

Механика

УДК 539.374.5; 621.7

Методика определения предельных коэффициентов глубокой вытяжки с учетом нелинейной пластичности и изменения толщины заготовки*

С.И. Феоктистов, И.К. Андрианов

ФГБОУ ВО «Комсомольский-на-Амуре государственный университет»

Method for determining the deep drawing limit coefficients taking into account the workpiece nonlinear plasticity and thickness alteration

S.I. Feoktistov, I.K. Andrianov

Komsomolsk-na-Amure State University

Актуальность исследования обусловлена широким применением процессов вытяжки при изготовлении авиационных деталей методами обработки металлов давлением. Проблема исследования связана с оценкой предельного состояния тонкостенных изделий при упругопластическом деформировании с учетом нелинейной пластичности, больших деформаций и сжимаемости материала. Рассмотрена методика определения предельного коэффициента глубокой вытяжки тонкостенных осесимметричных деталей из плоской листовой заготовки с учетом нелинейного закона упрочнения и изменения толщины заготовки. Решение задачи получено с применением деформационной теории пластичности. Численная методика построена на основании метода переменных параметров упругости и диаграмм предельных деформаций (FLD-диаграмм) для оценки напряженно-деформированного состояния заготовки и прогнозирования ее разрушения. По результатам исследования проведен анализ деформированного состояния заготовки на различных этапах нагружения с использованием FLD-диаграмм, построенных на основе кривых предельных деформаций Хилла — Свифта и Сторена — Райса. Результаты применения численной методики при оценке допустимых коэффициентов вытяжки показали хорошую согласованность со справочными данными.

EDN: WSAQFV, <https://elibrary/wsaqfv>

Ключевые слова: FLD-диаграмма, нелинейная пластичность, глубокая вытяжка, осесимметричная оболочка, метод переменных параметров упругости, предельные деформации

* Научное исследование выполнено при финансовой поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых и по государственной поддержке ведущих научных школ Российской Федерации в рамках стипендии по проекту СП-2200.2022.5 «Разработка моделей и алгоритмов расчета пластического формообразования заготовок штамповочного производства».

Widespread use of the drawing processes in manufacture of the aviation parts using the metal forming methods substantiates the relevance of this study. The research problem is related to assessing the thin-walled product limit state during elastoplastic deformation, taking into account the material nonlinear plasticity, large deformations and compressibility. The paper considers a method for determining the deep drawing limit coefficient of the thin-walled axisymmetric parts from a flat sheet workpiece, taking into account the nonlinear law of hardening and the workpiece thickness alteration. The problem is solved using the deformation theory of plasticity. Numerical methodology is based on the method of variable elastic parameters and the forming limit diagrams (FLD) to assess the workpiece stress-strain state and predict its destruction. Based on the research results, the workpiece deformed state was analyzed at various stages of loading with FLD diagrams, Hill-Swift and Storen-Rice limit deformation curves. Results of applying the numerical methodology in assessing the upper and lower levels of permissible drawing coefficients showed good agreement with the reference data.

EDN: WSAQFV, <https://elibrary/wsaqfv>

Keywords: FLD diagram, nonlinear plasticity, deep drawing, axisymmetric shell, method of variable elastic parameters, limit deformations

Современное развитие машиностроения связано с разработкой подходов к оценке предельного состояния заготовок деталей в процессе их формоизменения. Широкое внедрение в область авиастроения получили процессы листовой штамповки, среди которых самым распространенным является вытяжка.

Анализ предельного состояния заготовки этого процесса построен на оценке предельного коэффициента глубокой вытяжки, который позволяет прогнозировать разрушение заготовки. Очагом деформации в случае вытяжки является фланец заготовки, который находится в условиях двухосного напряженного состояния, что позволяет использовать диаграмму предельных деформаций (FLD-диаграмму) для оценки предельного состояния заготовки [1–3]. Особенность FLD-диаграмм заключается в том, что она отражает момент шейкообразования, сопровождающийся пластическим разрушением [4].

FLD-диаграмму можно представить в виде кривой, связывающей значения главных деформаций, действующих в плоскости листа в момент локализованного образования шейки [1–3]. Наибольшие главные деформации растяжения e_1 откладывают по оси ординат, а наименьшие главные деформации e_2 — по оси абсцисс.

FLD-диаграммы чаще всего используют в программных комплексах, проводящих вычисления на основании конечно-элементных методов, реже — при реализации численно-аналитических методов. Это обусловлено тем, что большая часть аналитических и численно-

аналитических методов, применяемых при исследовании процессов штамповки, дает возможность определять картину напряженного состояния в процессе деформирования, но не позволяет получить картину деформированного состояния [4–7].

Цель исследования — разработка методики определения предельных технологических возможностей глубокой вытяжки, основанной на использовании FLD-диаграмм и метода переменных параметров упругости с учетом нелинейной пластичности, сжимаемости материала и изменения толщины.

Методика основана на применении метода переменных параметров упругости при расчете напряженно-деформированного состояния (НДС) и на дальнейшем анализе деформированного состояния с использованием FLD-диаграмм.

Достоинством метода переменных параметров упругости [8, 9] является возможность определять как поле напряжений, так и поле деформаций в процессе упругопластического деформирования при нелинейном законе упрочнения.

Исходная система уравнений, граничные условия. Рассмотрим процесс глубокой вытяжки для детали, представляющей собой пространственную осесимметричную оболочку, получаемую в процессе формоизменения из плоской круглой заготовки. Наибольшие деформации испытывает фланец заготовки, находящийся в контакте с прижимным кольцом, плоским торцом матрицы и скругленным ребром в процессе деформирования [6], избира-

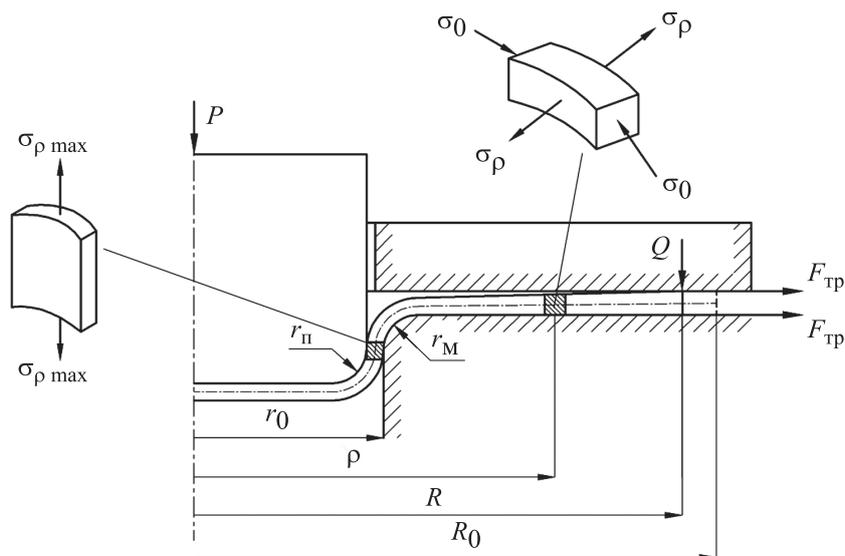


Рис. 1. Схема глубокой осесимметричной вытяжки

женный на рис. 1, где P — действующая нагрузка; r_n — радиус скругления ребра пуансона; ρ — радиальная координата рассматриваемого элемента заготовки в процессе деформирования (координата Эйлера); σ_ρ и σ_θ — радиальные и окружные напряжения; $F_{тр}$ — сила трения; R — радиус края фланца заготовки в процессе деформирования; Q — усилие прижима согласно данным справочной литературы; R_0 — исходный радиус заготовки; r_m — радиус скругления ребра матрицы.

При разработке методики расчета процесса вытяжки приняты следующие допущения:

- описание НДС будем строить на основании соотношений деформационной теории пластичности;

- мера деформации — логарифмическая деформация;

- взаимосвязь интенсивностей напряжений и деформаций определяется согласно гипотезе единой кривой [9];

- в случае параллельного расположения плоскости матрицы и прижима, считаем, что вследствие интенсивного утолщения краевой части фланца заготовки в процессе деформирования усилие прижима распределено не по всей плоскости фланца, а сосредоточено на некотором кольцевом участке, граничащем с краем заготовки (см. рис. 1); отсюда следует, что нормальные напряжения, вызываемые усилием прижима, не действуют на основную часть фланца; как показано в работе [6], усилие прижима сравнительно невелико и даже на части фланца не может создать нормальных напря-

жений, соизмеримых с пределом текучести; следовательно, при вытяжке с прижимом допустим, что напряжения по толщине заготовки на фланце равны нулю и схема напряженного состояния двухосная;

- вследствие более интенсивного утолщения краевой части заготовки, считаем, что силы трения $F_{тр}$, вызванные действием прижима, сосредоточены у краевой части фланца; это позволяет приближенно учесть влияние сил трения во фланце в граничных условиях.

Для осесимметричного двухосного напряженного состояния уравнение равновесия фланца с учетом изменения толщины заготовки имеет вид [4, 10]

$$\frac{d}{d\rho}(\sigma_\rho s) = \frac{\sigma_\theta - \sigma_\rho}{\rho} s, \quad (1)$$

где s — переменная по радиусу толщина фланца.

Уравнение совместности логарифмических деформаций в координатах Эйлера для осесимметричного деформированного состояния фланца запишем как [11]

$$\frac{de_\theta}{d\rho} = \frac{1 - \exp(e_\theta - e_\rho)}{\rho}. \quad (2)$$

Здесь e_θ и e_ρ — логарифмические радиальные и окружные деформации,

$$e_\theta = \ln \frac{\rho}{r}; \quad e_\rho = \ln \frac{d\rho}{dr},$$

где r — радиальная координата элемента заготовки до деформирования (координата Лагранжа).

Вследствие изменения толщины заготовки в процессе формоизменения логарифмическая деформация по толщине ее фланца определяется выражением

$$e_z = \ln \frac{s(\rho)}{s(r)} = \ln \frac{s}{S_0}, \quad (3)$$

где S_0 — толщина заготовки до деформирования.

Применяя метод переменных параметров упругости, представим физические уравнения для двухосного напряженного состояния при упругопластическом деформировании в следующем виде:

$$\begin{cases} e_\rho = \frac{1}{E^*}(\sigma_\rho - \mu^* \sigma_\theta); \\ e_\theta = \frac{1}{E^*}(\sigma_\theta - \mu^* \sigma_\rho); \\ e_z = -\frac{\mu^*}{E^*}(\sigma_\rho + \sigma_\theta). \end{cases} \quad (4)$$

Здесь E^* , μ^* — переменные параметры упругости [9],

$$E^* = \frac{E_{\text{сек}}}{1 + \frac{1-2\mu}{3E} E_{\text{сек}}}; \quad \mu^* = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1-2\mu}{3E} E_{\text{сек}}}{1 + \frac{1-2\mu}{3E} E_{\text{сек}}}, \quad (5)$$

где $E_{\text{сек}}$ — секущий модуль, $E_{\text{сек}} = \sigma_i / e_i$ (σ_i и e_i — интенсивность напряжений и логарифмических деформаций); μ — коэффициент Пуассона; E — модуль упругости первого рода.

С учетом того, что в процессе вытяжки металл преимущественно находится в пластическом состоянии, зависимость между интенсивностями напряжений и логарифмических деформаций в области пластического деформирования можно представить как

$$\sigma_i = K e_i^n, \quad (6)$$

где K , n — константы степенной аппроксимации диаграммы деформирования материала, определяемые его механическими характеристиками.

Согласно критерию Губера — Мизеса [5], условие пластичности для плоского напряженного состояния имеет вид

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_\rho^2 - \sigma_\rho \sigma_\theta + \sigma_\theta^2} = \sigma_T.$$

Граничные условия на наружном крае фланца заготовки в процессе деформирования с учетом усилия прижима и трения можно записать как [5, 6]

$$\begin{aligned} \text{при } \rho = R, \quad \sigma_\rho = \sigma_{\rho R} = f_{\text{тр1}} Q / \pi R S_R; \\ e_\theta = e_{\theta R} = \ln(R/R_0), \end{aligned} \quad (7)$$

где $f_{\text{тр1}}$ — коэффициент трения между поверхностями фланца заготовки и матрицы, фланца заготовки и прижима; S_R — толщина края фланца заготовки в процессе деформирования.

Согласно экспериментальным данным, минимальное усилие прижима для исключения гофрообразования на фланце при вытяжке цилиндрических деталей определяется как [5, 6]

$$Q = 0,1 \left[1 - \frac{9k_b S_0}{(k_b - 1)R_0} \right] k_b^2 P_{\text{max}},$$

где k_b — степень вытяжки, $k_b = R_0 / (r_0 - 0,5S_0)$; P_{max} — максимальное усилие.

Согласно данным работы [6], для приближенной оценки максимальное усилие

$$P_{\text{max}} = 2\pi r_0 S_0 (k_b - 1) \sigma_b.$$

Построение численной методики расчета на основании метода переменных параметров упругости требует применения интегральных уравнений равновесия и совместности логарифмических деформаций. Представляя уравнение (1) в виде линейного дифференциального уравнения первой степени и решая его методом Бернулли с учетом граничных условий (7), получаем

$$\sigma_\rho = \frac{1}{\rho S} \left(\int_R^\rho \sigma_\theta s d\rho + R S_R \sigma_{\rho R} \right). \quad (8)$$

Соотношение (8) является интегральным уравнением равновесия фланца заготовки в напряжениях с учетом изменения толщины заготовки в процессе глубокой вытяжки. Аналогично решая дифференциальное уравнение (2) методом Бернулли при граничных условиях (7), имеем

$$e_\theta = \ln \left(-\rho \int_R^\rho \frac{1}{\rho^2} \exp(2e_\theta - e_\rho) d\rho + \frac{\rho}{R_0} \right). \quad (9)$$

Учитывая физические уравнения (4), представим соотношение (9) в виде

$$\begin{aligned} \sigma_\theta = \mu^* \sigma_\rho + \\ + E^* \ln \left[-\rho \int_R^\rho \frac{1}{\rho^2} \exp \frac{(2 + \mu^*) \sigma_\theta - (1 + 2\mu^*) \sigma_\rho}{E^*} d\rho + \right. \\ \left. + \frac{\rho}{R_0} \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

Формула (10) представляет собой интегральное уравнение совместности деформаций

в напряжениях. Отметим, что в работах [4, 10] соотношения, аналогичные (8) и (10), получены при условии несжимаемости материала.

Итерационная схема расчета НДС фланца заготовки при глубокой вытяжке. Расчет НДС фланца заготовки при глубокой вытяжке проведем методом переменных параметров упругости, поэтапно перемещая наружный край фланца, что характеризует изменение границы интегрирования:

$$R^{(j)} = R^{(j-1)} - \Delta R,$$

где j — номер этапа нагружения; ΔR — величина изменения радиуса наружного края фланца на каждом этапе нагружения.

В начальном приближении $R^{(0)} = R_0$. На каждом этапе нагружения определяем НДС фланца заготовки. Расчет распределения напряжений и деформаций фланца заготовки проводим по рекуррентной схеме согласно численной методике [12] с использованием уравнений (8) и (10) при известном положении наружного края заготовки $R^{(j)}$ и радиальном напряжении на наружном крае $\sigma_{\rho R^{(j)}} = f_{\text{тр}1} Q / (\pi R^{(j)} S_{R^{(j)}})$.

С помощью уравнения (10) определяем окружные напряжения

$$\sigma_{\theta}^{(k)} = \mu^{*(k-1)} \sigma_{\rho}^{(k-1)} + E^{*(k-1)} \ln \left[-\rho \int_{R^{(j)}}^{\rho} \frac{1}{\rho^2} \times \right. \\ \left. \times \exp \frac{(2 + \mu^{*(k-1)}) \sigma_{\theta}^{(k-1)} - (1 + 2\mu^{*(k-1)}) \sigma_{\rho}^{(k-1)}}{E^{*(k-1)}} d\rho + \frac{\rho}{R_0} \right],$$

где k — номер итерации.

Численное интегрирование проводим от $R^{(j)}$ до r_0 , где r_0 — внутренний радиус матрицы.

Используя уравнение (8), определяем радиальные напряжения

$$\sigma_{\rho}^{(k)} = \frac{1}{\rho S^{(k-1)}} \left(\int_{R^{(j)}}^{\rho} \sigma_{\theta}^{(k)} s^{(k-1)} d\rho + R^{(j)} S_{R^{(j)}} \sigma_{\rho R^{(j)}} \right).$$

На основании картины напряженного состояния рассчитываем деформации фланца заготовки с помощью физических уравнений (4):

$$\begin{cases} e_{\rho}^{(k)} = \frac{1}{E^{*(k-1)}} (\sigma_{\rho}^{(k)} - \mu^{*(k-1)} \sigma_{\theta}^{(k)}); \\ e_{\theta}^{(k)} = \frac{1}{E^{*(k-1)}} (\sigma_{\theta}^{(k)} - \mu^{*(k-1)} \sigma_{\rho}^{(k)}); \\ e_z^{(k)} = -\frac{1}{E^{*(k-1)}} \mu^{*(k-1)} (\sigma_{\rho}^{(k)} + \sigma_{\theta}^{(k)}). \end{cases}$$

С помощью уравнения (3) вычисляем толщину фланца заготовки в процессе деформирования

$$S^{(k)} = S_0 \exp(e_z^{(k)}).$$

Интенсивности напряжений и логарифмических деформаций в k -м приближении определяем по следующим выражениям:

$$e_i^{(k)} = \\ = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(e_{\theta}^{(k)} - e_{\rho}^{(k)})^2 + (e_{\rho}^{(k)} - e_z^{(k)})^2 + (e_{\theta}^{(k)} - e_z^{(k)})^2}; \\ \sigma_i^{(k)} = \sqrt{(\sigma_{\rho}^{(k)})^2 - \sigma_{\theta}^{(k)} \sigma_{\rho}^{(k)} + (\sigma_{\theta}^{(k)})^2}.$$

Основываясь на аппроксимации диаграммы деформирования материала (6), получаем секционный модуль

$$E_{\text{сек}}^{(k)} = \frac{K (e_i^{(k)})^n}{e_i^{(k)}}.$$

С помощью этого выражения $E_{\text{сек}}^{(k)}$ и соотношений (5) уточняем переменные параметры упругости

$$E^{*(k)} = \frac{E_{\text{сек}}^{(k)}}{1 + \frac{1-2\mu}{3E} E_{\text{сек}}^{(k)}}; \quad \mu^{*(k)} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1-2\mu}{3E} E_{\text{сек}}^{(k)}}{1 + \frac{1-2\mu}{3E} E_{\text{сек}}^{(k)}}.$$

Условие окончания итерационного процесса запишем как

$$\left| \frac{\sigma_i^{(k)} - \sigma_i^{(k-1)}}{\sigma_i^{(k)}} \right| \leq \Delta \sigma_i,$$

где $\Delta \sigma_i$ — заданная точность расчета.

При достижении заданной точности расчета, уточняем значения радиальных и окружных напряжений в деформируемой заготовке на ребре матрицы с учетом изгиба, трения и спрямления по методике, изложенной в работе [6].

Согласно этой методике, влияние изгиба на ребре матрицы можно учесть поправкой, на которую увеличивается радиальное напряжение в зоне изгиба [6] (рис. 2) [5]:

$$\Delta \sigma'_{\rho} = \frac{M_1}{S_1 (r_m + S_1/2)},$$

где M_1 — изгибающий момент, действующий в меридиональном сечении при изгибе; S_1 — толщина заготовки в точке сопряжения ребра матрицы с плоской частью.

В работе [13] показано, что в случае описания пластических свойств металла степенной

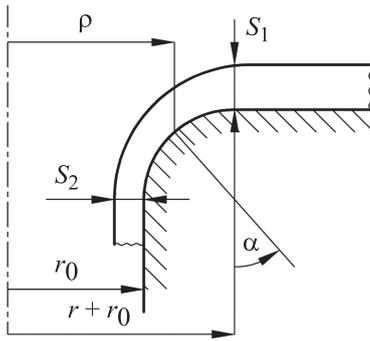


Рис. 2. Схема заготовки на ребре матрицы

функцией, изгибающий момент определяется уравнением

$$M_1 = \frac{2}{n+2} K \left(\frac{1}{r_m + S_1/2} \right)^n \left(\frac{S_1}{2} \right)^{n+2}. \quad (11)$$

Влияние трения на ребре матрицы можно приближенно учесть множителем $\exp(f_{\text{тр}2}\alpha)$, где $f_{\text{тр}2}$ — коэффициент трения между поверхностями заготовки и матрицы на ребре матрицы; α — угол охвата до исследуемого элемента на ребре матрицы. В этом случае напряжение заготовки на ребре матрицы σ_ρ будет зависеть от угла охвата α , связанного с радиальной координатой ρ выражением

$$\alpha = \arcsin \frac{r_0 + r_m - \rho}{r_m}.$$

При сходе с ребра матрицы происходит распрямление заготовки, что приводит к увеличению радиальных напряжений на величину [4, 10]

$$\Delta\sigma_\rho'' = \frac{M_2}{S_2 (r_m + S_2/2)},$$

где S_2 — толщина заготовки в точке сопряжения ребра матрицы со стенкой вытянутой цилиндрической частью заготовки; M_2 — изгибающий момент, действующий при спрямлении заготовки, определяемый по формуле, аналогичной формуле (11), с учетом изменения толщины:

$$M_2 = \frac{2}{n+2} K \left(\frac{1}{r_m + S_2/2} \right)^n \left(\frac{S_2}{2} \right)^{n+2}.$$

Таким образом, с учетом всех поправок получаем:

- при $(r_0 - S_1/2) < \rho \leq (r_0 + r_m)$

$$\sigma'_\rho = \left(\sigma_\rho + \frac{M_1}{S_1 (r_m + S_1/2)} \right) \times$$

$$\times \exp \left[f_{\text{тр}2} \arcsin \left(\frac{r_0 + r_m - \rho}{r_m} \right) \right]; \quad (12)$$

- при $\rho = (r_0 - S_1/2)$, $\alpha = \pi/2$

$$\sigma_{\rho\text{max}} = \left[\sigma_\rho + \frac{M_1}{S_1 (r_m + S_1/2)} \right] \times \exp \left(f_{\text{тр}2} \frac{\pi}{2} \right) + \frac{M_2}{S_2 (r_m + S_2/2)},$$

где $\sigma_{\rho\text{max}}$ — максимальные радиальные напряжения в области вытянутой цилиндрической части заготовки.

Зная напряжение $\sigma_{\rho\text{max}}$, усилие на j -м этапе определяем как

$$P_B^{(j)} = 2\pi (r_0 - S_2/2) S_2 \sigma_{\rho\text{max}}.$$

Поскольку в области схода заготовки с ребра матрицы напряженное состояние заготовки можно рассматривать как одноосное, окружные напряжения в этой области будут изменяться от некоторого текущего значения до нуля [4, 10]. Допуская, что изменение окружных напряжений описывается линейной зависимостью от угла, запишем [4, 10]

$$\sigma'_\theta = \sigma_\theta \left(1 - \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{r_0 + r_m - \rho}{r_m} \right). \quad (13)$$

Уравнения (12) и (13) определяют радиальные и окружные напряжения в деформируемой заготовке на ребре матрицы с учетом изгиба, трения и спрямления. Зная напряжения и используя физические уравнения (4), можно определить соответствующие деформации.

Построение диаграмм предельных деформаций. Для построения FLD-диаграмм будем использовать теоретические методы, основанные на критериях предельного деформирования. Все эти критерии связаны с анализом деформаций, соответствующих началу шейкообразования в процессе формоизменения и дальнейшему развитию шейки.

Обычно при построении моделей шейкообразования используют диффузионный критерий Свифта (Swift) [14] и локальный критерий Хилла (Hill) [15]. Диффузионный критерий Свифта получен в предположении, что существует максимальное усилие нагружения, при котором начинает образовываться рассеянная шейка, а критерий локализации Хилла — что существует максимальное главное напряжение, при котором появляется локальная шейка [14, 15].

В работах [16, 17] приведены уравнения, позволяющие определить набор точек для построения кривых Свифта и Хилла с помощью FLD-диаграмм с различными показателями степенного закона упрочнения:

- при $e_2 > 0$

$$4(e_1 - n)(e_2 + 2e_1)^3 - 3(e_1 - 2n)(e_1 + 2e_2) \times \\ \times (e_2 + 2e_1)^2 - 3(e_1 + 2n)(e_2 + 2e_1)(e_1 + 2e_2)^2 + \\ + 2(2e_1 + n)(e_1 + 2e_2)^3 = 0; \quad (14)$$

- при $e_2 \leq 0$

$$e_1 + e_2 - n = 0. \quad (15)$$

В большинстве случаев для построения диаграмм предельных деформаций используют комбинацию двух критериев и определяют как диаграмму Хилла — Свифта [16]. Критерий Свифта применяют для положительного значения e_2 — уравнение (14), а критерий Хилла — для отрицательного значения e_2 — уравнение (15) [16].

Кроме того, Сторен (Støren) и Райс (Rice) предложили другой подход, основанный на бифуркационном анализе силового равновесия в области образования шейки [18]. Аналогичный подход к решению задачи расчета предельных деформаций использовал А.С. Чумадин [1, 19, 20].

В работах [16, 17] также приведены уравнения, позволяющие определить набор точек для построения FLD-диаграммы Сторена — Райса:

$$2(e_1^2 + e_1e_2 + e_2^2)(2e_1 + e_2) - \\ - n(2e_1 + e_2)^2 - 3e_2^2 = 0. \quad (16)$$

Согласно результатам исследования [21], для удовлетворения уравнения (6) должно выполняться условие

$$n = e_{ш},$$

где $e_{ш}$ — логарифмическая деформация, соответствующая моменту шейкообразования при испытании материала на разрыв.

Соответственно, для более точного построения FLD-диаграмм по формулам (14)–(16) необходимо провести испытания на разрыв листового металла и определить деформацию, соответствующую моменту шейкообразования $e_{ш}$.

Определение технологических возможностей при вытяжке. Если имеются точные данные о временном сопротивлении материала σ_b , де-

формации материала в момент шейкообразования, то кривую упрочнения можно представить с помощью приближенной формулы Холломо-на [5, 21, 22]

$$\sigma_s = \sigma_{sш} (e_i / e_{ш})^{e_{ш}},$$

где $\sigma_{sш} = \sigma_b \exp(e_{ш})$.

Тогда коэффициенты, входящие в состав уравнения (6), определяются как

$$K = \sigma_b \exp(e_{ш}) / e_{ш}^{e_{ш}}, \quad n = e_{ш}.$$

Для заданного положения наружного края R заготовки, итерационно рассчитывают НДС точек фланца заготовки на текущем этапе деформирования. Затем, давая малое приращение наружного края заготовки, проводят повторный расчет НДС фланца заготовки для следующего этапа нагружения. Численный расчет происходит до момента, когда $R = r_0$. Так как построение FLD-диаграмм требует использования деформаций, действующих в плоскости листа, принято $e_p = e_1$, $e_\theta = e_2$.

Диаграмма предельных деформаций материала ВТ1-1 [23] и распределение главных деформаций фланца при коэффициенте вытяжки $m_b = 0,48$ для различных этапов нагружения без учета изменения напряжений на ребре матрицы приведена на рис. 3, а. Деформированное состояние фланца заготовки при различных положениях наружного края показано пунктирными линиями.

Согласно результатам расчета (см. рис. 3, а), на определенном этапе формоизменения линии, описывающие деформированное состояние заготовки, пересекают кривую Хилла — Свифта, но не доходят до кривой Сторена — Райса. Это означает, что при коэффициенте вытяжки $m_b = 0,48$ соответствующий процесс реализуем по критерию Сторена — Райса, но согласно критерию Хилла — Свифта произойдет разрушение заготовки.

Результаты расчета процесса вытяжки при тех же условиях, но с учетом трения, изгиба и спрямления заготовки приведены на рис. 3, б. Видно, что уже на втором этапе нагружения линии, описывающие картину деформаций фланца заготовки, пересекают обе кривые предельных деформаций. Это означает, что при данных условиях нагружения процесс вытяжки не осуществим.

Для исключения перехода заготовки в предельное состояние необходимо, изменяя коэффициент вытяжки, добиться такого результата,

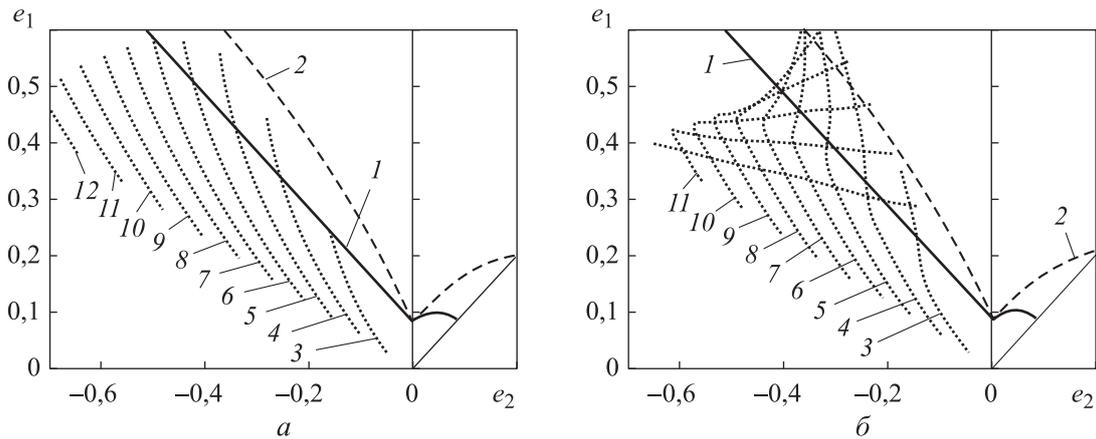


Рис. 3. Результаты исследования деформированного состояния фланца заготовки без учета (а) и с учетом (б) изменения напряжений на ребре матрицы при вытяжке с коэффициентом $m_b = 0,48$ для $S_0 = 1$ мм, $R_0 = 210$ мм, $r_0 = 100$ мм, $f_{тр1} = 0,25$ и различных стадий нагружения: 1 и 2 — кривые предельных деформаций Хилла — Свифта и Сторена — Райса соответственно; 3–12 — кривые деформирования фланца заготовки при положении наружного края $R = 200, 190, 180, 170, 160, 150, 140, 130, 120$ и 110 мм соответственно

чтобы кривые, характеризующие деформированное состояние фланца, не пересекали сначала кривую Сторена — Райса, а затем кривую Хилла — Свифта. Таким образом, получаем минимальный и максимальный допустимые коэффициенты вытяжки.

Результаты исследования деформированного состояния фланца заготовки при вытяжке с минимальным значением коэффициента $m_b = 0,52$ для $S_0 = 1$ мм, $R_0 = 192$ мм, $r_0 = 100$ мм, $f_{тр1} = 0,25$ и различных стадий нагружения приведены на рис. 4. Видно, что все точки, ха-

рактеризующие деформированное состояние исследуемой области, не пересекают кривую Сторена — Райса.

Изменение деформированного состояния фланца заготовки в процессе вытяжки с максимальным значением коэффициента $m_b = 0,62$ показано на рис. 5. Видно, что все точки, описывающие деформированное состояние фланца заготовки, не пересекают кривую Хилла — Свифта.

Таким образом, согласно расчетам, допустимые коэффициенты вытяжки заготовки из мате-

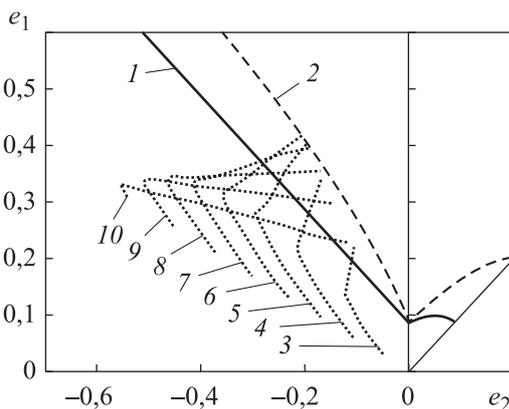


Рис. 4. Результаты исследования деформированного состояния фланца заготовки при вытяжке с минимальным значением коэффициента $m_b = 0,52$ для $S_0 = 1$ мм, $R_0 = 192$ мм, $r_0 = 100$ мм, $f_{тр1} = 0,25$ и различных стадий нагружения: 1 и 2 — кривые предельных деформаций Хилла — Свифта и Сторена — Райса соответственно; 3–12 — кривые деформирования фланца заготовки при положении наружного края $R = 184, 176, 168, 160, 144, 136, 128, 120$ и 112 мм соответственно

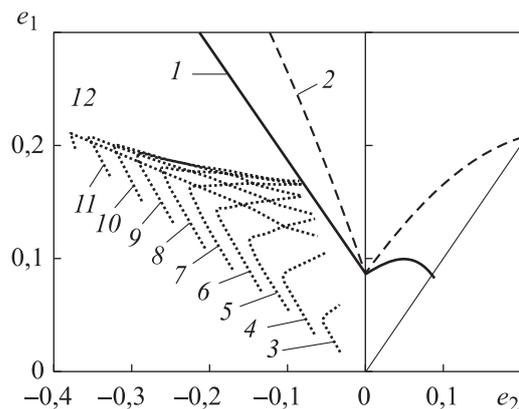


Рис. 5. Результаты исследования деформированного состояния фланца заготовки при вытяжке с максимальным значением коэффициента $m_b = 0,62$ для $S_0 = 1$ мм, $R_0 = 160$ мм, $r_0 = 100$ мм, $f_{тр1} = 0,25$ и различных стадий нагружения: 1 и 2 — кривые предельных деформаций Хилла — Свифта и Сторена — Райса соответственно; 3–12 — кривые деформирования фланца заготовки при положении наружного края $R = 155, 150, 145, 140, 135, 130, 125, 120, 115$ и 110 мм соответственно

риала ВТ1-1 лежат в диапазоне $m_b = 0,52...0,62$, что хорошо согласуется со справочными данными [23, 24].

Выводы

1. Предложена численная методика расчета НДС тонкостенных заготовок в процессе формоизменения при вытяжке. Применяемый с помощью итерационных процедур метод переменных параметров упругости позволяет учесть нелинейный закон упрочнения в стадии пластичности, а также трение на фланце заго-

товки, изгиб, трение и спрямление на ребре матрицы.

2. Результаты численных расчетов дают возможность оценить деформированное состояние заготовки в процессе вытяжки при различных значениях коэффициента вытяжки и на основании анализа FLD-диаграмм с применением кривых Хилла — Свифта и Сторена — Райса получить значения коэффициентов вытяжки, позволяющих оценить верхний и нижний пределы технологических возможностей процесса глубокой вытяжки на этапе предварительного проектирования.

Литература

- [1] Чумадин А.С. *Теория и расчеты процессов листовой штамповки*. Москва, Экссервис «ВИП», 2014. 216 с.
- [2] Nakazima K., Kikuma T. Forming limits under biaxial stretching of sheet metals. *Testu-to Hagane*, 1967, vol. 53, pp. 455–458.
- [3] Marciniak Z., Kucznski K. Limit strain in the process of stretch forming sheet metal. *Int. J. Mech. Sci.*, 1967, vol. 9, no. 9, pp. 609–620, doi: [https://doi.org/10.1016/0020-7403\(67\)90066-5](https://doi.org/10.1016/0020-7403(67)90066-5)
- [4] Феоктистов С.И., Чжо З.С. Определение предельного коэффициента вытяжки титановых и алюминиевых сплавов по FLD-диаграммам. *Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением*, 2019, № 5, с. 27–34.
- [5] Сторожев М.В., Попов Е.А. *Теория обработки металлов давлением*. Москва, Машиностроение, 1977. 423 с.
- [6] Попов Е.А. *Основы теории листовой штамповки*. Москва, Машиностроение, 1977. 278 с.
- [7] Непершин Р.И. Моделирование глубокой вытяжки тонкостенных осесимметричных оболочек. *Теоретическая и прикладная механика*, 2016, № 31, с. 11–16.
- [8] Биргер И.А. *Круглые пластинки и оболочки вращения*. Москва, Оборонгиз, 1961. 368 с.
- [9] Малинин Н.Н. *Прикладная теория пластичности и ползучести*. Москва, Машиностроение, 1975. 400 с.
- [10] Феоктистов С.И., Чжо З.С. Определение предельного коэффициента раздачи по FLD-диаграммам. *Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением*, 2019, № 9, с. 3–7.
- [11] Феоктистов С.И., Андрианов И.К. Уравнения совместности логарифмических деформаций в координатах Эйлера для решения осесимметричных процессов обработки металлов давлением. *Ученые записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета*, 2021, № 7, с. 26–30, doi: <https://doi.org/10.17084/20764359-2021-55-26>
- [12] Феоктистов С.И., Андрианов И.К., Тхет Л. Моделирование напряженно-деформированного состояния толстостенных цилиндрических оболочек с учетом физической нелинейности материала. *Ученые записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета*, 2022, № 3, с. 12–20, doi: <https://doi.org/10.17084/20764359-2022-59-12>
- [13] Феоктистов С.И. *Расчет на ЭВМ формозадающих элементов оснастки для гибки листовых и профильных заготовок*. Комсомольск-на-Амуре, Хабаров. политех. ин-т, 1984. 59 с.
- [14] Swift H.W. Plastic instability under plane stress. *J. Mech. Phys. Solids*, 1952, vol. 1, no. 1, pp. 1–18, doi: [https://doi.org/10.1016/0022-5096\(52\)90002-1](https://doi.org/10.1016/0022-5096(52)90002-1)
- [15] Hill R. On discontinuous plastic states, with special reference to localized necking in thin sheets. *J. Mech. Phys. Solids*, 1952, vol. 1, no. 1, pp. 19–30, doi: [https://doi.org/10.1016/0022-5096\(52\)90003-3](https://doi.org/10.1016/0022-5096(52)90003-3)

- [16] Stoughton T., Zhu X. Review of theoretical models of the strain-based FLD and their relevance to the stress-based FLD. *Int. J. Plasticity*, 2004, vol. 20, no. 8–9, pp. 1463–1486, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2003.11.004>
- [17] Paul S.K. Theoretical analysis of strain- and stress-based forming limit diagrams. *J. Strain Anal. Eng. Des.*, 2013, vol. 48, no. 3, pp. 177–188, doi: <https://doi.org/10.1177/0309324712468524>
- [18] Storen S., Rice J.R. Localized necking in thin sheets. *J. Mech. Phys. Solids*, 1975, vol. 23, no. 6, pp. 421–441, doi: [https://doi.org/10.1016/0022-5096\(75\)90004-6](https://doi.org/10.1016/0022-5096(75)90004-6)
- [19] Чумадин А.С. Об одном подходе к расчету предельного деформирования при листовой штамповке. *Кузнечно-штамповочное производство*, 1990, № 6, с. 10–13.
- [20] Чумадин А.С. *Методы расчета предельных деформаций в операциях листовой штамповки*. Москва, МАТИ, 2002. 53 с.
- [21] Филимонов В.И., Мищенко О.В. *Теория обработки металлов давлением*. Ульяновск, УлГТУ, 2012. 208 с.
- [22] Hollomon J.H. Tensile deformation. *Trans. ASME*, 1945, vol. 162, pp. 268–277.
- [23] Романовский В.П. *Справочник по холодной штамповке*. Ленинград, Машиностроение, 1979. 520 с.
- [24] Туманов А.Т., ред. *Авиационные материалы*. Т. 5. *Магниево и титановые сплавы*. Москва, ВИАМ, 1973. 583 с.

References

- [1] Chumadin A.S. *Teoriya i raschety protsessov listovoy shtampovki* [Theory and calculations of sheet forging processes]. Moscow, Eksservis «VIP» Publ., 2014. 216 p. (In Russ.).
- [2] Nakazima K., Kikuma T. Forming limits under biaxial stretching of sheet metals. *Testu-to Hagane*, 1967, vol. 53, pp. 455–458.
- [3] Marciniak Z., Kucznski K. Limit strain in the process of stretch forming sheet metal. *Int. J. Mech. Sci.*, 1967, vol. 9, no. 9, pp. 609–620, doi: [https://doi.org/10.1016/0020-7403\(67\)90066-5](https://doi.org/10.1016/0020-7403(67)90066-5)
- [4] Feoktistov S.I., Chzho Z.S. Determination of the limiting drawing ratio of titanium and aluminum alloys by FLD-diagrams. *Kuznechno-shtampovochnoe proizvodstvo. Obrabotka materialov davleniem* [Forging and stamping production. processing of materials by pressure], 2019, no. 5, pp. 27–34. (In Russ.).
- [5] Storozhev M.V., Popov E.A. *Teoriya obrabotki metallov davleniem* [Theory of metal processing by pressure]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1977. 423 p. (In Russ.).
- [6] Popov E.A. *Osnovy teorii listovoy shtampovki* [Fundamentals of the theory of sheet forging]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1977. 278 p. (In Russ.).
- [7] Nepershin R.I. Modelling of deep drawing of thin-walled axisymmetric shells. *Teoreticheskaya i prikladnaya mekhanika*, 2016, no. 31, pp. 11–16. (In Russ.).
- [8] Birger I.A. *Kruglye plastinki i obolochki vrashcheniya* [Round plates and shells of rotation]. Moscow, Oborongiz Publ., 1961. 368 p. (In Russ.).
- [9] Malinin N.N. *Prikladnaya teoriya plastichnosti i polzuchesti* [Applied theory of plasticity and creep]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1975. 400 p. (In Russ.).
- [10] Feoktistov S.I., Chzho Z.S. Determination of the limiting expanding ratio by FLD-diagrams. *Kuznechno-shtampovochnoe proizvodstvo. Obrabotka materialov davleniem* [Forging and stamping production. processing of materials by pressure], 2019, no. 9, pp. 3–7. (In Russ.).
- [11] Feoktistov S.I., Andrianov I.K. Equations of joint logarithmic deformations in Euler coordinates for solving axisymmetric pressure metal processes. *Uchenye zapiski Komsomolskogo-na-Amure gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Scientific Notes of Komsomolsk-on-Amour State Technical University], 2021, no. 7, pp. 26–30, doi: <https://doi.org/10.17084/20764359-2021-55-26> (in Russ.).
- [12] Feoktistov S.I., Andrianov I.K., Tkhet L. Modeling of the stress-strain state of thick-walled cylindrical shells taking into account physical nonlinearity of the material. *Uchenye zapiski Komsomolskogo-na-Amure gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Scientific Notes of Komsomolsk-on-Amour State Technical University], 2022, no. 3, pp. 12–20, doi: <https://doi.org/10.17084/20764359-2022-59-12> (in Russ.).

- [13] Feoktistov S.I. *Raschet na EVM formozadayushchikh elementov osnastki dlya gibki listovykh i profilnykh zagotovok* [Computer calculation of forming elements of tooling for bending of sheet and profile blanks]. Komsomolsk-na-Amure, Khabarov. politekh. in-t Publ., 1984. 59 p. (In Russ.).
- [14] Swift H.W. Plastic instability under plane stress. *J. Mech. Phys. Solids*, 1952, vol. 1, no. 1, pp. 1–18, doi: [https://doi.org/10.1016/0022-5096\(52\)90002-1](https://doi.org/10.1016/0022-5096(52)90002-1)
- [15] Hill R. On discontinuous plastic states, with special reference to localized necking in thin sheets. *J. Mech. Phys. Solids*, 1952, vol. 1, no. 1, pp. 19–30, doi: [https://doi.org/10.1016/0022-5096\(52\)90003-3](https://doi.org/10.1016/0022-5096(52)90003-3)
- [16] Stoughton T., Zhu X. Review of theoretical models of the strain-based FLD and their relevance to the stress-based FLD. *Int. J. Plasticity*, 2004, vol. 20, no. 8–9, pp. 1463–1486, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2003.11.004>
- [17] Paul S.K. Theoretical analysis of strain- and stress-based forming limit diagrams. *J. Strain Anal. Eng. Des.*, 2013, vol. 48, no. 3, pp. 177–188, doi: <https://doi.org/10.1177/0309324712468524>
- [18] Storen S., Rice J.R. Localized necking in thin sheets. *J. Mech. Phys. Solids*, 1975, vol. 23, no. 6, pp. 421–441, doi: [https://doi.org/10.1016/0022-5096\(75\)90004-6](https://doi.org/10.1016/0022-5096(75)90004-6)
- [19] Chumadin A.S. On one approach to calculation of ultimate deformation in sheet forging. *Kuznechno-shtampovochnoe proizvodstvo*, 1990, no. 6, pp. 10–13. (In Russ.).
- [20] Chumadin A.S. *Metody rascheta predelnykh deformatsiy v operatsiyakh listovoy shtampovki* [Methods of calculation of limit deformations in sheet forging operations]. Moscow, MATI Publ., 2002. 53 p. (In Russ.).
- [21] Filimonov V.I., Mishchenko O.V. *Teoriya obrabotki metallov davleniem* [Theory of metal processing by pressure]. Ulyanovsk, UIGTU Publ., 2012. 208 p. (In Russ.).
- [22] Hollomon J.H. Tensile deformation. *Trans. ASME*, 1945, vol. 162, pp. 268–277. (In Russ.).
- [23] Romanovskiy V.P. *Spravochnik po kholodnoy shtampovke* [Handbook on cold forging]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1979. 520 p. (In Russ.).
- [24] Tumanov A.T., ed. *Aviatsionnye materialy. T. 5. Magniyye i titanovye splavy* [Aviation materials. T. 5. Magnesium and titanium alloys]. Moscow, VIAM Publ., 1973. 583 p. (In Russ.).

Статья поступила в редакцию 05.12.2023

Информация об авторах

ФЕОКТИСТОВ Сергей Иванович — доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник. ФГБОУ ВО «Комсомольский-на-Амуре государственный университет» (681013, Комсомольск-на-Амуре, Российская Федерация, пр-т Ленина, д. 27, e-mail: serg_feo@mail.ru).

АНДРИАНОВ Иван Константинович — кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Авиационное машиностроение». ФГБОУ ВО «Комсомольский-на-Амуре государственный университет» (681013, Комсомольск-на-Амуре, Российская Федерация, пр-т Ленина, д. 27, e-mail: ivan_andrianov_90@mail.ru).

Information about the authors

FEOKTISTOV Sergey Ivanovich — Doctor of Science (Eng.), Professor, Chief Researcher. Komsomolsk-na-Amure State University (681013, Komsomolsk-na-Amure, Russian Federation, Lenin Ave., Bldg. 27, e-mail: serg_feo@mail.ru).

ANDRIANOV Ivan Konstantinovich — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Department of Aircraft Engineering. Komsomolsk-na-Amure State University (681013, Komsomolsk-na-Amure, Russian Federation, Lenin Ave., Bldg. 27, e-mail: ivan_andrianov_90@mail.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Феоктистов С.И., Андрианов И.К. Методика определения предельных коэффициентов глубокой вытяжки с учетом нелинейной пластичности и изменения толщины заготовки. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2024, № 7, с. 3–13.

Please cite this article in English as:

Feoktistov S.I., Andrianov I.K. Method for determining the deep drawing limit coefficients taking into account the workpiece nonlinear plasticity and thickness alteration. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2024, no. 7, pp. 3–13.