

УДК 531.8

## Нелинейные колебания инерционных бесступенчатых передач без механизмов свободного хода

**С.В. Алюков**

*На основе численных и аналитических методов решений нелинейных дифференциальных уравнений исследуются колебания инерционно-импульсных передач, в конструкциях которых отсутствуют слабые звенья — механизмы свободного хода. Рассматриваются вопросы построения периодических решений, фазовые портреты, устойчивость движения инерционных передач.*

**Ключевые слова:** инерционные бесступенчатые передачи, импульсный механизм, математические модели, нелинейные колебания, устойчивость, фазовое пространство.

*The vibrations of inertial-pulse transmissions without weak links - overrunning clutches are investigated on the basis of numerical and analytical methods for solving of nonlinear differential equations. The problems of constructing periodic solutions, phase portraits, stability of motion are considered.*

**Keywords:** inertial continuously variable transmissions, pulse mechanism, mathematical models, nonlinear vibrations, stability, phase space.

Инерционно-импульсные передачи являются автоматическими бесступенчатыми передачами механического типа и обладают целым рядом преимуществ по сравнению с бесступенчатыми передачами других типов [1, 2]. Общая схема инерционно-импульсных передач содержит импульсный механизм, представляющий собой механическую систему с двумя степенями свободы и имеющий неуравновешенные грузы, и два механизма свободного хода, один из которых (корпусной) замыкает крутящий момент на корпус, а другой (выходной) передает момент на ведомый вал. Механизмы свободного хода являются наиболее слабыми звеньями инерционно-импульсных передач и сдерживают широкое применение этих передач в машиностроении. Поэтому можно выделить следующие перспективные направления исследований инерционно-импульсных передач; 1) совершенствование математических моделей и методов расчета существующих конструкций инерционных бесступенчатых передач; 2) разработка новых схем механизмов свободного хода повышенной надежности; 3) разработка инерционно-импульсных передач с одним механизмом свободного хода; 4) разработка инерционно-импульсных передач без механизмов свободного хода. С точки зрения создания работоспособной конструкции интерес вызывает четвертое направление, как полностью исключаящее из конструкции передачи наименее надежные звенья — механизмы свободного хода.



**АЛЮКОВ**

**Сергей Викторович**

кандидат технических наук, доцент

кафедры

«Общеобразовательные

дисциплины»

(Южно-Уральский

государственный

университет)

**Постановка задачи**

Проблема создания надежной инерционной бесступенчатой передачи общего назначения без механизмов свободного хода неизменно привлекает исследователей. Для решения этой проблемы было предложено большое количество разнообразных схем и конструкций, но они оказались ошибочными и не трансформировали момент, а работали в лучшем случае лишь как муфты. Поэтому возникла идея создания передачи не общего, а достаточно узкого назначения, но позволяющего при этом исключить из конструкции механизмы свободного хода. Основанием для такой идеи послужила работа [3], в которой доказано, что трансформация момента в инерционно-импульсной передаче может осуществляться при изменении знака момента сопротивления на выходном валу (реакторе) импульсного механизма в течение цикла. Используя это утверждение, в работе [4] были предложены конструкции инерционных передач со знакопеременным движением рабочего органа. Эти передачи могут быть применены для выполнения таких технологических процессов, как резание, пиление, строгание, шлифование, полирование, долбление и др. Знакопеременное движение рабочего органа ограничивает область применения передач, но позволяет полностью обойтись без механизмов свободного хода и тем самым резко повысить надежность передачи. Для правильного проектирования таких передач необходимо изучить динамику их движения.

**Математическая модель инерционно-импульсной передачи без механизмов свободного хода**

Рассмотрим схему [1] инерционно-импульсных передач лишь на основе импульсного механизма (рис. 1).

Математическая модель инерционно-импульсных передач может быть построена с помощью уравнений Лагранжа второго рода [5]:

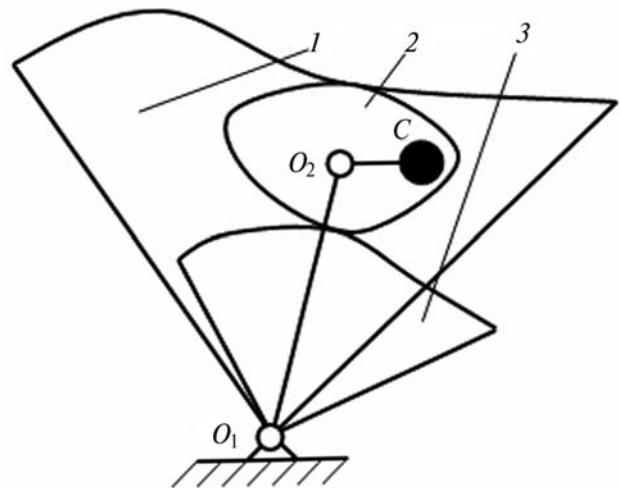


Рис. 1. Физическая модель инерционно-импульсной передачи:

- 1 — ведущий вал импульсного механизма;
- 2 — неуравновешенные грузовые звенья, центр тяжести которых не совпадает с их геометрическим

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i \quad (i=1, 2, 3), \quad (1)$$

где  $T$  — кинетическая энергия системы;  $q_i, \dot{q}_i$  — обобщенные координаты и скорости соответственно;  $Q_i$  — обобщенные силы.

За обобщенные координаты при составлении уравнений (1) примем углы поворота ведущего вала  $\alpha$  и ведомого вала  $\beta$  импульсного механизма, являющегося основой многих конструкций инерционно-импульсных машин и механизмов. Углы поворота  $\alpha$  и  $\beta$  выбраны по той причине, что именно входные и выходные характеристики чаще всего вызывают наибольший интерес при проведении исследований.

Кинетическая энергия системы находится по выражению [1]:

$$T = \frac{1}{2} A_1 \dot{\alpha}^2 + A_2 \dot{\alpha} \dot{\beta} + \frac{1}{2} A_3 \dot{\beta}^2,$$

где

$$A_1 = J_1 + nma^2 + \left(\frac{a}{k} + q\right)^2 nJ_3 + 2nmah\left(\frac{a}{k} + q\right) \cos \psi;$$

$$A_2 = nmab + \left(\frac{a}{k} + q\right) \left(\frac{b}{k} - q\right) nJ_3 + nmh\left(\frac{2ab}{k} + (b-a)q\right) \cos \psi;$$

$$A_3 = J_2 + nmb^2 + \left(\frac{b}{k} + q\right)^2 nJ_3 + 2nmbh\left(\frac{b}{k} - q\right) \cos \psi;$$

$\psi = q(\alpha - \beta)$ ;  $k = a + b$ ;  $J_1, J_2$  — моменты инерции ведущего и ведомого вала соответственно;  $nJ_3$  — суммарный момент инерции неуравновешенных звеньев относительно геометрического центра;  $nm$  — суммарная масса неуравновешенных звеньев;  $h$  — расстояние между геометрическим центром и центром масс неуравновешенного звена;  $a, b, q$  — параметры импульсного механизма.

Для определения крутящего момента  $M_d$ , действующего на ведущий вал импульсного механизма, воспользуемся динамической характеристикой асинхронного электродвигателя [6], учитывающей влияние электромагнитных переходных процессов:

$$M_d = M_n - T\dot{M}_d - \frac{1}{v\omega_{x,x}}(\dot{\alpha} - \omega_n),$$

где  $M_n$  — номинальный момент ротора двигателя;  $\omega_{x,x}, \omega_n$  — угловые скорости соответственно идеального холостого хода и номинальная;  $T$  — электромагнитная постоянная времени двигателя;  $v$  — коэффициент крутизны статической характеристики.

Применяя уравнения (1), получим математическую модель инерционно-импульсного привода, представляющую собой систему нелинейных дифференциальных уравнений пятого порядка:

$$\begin{cases} A_1\ddot{\alpha} + A_2\ddot{\beta} + A_4(\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 + A_6\dot{\beta}^2 = M_d; \\ A_2\ddot{\alpha} + A_3\ddot{\beta} + A_5(\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 - A_6\dot{\alpha}^2 = -M_c; \\ \dot{M}_d = \frac{1}{T}\left(M_n - M_d - \frac{1}{v\omega_{x,x}}(\dot{\alpha} - \omega_n)\right), \end{cases} \quad (2)$$

где

$$A_4 = -nmah\left(\frac{a}{k} + q\right)q \sin \psi;$$

$$A_5 = nmbh\left(\frac{b}{k} - q\right)q \sin \psi;$$

$$A_6 = nmkhq \sin \psi;$$

$M_c$  — приведенный момент сопротивления, действующий на ведомый вал импульсного механизма.

Аналитическое решение системы (2) можно построить с помощью приближенных методов [7], учитывая переменность угловой скорости ведущего вала. При этом решения системы (2) имеют сравнительно громоздкий вид. Поэтому в данной работе используем допущение о неизменности угловой скорости ведущего вала ( $\dot{\alpha} = \omega \equiv \text{const}$ ) [8], что позволяет понизить порядок системы дифференциальных уравнений движения трансформатора, сводя систему (2) лишь к одному дифференциальному уравнению второго порядка:

$$A_3\ddot{\beta} + A_5(\omega - \dot{\beta})^2 - A_6\omega^2 = -M_c, \quad (3)$$

где переменные коэффициенты  $A_3, A_5, A_6$  те же, что и в уравнениях системы (2), а угол  $\psi$  определяется выражением  $\psi = q(\omega t + \alpha_{01} - \beta)$ . Здесь  $\omega = \dot{\alpha}_{01}, \alpha_{01}$  — соответственно значения угловой скорости и угла поворота ведущего вала в начальный момент времени  $t = 0$ .

Оценку правомерности такого допущения сделаем на основе сравнения численных решений системы (2) и уравнения (3), полученных с помощью метода Рунге — Кутты в компьютерной среде MathCAD. Момент сопротивления определим соотношением

$$M_c = M_0 + M_1 \text{sign}(\dot{\beta}),$$

где  $M_0, M_1 \equiv \text{const} (M_0, M_1 \geq 0)$ .

На рисунке 2 показаны графики решений системы (2), полученные приближенными аналитическими методами и по методу Рунге — Кутты с помощью компьютерной программы MathCAD Professional при следующих параметрах инерционно-импульсной передачи:

$$J_1 = 5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; J_2 = 0,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; nJ_3 = 0,32 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$nm = 10,5 \text{ кг}; a = 0,02 \text{ м}; b = 0,08 \text{ м}; k = 0,1 \text{ м};$$

$$h = 0,08 \text{ м}; q = \frac{4}{3}; M_0 = 0; M_1 = 750 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_n = 150 \text{ Н} \cdot \text{м}; \omega_{x,x} = 157 \text{ рад} / \text{с}; \omega_n = 150 \text{ рад} / \text{с};$$

$$T = 0,038 \text{ с}; v = 0,0024 \text{ с}^2 / \text{кг} \cdot \text{м}^2.$$

Начальные условия были приняты следующими:

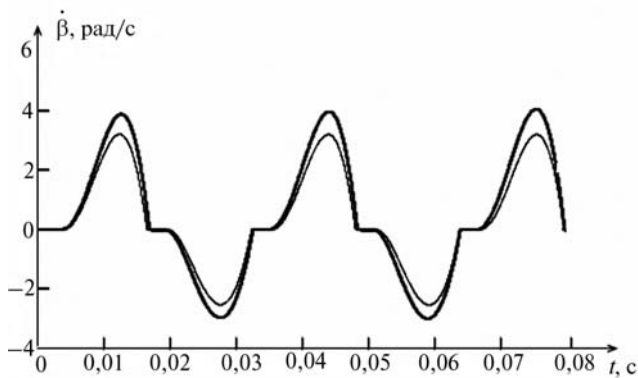


Рис. 2. Зависимость угла поворота выходного вала от времени

$$t = 0; \alpha_{01} = 0; \beta_{01} = 0; \dot{\alpha}_{01} = 150 \text{ рад / с};$$

$$\dot{\beta}_{01} = 0; M_{д01} = 5 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Утолщенная линия соответствует случаю с переменной угловой скоростью ведущего вала, тонкая линия — допущению о постоянстве угловой скорости этого вала.

Как видно на рис. 2, различие в решениях достаточно небольшое. Однако, если рассмотреть полученные решения на более длительном промежутке времени, то получим решения, графики которых изображены на рис. 3. Здесь, по-прежнему, утолщенная линия соответствует углу поворота выходного вала при переменной скорости ведущего вала, тонкая линия — при допущении о постоянстве угловой скорости этого вала. Видно, что погрешность в решениях накапливается, и с течением времени разница в решениях оказывается существенной.

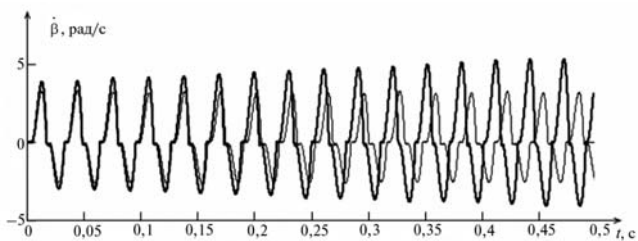


Рис. 3. Зависимость угла поворота выходного вала от времени

На основании проведенного сравнения можно сделать вывод, что использовать допущение о постоянстве угловой скорости ведущего вала при решении дифференциальных уравнений движения можно на небольших интер-

валах изменения времени. Однако, если начальные условия заданы в области достаточно близких значений к устойчивым периодическим решениям, результаты исследований при постоянстве и переменности угловой скорости ведущего вала будут характеризоваться хорошей сходимостью. Например, на рис. 4 изображены фазовые траектории в области, близкой к периодическому решению. Сплошной утолщенной линией изображены траектории, полученные с учетом варьирования угловой скорости ведущего вала, пунктирной — с использованием допущения о постоянстве этой угловой скорости. Как видно, результаты хорошо сходятся.

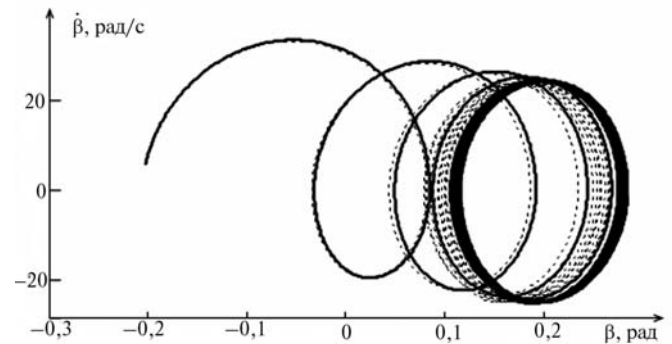


Рис. 4. Фазовые траектории с выходом на предельный цикл

Параметры инерционно-импульсной передачи были выбраны следующими:

$$J_1 = 14 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; J_2 = 0,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; nJ_3 = 0,25 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$nm = 8 \text{ кг}; a = 0,02 \text{ м}; b = 0,08 \text{ м}; k = 0,1 \text{ м},$$

$$h = 0,083 \text{ м}; q = \frac{4}{3}; M_0 = 18 \text{ Н} \cdot \text{м}; M_1 = 750 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_n = 150 \text{ Н} \cdot \text{м}; \omega_{x,x} = 220 \text{ рад / с},$$

$$\omega_n = 215 \text{ рад / с}; T = 0,038 \text{ с}; \nu = 0,0024 \text{ с}^2 / (\text{кг} \cdot \text{м}^2).$$

Начальные условия соответствовали значениям

$$t = 0; \alpha_{01} = 1127 \text{ рад}; \beta_{01} = -0,204 \text{ рад};$$

$$\dot{\alpha}_{01} = 216,85 \text{ рад / с}; \dot{\beta}_{01} = 5,5 \text{ рад / с};$$

$$M_{д01} = 100 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$



**Режим одностороннего вращения выходного вала с наложенными высокочастотными колебаниями**

Схеме инерционно-импульсной передачи, изображенной на рис. 1, соответствует цилиндрическое фазовое пространство. Для такой схемы возможны периодические движения, при которых выходной вал совершает однонаправленное вращение с наложенными высокочастотными колебаниями. Фрагмент графика периодического решения с наложенными колебаниями в качестве примера приведен на рис. 5. При этом параметры инерционно-импульсной передачи были выбраны следующими:

$$\begin{aligned} J_1 &= 14 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; J_2 = 0,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \\ nJ_3 &= 0,25 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; nm = 8 \text{ кг}, a = 0,02 \text{ м}; \\ b &= 0,08 \text{ м}; k = 0,1 \text{ м}; h = 0,083 \text{ м}; \\ q &= \frac{4}{3}; M_0 = 0; M_1 = 20 \text{ Н} \cdot \text{м}; \\ M_H &= 10 \text{ Н} \cdot \text{м}; \omega_{x.x} = 157 \text{ рад} / \text{с}; \\ \omega_n &= 150 \text{ рад} / \text{с}; T = 0,038 \text{ с}; \\ v &= 0,0024 \text{ с}^2 / (\text{кг} \cdot \text{м}^2). \end{aligned} \quad (4)$$

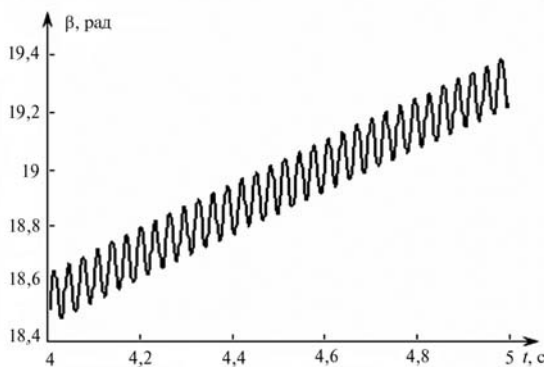


Рис. 5. Фрагмент графика периодического решения с наложенными высокочастотными колебаниями

Существование устойчивых однонаправленных вращений с наложенными высокочастотными колебаниями позволяет создать схемы инерционно-импульсных передач, рабочие органы которых совершают вращательное движение. При этом наложенные высокочастотные колебания могут способствовать интенсификации выполнения технологических процессов, таких как, резка, сверление, распиловка, дроб-

ление материалов, шлифование и полирование поверхностей и целого ряда других.

Несомненный интерес представляет отыскание значения средней угловой скорости однонаправленного вращения выходного вала передачи с наложенными высокочастотными колебаниями. Выясним этот вопрос.

Пусть  $M_{д.ср}$  — средний момент двигателя за цикл установившегося движения инерционной передачи;  $M_{1ср}, t_1$  — соответственно средний момент сопротивления на выходном валу и время для прямого импульса;  $M_{2ср}, t_2$  — для обратного импульса.

На основании теоремы о производной по времени от момента количества движения системы относительно оси и теоремы о среднем значении интеграла получим

$$M_{д.ср} (t_1 + t_2) = M_{1ср} t_1 + M_{2ср} t_2.$$

Из условия равенства работы на входе и на выходе передачи найдем

$$M_{д.ср} \omega (t_1 + t_2) = M_{1ср} \omega_1 t_1 + M_{2ср} \omega_2 t_2,$$

где  $\omega_1, \omega_2$  — средние угловые скорости выходного вала передачи с учетом знаков соответственно для прямого и обратного импульсов.

Среднюю угловую скорость  $\tilde{\omega}$  одностороннего вращения выходного вала передачи найдем по соотношению

$$\tilde{\omega} = \frac{\omega_1 t_1 + \omega_2 t_2}{t_1 + t_2}.$$

Решая в системе последние три уравнения и принимая во внимание, что  $t_1 = \pi / q(\omega - \omega_1)$ ,  $t_2 = \pi / q(\omega - \omega_2)$  и  $\frac{2}{\omega - \tilde{\omega}} = \frac{1}{\omega - \omega_1} + \frac{1}{\omega - \omega_2}$  после

преобразований получим квадратное уравнение относительно неизвестной  $\frac{\tilde{\omega}}{\omega}$ :

$$A \left( \frac{\tilde{\omega}}{\omega} \right)^2 + B \left( \frac{\tilde{\omega}}{\omega} \right) + C = 0,$$

где

$$A = \frac{2M_{2ср}}{M_{1ср} + 2M_{2ср}} \frac{\omega_1}{\omega};$$

$$B = \left( \frac{\omega_1}{\omega} \right)^2 - 2 \left( \frac{\omega_1}{\omega} \right) + \frac{2M_{2ср}}{M_{1ср} + 2M_{2ср}};$$

$$C = -\left(\frac{\omega_1}{\omega}\right)^2 + 2\left(\frac{\omega_1}{\omega}\right) - 1.$$

Решая полученное квадратное уравнение, найдем значение для средней угловой скорости  $\tilde{\omega}$ .

**Математическая модель инерционно-импульсной передачи с упругой связью между выходным звеном импульсного механизма и корпусом**

Для осуществления лишь колебательных движений выходного вала можно применить схему (рис. 6), при которой ведомое звено импульсного механизма связано с корпусом упругой связью 4. Упругая связь исключает возможность однонаправленного вращения.

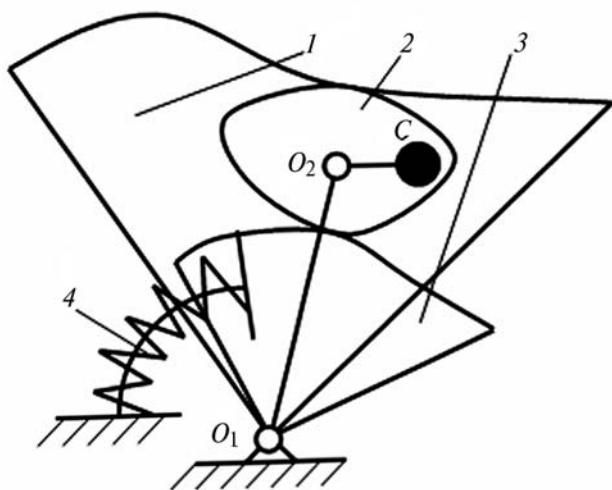


Рис. 6. Схема инерционно-импульсной передачи с ограниченным положением ведомого звена

Уравнения Лагранжа для схемы с упругой связью будут включать не только кинетическую, но и потенциальную энергию:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad (i=1, 2, 3),$$

где  $L = T - \Pi$ ;  $\Pi$  — потенциальная энергия системы.

В нашем случае  $\Pi = \frac{c\beta^2}{2}$ , где  $c$  — угловая жесткость упругого элемента. Поэтому дифференциальные уравнения движения будут иметь следующий вид:

$$\begin{cases} A_1 \ddot{\alpha} + A_2 \ddot{\beta} + A_4 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 + A_6 \dot{\beta}^2 = M_d, \\ A_2 \ddot{\alpha} + A_3 \ddot{\beta} + A_5 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 - A_6 \dot{\alpha}^2 + c\beta = -M_c, \\ \dot{M}_d = \frac{1}{T} \left( M_H - M_d - \frac{1}{v\omega_{x,x}} (\dot{\alpha} - \omega_H) \right), \end{cases} \quad (5)$$

Используя допущение о постоянстве скорости ведущего вала, систему (5) можно свести к одному уравнению второго порядка:

$$A_3 \ddot{\beta} + A_5 (\omega - \dot{\beta})^2 - A_6 \omega^2 + c\beta = -M_c. \quad (6)$$

**Построение периодического решения**

Построим периодическое решение нелинейного дифференциального уравнения (6) на холостом режиме работы ( $M_c = 0$ ) при отсутствии резонанса. В статье [7] показано, что при построении решения нелинейного дифференциального уравнения предпочтительно использовать метод малого параметра.

Коэффициенты  $A_3, A_5, A_6$  в уравнении (6) представим в виде

$$A_3 = B_3 + b_3 \cos \psi; \quad A_5 = a_5 \sin \psi; \quad A_6 = a_6 \sin \psi,$$

где

$$B_3 = J_2 + nmb^2 + \left(\frac{b}{k} + q\right)^2 nJ_3; \quad b_3 = 2nmbh\left(\frac{b}{k} - q\right);$$

$$a_5 = nmbh\left(\frac{b}{k} - q\right)q; \quad a_6 = nmkhq.$$

Решая уравнение (6) методом малого параметра, получим искомое периодическое решение с периодом  $\frac{2\pi}{q\omega}$ :

$$\beta = (D_0 + D_1) \sin q\omega t + D_2 \sin 2q\omega t + D_3 \sin 3q\omega t, \quad (7)$$

где

$$D_0 = \frac{(a_6 - a_5)\omega^2}{c - B_3 q^2 \omega^2};$$

$$D_1 = \frac{0,25 a_5 D_0^2 q^2 \omega^2}{B_3 q^2 \omega^2 - c};$$

$$D_2 = \frac{0,5q\omega^2 D_0 (3a_5 - a_6 + qb_3)}{c - 4B_3 q^2 \omega^2};$$

$$D_3 = \frac{0,25a_5 D_0^2 q^2 \omega^2}{9B_3 q^2 \omega^2 - c}.$$

Как следует из решения (7), начальные условия, соответствующие периодическому решению с периодом  $\frac{2\pi}{q\omega}$ , имеют значения

$$\begin{cases} \beta(0) = 0, \\ \dot{\beta}(0) = (D_0 + D_1 + 2D_2 + 3D_3)q\omega. \end{cases}$$

На рисунке 7 изображены предельные циклы, полученные с помощью аналитического решения (7), численного решения с учетом допущения о постоянстве угловой скорости ведущего вала и численного решения при переменной угловой скорости ведущего вала.

Значения параметров передачи были выбраны такими же, как (4), за исключением того, что было принято  $M_c = M_n = 0, c = 500 \text{ Н} \cdot \text{м} / \text{рад}$ .

Графики предельных циклов, полученные с помощью аналитического решения (7) и численного решения при допущении о постоянстве угловой скорости ведущего вала, на рис. 7 полностью сливаются, что свидетельствует о высокой точности аналитического решения. Этим графикам соответствует сплошная утолщенная линия. Численному решению при переменной угловой скорости ведущего вала соответствует сплошная тонкая линия. Отклонение сплошной тонкой линии от утолщенной небольшое, что подтверждает ранее сделанное утверждение о возможности отыскания периодических решений при допущении о постоянстве угловой скорости ведущего вала.

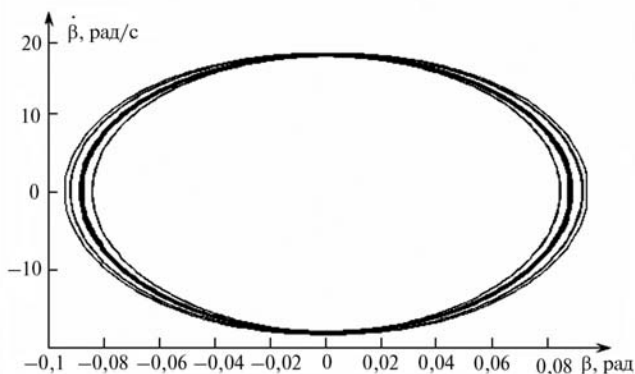


Рис. 7. Графики периодических решений

Решение (7) имеет три гармоники, поэтому в зависимости от значений коэффициентов при этих гармониках возможны и другие виды фазовых портретов периодических решений (рис. 8), отличные от изображенных на рис. 7. Графики, полученные аналитическим и численными методами при постоянной и переменной угловой скорости ведущего вала, на рис. 8 полностью сливаются, что говорит о хорошей сходимости результатов.

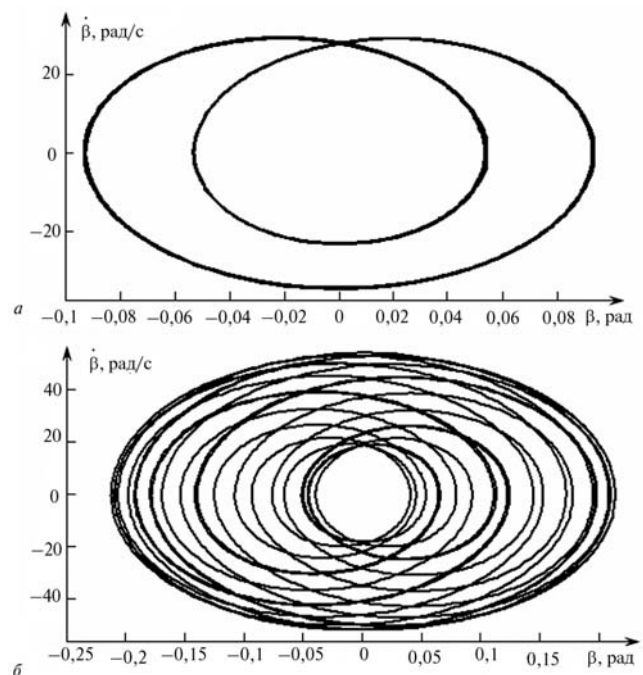


Рис. 8. Графики периодических решений

### Варианты фазовых портретов

Как показали численные решения дифференциального уравнения (6) по методу Рунге — Кутты при различных параметрах передачи и разных начальных условиях, динамическая картина инерционной передачи без механизма свободного хода отличается большим разнообразием. На рисунке 9 изображены некоторые из полученных фазовых траекторий и периодических решений. Приведенные примеры говорят о больших возможностях инерционно-импульсной передачи без механизмов свободного хода и с упругой связью реактора импульсного механизма с корпусом реализовать различные типы периодических движений и режимов работы.



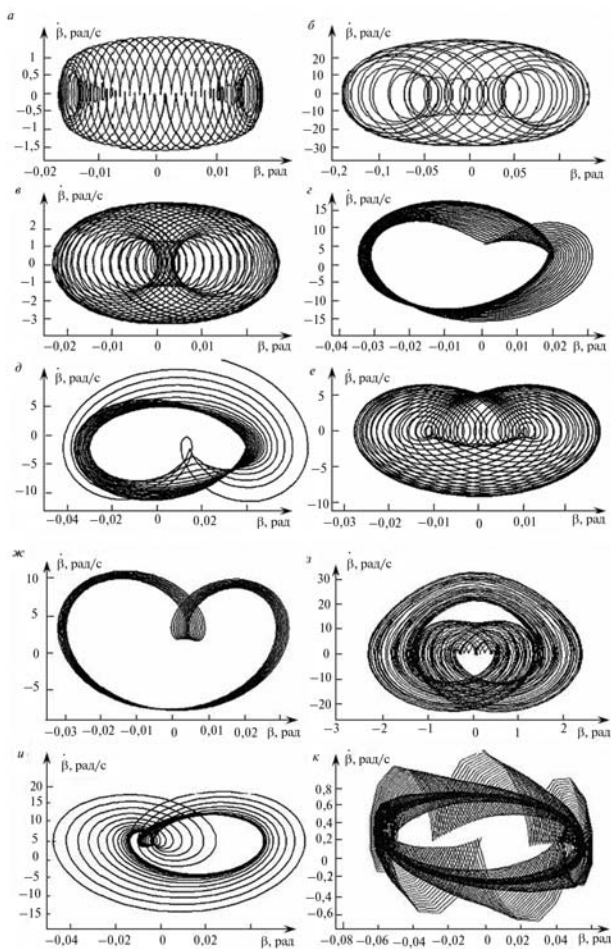


Рис. 9. Примеры фазовых траекторий и периодических решений

## Выводы

1. Получены математические модели инерционно-импульсных передач лишь на основе импульсного механизма. Рассмотрены варианты передач с упругой связью выходного звена импульсного механизма с корпусом и без такой связи с учетом динамической характеристики двигателя. Составленные математические модели представляют собой системы существенно нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений.

2. Проверка правомерности допущения о постоянстве угловой скорости ведущего вала импульсного механизма при составлении математических моделей показала, что такое допущение можно использовать лишь для небольших промежутков изменения времени, либо для построения периодических решений с помощью фазовых траекторий с начальными ус-

ловиями, взятыми в относительной близости от устойчивых предельных циклов.

3. Рассмотрен режим работы инерционной бесступенчатой передачи с односторонним вращением ведомого вала при наложенных на этот вал высокочастотных колебаний. Получено уравнение для отыскания средней угловой скорости ведомого вала. Полученные результаты могут быть использованы при проектировании инерционных передач с однонаправленным трендовым движением ведомого вала, что позволит расширить области возможного применения таких передач.

4. Для передачи с упругой связью ведомого вала с корпусом построено периодическое решение на холостом режиме работы. Полученные результаты могут быть использованы при рациональном проектировании конкретных конструкций инерционно-импульсных передач без механизма свободного хода.

5. Выявлено существование разнообразных видов фазовых траекторий и периодических движений инерционно-импульсных передач без механизмов свободного хода с упругой связью ведомого вала импульсного механизма с корпусом при различных параметрах передач, начальных условий и нагрузки на ведомом валу. Выявленное разнообразие показывает широкие возможности рассмотренных передач в реализации различных кинематических и динамических режимов работы.

## Литература

1. *Леонов А.И.* Инерционные автоматические трансформаторы вращающего момента. М.: Машиностроение, 1978. 224 с.
2. *Пожбелко В.И.* Инерционно-импульсные приводы машин с динамическими связями. М.: Машиностроение, 1989. 136 с.
3. *Леонов А.И.* К общей теории инерционных трансформаторов вращающего момента // Известия вузов. Машиностроение. 1975. № 7. С. 49–52.
4. *Алюков С.В.* Динамика инерционного трансформатора вращающего момента без механизмов свободного хода. Автореф. дис. ...канд. техн. наук. Владимир, 1983. 21 с.
5. *Никитин Н.Н.* Курс теоретической механики. М.: Высшая школа, 2003. 719 с.
6. *Вейц В.А.* Динамика машинных агрегатов. Л.: Машиностроение. 1969. 370 с.
7. *Алюков С.В.* Сравнительный анализ приближенных методов решения дифференциальных уравнений движения инерционно-импульсных передач // Вестник машиностроения. 2010. № 7. С. 3–10.
8. *Полецкий А.Т., Васин Г.Г.* К интегрированию уравнений инерционного трансформатора момента // В кн.: Динамика машин. М.: Машиностроение, 1969. С. 64–69.

Статья поступила в редакцию 20.02.2012