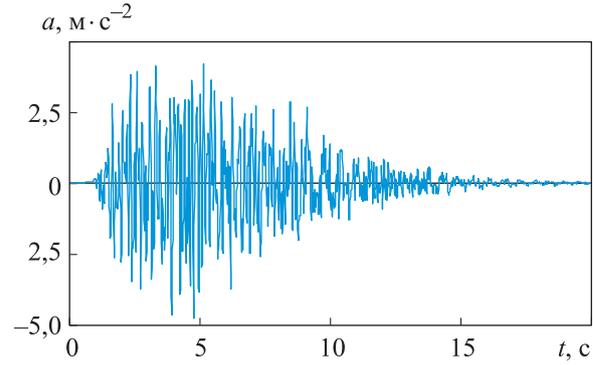


Рис. 3. Акселерограмма землетрясения Анапа Z3G2

Рис. 4. Зависимости спектральных плотностей \tilde{P} (—) и \tilde{S} (—) от частоты сейсмического воздействия f землетрясения Анапа Z3G2 и собственные частоты шарнирно опертой балки (—)

Расчетная динамическая модель балки построена методом конечных элементов без учета демпфирования. Параметры сейсмической реакции определены методом прямого интегрирования уравнений колебаний в ВЗС имитационного моделирования Simulink.

На рис. 4 приведены оценки спектральной плотности сейсмического воздействия — сырая периодограмма $\tilde{P}(f)$ и сглаженная оценка с помощью оконного преобразования методом Уэлча с 50%-ным перекрытием $\tilde{S}(f)$. Три первые собственные частоты шарнирно опертой балки отмечены вертикальными линиями (5,76, 14,33 и 22,85 Гц). Видно, что первая частота находится в опасной близости от одной из несущих частот воздействия.

Анализируя рис. 4, можно сделать вывод, что наилучший способ снизить динамическую

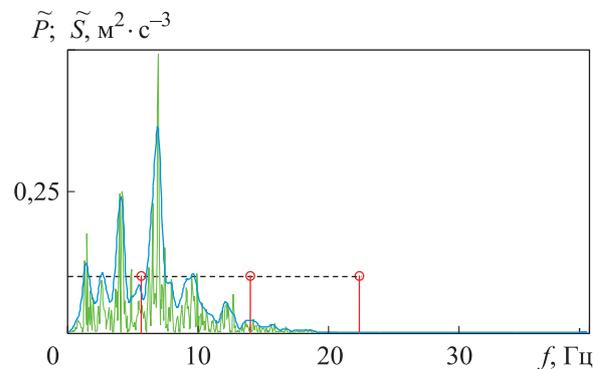


Рис. 4. Зависимости спектральных плотностей \tilde{P} (—) и \tilde{S} (—) от частоты сейсмического воздействия f землетрясения Анапа Z3G2 и собственные частоты шарнирно опертой балки (—)

реакцию балки — сделать конструкцию более жесткой (например, добавить еще одну опору), сместив ее собственные частоты правее и тем самым отстроив от частот воздействия. Но в настоящей работе мы преследуем не практические цели, а исследовательские, поэтому поставим балку на четыре РМА (см. рис. 2, $N = 4$) и попытаемся найти оптимальное решение задачи (1), применив ГА.

Для решения этой задачи в среде Simulink разработана модель балки на РМА с билинейной диаграммой деформирования. Заметим, что расчетная модель является ВЗС с неполной диссипацией, так как демпфирование имеется только в резинометаллических опорах.

Для поиска оптимального решения применен ГА, реализованный в программном пакете MATLAB Optimtool. За критерий оптимальности принято условие минимума полной механической энергии: $J_E = f(\mathbf{H}|\mathbf{Q}_E) \rightarrow \min$. Размерность задачи равна 16 (четыре опоры, у каждой — четыре оптимизируемых параметра). Зададим ограничения (2)

$$\mathbf{h}_{low} = (0,02 \text{ м } 0,03 \text{ м } 10^3 \text{ Н/м } 10^2 \text{ Н/м});$$

$$\mathbf{h}_{up} = (0,05 \text{ м } 0,05 \text{ м } 10^7 \text{ Н/м } 10^5 \text{ Н/м}),$$

а ограничение (3) запишем в виде

$$u_i^{(i)} = 0,10 \text{ м}, i = 1, 2, 3, 4.$$

Параметры ГА: начальная популяция — 20 решений, найденных вручную путем подбора параметров; операторы селекции и мутации приняты с равномерным распределением; элита — 5 решений; кроссовер — двухточечный; максимальное количество итераций — 100.

С помощью ГА получено удовлетворяющее всем ограничениям решение детерминированной задачи

$$\mathbf{H}_* = [\mathbf{h}_1 \quad \mathbf{h}_2 \quad \mathbf{h}_3 \quad \mathbf{h}_4],$$

где

$$\mathbf{h}_1 = [0,03 \text{ м } 0,05 \text{ м } 10^5 \text{ Н/м } 10^3 \text{ Н/м}];$$

$$\mathbf{h}_2 = [0,03 \text{ м } 0,05 \text{ м } 1,5 \cdot 10^4 \text{ Н/м } 2,5 \cdot 10^2 \text{ Н/м}];$$

$$\mathbf{h}_3 = [0,03 \text{ м } 0,05 \text{ м } 2 \cdot 10^4 \text{ Н/м } 10^2 \text{ Н/м}];$$

$$\mathbf{h}_4 = [0,03 \text{ м } 0,05 \text{ м } 10^5 \text{ Н/м } 5 \cdot 10^2 \text{ Н/м}].$$

Результаты динамического расчета исходной и оптимизированной ВЗС приведены на рис. 5–7. Оптимизация привела к снижению максимального изгибающего момента более чем в 2 раза путем небольшого допустимого увеличения кинематических параметров. При этом РМА работают преимущественно в упругом режиме, пластические перемещения в первой, второй и четвертой опорах отсутствуют, а в третьей — минимальные.

Значения собственных частот исходной (шарнирно опертой) и оптимизированной (на эквивалентных упругих опорах) конструкций балки приведены в табл. 1.

Значения целевой функции J_E до и после оптимизации, а также значения целевой функции с весовыми матрицами \mathbf{Q}_U и \mathbf{Q}_K , соответствующие потенциальной и кинетической энергии ВЗС, приведены в табл. 2.

Закон изменения во времени средних сечений шарнирно опертой балки при числе опор $N = 4$ в течение интенсивной фазы воздействия проиллюстрирован на рис. 5. Здесь показаны зависимости перемещений между второй и третьей u_{23} и третьей и четвертой u_{34} опорами шарнирно опертой балки от времени t . Максимальное перемещение $u_{max} = 0,022$ м, среднеквадратическое отклонение перемещений $\sigma_u = 0,010$ м.

Таблица 1

Значения собственных частот исходной и оптимизированной конструкций балок

Тип конструкции	Собственные частоты, Гц					
Шарнирно опертая балка	5,76	14,33	22,85	26,64	52,04	70,13
Балка на эквивалентных упругих опорах	1,80	3,50	6,20	9,17	13,80	21,30

Таблица 2

Значения целевых функций исходной и оптимизированной конструкций балок

Тип конструкции	$J_E \cdot 10^{-5}$	$J_U \cdot 10^{-4}$	$J_K \cdot 10^{-4}$
Шарнирно опертая балка	3,133	15,700	15,630
Балка на эквивалентных упругих опорах	1,287	3,029	9,845

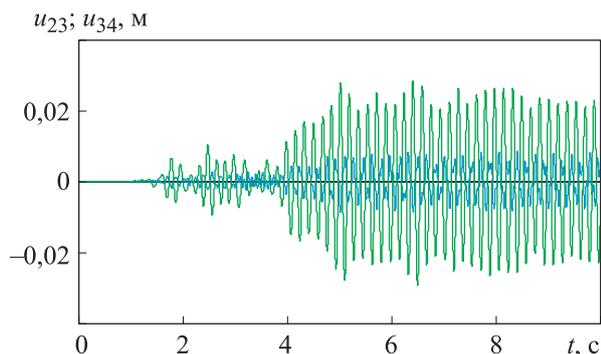


Рис. 5. Зависимости перемещений между второй и третьей u_{23} (—) и третьей и четвертой u_{34} (—) опорами шарнирно опертой балки от времени t

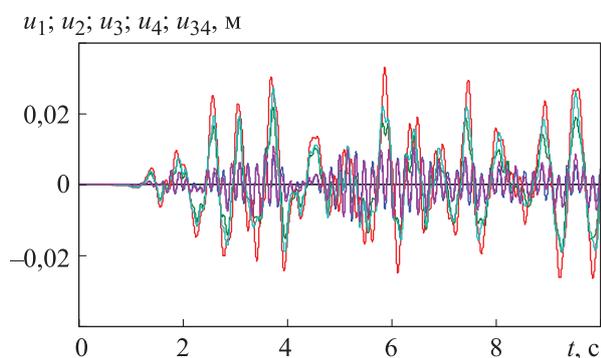
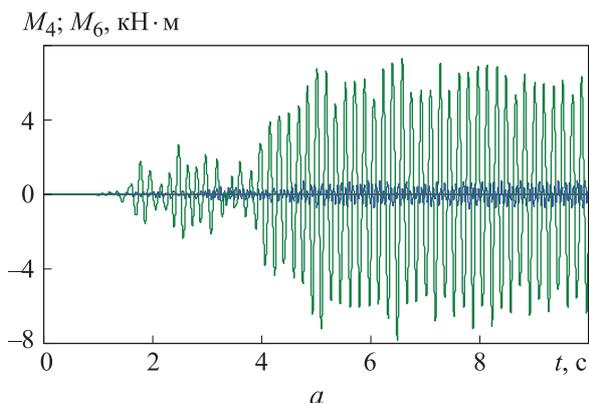


Рис. 6. Зависимости узловых перемещений u_1 (—), u_2 (—), u_3 (—), u_4 (—) и перемещений между третьей четвертой опорами u_{34} (—) балки на РМА от времени t

Зависимости узловых перемещений u_1 , u_2 , u_3 , u_4 и перемещений между третьей и четвертой опорами u_{34} балки на РМА от времени приведены на рис. 6. Максимальное перемещение $u_{max} = 0,028$ м, максимальное среднеквадратическое отклонение перемещений $\sigma_u = 0,009$ м.

Для рассмотренных случаев на рис. 7, а приведены зависимости изгибающих момен-



тов в характерных сечениях — над третьей опорой M_6 , в середине второго M_5 и третьего M_7 пролетов — шарнирно опертой балки от времени. Максимальное значение изгибающего момента $M_{max} = M_6 = 7,84$ кН·м, максимальное среднеквадратическое отклонение $\sigma_{max} = 3,30$ кН·м.

Зависимости изгибающих моментов над третьей опорой M_6 , в середине второго M_5 и третьего M_7 пролетов балки на РМА от времени приведены на рис. 7, б. Максимальное значение момента $M_{max} = M_6 = 2,98$ кН·м, среднеквадратическое отклонение $\sigma_{max} = 0,860$ кН·м.

Об опыте применения генетического алгоритма. ГА — метод так называемых мягких вычислений со своими операторами и особенностями применения. Используя ГА для оптимизации многомерной ВЗС, не стоит ожидать быстрого и эффективного решения. Для многомерных задач ГА требует многократных вычислений целевой функции.

Например, согласно устанавливаемым по умолчанию параметрам ГА в программе Optmtool при количестве оптимизируемых параметров более 5 начальная популяция составляет 200 особей-решений ($N_p = 200$), максимальное количество итераций — $10N_p$ поколений. То есть для рассматриваемой задачи на одной итерации необходимо рассчитать целевую функцию для 200 вариантов вектора \mathbf{H} , а таких итераций может быть 1600.

Ускорения процесса можно добиться, задавая в качестве начальной популяции набор подходящих решений и используя элитизм. Так как ГА относится к стохастическим методам, решая одну и ту же задачу несколько раз, можно получить разные решения.

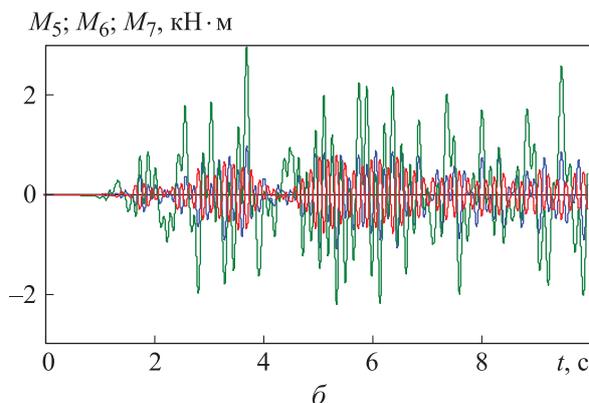


Рис. 7. Зависимости изгибающих моментов над третьей опорой M_6 (—), в середине второго M_5 (—) и третьего M_7 (—) пролетов шарнирно опертой балки (а) и балки на РМА (б) от времени t

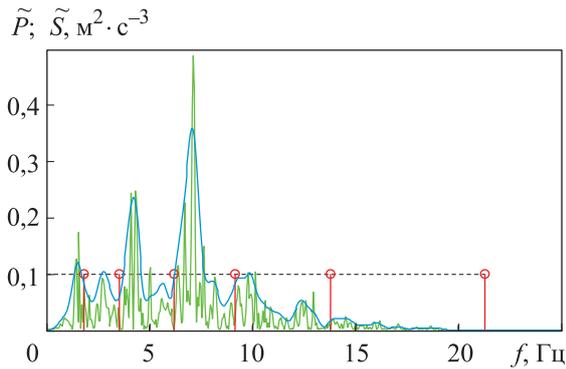


Рис. 8. Зависимости спектральных плотностей \tilde{P} (—) и \tilde{S} (—) от частоты сейсмического воздействия f землетрясения Анапа Z3G2 и собственные частоты объекта на эквивалентных упругих опорах (—)

Вектор оптимальных параметров \mathbf{H}_* — не единственное решение, полученное в ходе применения ГА. Некоторые решения по разным причинам отбраковывались, поскольку приводили, например, к большим пластическим деформациям. Приходилось несколько раз поправлять начальную популяцию и регулировать параметры генетических операторов.

Анализ результатов расчета в частотной области (рис. 8) позволяет заключить, что оптимизация привела к настройке собственных частот ВЗС на эквивалентных упругих опорах на минимумы сырой периодограммы $\tilde{P}(f)$ заданного сейсмического воздействия $a(t)$.

Чтобы избежать такой приспособленности ВЗС на РМА к единственной акселерограмме, необходимо решать задачу оптимизации сразу на серии акселерограмм, и чем их больше, тем надежнее будет решение. Случайная природа сейсмического воздействия и неопределенность

со значениями резонансных частот ВЗС на РМА делает тонкую настройку резонансных частот очень ненадежной.

Поэтому при проектировании сейсмостойких конструкций необходимо придерживаться простого правила: применять РМА только в том случае, если низшие собственные частоты ВЗС на эквивалентных упругих опорах меньше преобладающих частот сейсмического воздействия. В этом случае разумное решение будет получено без больших вычислительных затрат.

Выводы

1. Сформулирован и применен энергетический подход к решению проблемы оптимизации нелинейных ВЗС с билинейными гистерезисными элементами. Новизна работы заключается в идее придания критерию малости возмущений энергетического смысла путем введения матриц жесткости и инерции в качестве весовых, а также в применении ГА для решения оптимизационной задачи.

2. Предложенный подход проиллюстрирован на примере оптимизации сейсмостойкой конструкции на РМА. Задача многомерной условной нелинейной оптимизации имеет сложную математическую постановку и, казалось бы, должна иметь тяжелое в вычислительном плане решение. Однако оптимальное решение, как и ответ на вопрос о целесообразности установки ВЗС (как в приведенном примере с РМА), может прийти уже на предварительном этапе частотного анализа конструкции и динамического воздействия.

Литература

- [1] Kalmár-Nagy T., Shekhawat A. Nonlinear dynamics of oscillators with bilinear hysteresis and sinusoidal excitation. *Physica D*, 2009, vol. 238, no. 17, pp. 1768–1786, doi: <https://doi.org/10.1016/j.physd.2009.06.016>
- [2] Dicleli M., Karalar M. Optimum characteristic properties of isolators with bilinear force-displacement hysteresis for seismic protection of bridges built on various site soils. *Soil Dyn. Earthq. Eng.*, 2011, vol. 31, no. 7, pp. 982–995, doi: <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2011.03.005>
- [3] Balasubramanian P., Franchini G., Ferrari G. et al. Nonlinear vibrations of beams with bilinear hysteresis at supports: interpretation of experimental results. *J. Sound Vib.*, 2021, vol. 499, art. 115998, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2021.115998>
- [4] Bakaeva L., Egarmin K., Galikhanova E. Effect of using rubber-metal seismic bearings on the dynamic and static characteristics of a multi-storey building. *AlfaBuil*, 2019, vol. 5, no. 12, pp. 15–26.

- [5] Çerçevik A.E., Avşar Ö., Hasançebi O. Optimum design of seismic isolation systems using metaheuristic search methods. *Soil Dyn. Earthq. Eng.*, 2020, vol. 131, art. 106012, doi: <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2019.106012>
- [6] Shoaie P., Mahsuli M. Reliability-based design of steel moment frame structures isolated by lead-rubber bearing systems. *Structures*, 2019, vol. 20, pp. 765–778, doi: <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2019.06.020>
- [7] Shoaie P., Orimi H.T., Zahrai S.M. Seismic reliability-based design of inelastic base-isolated structures with lead-rubber bearing systems. *Soil Dyn. Earthq. Eng.*, 2018, vol. 115, pp. 589–605, <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2018.09.033>
- [8] Резинометаллические изоляторы со свинцовым сердечником серии LRB. *Техническая документация FIP Industriale*.
- [9] Карпенко А.П. *Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы, вдохновленные природой*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. 448 с.
- [10] Saiful Islam A.B.M., Hussain R.R., Jumaat M.Z. et al. Nonlinear dynamically automated excursions for rubber-steel bearing isolation in multi-storey construction. *Autom. Constr.*, 2013, vol. 30, pp. 265–275, doi: <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2012.11.010>
- [11] Zordan T., Liu T., Briseghella B. et al. Improved equivalent viscous damping model for base-isolated structures with lead rubber bearings. *Eng. Struct.*, 2014, vol. 75, pp. 340–352, doi: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2014.05.044>
- [12] Martakis P., Aguzzi G., Dertimanis V.K. et al. Nonlinear periodic foundations for seismic protection: practical design, realistic evaluation and stability considerations. *Soil Dyn. Earthq. Eng.*, 2021, vol. 150, art. 106934, doi: <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2021.106934>
- [13] Kazeminezhad E., Kazemi M.T., Mirhosseini S.M. et al. Modified procedure of lead rubber isolator design used in the reinforced concrete building. *Structures*, 2020, vol. 27, pp. 2245–2273, <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.07.056>
- [14] Jangid R.S. Optimum lead–rubber isolation bearings for near-fault motions. *Eng. Struct.*, 2007, vol. 29, no. 10, pp. 2503–2513, <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2006.12.010>
- [15] Радин В.П., Позняк Е.В., Новикова О.В. и др. Разработка и исследование модели здания на резинометаллических сейсмоопорах. *Вестник МЭИ*, 2022, № 2, с. 105–112, doi: <https://doi.org/10.24160/1993-6982-2022-2-105-112>
- [16] Болотин В.В., Радин В.П., Чирков В.П. Исследование поведения зданий и сооружений со снижением жесткости при сейсмических воздействиях. *Известия вузов. Строительство*, 2003, № 7, с. 6–10.
- [17] Соболев В.И. О численном моделировании динамических процессов в сейсмоизолированных многоэтажных зданиях. *Известия вузов. Инвестиции. Строительство. Недвижимость*, 2019, т. 9, № 4, с. 772–781.

References

- [1] Kalmár-Nagy T., Shekhawat A. Nonlinear dynamics of oscillators with bilinear hysteresis and sinusoidal excitation. *Physica D*, 2009, vol. 238, no. 17, pp. 1768–1786, doi: <https://doi.org/10.1016/j.physd.2009.06.016>
- [2] Dicleli M., Karalar M. Optimum characteristic properties of isolators with bilinear force–displacement hysteresis for seismic protection of bridges built on various site soils. *Soil Dyn. Earthq. Eng.*, 2011, vol. 31, no. 7, pp. 982–995, doi: <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2011.03.005>
- [3] Balasubramanian P., Franchini G., Ferrari G. et al. Nonlinear vibrations of beams with bilinear hysteresis at supports: interpretation of experimental results. *J. Sound Vib.*, 2021, vol. 499, art. 115998, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2021.115998>
- [4] Bakaeva L., Egarmin K., Galikhanova E. Effect of using rubber-metal seismic bearings on the dynamic and static characteristics of a multi–storey building. *AlfaBuil*, 2019, vol. 5, no. 12, pp. 15–26.
- [5] Çerçevik A.E., Avşar Ö., Hasançebi O. Optimum design of seismic isolation systems using metaheuristic search methods. *Soil Dyn. Earthq. Eng.*, 2020, vol. 131, art. 106012, doi: <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2019.106012>

- [6] Shoaie P., Mahsuli M. Reliability-based design of steel moment frame structures isolated by lead-rubber bearing systems. *Structures*, 2019, vol. 20, pp. 765–778, doi: <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2019.06.020>
- [7] Shoaie P., Orimi H.T., Zahrai S.M. Seismic reliability-based design of inelastic base-isolated structures with lead-rubber bearing systems. *Soil Dyn. Earthq. Eng.*, 2018, vol. 115, pp. 589–605, <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2018.09.033>
- [8] FIP Industriale. Lead rubber bearings series LRB.
- [9] Karpenko A.P. *Sovremennyye algoritmy poiskovoy optimizatsii. Algoritmy, vdokhnovlennyye prirodoy* [Modern search optimization algorithms. Algorithms inspired by nature]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2014. 448 p. (In Russ.).
- [10] Saiful Islam A.B.M., Hussain R.R., Jumaat M.Z. et al. Nonlinear dynamically automated excursions for rubber-steel bearing isolation in multi-storey construction. *Autom. Constr.*, 2013, vol. 30, pp. 265–275, doi: <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2012.11.010>
- [11] Zordan T., Liu T., Briseghella B. et al. Improved equivalent viscous damping model for base-isolated structures with lead rubber bearings. *Eng. Struct.*, 2014, vol. 75, pp. 340–352, doi: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2014.05.044>
- [12] Martakis P., Aguzzi G., Dertimanis V.K. et al. Nonlinear periodic foundations for seismic protection: practical design, realistic evaluation and stability considerations. *Soil Dyn. Earthq. Eng.*, 2021, vol. 150, art. 106934, doi: <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2021.106934>
- [13] Kazeminezhad E., Kazemi M.T., Mirhosseini S.M. et al. Modified procedure of lead rubber isolator design used in the reinforced concrete building. *Structures*, 2020, vol. 27, pp. 2245–2273, <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.07.056>
- [14] Jangid R.S. Optimum lead–rubber isolation bearings for near-fault motions. *Eng. Struct.*, 2007, vol. 29, no. 10, pp. 2503–2513, <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2006.12.010>
- [15] Radin V.P., Poznyak E.V., Novikova O.V. et al. Development and study of a building model on lead rubber bearings. *Vestnik MEI* [Bulletin of Moscow Power Engineering Institute], 2022, no. 2, pp. 105–112, doi: <https://doi.org/10.24160/1993-6982-2022-2-105-112> (In Russ.).
- [16] Bolotin V.V., Radin V.P., Chirkov V.P. Investigations of buildings and structures behaviour with rigidity reduction under seismic shocks. *Izvestiya vuzov. Stroitelstvo* [News of Higher Educational Institutions. Construction], 2003, no. 7, pp. 6–10. (In Russ.).
- [17] Sobolev V.I. On the numerical modelling of dynamic processes in seismically isolated high-rise buildings. *Izvestiya vuzov. Investitsii. Stroitelstvo. Nedvizhimost* [Proceedings of Universities. Investment. Construction. Real Estate], 2019, vol. 9, no. 4, pp. 772–781. (In Russ.).

Статья поступила в редакцию 13.09.2023

Информация об авторах

ПОЗНЯК Елена Викторовна — доктор технических наук, профессор кафедры «Робототехника, мехатроника, динамика и прочность машин». НИУ «МЭИ» (111250, Москва, Российская Федерация, Красноказарменная ул., д. 14, e-mail: elpoz@yandex.ru).

РАДИН Владимир Павлович — кандидат технических наук, профессор кафедры «Робототехника, мехатроника, динамика и прочность машин». НИУ «МЭИ» (111250, Москва, Российская Федерация, Красноказарменная ул., д. 14, e-mail: radinvp@gmail.com).

Information about the authors

POZNYAK Elena Viktorovna — Doctor of Science (Eng.), Professor, Department of Robotics, Mechatronics, Dynamics and Strength of Machines. National Research University — Moscow Power Engineering Institute (111250, Moscow, Russian Federation, Krasnokazarmennaya St., Bldg. 14, e-mail: elpoz@yandex.ru).

RADIN Vladimir Pavlovich — Candidate of Science (Eng.), Professor, Department of Robotics, Mechatronics, Dynamics and Strength of Machines. National Research University — Moscow Power Engineering Institute (111250, Moscow, Russian Federation, Krasnokazarmennaya St., Bldg. 14, e-mail: radinvp@gmail.com).

НОВИКОВА Ольга Валерьевна — кандидат технических наук, доцент кафедры «Робототехника, мехатроника, динамика и прочность машин». НИУ «МЭИ» (111250, Москва, Российская Федерация, Красноказарменная ул., д. 14, e-mail: NovikovaOV@mpei.ru).

NOVIKOVA Olga Valeryevna — Candidate of Sciences (Eng.), Associate Professor, Department of Robotics, Mechatronics, Dynamics and Strength of Machines. National Research University — Moscow Power Engineering Institute (111250, Moscow, Russian Federation, Krasnokazarmennaya St., Bldg. 14, e-mail: NovikovaOV@mpei.ru).

КИСЕЛЕВ Алексей Владимирович — аспирант кафедры «Робототехника, мехатроника, динамика и прочность машин». НИУ «МЭИ» (111250, Москва, Российская Федерация, Красноказарменная ул., д. 14, e-mail: KiselevAVI@mpei.ru).

KISELEV Alexey Vladimirovich — Postgraduate, Department of Robotics, Mechatronics, Dynamics and Strength of Machines. National Research University — Moscow Power Engineering Institute (111250, Moscow, Russian Federation, Krasnokazarmennaya St., Bldg. 14, e-mail: KiselevAVI@mpei.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Позняк Е.В., Радин В.П., Новикова О.В., Киселев А.В. О задаче оптимизации виброзащитных систем на основе билинейных гистерезисных элементов. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2024, № 3, с. 11–21.

Please cite this article in English as:

Poznyak E.V., Radin V.P., Novikova O.V., Kiselev A.V. On the problem of optimizing vibration protection systems based on the bilinear hysteresis elements. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2024, no. 3, pp. 11–21.



**Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана
предлагает читателям учебное пособие А.Ю. Чиркова
«Термодинамика»**

Рассмотрены фундаментальные основы термодинамики и приложения термодинамического анализа к системам различной физической природы (газы, многофазные и многокомпонентные смеси, плазма, электромагнитное поле и др.), к процессам в энергоустановках, преобразователях энергии и природных объектах.

Приведены базовые понятия и законы термодинамики, принципы преобразования теплоты. Описаны подходы к анализу термодинамических циклов, особенности систем при низких и высоких температурах. Рассмотрены вопросы фазового и химического равновесия. Изложены основы линейной неравновесной термодинамики.

Для студентов, изучающих термодинамику как отдельную дисциплину или учебный модуль, а также для лиц, интересующихся теплофизикой, теорией теплофизических свойств веществ, процессами в энергоустановках и общими вопросами энергетики.

По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.
Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;
press@bmstu.ru; <https://press.bmstu.ru>