

УДК 629.7.023:539.3

# Исследование нелинейного деформирования и устойчивости композитной некруговой цилиндрической оболочки при нагружении изгибающим моментом

**Л.П. Железнов**

ФАУ «Сибирский научно-исследовательский институт авиации имени С.А. Чаплыгина»

## Study of nonlinear deformation and stability of the non-circular composite cylindrical shell exposed to loading with the bending moment

**L.P. Zheleznov**

Federal State Autonomous Institution "Siberian Aeronautical Research Institute named after S. A. Chaplygin"

Решена задача устойчивости некруговых цилиндрических оболочек, выполненных из полимерного композиционного материала, с учетом моментности и нелинейности их докритического напряженно-деформированного состояния. Геометрически нелинейная задача устойчивости решена методами конечных элементов и линеаризации Ньютона — Канторовича. Критические нагрузки определены в процессе решения нелинейной задачи с помощью критерия Сильвестра. Используются ранее разработанные на основе гипотезы Тимошенко конечные элементы композитных цилиндрических оболочек естественной кривизны, в аппроксимации перемещений которых в явном виде выделены их жесткие перемещения, что существенно влияет на сходимость решения. Исследована устойчивость овальной цилиндрической оболочки, выполненной из полимерного композиционного материала, при нагружении изгибающим моментом. Установлено влияние способов укладки монослоев, нелинейности деформирования, параметра овальности на критические нагрузки, потери устойчивости оболочки и весовую эффективность композитных оболочек.

**EDN:** YTOYLN, <https://elibrary/ytoyaln>

**Ключевые слова:** некруговые цилиндрические оболочки, полимерные композиционные материалы, нелинейное деформирование, метод конечных элементов, изгибающий момент, весовая эффективность

The problem of stability of the non-circular cylindrical shells made of composite material is solved, taking into account torque and nonlinearity in their subcritical stress-strain state. The geometrically nonlinear stability problem is solved by the finite element methods and the Newton–Kantorovich linearization. Critical loads are determined in solving the nonlinear problem using the Sylvester criterion. Finite elements of the composite cylindrical shells with natural curvature, previously developed on the basis of the Timoshenko hypothesis, are used, in which motion approximation their rigid movements are explicitly identified significantly effecting the solution convergence. Stability of the oval cylindrical shell made of the polymer composite material exposed to loading with the bending moment is studied. Influence is established of methods of laying monolayers, nonlinearity of deformation and ovality parameter on the shell critical buckling loads and weight efficiency of the composite shells.

EDN: YTOYLN, <https://elibrary/ytoyln>

**Keywords:** non-circular cylindrical shells, polymer composite materials, nonlinear deformation, finite element method, bending moment, weight efficiency

Фюзеляж современных летательных аппаратов достаточно часто имеет некруговое поперечное сечение, особенно в широкофюзеляжных самолетах большой вместимости.

Однако некруговые оболочки, в отличие от круговых, исследованы на устойчивость недостаточно. Если по круговым оболочкам количество публикаций исчисляется тысячами, то по некруговым — несколькими десятками. Это можно объяснить как меньшим использованием некруговых оболочек на практике, так и трудностями решения задач, связанными с переменностью радиуса кривизны, что приводит к появлению непостоянных коэффициентов в уравнениях устойчивости.

Известные решения задач устойчивости получены аналитическими методами и, как правило, в линейном приближении без учета моментности и нелинейности докритического состояния оболочек, т. е. в классической постановке.

Исследованию прочности и устойчивости некруговых цилиндрических оболочек в нелинейной постановке посвящены работы [1–3]. Однако в них рассмотрены в основном металлические оболочки. Кроме того, в настоящее время при проектировании конструкций летательных аппаратов широкое применение получили полимерные композиционные материалы. Их использование существенно снижает массу конструкции при сохранении прочностных и жесткостных характеристик.

Основополагающий вклад в разработку методов расчета композитных конструкций внесла школа В.В. Васильева [4, 5]. Несмотря на то, что существует большое количество работ по исследованию прочности таких конструкций, остаются нерешенными вопросы их прочности и устойчивости в условиях нелинейного исходного напряженно-деформированного состояния (НДС). Последнее особенно важно для конструкций фюзеляжей самолетов, в которых потеря устойчивости обшивки является недопустимой.

В большей части опубликованных работ задачи устойчивости оболочек из полимерных композиционных материалов решены в классической постановке при безмоментном или линейном исходном НДС [6, 7]. Однако остаются

нерешенными вопросы, связанные с прочностью и устойчивостью композитных конструкций при их нелинейном деформировании.

Цель работы — решить нелинейную задачу прочности и устойчивости композитных некруговых цилиндрических оболочек при произвольном нагружении методами конечных элементов и линеаризации Ньютона — Канторовича [8] с использованием шагового метода по нагрузке и энергетического критерия устойчивости.

Критические нагрузки определены путем решения геометрически нелинейной задачи с применением критерия Сильвестра. Используются разработанные на основе гипотезы Тимошенко конечные элементы композитной некруговой цилиндрической оболочки естественной кривизны, в аппроксимации перемещений которых в явном виде выделены их жесткие перемещения.

Исследовано влияние способов укладки монослоев в обшивке (далее укладка монослоев), нелинейности деформирования и параметров овальности на устойчивость и весовую эффективность композитной некруговой цилиндрической оболочки, нагруженной изгибающим моментом.

Результаты исследования получены с помощью программного комплекса «Комплекс программ для расчета на прочность и устойчивость подкрепленных некруговых цилиндрических оболочек», зарегистрированного в Федеральной службе по интеллектуальной собственности (свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2013615613 от 17.06.2013 г.).

Основные соотношения для конечного элемента композитной некруговой цилиндрической оболочки, разработанные алгоритмы решения задачи их прочности и устойчивости в условиях нелинейного исходного НДС приведены в работах [1, 9–11].

**Исследование влияния порядка укладки монослоев на устойчивость композитной некруговой цилиндрической оболочки.** Рассмотрим консольно-закрепленную ( $u = v = w = w_x = w_\varphi = w_{x\varphi} = 0$ ) композитную некруговую цилин-

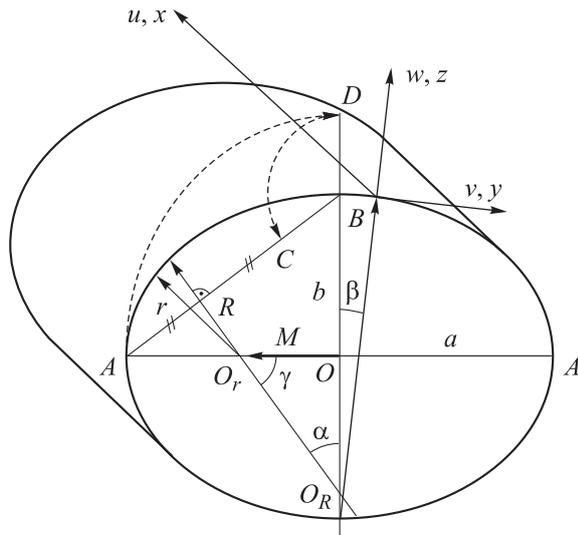


Рис. 1. Схема композитной некруговой цилиндрической оболочки с овальным поперечным сечением:

$u, v$  и  $w$  — перемещения точек срединной поверхности конечного элемента в направлении осей  $x, y$  и  $z$  соответственно

рическую оболочку с овальным поперечным сечением, находящуюся под действием краевой нагрузки в виде изгибающего момента  $M$ , приложенного к ее свободному краю (рис. 1). Обшивку оболочки считаем ортотропной.

Нагруженный край оболочки подкреплен жестким в своей плоскости шпангоутом. Действие изгибающего момента заменим действием неоднородных по направляющей оболочки осевых усилий  $T_1 = Mz_1/J$ , где  $z_1$  — расстояние от точек контура оболочки до горизонтальной оси  $AA$ ;  $J$  — момент инерции площади поперечного сечения относительно оси  $AA$ .

Рассмотрим овал с большой  $a$  и малой  $b$  полуосями (см. рис. 1), построенный из двух пар окружностей радиусами  $R$  и  $r$  следующим образом. Проводим окружность радиуса  $a$  с центром в точке  $O$  до пересечения с полуосью  $b$  и окружность радиуса  $a - b$  до пересечения с прямой  $AB$ . Разделяем отрезок  $AC$  пополам и восстанавливаем к нему перпендикуляр. Про-

водим из центров  $O_r$  и  $O_R$  дуги окружностей малого  $r$  и большого  $R$  радиусов. Точка сопряжения дуг окружностей определяется углом  $\alpha$ .

Из условий построения овала получаем его геометрические характеристики

$$r = a \frac{1+k^2 - \sqrt{1+k^2}}{1+k - \sqrt{1+k^2}}; \quad R = a \frac{1-k(\sqrt{1+k^2} - k)}{1+k - \sqrt{1+k^2}},$$

где

$$k = \operatorname{tg} \alpha = b/a.$$

Периметр овала  $P = 4(R\alpha + r\gamma)$ , где  $\gamma = \pi/2 - \alpha$ . Радиус окружности с таким же периметром (эквипериметрический радиус)  $R_0 = P/2\pi$ .

Оболочка выполнена из 18-слойного полимерного композиционного материала Torayca T700, механические характеристики монослоя которого приведены в работе [11]. Длина оболочки  $L = 2000$  мм, толщина  $h = 3,456$  мм, эквипериметрический радиус  $R_0 = 2000$  мм.

В силу симметрии нагрузки рассмотрим 1/2 часть оболочки, полученную продольным разрезом. Для расчета по линии разреза установим условия симметрии:  $v = 0$ ;  $w_\varphi = 0$ .

Чтобы обеспечить сходимость решения по числу конечных элементов с погрешностью, не превышающей 5 %, разобьем оболочку конечно-элементной сеткой  $m \times n = 15 \times 90$ , где  $m$  и  $n$  — число конечных элементов по длине и окружности оболочки.

Введем следующие обозначения:

$$k_m = M_0^*/M_0.$$

Здесь  $M_0^*$  — критическое значение изгибающего момента;  $M_0$  — верхнее критическое значение изгибающего момента для круговой эквипериметрической цилиндрической изотропной оболочки [12],

$$M_0 = \pi E R_0 h^2 / \sqrt{3(1-\nu^2)},$$

где  $E$  — модуль упругости материала;  $\nu$  — коэффициент Пуассона материала.

Таблица 1

#### Варианты укладки монослоев

Вариант	Укладка
1	0, 0, $\pm 45$ , 90, 0, $\pm 45$ , 90, 90, $\pm 45$ , 0, 90, $\pm 45$ , 0, 0
2	$\pm 45$ , $\pm 45$
3	$\pm 45$ , $\pm 45$ , $\pm 45$ , 0, 90, 0, 0, 90, 0, -45, 45, -45, 45, -45, 45
4	0, 90, 0, 90, 0, 90, 0, 90, 0, 90, 0, 90, 0, 90, 0, 90, 0, 90
5	0, 0, 0, 90, 0, $\pm 45$ , $\pm 45$ , $\pm 45$ , $\pm 45$ , 0, 90, 0, 0, 0

Рассмотрены пять вариантов укладки композитных монослоев, приведенных в табл. 1, а также (для сравнения) оболочка из алюминиевого сплава Д16Т.

Зависимости параметра критического момента  $k_m$  от параметра овальности поперечного сечения (далее параметр овальности)  $\bar{a} = a/b$  для различных вариантов укладки монослоев приведены на рис. 2. Номера кривых 1–5 соответствуют вариантам укладки монослоев (см. табл. 1), а кривая 6 — металлической оболочке.

Как видно из рис. 2, параметр критического момента  $k_m$  существенно зависит как от параметра овальности  $\bar{a}$ , так и от укладки монослоев. Наибольшие значения параметра  $k_m$  наблюдаются у сплюснутых по вертикальной оси оболочек при параметре овальности  $\bar{a} = 0,80$  независимо от варианта укладки монослоев. Нелинейность, как правило, снижает параметр критического момента, особенно в зоне максимальных значений  $k_m$ . У металлической оболочки параметр критического момента больше, чем у композитной.

Влияние нелинейности исходного НДС оболочки на параметр критического момента  $k_m$  определяется выражением

$$\Delta = (k_{mn} - k_{ml}) / k_{ml} \cdot 100 \%,$$

где  $k_{mn}$  и  $k_{ml}$  — параметр критического момента для нелинейного и линейного исходного НДС оболочки.

Результаты исследования влияния нелинейности исходного НДС оболочки на параметр критического момента  $k_m$  при различных значениях параметра овальности и вариантах укладки монослоев приведены в табл. 2, где вариант 6 соответствует металлической оболочке. Жирным шрифтом выделены варианты расчета оболочек с наибольшим (более 20 %) влиянием параметра  $\Delta$  на параметр  $k_m$ .

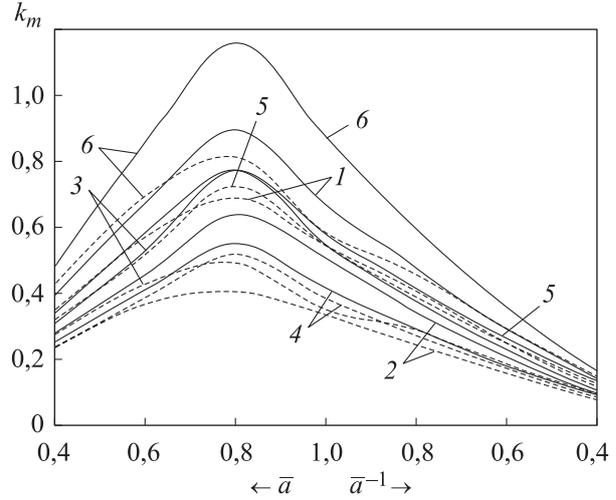


Рис. 2. Зависимости параметра критического момента  $k_m$  от параметра овальности  $\bar{a}$  для линейного (сплошные линии) и нелинейного (штриховые линии) исходных НДС оболочки при различных вариантах укладки монослоев

Из табл. 2 следует, что нелинейность снижает параметр критического момента  $k_m$  для всех вариантов оболочек. С увеличением параметра овальности  $\bar{a}$  влияние нелинейности на параметр критического момента  $k_m$  снижается. Для четвертого и пятого вариантов влияние нелинейности является незначительным (в пределах 10 %) независимо от параметра овальности оболочки.

Весовая эффективность композитной оболочки определяется выражением

$$k_g = \frac{k_m}{k_{ml} (G / G_1)},$$

где  $k_m$ ,  $k_{ml}$  и  $G$ ,  $G_1$  — параметры критического момента и массы композитной и металлической оболочек соответственно.

Зависимости весовой эффективности композитной оболочки  $k_g$  от параметра овальности

Таблица 2

Влияние нелинейности исходного НДС оболочки на параметр критического момента

Вариант укладки	Параметр нелинейности $\Delta$ , %, при параметре овальности $\bar{a}$						
	0,40	0,60	0,80	1,00	1,25	1,67	2,50
1	-12,4	-17,8	<b>-29,9</b>	<b>-23,8</b>	-17,7	-17,6	-12,6
2	-17,8	<b>-23,7</b>	<b>-57,9</b>	<b>-51,0</b>	<b>-43,1</b>	<b>-29,7</b>	-24,4
3	-12,1	<b>-23,6</b>	<b>-57,7</b>	<b>-57,7</b>	<b>-29,9</b>	<b>-24,1</b>	-7,2
4	-6,8	-6,3	-6,8	-6,9	-6,5	-1,5	-7,5
5	-7,0	-12,2	-6,9	-6,9	-6,9	-6,7	-12,0
6	-12,0	<b>-23,7</b>	<b>-43,0</b>	<b>-50,5</b>	<b>-29,9</b>	<b>-23,5</b>	-12,9

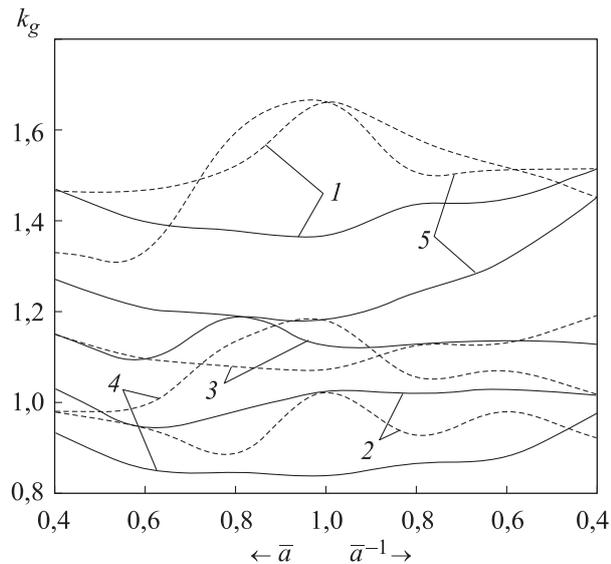


Рис. 3. Зависимости весовой эффективности композитной оболочки  $k_g$  от параметра овальности  $\bar{a}$  для линейного (сплошные линии) и нелинейного (штриховые линии) исходных НДС при различных вариантах укладки монослоев

сти  $\bar{a}$  для линейного и нелинейного исходных НДС при различных вариантах укладки монослоев приведены на рис. 3.

Видно, что весовая эффективность композитной оболочки существенно зависит как от параметра овальности, так и от варианта укладки монослоев, достигая 60 % в первом и пятом вариантах. Нелинейность в основном повышает весовую эффективность, однако во втором и третьем вариантах укладки монослоев (с преимущественной укладкой волокон под углом  $\pm 45^\circ$ ) она незначительно снижает  $k_g$ . У второго варианта укладки монослоев весовая эффективность композитной оболочки ниже, чем у металлической.

Значения параметра критического момента  $k_m$  при различных значениях параметра овальности и вариантах укладки монослоев для

нелинейного исходного НДС оболочки приведены в табл. 3. Жирным шрифтом выделены варианты расчета оболочек с наиболее эффективной укладкой монослоев.

Как следует из табл. 3, наиболее эффективной укладкой является ее первый вариант независимо от параметра овальности композитной оболочки.

Приведем результаты исследования влияния углов укладки монослоев  $\varphi$  для первого варианта укладки, заменив угол  $45^\circ$  (см. табл. 1) параметром  $\varphi$ :  $[0, 0, \pm\varphi, 90, 0, \pm\varphi, 90, 0, \pm\varphi, 90, 0, \pm\varphi, 90, 0]$ .

Зависимости параметра критического момента  $k_m$  от параметра овальности  $\bar{a}$  для линейного и нелинейного исходных НДС оболочки при различных углах укладки монослоев  $\varphi$  приведены на рис. 4.

Зависимости параметра критического момента  $k_m$  от угла укладки монослоев  $\varphi$  для линейного и нелинейного исходных НДС оболочки при различных значениях параметра овальности  $\bar{a}$  показаны на рис. 5.

Как видно из рис. 4 и 5, наиболее эффективной является укладка под углами  $\varphi = 40 \dots 50^\circ$ . В этом случае параметр  $k_m$  достигает максимального значения для параметра овальности  $\bar{a} = 0,80$  независимо от угла  $\varphi$ . Наиболее существенное снижение параметра  $k_m$  наблюдается при малых значениях параметра овальности оболочки ( $0,80 < \bar{a} < 1,25$ ) и больших углах укладки монослоев ( $\varphi > 20^\circ$ ).

Зависимости весовой эффективности композитной оболочки  $k_g$  от параметра овальности  $\bar{a}$  для линейного и нелинейного исходных НДС при различных углах укладки монослоев  $\varphi$  приведены на рис. 6.

Зависимости весовой эффективности композитной оболочки  $k_g$  от угла укладки монослоев  $\varphi$  для линейного и нелинейного исходных

Таблица 3

Значения параметра критического момента  $k_m$  при различных значениях параметра овальности и вариантах укладки монослоев для нелинейного исходного НДС оболочки

Вариант укладки	Параметр критического момента $k_m$ при параметре овальности $\bar{a}$						
	0,40	0,60	0,80	1,00	1,25	1,67	2,50
1	<b>0,349</b>	<b>0,570</b>	<b>0,689</b>	<b>0,540</b>	<b>0,405</b>	<b>0,245</b>	<b>0,122</b>
2	0,233	0,367	0,403	0,332	0,237	0,158	0,074
3	0,274	0,426	0,490	0,348	0,288	0,183	0,096
4	0,233	0,386	0,514	0,384	0,270	0,173	0,082
5	0,317	0,517	0,723	0,540	0,386	0,245	0,117

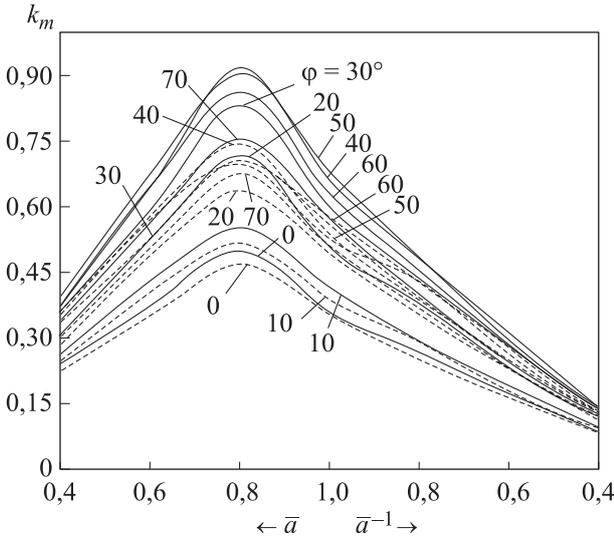


Рис. 4. Зависимости параметра критического момента  $k_m$  от параметра овальности  $\bar{a}$  для линейного (сплошные линии) и нелинейного (штриховые линии) исходных НДС оболочки при различных углах укладки монослоев  $\varphi$

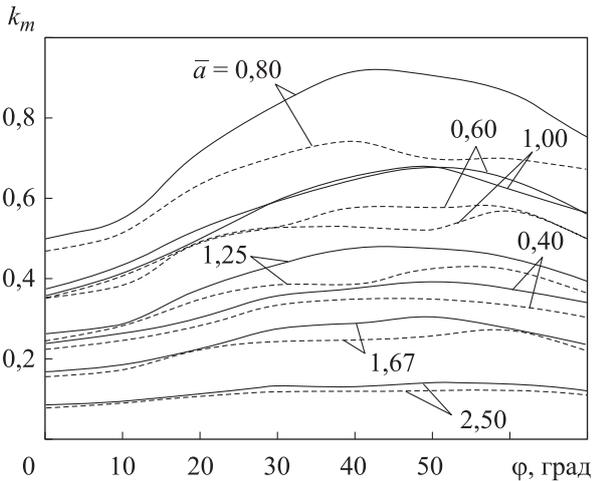


Рис. 5. Зависимости параметра критического момента  $k_m$  от угла укладки монослоев  $\varphi$  для линейного (сплошные линии) и нелинейного (штриховые линии) исходных НДС оболочки при различных значениях параметра овальности  $\bar{a}$

НДС при различных значениях параметра овальности  $\bar{a}$  показаны на рис. 7.

Как видно из рис. 6 и 7, весовая эффективность композитной оболочки существенно зависит как от параметра овальности  $\bar{a}$ , так и от угла укладки монослоев  $\varphi$ . При  $\varphi < 20^\circ$  весовая эффективность композитной оболочки меньше, чем у металлической. Нелинейность, как правило, повышает весовую эффективность композитной оболочки, оказывая на нее наиболь-

шее влияние при малой овальности и в диапазоне угла укладки монослоев  $\varphi = 20 \dots 60^\circ$ .

Формы потери устойчивости оболочки при параметре овальности  $\bar{a} = 0,60; 1,00$  и  $1,70$  показаны на рис. 8, где видно, она существенно зависит от параметра овальности  $\bar{a}$ . Оболочки теряют устойчивость в нижней части под действием продольных сжимающих усилий. Для сплюснутых в вертикальной плоскости оболочек ( $\bar{a} < 1$ ) потеря устойчивости наблюдается в области перехода радиуса кривизны  $R$  от меньшего к большему.

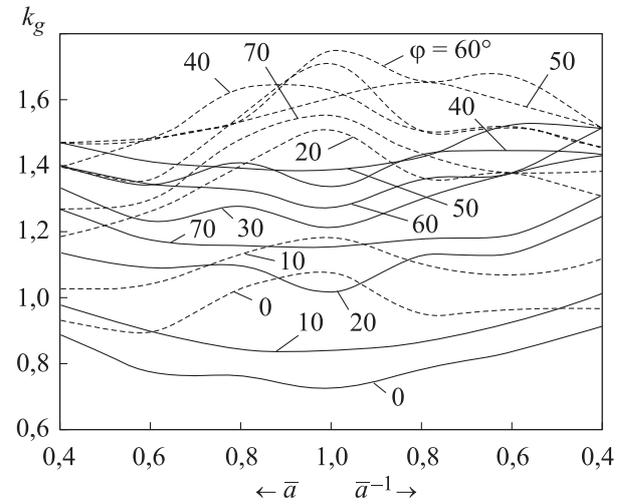


Рис. 6. Зависимости весовой эффективности композитной оболочки  $k_g$  от параметра овальности  $\bar{a}$  для линейного (сплошные линии) и нелинейного (штриховые линии) исходных НДС композитной оболочки при различных углах укладки монослоев  $\varphi$

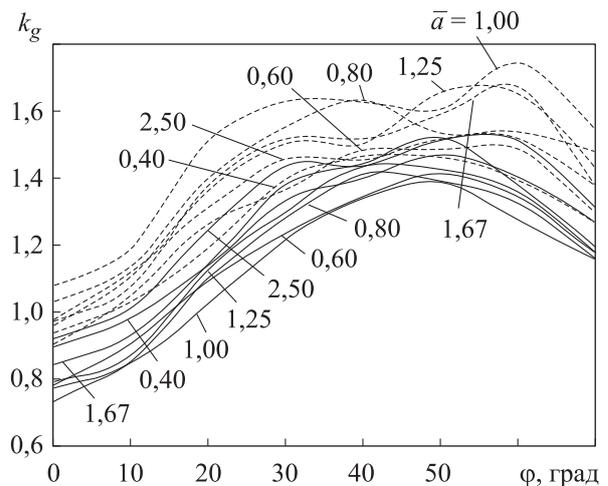


Рис. 7. Зависимости весовой эффективности композитной оболочки  $k_g$  от угла укладки монослоев  $\varphi$  для линейного (сплошные линии) и нелинейного (штриховые линии) исходных НДС при различных значениях параметра овальности  $\bar{a}$

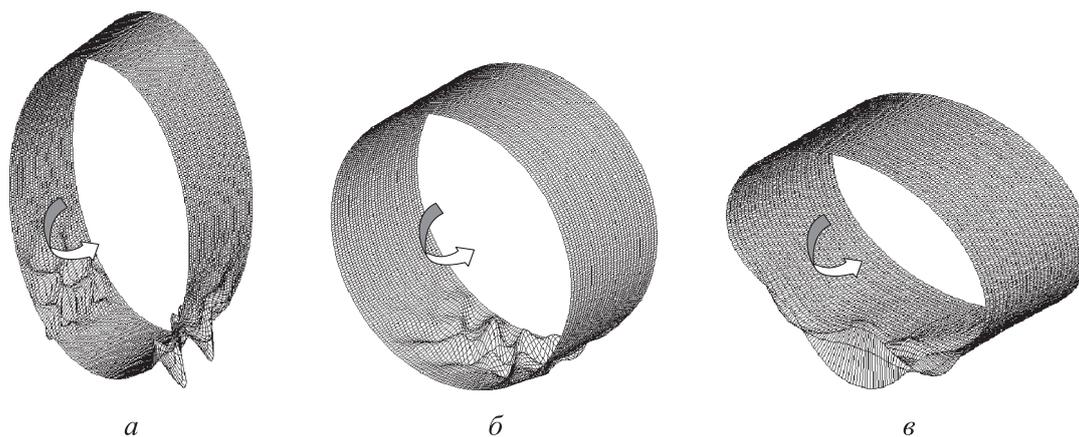


Рис. 8. Формы потери устойчивости оболочки при параметре овальности  $\bar{a} = 0,60$  (а),  $1,00$  (б) и  $1,70$  (в)

## Выводы

1. Параметр критического момента  $k_m$  существенно зависит от способа укладки монослоев и параметра овальности оболочки. Наибольшие значения параметра  $k_m$  достигаются для сплюснутых в вертикальной плоскости оболочек при параметре овальности  $\bar{a} = 0,80$  независимо от укладки слоев.

2. Нелинейность, как правило, снижает параметр критического момента  $k_m$ , причем наиболее существенно при малой овальности оболочки (до 60 %). Для вариантов укладки монослоев  $[0, 90, 0, 90, 0, 90, 0, 90, 0, 90, 0, 90, 0, 90, 0, 90]$  и  $[0, 0, 0, 90, 0, \pm 45, \pm 45, \pm 45, \pm 45, 0, 90, 0, 0, 0]$  влияние нелинейности незначительное (в пределах до 10 %) и не зависит от параметра овальности оболочки.

3. Углы укладки монослоев существенно влияют на параметр критического момента. Наиболее оптимальной является укладка с углами  $\varphi = 40 \dots 60^\circ$ .

4. Значения параметра весовой эффективности композитной оболочки также зависят от укладки монослоев и параметра овальности. Самой эффективной является укладка с углами  $\varphi = 40 \dots 50^\circ$ , максимальное значение весовой эффективности достигается при параметре овальности  $\bar{a} = 1,00$  независимо от угла укладки монослоев.

5. Нелинейность повышает весовую эффективность композитной оболочки, оказывая на нее наибольшее влияние при малой овальности и в диапазоне угла укладки монослоев  $20 \dots 60^\circ$ .

## Литература

- [1] Железнов Л.П., Кабанов В.В. Исследование нелинейного деформирования и устойчивости некруговых цилиндрических оболочек при осевом сжатии и внутреннем давлении. *Прикладная механика и техническая физика*, 2002, т. 43, № 4, с. 161–169.
- [2] Железнов Л.П., Кабанов В.В. Исследование нелинейного деформирования и устойчивости некруговых цилиндрических оболочек при чистом изгибе. *Известия АН. МТТ*, 2004, № 3, с. 144–151.
- [3] Бойко Д.В., Железнов Л.П., Кабанов В.В. Нелинейное деформирование и устойчивость овальных цилиндрических оболочек при комбинированном нагружении. *Прикладная механика и техническая физика*, 2008, т. 49, № 1, с. 134–138.
- [4] Васильев В.В. *Механика конструкций из композитных материалов*. Москва, Машиностроение, 1988. 272 с.
- [5] Vasiliev V.V., Morozov E.V. *Advanced mechanics of composite materials and structures*. Elsevier, 2018. 882 p.
- [6] Алфутов Н.А., Зиновьев П.А., Попов Б.Г. *Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов*. Москва, Машиностроение, 1984. 263 с.
- [7] Кармишин А.В., Лясковец В.А., Мяченков В.И. и др. *Статика и динамика тонкостенных оболочечных конструкций*. Москва, Машиностроение, 1975. 376 с.

- [8] Канторович Л.В., Акилов Г.П. *Функциональный анализ в нормированных пространствах*. Москва, Физматгиз, 1959. 684 с.
- [9] Кабанов В.В., Железнов Л.П. К расчету цилиндрической оболочки методом конечных элементов. *Прикладная механика*, 1985, т. 21, № 9, с. 35–38.
- [10] Бойко Д.В., Железнов Л.П., Кабанов В.В. Нелинейное деформирование и устойчивость дискретно подкрепленных эллиптических цилиндрических композитных оболочек при кручении и внутреннем давлении. *Авиационная техника*, 2018, № 2, с. 27–34.
- [11] Железнов Л.П., Серьезнов А.Н. Нелинейное деформирование и устойчивость композитного отсека фюзеляжа самолета при чистом изгибе. *Авиационная техника*, 2021, № 3, с. 22–30.
- [12] Кабанов В.В. *Устойчивость неоднородных цилиндрических оболочек*. Москва, Машиностроение, 1982. 253 с.

## References

- [1] Zheleznov L.P., Kabanov V.V. Nonlinear deformation and stability of noncircular cylindrical shells under internal pressure and axial compression. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika*, 2002, vol. 43, no. 4, pp. 161–169. (In Russ.). (Eng. version: *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2002, vol. 43, no. 4, pp. 617–621.)
- [2] Zheleznov L.P., Kabanov V.V. Investigation of nonlinear deformation and stability of non-circular cylindrical shells under pure bending. *Izvestiya AN. MTT*, 2004, no. 3, pp. 144–151. (In Russ.).
- [3] Boyko D.V., Zheleznov L.P., Kabanov V.V. Nonlinear deformation and stability of oval cylindrical shells under combined loading. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika*, 2008, vol. 49, no. 1, pp. 134–138. (In Russ.). (Eng. version: *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2002, vol. 43, no. 4, pp. 617–621.)
- [4] Vasilyev V.V. *Mekhanika konstruksiy iz kompozitnykh materialov* [Mechanics of structures and composites]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1988. 272 p. (In Russ.).
- [5] Vasiliev V.V., Morozov E.V. *Advanced mechanics of composite materials and structures*. Elsevier, 2018. 882 p.
- [6] Alfutov N.A., Zinovyev P.A., Popov B.G. *Raschet mnogosloynnykh plastin i obolochek iz kompozitsionnykh materialov* [Calculation of composite multilayer plates and shells]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1984. 263 p. (In Russ.).
- [7] Karmishin A.V., Lyaskovets V.A., Myachenkov V.I. et al. *Statika i dinamika tonkostennykh obolocheknykh konstruksiy* [Statics and dynamics of thin-walled shell structures]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1975. 376 p. (In Russ.).
- [8] Kantorovich L.V., Akilov G.P. *Funktsionalnyy analiz v normirovannykh prostranstvakh* [Functional analysis in normalised spaces]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1959. 684 p. (In Russ.).
- [9] Kabanov V.V., Zheleznov L.P. To the calculation of a cylindrical shell by the finite element method. *Prikladnaya mekhanika*, 1985, vol. 21, no. 9, pp. 35–38. (In Russ.).
- [10] Boyko D.V., Zheleznov L.P., Kabanov V.V. Nonlinear deformation and stability of discrete-reinforced elliptical cylindrical composite shells under torsion and internal pressure. *Aviatsionnaya tekhnika*, 2018, no. 2, pp. 27–34. (In Russ.). (Eng. version: *Russ. Aeronaut.*, 2018, vol. 61, no. 2, 175–182, doi: <https://doi.org/10.3103/S1068799818020046>)
- [11] Zheleznov L.P., Seryeznov A.N. Nonlinear deformation and stability of the aircraft fuselage composite section under pure bending. *Aviatsionnaya tekhnika*, 2021, no. 3, pp. 22–30. (In Russ.). (Eng. version: *Russ. Aeronaut.*, 2021, vol. 64, no. 3, pp. 385–393, doi: <https://doi.org/10.3103/S106879982103003X>)
- [12] Kabanov V.V. *Ustoychivost neodnorodnykh tsilindricheskikh obolochek* [Stability of non-uniform cylindrical shells]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1982. 253 p. (In Russ.).

## Информация об авторе

**ЖЕЛЕЗНОВ Лев Петрович** — доктор технических наук, старший научный сотрудник, заместитель начальника отделения усталостной и статической прочности конструкций, начальник аспирантуры. ФАУ «Сибирский научно-исследовательский институт авиации имени С.А. Чаплыгина» (630051, Новосибирск, Российская Федерация, ул. Ползунова, д. 21, e-mail: Zgeleznov@sibnia.ru).

## Information about the author

**ZHELEZNOV Lev Petrovich** — Doctor of Science (Eng.), Senior Researcher, Deputy Head of Department of Fatigue and Static Strength of Structures, Head of the Postgraduate Department. Federal State Autonomous Institution “Siberian Aeronautical Research Institute named after S. A. Chaplygin” (630051, Novosibirsk, Russian Federation, Polzunova St., Bldg. 21, e-mail: Zgeleznov@sibnia.ru).

### Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Железнов Л.П. Исследование нелинейного деформирования и устойчивости композитной некруговой цилиндрической оболочки при нагружении изгибающим моментом. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2024, № 6, с. 108–116.

### Please cite this article in English as:

Zheleznov L.P. Study of nonlinear deformation and stability of the non-circular composite cylindrical shell exposed to loading with the bending moment. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2024, no. 6, pp. 108–116.



## Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана предлагает читателям учебное пособие «Проектирование непрерывных технологических процессов»

**Авторы: В.В. Стулов, А.Г. Колесников**

Приведен состав оборудования машины непрерывного литья заготовок и литейно-прокатного агрегата, рассмотрено моделирование затвердевания непрерывнолитой заготовки и моделирование охлаждения кристаллизатора, описаны печи для выплавки стали и для ее обработки, а также основное и вспомогательное оборудование.

Для студентов, обучающихся по направлению подготовки 15.04.02 «Технологические машины и оборудование» (уровень магистратуры). Может быть использовано при курсовом и дипломном проектировании, а также при выполнении домашних заданий.

### По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.  
Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;  
press@bmstu.ru; <https://press.bmstu.ru>