

УДК 621.9.06.921.822.572.001.04

Оценка динамического качества шпинделя

А.В. Брунгардт, А.Н. Щепин, М.В. Брунгардт, Е.В. Брюховецкая

ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет»

Assessing the spindle dynamic quality

A.V. Brungardt, A.N. Shchepin, M.V. Brungardt, E.V. Bryukhovetskaya

Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education Siberian Federal University

В современном металлообрабатывающем оборудовании одним из основных элементов является шпиндельный узел, который представляет собой вал, установленный на подшипниковых опорах, что позволяет рассматривать его в виде дискретных моделей с сосредоточенными массами, учитывая податливость вала. Описан способ оценки динамического качества шпинделя. Приведены результаты аналитического расчета, численного моделирования и экспериментального исследования с использованием стенда, и прибора вибродиагностики, где вал установлен на двух радиальных подшипниках качения, который поделен на восемь сплошных цилиндрических участков и один участок со шпоночным пазом. Получены качественные и количественные характеристики, дана оценка динамического качества вала и определена погрешность вычислений примененных методов расчета. Проверка адекватности предложенного способа оценки динамического качества шпинделя показала удовлетворительную сходимость (15...18%), что позволяет его использовать как для готового изделия, так и для проектирования.

EDN: UTPDYA, <https://elibrary/utpdya>

Ключевые слова: шпиндельный узел, динамическая модель, собственная частота, момент инерции

Spindle assembly appears to be one of the main elements in modern metalworking equipment. It is a shaft mounted on the bearing supports, which allows its consideration in the form of a discrete model with the concentrated masses, taking into account the shaft compliance. The paper describes a method for assessing the spindle dynamic quality. It presents results of analytical computation, numerical simulation and experimental confirmation using a stand and the vibration diagnostic device. The shaft is mounted on two radial rolling bearings and divided into eight solid cylindrical sections and one section with a keyway. Qualitative and quantitative characteristics are obtained, the shaft dynamic quality is assessed, and the computation error in the applied computation methods is provided. Checking the proposed method adequacy for assessing the dynamic quality showed satisfactory convergence (15...18%), which allows its use both for a finished product and in design.

EDN: UTPDYA, <https://elibrary/utpdya>

Keywords: spindle assembly, dynamic model, natural frequency, moment of inertia

Динамические характеристики валов. Упрощенные методики оценки динамических характеристик [1–3], как правило, основаны на исследовании динамики одномерных систем, позволяющих рассматривать их как упругие объекты с распределенной массой и бесконечным числом степеней свободы, описываемых

дифференциальными уравнениями в частных производных [4].

Вместе с тем разработаны различные методы дискретизации, которые дают возможность свести реальную систему вала к системе с конечным числом степеней свободы. Наиболее общим приемом дискретизации систем с рас-

пределенными параметрами является метод конечных элементов.

Между тем в реальных системах наряду с крутильными колебаниями возникают колебания инерционных масс в поперечном и продольном (по отношению к осям валов) направлениях вследствие деформации валов и подшипниковых опор, и для более полной оценки их динамического качества требуется рассмотрение с увеличенным количеством обобщенных координат [5].

Цель статьи — разработка методики оценки динамического качества представленного в виде вала шпинделя, учитывающей в динамической модели совместное действие крутильных и поперечных колебаний.

Вал в механической системе передает крутящий момент от элемента V , воспринимающего нагрузку, к элементу P , передающему нагрузку на рабочий орган. В динамических моделях вала при крутильных колебаниях его распределенную массу приводят к сосредоточенным, а вал представляют в виде безмассового стержня, на концах которого установлены диски с моментами инерции, равными J_V^{np} и J_P^{np} соответственно [6].

Для прямолинейного стержня длиной l при кручении можно записать

$$f(z) = z/l, \quad (1)$$

где f — аппроксимирующая функция; z — угол закручивания сечения.

При произвольных значениях углов закручивания на концах стержня φ_1 и φ_2 элементы матриц жесткости $C_{\varphi ij}$ и инерции $A_{\varphi ij}$ с учетом формулы (1) вычисляют из выражений для потенциальной и кинетической энергии деформации [7]:

$$[C_\varphi] = \frac{GJ_P}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix};$$

$$[A_\varphi] = \begin{bmatrix} J_V + \frac{\eta_\varphi}{3} & \frac{\eta_\varphi}{6} \\ \frac{\eta_\varphi}{6} & J_P + \frac{\eta_\varphi}{3} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где G — модуль сдвига; J_V и J_P — моменты инерции воспринимающего и передающего кинематических элементов; η_φ — момент инерции элемента.

Конечный элемент вала с V и P при крутильных колебаниях получают путем наложения (ансамблирования) матриц сопрягаемых конечных элементов. При этом суммируют ко-

эффициенты масс сосредоточенных и распределенных моментов инерции, соответствующие одной и той же паре перемещений [8].

Элементы динамической системы (2) использованы в программном комплексе по расчету крутильных колебаний станочных приводов [9–11].

Чтобы представить вал на опорах как конечный элемент привода, необходимо свести его структуру к двум узловым точкам, соединенным между собой и с неподвижным основанием. Так как в узловых точках происходит стыковка вала с другими элементами привода, в качестве узловых целесообразно принять точки установки на валу элементов V и P .

Конструктивные схемы основных типов валов — двух- и одноконсольного, применяемых в шпиндельных узлах, приведены на рис. 1, а и б.

Динамическая модель (расчетная схема) вала при поперечных и крутильных колебаниях (рис. 2) получает вид дискретной системы с четырьмя координатами. В приближенных динамических расчетах вала с элементами V и P при крутильных и поперечных колебаниях распределенную массу вала приводят к сосредоточенным массам, установленным в точках V и P .

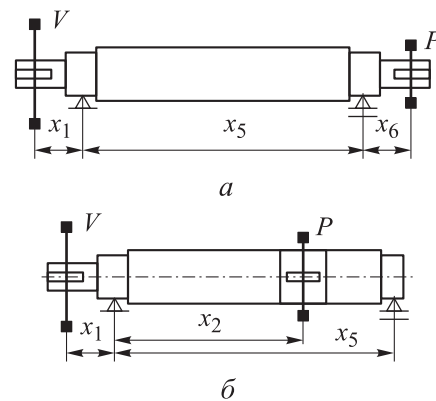


Рис. 1. Конструктивные схемы двух- (а) и одноконсольного (б) валов

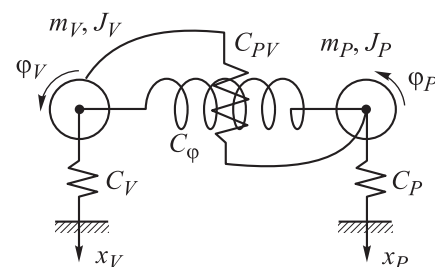


Рис. 2. Динамическая модель вала в двумерных системах

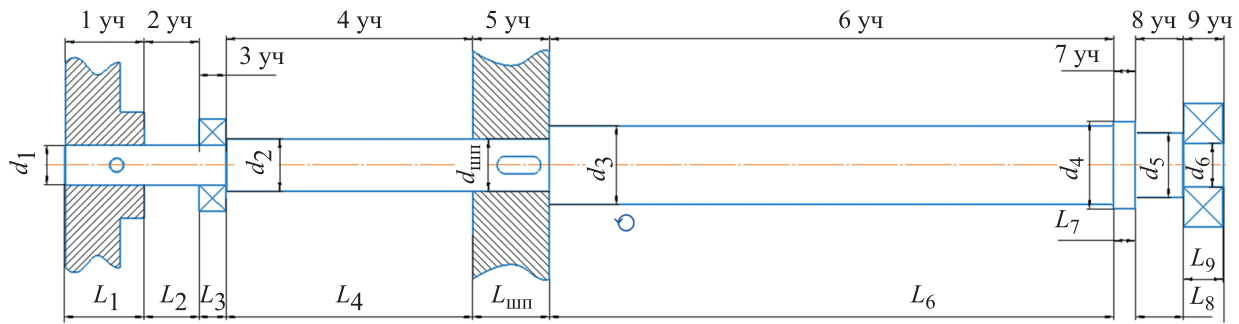


Рис. 3. Конструктивная схема вала

Вал, представляют в виде безмассового упругого стержня с распределенным моментом инерции, по концам которого установлены диски с приведенными массами и моментами инерции. Упругие опоры моделируют в виде пружин, соединяющих центры дисков с основанием (заделкой).

Для определения динамических характеристик вала используют уравнение движения

$$\mathbf{M}\{\ddot{q}\} + \mathbf{B}\{\dot{q}\} + \mathbf{C}\{q\} = \mathbf{Q},$$

где \mathbf{M} , \mathbf{B} и \mathbf{C} — матрица масс, демпфирования и жесткости системы соответственно; q — обобщенные координаты; \mathbf{Q} — обобщенная сила.

Для расчета выбран вал (рис. 3), используемый в экспериментальном стенде.

Для определения динамического качества вала применяют три характеристики: степень удаления собственных частот от рабочего диапазона частот возмущающих воздействий, коэффициент динамичности по перемещениям в точках V и P при гармоническом воздействии на вал в этих же точках и уровень вибрации опор при номинальной нагрузке.

Расчет динамических характеристик системы и оценку ее динамического качества выполняют с применением метода модального анализа.

Определение динамических характеристик системы вала. Расчет приведенных к узловым точкам масс m_V и m_P выполнен по формулам для двухопорных балок (рис. 4.).

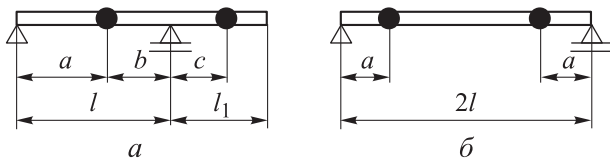


Рис. 4. Расчетные схемы одно- (а) и бесконсольной (б) балок

В одноконсольной балке (рис. 4, а) приведенная масса m_V в пролете длиной l (см. рис. 1, б) с учетом массы воспринимающего элемента M_V [4] имеет вид

$$m_V = k_1 m_{0i} + M_V; \quad k_1 = \frac{3l^4}{\pi^4 a^2 b^2},$$

где m_{0i} — погонная масса участка вала l ; a и b — длина участков приведенных масс вала.

Аналогично определяется приведенная масса m_P с использованием коэффициента

$$k_2 = 0,3 \frac{l_1^2 (l + l_1)}{c^2 (c + l)},$$

где l_1 — длина пролетного участка приведенных масс вала; c — длина участка приведенных масс вала.

При поперечных колебаниях матрица инерции вала

$$[A_n] = \begin{bmatrix} m_V & 0 \\ 0 & m_P \end{bmatrix}.$$

Для конечного элемента вала с двумя узловыми точками матрица инерции как элемент крутильной системы имеет вид

$$[A_\phi] = \begin{bmatrix} j_V + \eta_\phi/3 & \eta_\phi/6 \\ \eta_\phi/6 & j_P + \eta_\phi/3 \end{bmatrix},$$

где j_V и j_P — сосредоточенные моменты инерции воспринимающего и передающего кинематических элементов.

Вал как элемент упругой крутильной системы привода обладает на участке, нагруженном крутящим моментом, жесткостью C_ϕ и коэффициентом рассеяния энергии ψ_ϕ . Податливости вала определяются следующими соотношениями:

- на сплошных участках

$$e_{\phi_i} = \frac{32l_i}{G\pi d_i^4};$$

• на участке соединения вал — ступица (шпоночного соединения)

$$e_{вс} = \frac{6,4 \cdot 10^{-7}}{d_{шпн} h z_{шпн.п}},$$

где i — номер стержня; d_i — диаметр i -го стержня; $d_{шпн}$ — диаметр стержня со шпоночным соединением; h — высота шпоночного паза; $z_{шпн.п}$ — количество шпоночных пазов.

На участке, нагруженном крутящим моментом, жесткость вала

$$C_{\varphi} = \frac{1}{\sum_i^n e_{\varphi_i} + e_{вс}}.$$

Для расчета крутильных колебаний определяют эквивалентное демпфирование

$$\Psi_{экр} = C_{\varphi} \left(\sum_i^n \Psi_{\varphi_i} e_{\varphi_i} + \Psi_{\varphi_{вс}} e_{вс} \right),$$

где Ψ_{φ_i} и $\Psi_{\varphi_{вс}}$ — коэффициент рассеяния энергии на сплошных участках и участке со шпонкой соответственно.

Расчетная схема вала представлена как жесткая балка (рис. 5), к которой последовательно прикладываются единичные силовые воздействия в точках V и P .

При приложении поочередно единичных нагрузок M_V и M_P в точках V и P в опорах возникают реакции R_{AV} , R_{BV} , R_{AP} , R_{BP} , а в подшипниковых опорах — деформации

$$\delta_{AV} = \frac{1}{j_A} (1 + x_1/x_5); \quad \delta_{BV} = -\frac{1}{j_B} (x_1/x_5);$$

$$\delta_{AP} = \frac{1}{j_A} (1 - x_2/x_5); \quad \delta_{BP} = \frac{1}{j_B} (x_2/x_5),$$

где x_1 — расстояние от воспринимающей части вала до опоры; x_2 — расстояние от опоры до передающей части вала; x_5 — межопорное расстояние.

Опоры вала, выполненные на подшипниках качения, обладают нелинейными упругими характеристиками.

В опорах качения упругие смещения складываются из контактных сближений тел качения и колец δ_r^* и контактных деформаций посадочных поверхностей вал — кольцо и кольцо — корпус δ_r^{**} . Жесткость подшипников j_A и j_B определяется выражением [12]

$$j = \frac{P}{\delta_r^* + \delta_r^{**}},$$

где P — грузоподъемность подшипника.

Для подшипников среднего размера (диаметром $d = 40 \dots 100$ мм)

$$\delta_r^* = K_1 P^\alpha,$$

где K_1 — коэффициент, определяемый из табл. 1; α — номинальный угол контакта подшипника.

При отсутствии расчетных данных можно принять $P \approx 0,7 C_r$ даН, где C_r — динамическая

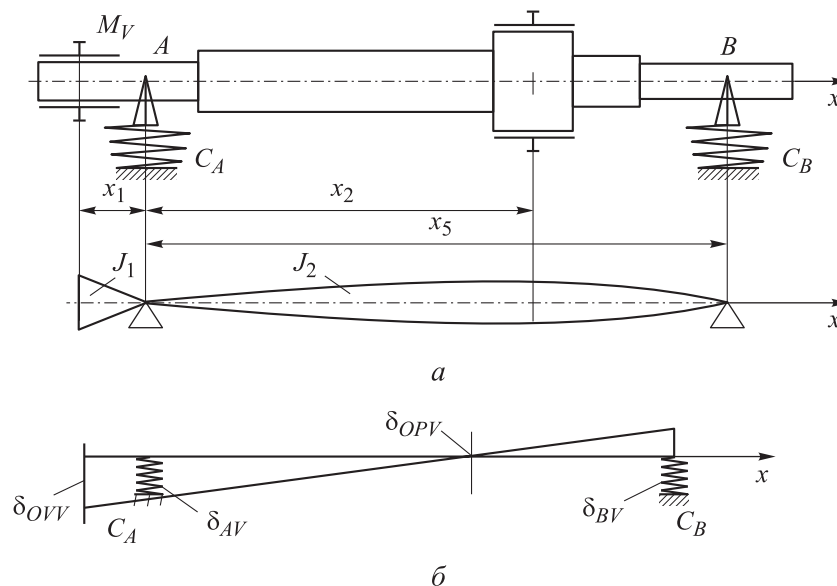


Рис. 5. Расчетные схемы:

а — жесткого вала на упругих опорах;

б — положения оси жесткого вала при единичном воздействии в точке V

Таблица 1

Значения коэффициента K_1

Тип подшипника	K_1	α
Радиальный шарикоподшипник	$(0,7 - 0,002d) \cdot 10^{-3}$	2/3
Двухрядный радиальный шарикоподшипник	$(0,42 - 0,0012d) \cdot 10^{-3}$	1
Конический роликоподшипник	$(0,52/d) \cdot 10^{-3}$	1
Радиальный роликоподшипник	$(0,65/d) \cdot 10^{-3}$	1
Двухрядный радиальный роликоподшипник	$(0,39/d) \cdot 10^{-3}$	1

радиальная грузоподъемность подшипника, определяемая по каталогу.

При умеренных нагрузках контактная деформация

$$\delta_r^{**} = \frac{4PK_2}{\pi d_{\text{вн}} b_k} \left(1 + \frac{d_{\text{вн}}}{D_n} \right),$$

где $K_2 = 0,005 \dots 0,025$ мм³/даН (меньшие значения принимают при повышенной точности изготовления отверстий и диаметра вала); $d_{\text{вн}}$ и D_n — диаметр внутреннего и наружного кольца соответственно; b_k — ширина колец.

Приведение этих деформаций к точкам V и P выполняют с помощью геометрических построений и аналитических зависимостей. Схема положения оси вала при действии единичной нагрузки в точке V приведена на рис. 5, б.

В результате преобразований получаем следующие выражения:

$$\delta_{OVV} = (\delta_{AV} + \delta_{BV})(1 + x_1/x_5) - \delta_{BV};$$

$$\delta_{OPV} = (\delta_{AV} + \delta_{BV})(1 - x_2/x_5) - \delta_{BV};$$

$$\delta_{OPP} = (\delta_{AP} - \delta_{BP})(1 - x_2/x_5) + \delta_{BP};$$

$$\delta_{OVP} = (\delta_{AP} - \delta_{BP})(1 + x_1/x_5) + \delta_{BP}.$$

Чтобы рассчитать поперечную изгибную податливость вала, необходимо определить его осевые моменты инерции на участках вала (в пролете, на консолях). Если на пролете есть два участка разного сечения, моменты инерции которых различаются на 10...30 %, то пролет можно заменить балкой с постоянным моментом инерции, определяемым по формуле, указанной в работе [13].

Поперечные перемещения упругой оси вала в точках установки элементов V и P определяют с помощью коэффициентов влияния податливости. Для двухопорной балки (см. рис. 1, б) изгибные податливости определяются следующими выражениями:

$$\delta_{VV} = \frac{x_1^2}{3EJ_1} \left(x_1 + \frac{J_1}{J_2} x_5 \right);$$

$$\delta_{PP} = \frac{x_2^2 (x_5 - x_2)^2}{3EJ_2 x_5};$$

$$\delta_{VP} = - \frac{x_1 x_2 (x_5 - x_2) (2x_5 - x_2)}{3EJ_2 x_5},$$

где E — модуль Юнга; J_1 и J_2 — осевые моменты инерции сечения.

Результирующие податливости упругой системы вала, приведенные к точкам V и P , определяются суммированием изгибных и приведенных опорных податливостей:

$$e_{11} = \delta_{VV} + \delta_{OVV};$$

$$e_{22} = \delta_{PP} + \delta_{OPP};$$

$$e_{12} = e_{21} = \delta_{VP} + \delta_{OVP},$$

где e_{11} и e_{22} — результирующая податливость в точке V и P соответственно; e_{12} — взаимная податливость.

В двухмассовой системе (см. рис. 2) матрицу жесткости находят из выражения для потенциальной энергии при поперечных деформациях

$$[C_{\text{п}}] = \begin{bmatrix} C_V + C_{VP} & -C_{VP} \\ -C_{VP} & C_P + C_{VP} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Сравнивая элементы матрицы (3) и результирующие податливости, получают

$$C_V = \frac{e_{22} + e_{21}}{e_{11}e_{22} - e_{12}e_{21}}; \quad C_P = \frac{e_{11} + e_{12}}{e_{11}e_{22} - e_{12}e_{21}};$$

$$C_{VP} = \frac{-e_{12}}{e_{11}e_{22} - e_{12}e_{21}}.$$

Составление уравнений движения и определение собственных значений системы вала.

Для составления уравнений движения определяют выражения для кинетической T и потенциальной Π энергии системы в соответствии с динамической моделью (см. рис. 3):

$$2T = m_V \dot{x}_V^2 + m_P \dot{x}_P^2 + J_V \dot{\varphi}_V^2 + J_P \dot{\varphi}_P^2; \quad (4)$$

$$2\Pi = C_V x_V^2 + C_P x_P^2 + C_{PV} (x_V - x_P)^2 + C_\varphi \varphi_V^2 + C_\varphi \varphi_P^2 + C_\varphi (\varphi_V - \varphi_P)^2. \quad (5)$$

Уравнения (4) и (5) позволяют рассматривать поперечные и крутильные колебания в отдельности.

Собственные частоты и формы поперечных колебаний вала определяют из однородного уравнения движения его консервативной системы

$$\mathbf{A}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}\mathbf{X} = 0, \quad (6)$$

где \mathbf{A} — матрица инерции; $\ddot{\mathbf{X}}$ и \mathbf{X} — векторы ускорений и перемещений масс.

Решение уравнения (6) ищут в виде

$$X_1 = A_1 \sin(\omega t + \varphi); \quad X_2 = A_2 \sin(\omega t + \varphi), \quad (7)$$

где A_1, A_2, ω и φ — амплитуды, частота и начальная фаза колебаний соответственно; t — время.

После подстановки выражения (6) в формулу (7) получаем следующую алгебраическую систему относительно амплитуд колебаний A_1 и A_2 :

$$\begin{cases} (C_{11} - \omega^2 m_V) A_1 + C_{12} A_2 = 0; \\ C_{21} A_1 + (C_{22} - \omega^2 m_P) A_2 = 0, \end{cases} \quad (8)$$

где $C_{11}, C_{12}, C_{21}, C_{22}$ — элементы матрицы жесткости \mathbf{C} .

Из выражения (8) по условию вырожденности системы составляют частотное уравнение. Решая его, определяют корни ω_{01}^2 и ω_{02}^2 (которые должны быть положительными).

Собственные частоты поперечных колебаний вала $f_i = \omega_{0i}/2\pi$. Индексы частот должны соответствовать условию $f_1 < f_2$. Для сравнения с f_1 и f_2 вычисляем парциальные частоты

$$f_{n1} = \sqrt{C_{11}/m_V}; \quad f_{n2} = \sqrt{C_{22}/m_P}.$$

После подстановки ω_{01} и ω_{02} в выражение (7) запишем соотношения амплитуд колебаний масс на этих частотах

$$A_{21} = \eta_{21} A_{11}; \quad A_{22} = \eta_{22} A_{12},$$

где

$$\eta_{21} = -\frac{C_{11} - \omega_{01}^2 m_V}{C_{12}}; \quad \eta_{22} = -\frac{C_{11} - \omega_{02}^2 m_V}{C_{12}}.$$

По выражениям (4) и (5) аналогично поперечным колебаниям вала матрицы инерции и жесткости крутильной системы вала получаем

$$A_\varphi = \begin{bmatrix} J_V + \eta_\varphi/3 & \eta_\varphi/6 \\ \eta_\varphi/6 & J_P + \eta_\varphi/3 \end{bmatrix}; \quad (9)$$

$$C_\varphi = \begin{bmatrix} C_\varphi & -C_\varphi \\ -C_\varphi & C_\varphi \end{bmatrix}.$$

Для свободного упругого вала с двумя инерционными массами из выражения (9) определяем одно значение частоты крутильных колебаний

$$\omega_{кр} = \sqrt{C_\varphi (1/J_V + 1/J_P)}. \quad (10)$$

Результирующие матрицы жесткости и инерции вала (см. рис. 3) имеют следующий вид:

$$[\mathbf{C}] = \begin{bmatrix} C_V & 0 & -C_{PV} & 0 \\ 0 & C_\varphi & 0 & -C_\varphi \\ -C_{PV} & 0 & C_P & 0 \\ 0 & -C_\varphi & 0 & C_\varphi \end{bmatrix};$$

$$[\mathbf{A}] = \begin{bmatrix} m_V & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_V + \eta_\varphi/3 & 0 & \eta_\varphi/6 \\ -C_{PV} & 0 & m_P & 0 \\ 0 & \eta_\varphi/6 & 0 & J_P + \eta_\varphi/3 \end{bmatrix}.$$

Расчет амплитудно-частотных характеристик вала. Для расчета динамической системы вала при поперечных колебаниях использован метод модального анализа.

Передаточная функция динамической системы вала в изображениях по Лапласу есть отношение выходной координаты динамической системы q_i к входной Q_j :

$$W_{ij}(p) = \frac{q_i(p)}{Q_j(p)} = \sum_{k=1}^2 \frac{A_{Hik} A_{Hjk}}{\omega_{0k}^2 \left[1 - \left(\frac{p}{\omega_{0k}} \right)^2 + 2\zeta_k \left(\frac{p}{\omega_{0k}} \right) \cdot \sqrt{-1} \right]}, \quad (11)$$

где p — оператор Лапласа; A_{Hik} и A_{Hjk} — элементы матрицы, соответствующие частотам k ; ζ_k — относительный модальный коэффициент рассеяния энергии на k -й частоте, в упрощенных расчетах для поперечных колебаний $\zeta_k = \psi_{0i}/4\pi$, для крутильных $\zeta_k = \psi_M/4\pi$.

При отсутствии связности поперечных и крутильных колебаний в системе вала по фор-

муле (11) рассчитываются четыре передаточные функции W_{VV} , W_{VP} , W_{HV} и W_{PP} .

Комплексная величина виброперемещения i -й точки вала в поперечном направлении определяется выражением

$$q_i(p) = W_{ij}F_j(p). \quad (12)$$

Здесь $F_j(p)$ — внешнее воздействие в точке j ,

$$F_j(p) = F_{jA} \cos pt,$$

где F_{jA} — амплитудное значение.

При одновременном внешнем воздействии в двух точках системы рассчитанные по выражению (12) виброперемещения суммируются. Действительное значение амплитуды виброперемещения вычисляется как

$$q_{Ai}(p) = \sqrt{U^2(p) + V^2(p)}. \quad (13)$$

Здесь

$$U(p) = F_{Aj} \sum_{k=1}^2 K_k \left[\frac{1 - z_k^2}{(1 - z_k^2)^2 + 4\zeta_k z_k^2} \right];$$

$$V(p) = F_{Aj} \sum_{k=1}^2 K_k \left[\frac{-2\zeta_k z_k}{(1 - z_k^2)^2 + 4\zeta_k z_k^2} \right],$$

где K_k — модальная податливость, $K_k = A_{Hik} A_{Hjk} / \omega_{0k}^2$; z_k — расстройка частот, $z_k = p / \omega_{0k}$.

Комплексная величина угловых виброперемещений i -й точки вала определяется выражением

$$q_i(p) = W_{ij}T_j(p), \quad (14)$$

где $T_j(p)$ — внешнее воздействие в точке j , $T_j(p) = T_{Aj} \cos pt$ (T_{jA} — амплитудное значение крутящего момента).

Чтобы найти действительные значения амплитуд виброперемещений, необходимо использовать зависимость (14), в которой внешнее воздействие F_{Aj} следует заменить на T_{Aj} .

Анализ динамических характеристик вала.

Для оценки динамических характеристик шпиндельного узла применены следующие показатели динамического качества: степень удаления собственных частот от рабочего диапазона частот возмущающих воздействий и коэффициент динамичности по перемещениям в точках V и P при гармоническом воздействии на шпиндельный узел.

Степень удаления собственных частот от рабочего диапазона частот возмущающих воздей-

ствий оценивают с помощью резонансных частотных полос возмущающих воздействий. Для каждой частоты f_{Br} из заданного спектра рабочих частот (например, по частоте n_r вращения вала $f_{Br} = n_r / 60$), которую принимают в качестве спектра возмущающих воздействий, определяют их резонансные полосы. С точностью до 10 % рекомендуется вычислять резонансную полосу Δf_r в диапазоне

$$0,7 f_{Br} < \Delta f_r < 1,3 f_{Br}.$$

Далее сравнивают собственные частоты вала f_{0k} с частотами из резонансной полосы. Для собственных частот, попавших в резонансную полосу, вычисляют коэффициент отношения частот

$$K_{Brk} = f_{0k} / f_{Br}.$$

Близость к резонансу в пределах 70...100 % определяют с помощью коэффициента

$$K_{Drk} = (1 - |1 - K_{Brk}|) \cdot 100 \ %.$$

Динамическое качество вала оценивают путем сравнения коэффициента K_{Drk} [14] с некоторыми нормативными значениями или значениями, выбираемыми из следующих диапазонов:

- $K_{Drk} < 0,75$ — удовлетворительное;
- $0,75 < K_{Drk} < 0,8$ — плохое;
- $K_{Drk} > 0,8$ — недопустимое.

Действительные амплитуды перемещений точек вычисляют с помощью выражений (13) в диапазоне частот возмущающих воздействий $p_{\min} \dots p_{\max}$, где $p_{\min} = 0$, с некоторым шагом, например $\Delta p = 10$ 1/с. В этот диапазон частот должны входить конкретные задаваемые частоты. В качестве таких частот могут быть заданы частота вращения вала, частота вращения сепаратора подшипника и др.

Значения амплитуд перемещений при заданных частотах A_{Br} сравнивают с амплитудой статического смещения A_0 (при $p_{\min} = 0$). Таким образом, коэффициент динамичности

$$K_{DBr} = A_{Br} / A_0.$$

Вычисленные значения коэффициентов динамичности сравнивают с некоторыми нормативными значениями [15].

Спектр частот измеряли на специальном экспериментальном стенде (рис. 6) с использованием виброметра «Корсар +» при частоте 3000 мин⁻¹. Результаты полученных измерений приведены в табл. 2.



Рис. 6. Внешний вид экспериментального стенда и виброметра

Для расчета динамических характеристик используемый в экспериментальном стенде вал (рис. 1, б) устанавливали на радиальные шарикоподшипники со следующими элементами: шкивом V ременной передачи и расположенным между опорами диском P (см. рис. 3).

Исходные данные: $d_1 = 9$ мм, $d_2 = 12$ мм, $d_3 = 18$ мм, $d_4 = 20$ мм, $d_5 = 15$ мм, $d_6 = 10$ мм, $d_{\text{шп.п}} = 12$ мм. Длины участков: $L_1 = 21$ мм, $L_2 = 10$ мм, $L_3 = 9$ мм, $L_4 = 61$ мм, $L_{\text{шп.п}} = 15$, $L_7 = 5$ мм; $L_8 = 11$ мм, $L_9 = 12$ мм. Размеры шпоночного соединения: ширина поперечного сечения шпонки $b = 4$ мм; высота поперечного сечения

Таблица 2

Значения частот колебаний опор

Опора	Частота колебаний, Гц	
	вертикальных	поперечных
Передняя	85,00	9,85
	95,15	19,50
	169,70	49,70
Задняя	51,80	25,00
	102,70	52,47
	182,50	183,60

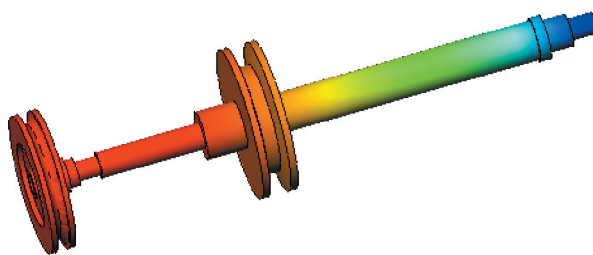
шпонки $H = 4$ мм; глубина паза на валу $t_1 = 25$ мм; глубина паза во втулке $t_2 = 3,3$ мм; длина шпоночного паза на валу $L_{\text{шп.п}} = 20$ мм. Вал содержит восемь цилиндрических участков и один участок со шпонкой.

Матрицы жесткости и инерции поперечных сил имеют вид

$$A_{\text{п}} = \begin{pmatrix} 0,063 & 0 \\ 0 & 4,463 \end{pmatrix};$$

$$C_{\text{п}} = \begin{pmatrix} 1,884 \cdot 10^6 & -4,449 \cdot 10^5 \\ -4,449 \cdot 10^5 & 1,884 \cdot 10^6 \end{pmatrix}.$$

С помощью характеристических уравнений (8) и (10) определены собственные частоты поперечных и крутильных колебаний: $f_1 = 82,1$ Гц и $f_2 = 868,6$ Гц.



Список режимов			
Название исследования: Частота 3			
Режим No.	Частотный(Рад/сек)	Частотный(Герц)	Период(Секунды)
1	0,020104	0,0031937	312,53
2	729,31	116,15	0,0086093
3	1 073,2	170,8	0,0058548
4	1 073,4	170,84	0,0058535
5	2 453,5	390,48	0,002561
6	2 453,7	390,52	0,0025607
7	4 787,5	761,95	0,0013124
8	4 792	762,66	0,0013112
9	5 908,4	940,35	0,0010634
10	6 405,5	1 019,5	0,0009809

Рис. 7. Результаты определения собственных частот в среде SolidWorks Simulation

Таблица 3

Результаты сравнения собственных частот

Вид исследования	Собственная частота, Гц	Погрешность, %
Эксперимент	95,15	–
Аналитический расчет	82,18	15
Численный расчет	116,15	18

Для проверки адекватности предложенного способа оценки динамического качества вала выполнен численный расчет в модуле Simulation программного комплекса SolidWorks (рис. 7), а также сравнительный анализ полученных собственных частот, попадающих в резонансную полосу. Анализ результатов аналитического и численного расчетов в сравнении с экспериментальными данными показал, что

допустимые отклонения находятся в пределах 15...18 % (табл. 3).

Выводы

Предложен метод, позволяющий оценивать динамическое качество шпиндельного узла при создании новых и при совершенствовании существующих конструкций.

Литература

- [1] Пуш А.В., Зверев И.А. *Шпиндельные узлы. Проектирование и исследование*. Москва, МГТУ СТАНКИН, 2000. 197 с.
- [2] Бушуев В.В., ред. *Металлорежущие станки*. Т. 1. Москва, Машиностроение, 2011. 608 с.
- [3] Басинюк В.Л., Кулешова А.В. Расчет динамических характеристик и многокритериальный выбор параметров шпиндельных узлов. *Механика машин, механизмов и материалов*, 2011, № 4, с. 49–53.
- [4] Вейц В.Л., Дондошанский В.К., Чиряев В.И. *Вынужденные колебания в металлорежущих станках*. Москва, Ленинград, Машгиз, 1959. 288 с.
- [5] Присмотров Н.И., Охапкин С.И., Иштутинов Д.В. и др. Резонансные явления в электроприводах при параметрических возмущениях. *Тр. VII Межд. (VIII Всерос.) науч.-тех. конф. по автоматизированному электроприводу*. Иваново, ИЭУ им. В.И. Ленина, 2012, с. 147–151.
- [6] Кудинов В.А. *Динамика станков*. Москва, Машиностроение, 1967. 359 с.
- [7] Аугустайтис В.-К.В., Мозура Г.-П.К., Сливинская К.Ф. и др. *Автоматизированный расчет колебаний машин*. Ленинград, Машиностроение, 1988. 100 с.
- [8] Ивович В.А. *Переходные матрицы в динамике упругих систем*. Москва, Машиностроение, 1969. 199 с.
- [9] Хомяков В.С., Досько С.И. Учет демпфирования при динамических расчетах станков. *СТИН*, 2010, № 6, с. 9–12.
- [10] Хомяков В.С., Кочинев Н.А., Сабиров Ф.С. Моделирование и расчет динамических характеристик шпиндельных узлов. *Вестник УГАТУ*, 2009, т. 12, № 2, с. 69–75.
- [11] Ханов А.М., Кобитянский А.Е., Шафранов А.В. Исследование динамики шпиндельных узлов станков на основе математического моделирования. *Известия Самарского научного центра РАН*, 2012, № 1–2, с. 439–447.
- [12] Перель Л.Я. *Подшипники качения*. Москва, Машиностроение, 1983. 543 с.
- [13] Сальников В.С., Ерзин О.А., Шадский Г.В. и др. Динамические характеристики многоцелевых станков. *Известия ТулГУ. Технические науки*, 2013, № 12–1, с. 98–109.
- [14] Левитский Н.И. *Колебания в механизмах*. Москва, Наука, 1988. 336 с.
- [15] Ильин М.М., Колесников К.С., Саратов Ю.С. *Теория колебаний*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. 271 с.

References

- [1] Push A.V., Zverev I.A. *Shpindelnye uzly. Proektirovanie i issledovanie* [Spindle assemblies. Design and research.]. Moscow, MGTU STANKIN Publ., 2000. 197 p. (In Russ.).
- [2] Bushuev V.V., ed. *Metallorzhushchie stanki*. Т. 1 [Metal-cutting machine tools. Vol. 1]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2011. 608 p. (In Russ.).
- [3] Basinyuk V.L., Kuleshova A.V. Calculation of dynamic characteristics of spindle unit and multicriteria selection of their most rational parameters. *Mekhanika mashin, mekhanizmov i materialov* [Mechanics of Machines, Mechanisms and Material], 2011, no. 4, pp. 49–53. (In Russ.).
- [4] Veyts V.L., Dondoshanskiy V.K., Chiryayev V.I. *Vynuzhdennyye kolebaniya v metallorzhushchikh stankakh* [Forced vibrations in metal-cutting machines]. Moscow, Leninigrad, Mashgiz Publ., 1959. 288 p. (In Russ.).

- [5] Prismotrov N.I., Okhapkin S.I., Ishutinov D.V. et al. [Resonance phenomena in electric drives at parametric perturbations]. *Tr. VII Mezhd. (VIII Vseros.) nauch.-tekh. konf. po avtomatizirovannomu elektroprivodu* [Proc. VII Int. (VIII Rus.) Conf. on Automated Electric Drive]. Ivanovo, IEU im. V.I. Lenina Publ., 2012, pp. 147–151. (In Russ.).
- [6] Kudinov V.A. *Dinamika stankov* [Dynamics of machine tools]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1967. 359 p. (In Russ.).
- [7] Augustaytis V.-K.V., Mozura G.-P.K., Slivinskas K.F. et al. *Avtomatizirovannyi raschet kolebaniy mashin* [Automated calculation of machine vibrations]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1988. 100 p. (In Russ.).
- [8] Iovovich V.A. *Perekhodnye matritsy v dinamike uprugikh sistem* [Transient matrices in the dynamics of elastic systems]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1969. 199 p. (In Russ.).
- [9] Khomyakov V.S., Dosko S.I. Consideration of damping in dynamic calculations of machine tools. *STIN*, 2010, no. 6, pp. 9–12. (In Russ.).
- [10] Khomyakov V.S., Kochinev N.A., Sabirov F.S. The modeling and calculation of dynamics of spindle assemblies. *Vestnik UGATU* [Vestnik USATU], 2009, vol. 12, no. 2, pp. 69–75. (In Russ.).
- [11] Khanov A.M., Kobityanskiy A.E., Shafranov A.V. Research the dynamics of tools spindle units on the basis of mathematical modeling. *Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra RAN* [Izvestia RAS SamSC], 2012, no. 1–2, pp. 439–447. (In Russ.).
- [12] Perel L.Ya. *Podshipniki kacheniya* [Roller bearings]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1983. 543 p. (In Russ.).
- [13] Salnikov V.S., Erzin O.A., Shadskiy G.V. et al. Dynamic multi-tool. *Izvestiya TulGu. Tekhnicheskie nauki* [News of the Tula State University. Technical Sciences], 2013, no. 12–1, pp. 98–109. (In Russ.).
- [14] Levitskiy N.I. *Kolebaniya v mekhanizmax* [Oscillations in mechanisms]. Moscow, Nauka Publ., 1988. 336 p. (In Russ.).
- [15] Ilin M.M., Kolesnikov K.S., Saratov Yu.S. *Teoriya kolebaniy* [Theory of oscillations]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2003. 271 p. (In Russ.).

Статья поступила в редакцию 06.12.2023

Статья поступила в редакцию 06.12.2023

Информация об авторах

БРУНГАРДТ Артём Валерьевич — аспирант кафедры «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств». ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет» (660074, Красноярск, Российская Федерация, ул. Академика Киренского, 26а, к. 15, e-mail: abrungardt@sfu-kras.ru).

ЩЕПИН Александр Николаевич — старший преподаватель кафедры «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств». ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет» (660074, Красноярск, Российская Федерация, ул. Академика Киренского, 26а, e-mail: ashchepin@sfu-kras.ru).

БРУНГАРДТ Максим Валерьевич — кандидат технических наук, доцент, зав. кафедрой «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств». ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет» (660074, Красноярск, Российская Федерация, ул. Академика Киренского, 26а, e-mail: MBrungardt@sfu-kras.ru).

Information about the authors

BRUNGARDT Artem Valerievich — Postgraduate, Design and Technology Support of the Machine Building Production Department. Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education — Siberian Federal University (660074, Krasnoyarsk, Russian Federation, Academician Kirenskogo, Bldg. 26a, e-mail: abrungardt@sfu-kras.ru).

SHCHEPIN Alexander Nikolaevich — Senior Lecturer, Design and Technology Support of the Machine Building Production Department. Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education — Siberian Federal University (660074, Krasnoyarsk, Russian Federation, Academician Kirenskogo, Bldg. 26a, e-mail: ashchepin@sfu-kras.ru).

BRUNGARDT Maxim Valerievich — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Head of Design and Technology Support of the Machine Building Production Department. Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education — Siberian Federal University (660074, Krasnoyarsk, Russian Federation, Academician Kirenskogo, Bldg. 26a, e-mail: MBrungardt@sfu-kras.ru).

БРЮХОВЕЦКАЯ Елена Викторовна — кандидат технических наук, доцент кафедры «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств», ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет» (660074, Красноярск, Российская Федерация, ул. Академика Киренского, д. 26а, e-mail: Ebruhoveckaya@sfu-kras.ru).

BRYUKHOVETSKAYA Elena Viktorovna — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Design and Technology Support of the Machine Building Production Department. Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education — Siberian Federal University (660074, Krasnoyarsk, Russian Federation, Academician Kirenskogo, Bldg. 26a, e-mail: Ebruhoveckaya@sfu-kras.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Брунгардт А.В., Щепин А.Н., Брунгардт М.В., Брюховецкая Е.В. Оценка динамического качества шпинделя. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2024, № 7, с. 29–39.

Please cite this article in English as:

Brungardt A.V., Shchepin A.N., Brungardt M.V., Bryukhovetskaya E.V. Assessing the spindle dynamic quality. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2024, no. 7, pp. 29–39.



**Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана
предлагает читателям учебное пособие
«Автоматическое управление
теплоэнергетическими установками»**

Авторы: А.Г. Кузнецов, С.В. Харитонов

Рассмотрены вопросы автоматического управления и регулирования применительно к теплоэнергетическим установкам: тепловым двигателям, компрессорам, детандерам, теплообменным аппаратам, трубопроводам и др. Материал изложен в последовательности, принятой при изучении теории управления и регулирования. Наряду со ставшими уже классическими основами теории управления и регулирования приведен актуальный для современных систем управления с электронными блоками материал по законам регулирования, методам настройки контроллеров, использованию нейронных сетей. Рассмотрены примеры, в которых с помощью цифрового моделирования иллюстрируются результаты теоретического анализа и синтеза систем управления применительно к теплоэнергетическим установкам.

Для специалистов и студентов в области теплоэнергетики, изучающих дисциплину «Управление техническими системами».

По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.

Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;

press@bmstu.ru; <https://press.bmstu.ru>