

Машиностроение и машиноведение

УДК 621.839.36

Особенности задачи синтеза некруглых зубчатых колес планетарных механизмов с плавающими сателлитами

Г.Ю. Волков¹, Ю.В. Алексеева²

¹ ФГБОУ ВО «Курганский государственный университет»

² ГБПОУ «Курганский промышленный техникум»

Problem features in synthesizing the non-circular gearwheels for a planetary train with the floating pinion

G.Yu. Volkov¹, Yu.V. Alekseeva²

¹ Kurgan State University

² Kurgan Industrial technical school

Идее использования планетарных механизмов с некруглыми центральными зубчатыми колесами и плавающими сателлитами в гидромашинах более ста лет. Однако до настоящего времени отсутствовало точное решение задачи профилирования некруглых зубчатых венцов центральных колес. Их синтез, в отличие от большинства применяемых на практике плоских зубчатых механизмов, нельзя провести на базе теоремы Виллиса, он требует использования теоремы Аронгольда — Кеннеди. Разработан уточненный метод проектирования рассмотренных механизмов, который включает в себя следующие этапы: расчет траекторий центров производящего сателлита в системах координат, связанных с каждым из центральных колес, вычисление угловых положений этого сателлита и графическое построение профилей некруглых колес как огибающих производящего сателлита. Предложенный метод обеспечивает благоприятные условия передачи движения и отсутствие интерференции зубьев в любых положениях механизма. Метод достаточно прост и может быть использован широким кругом инженеров-проектировщиков.

EDN: QGWECG, <https://elibrary/qgwecg>

Ключевые слова: планетарная роторная гидромашина, плавающие сателлиты, некруглые зубчатые колеса, теорема Аронгольда — Кеннеди

The idea of using a planetary train with the non-circular central gearwheels and floating pinions in a hydraulic machine is circulating for more than a hundred years. However, until now any exact solution to the problem of profiling the central wheel of a non-circular gearwheel is missing. Unlike most flat gearwheels used in practice, their synthesis could not be carried out based on the Willis theorem. It requires introduction of the Arongold-Kennedy theorem. The paper proposes an adjusted method in designing mechanisms under consideration. It includes the following stages: computing trajectories of the generating pinion center in the coordinate systems associated with each of the central wheels; computing the pinion angular positions; graphical construction of the non-circular wheels' profiles envel-

oping the generating pinion. The proposed method ensures favorable conditions for transferring motion and absence of the teeth interference in any position of the mechanism. The method is fairly simple and could be used by a wide range of the design engineers.

EDN: QGWECG, <https://elibrary/qgwecg>

Keywords: planetary rotary hydraulic machine, floating pinions, non-circular gearwheels, Arongold-Kennedy theorem

Зубчатые передачи с круглыми колесами имеют широкую область применения, а методы их проектирования подробно изучены. Передачи с некруглыми зубчатыми колесами тоже получили определенное распространение, а их исследованию, в том числе касающемуся геометрического проектирования, посвящены работы многих авторов [1–7].

Однако все упомянутые зубчатые механизмы характеризуются фиксированным межосевым расстоянием. В особую группу зубчатых механизмов следует выделить планетарные роторные гидравлические машины (ПРГМ) [8–13], схема одной из таких ПРГМ приведена на рис. 1. В ПРГМ центральные колеса — солнечная шестерня 1 и эпицикл 2 — выполнены волнообразными, а сателлиты 3 — плавающими. Так как центроиды этих колес не являются окружностями постоянного радиуса, расстояние между центральной осью ПРГМ и центрами сателлитов циклически изменяется.

До настоящего времени в силу трудностей изготовления некруглых зубчатых звеньев ПРГМ почти не производились и оставались малоизученными. В частности, пока не получила окончательного решения задача профилирования некруглых зубчатых венцов центральных колес ПРГМ. Разработанные ранее методы решения этой задачи [8, 14–16] требовали повышенного зазора в зацеплениях, либо не обеспечивали форму зубьев, необходимую для благоприятной передачи движения на всех участках центральных колес.

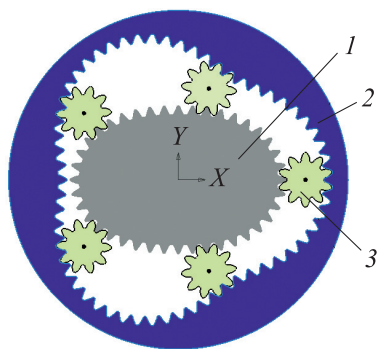


Рис. 1. Схема ПРГМ

Цель работы — рассмотреть причины затруднений, возникающих при синтезе профилей некруглых колес ПРГМ, и разработать метод их проектирования, устраняющий отмеченные недостатки.

Особенность синтеза механизма ПРГМ. Особенность задачи синтеза некруглых зубчатых колес планетарных механизмов с плавающими сателлитами становится понятной, если обратиться к теореме Аронгольда — Кеннеди [17] о трех центрах вращения. Согласно этой теореме, мгновенный центр относительного вращения первого и второго тел лежит на линии, которая соединяет точки, являющиеся их мгновенными центрами вращения относительно третьего тела.

Из теоремы Аронгольда — Кеннеди следует, что у зубчатых передач с круглыми колесами полюс зацепления лежит на прямой, проходящей через оси вращения этих колес относительно стойки. Это следствие распространяется на передачи с некруглыми колесами при фиксированном межосевом расстоянии и на планетарные механизмы, имеющие водило или мнимое водило с постоянным межосевым расстоянием.

На упомянутом следствии основана теорема Виллиса, часто называемая [18] основной теоремой зацепления. Согласно этой теореме, полюс, лежащий на межосевой прямой, делит ее на отрезки, отношение которых пропорционально передаточному отношению.

Для рассматриваемых планетарных механизмов ПРГМ с плавающими сателлитами из теоремы Аронгольда — Кеннеди следует, что на одной прямой должны лежать мгновенный центр относительного вращения центральных колес P_{12} и полюсы зацеплений сателлита с солнечной шестерней 1 P_{13} и эпициклом 2 P_{23} (рис. 2). В общем случае центральная точка C_3 номинально круглого сателлита смещена относительно этой прямой.

Параметры контуров зубчатых венцов, обеспечивающие движение механизма, варьируются в широком диапазоне. Задача геометрического синтеза звеньев ПРГМ имеет несколько

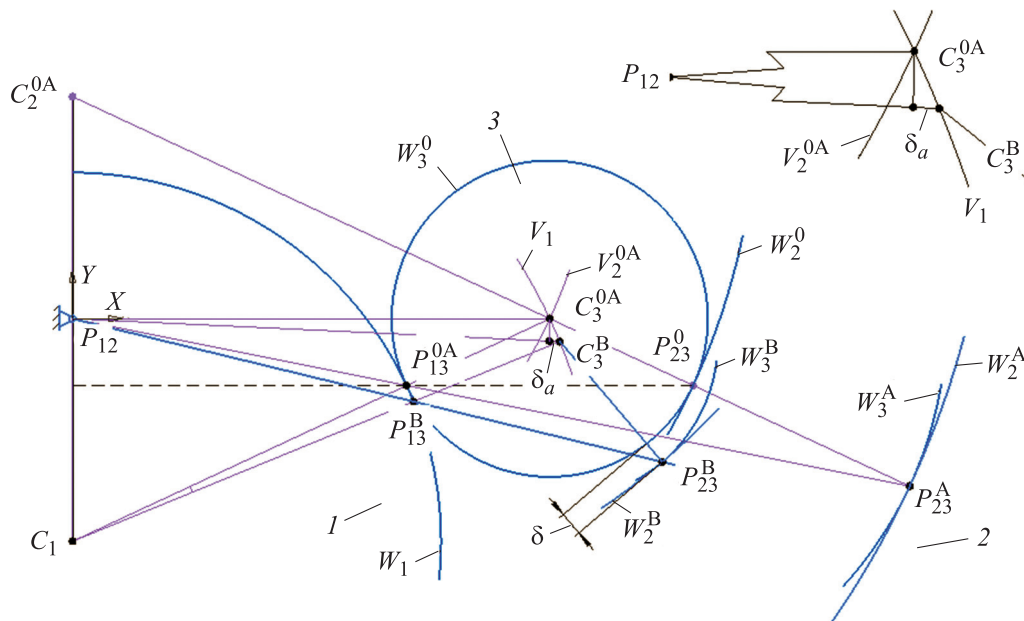


Рис. 2. Схема расположения мгновенных центров относительного вращения в механизме ПРГМ: P_{12} , P_{13} , P_{23} — мгновенные центры относительного вращения звеньев; W_1 , W_2 , W_3 — центры масс звеньев; C_1 , C_2 , C_3 — расчетные центры кривизны центров; V_1 и V_2 — расчетные траектории центральной точки сателлита C_3 в его движении относительно звеньев 1 и 2; верхние индексы «0», «А», «В» параметров соответствуют вариантам синтеза механизма

вариантов решения. Обеспечивая рабочие функции механизма, необходимо удовлетворить требования к качеству зубчатых зацеплений. При этом методика проектирования ПРГМ должна быть достаточно простой и доступной для наиболее широкого круга пользователей.

Синтез механизма ПРГМ следует начинать с задания траекторий V_1 и V_2 центральной точки сателлита C_3 в его движении относительно каждого из центральных колес. Желательно, чтобы форма зубьев некруглого звена, образуемого обкаткой производящей шестерни (в рассматриваемом случае сателлита) приближалась к той, которую имело бы соответствующее круглое колесо. Для этого центроида некруглого звена должна располагаться на определенном расчетном расстоянии от центральной траектории производящей шестерни, т. е. быть ее эквидистантой.

Внешние зубья более чувствительны к нарушению указанного условия эквидистантности, поэтому целесообразно обеспечить его выполнение при синтезе солнечной шестерни. Полус зацепления P_{13} следует разместить на пересечении прямой C_1C_3 с центроидой W_3 . Это параметрическое требование присутствует во всех рассматриваемых вариантах синтеза механизмов ПРГМ.

Вариант 0. Центроида эпицикла W_2^0 , как и центроида солнечной шестерни W_1 , является эквидистантой центральной траектории V_2^{0A} производящей шестерни (см. рис. 2). Замечаем, что расположение полюса P_{23} в точке P_{23}^0 пересечения центроиды W_3^0 с прямой C_2C_3 противоречит теореме Аронгольда — Кеннеди и ведет к нарушению условий сборки планетарного механизма (рис. 3). ПРГМ, выполненные по варианту 0, могут работать только с большими радиальными зазорами в зацеплениях.

Вариант А. Центр сателлита (см. рис. 2) остается в точке C_3^{0A} пересечения траекторий $V_1V_2^{0A}$, а центр кривизны траектории V_2^{0A} лежит в точке C_2^{0A} . Тогда полюс зацепления сателлита с эпициклом P_{23}^A (согласно теореме

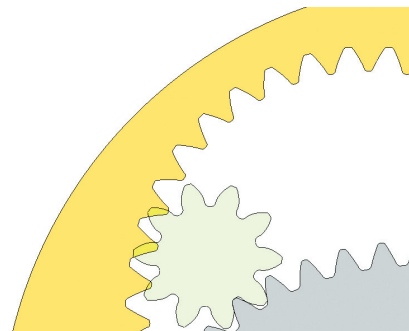


Рис. 3. Модель ошибки положения сателлита в схеме ПРГМ, построенной по варианту 0

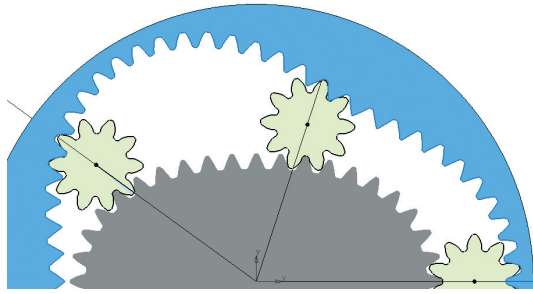


Рис. 4. Модель профилей звеньев рассматриваемой ПРГМ, построенных по варианту А

Аронгольда — Кеннеди) расположен на пересечении прямых $C_2^{0A}C_3^{0A}$ и $P_{12}P_{13}^{0A}$. Точка P_{23}^A и, соответственно, новая центроида сателлита W_3^A , находятся далеко от расчетной центроиды сателлита W_3^0 , поэтому получаемые в результате обкатки зубья эпицикла на определенных участках его венца соответствуют очень большим ($X_2 = +10$ и более) значениям коэффициента смещения инструмента (рис. 4).

В работах [16, 19] показано, что на внутренних зубьях такие коэффициенты смещения реализуемы, но получающиеся при этом большие углы зацепления ($35...40^\circ$) нежелательны в ПРГМ.

Вариант В. Этот вариант синтеза предусматривает возможность того, что в процессе работы механизма центр плавающего сателлита C_3^B смещается (см. рис. 2) по траектории V_1 относительно своего положения C_3^0 на пересечении расчетных траекторий $V_1V_2^{0A}$. При этом межосевое расстояние $P_{12}C_3^B$ увеличивается на величину δ_a , а центроида W_2^B отодвигается от центроиды W_2^0 на некоторое расстояние δ .

Полюс зацепления сателлита с солнечной шестерней переходит в точку P_{13}^B , а полюс $P_{23}^B X_2^B$ (в соответствии с теоремой Аронгольда — Кеннеди) занимает свое положение на прямой $P_{12}P_{13}^B$. Расстояние δ значительно меньше расстояния $W_2^0W_2^A$ между центроидами, соответствующего синтезу по варианту А. Поэтому значение коэффициента смещения инструмента X_2^B не столь велико, и профиль зубьев эпицикла в процессе обкатки сателлита окажется подходящим для ПРГМ.

Заметим, что синтез ПРГМ по варианту 0 требует наличия суммарного радиального зазора в двух зацеплениях, соответствующего величине δ_a , получаемой по варианту В.

Алгоритмы синтеза. Первые этапы предлагаемого метода синтеза механизма ПРГМ по вари-

анту В совпадают с таковыми для вариантов 0 и А, разработанными в статьях [15, 16]. Для удобства сравнения будем рассматривать тот же численный пример, что в этих статьях.

На первом этапе проектирования некруглых колес планетарного механизма ПРГМ для каждого из вариантов синтеза задаем числа волн солнечной шестерни M и эпицикла N . В примере, приведенном на рис. 1, $M = 2$; $N = 3$. Выбираем числа зубьев солнечной шестерни z_1 и эпицикла z_2 , соблюдая условие сборки

$$z_1 = CM; \quad z_2 = CN,$$

где C — целое число.

В данном примере $z_1 = 40$; $z_2 = 60$, а число зубьев сателлита $z_3 = 10$.

Выбираем параметры прототипа проектируемого рабочего механизма гидромашин — исходного, расчетного круглозвенного планетарного механизма. В рассматриваемом примере коэффициенты смещения инструмента $X_1 = 0$; $X_2 = 0,6$; $X_3 = 0,3$; модуль зубьев сателлита $m = 1$; межосевое расстояние $a_w = 25,288m$.

На втором этапе проектирования некруглых колес планетарного механизма ПРГМ (для всех вариантов) задаем циклическую функцию $F(\varphi)$, которая при выбранном сдвиге по аргументу является четной. Она характеризует расчетные траектории центра сателлита в системах координат, связанных с солнечной шестерней и эпициклом:

$$\mathbf{r}_1(\varphi_1) = r_0 [1 + kF(M\varphi_1)]; \quad (1)$$

$$\mathbf{r}_2(\varphi_2) = r_0 [1 + kF(N\varphi_2)], \quad (2)$$

где \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 — радиус-векторы траекторий центра сателлита; φ_1 и φ_2 — текущие углы поворота мнимого водила в полярных координатах, связанных с соответствующими звеньями; r_0 — радиус расчетной окружности (в которую вырождаются обе траектории при $k = 0$), $r_0 = a_w$; k — коэффициент некруглости траекторий.

В рассматриваемом примере использована гармоническая функция: $F(\varphi) = \cos \varphi$ с коэффициентом неравномерности $k = 0,155$:

$$\mathbf{r}_1 = r_0 (1 + k \cos M\varphi_1);$$

$$\mathbf{r}_2 = r_0 [1 + k \cos N\varphi_2].$$

На третьем этапе проектирования некруглых колес планетарного механизма ПРГМ вычисляем углы поворота сателлита относительно солнечной шестерни φ_{c1} и эпицикла φ_{c2} для множества положений центра сателли-

та на траектории, заданной уравнением (1) или (2). Здесь и далее угловые параметры, относящиеся к спутнику, обозначены индексом «с». Расчеты выполняем по выражению

$$\varphi_{c1(2)} = \left(1 \pm \frac{z_{1(2)}}{z_3}\right) \xi_{1(2)} \frac{1}{r_0} \times \int_0^{\varphi} \sqrt{[r_1(\varphi_{1(2)})]^2 + [r_1'(\varphi_{1(2)})]^2} d\varphi, \quad (3)$$

где $r_1'(\varphi_{1(2)})$ — производная соответствующей функции $r_1(\varphi_1)$ или $r_2(\varphi_2)$; $\xi_{1(2)}$ — коэффициент, учитывающий изменение длины центральной траектории относительно длины центральной окружности исходного круглозвенного механизма,

$$\xi_{1(2)} = \frac{2\pi r_0}{\int_0^{2\pi} \sqrt{[r_1(\varphi_{1(2)})]^2 + [r_1'(\varphi_{1(2)})]^2} d\varphi}. \quad (4)$$

В простейшем случае, когда циклическая функция $F(\varphi) = \cos \varphi$, формулы (3) и (4) принимают вид

$$\varphi_{c1} = \left(1 + \frac{z_1}{z_3}\right) \xi_1 \times \int_0^{\varphi_1} \sqrt{(1 + k \cos M\varphi_1)^2 + (Mk \sin M\varphi_1)^2} d\varphi_1; \quad (5)$$

$$\varphi_{c2} = \left(1 - \frac{z_2}{z_3}\right) \xi_2 \times \int_0^{\varphi_2} \sqrt{(1 + k \cos N\varphi_2)^2 + (Nk \sin N\varphi_2)^2} d\varphi_2; \quad (6)$$

$$\xi_1 = \frac{2\pi}{\int_0^{2\pi} \sqrt{(1 + k \cos M\varphi_1)^2 + (Mk \sin M\varphi_1)^2} d\varphi_1};$$

$$\xi_2 = \frac{2\pi}{\int_0^{2\pi} \sqrt{(1 + k \cos N\varphi_2)^2 + (Nk \sin N\varphi_2)^2} d\varphi_2}.$$

В рассматриваемом примере $\xi_1 = 0,9776$, $\xi_2 = 0,9520$. Результаты расчета параметров r_1, r_2 ($r_2 = r_1$), φ_1, φ_2 , а также φ_{c1} и φ_{c2} по формулам (5) и (6) приведены в таблице. В каждой ее строке выполняется соотношение

$$\frac{\varphi_2}{\varphi_1} = \frac{M}{N}.$$

Это обеспечивается выбором значений шагов $\delta\varphi_1$ и $\delta\varphi_2$ в соответствии с числами волн M и N :

$$\delta\varphi_2 = \delta\varphi_1 \frac{M}{N}.$$

Для корректного расчета в системах САД шаг $\delta\varphi_1$ следует выбирать так, чтобы шаг $\delta\varphi_2$ являлся рациональным числом (т. е. деление $\delta\varphi_1 M/N$ выполнялось без остатка).

Максимальное значение верхнего предела интегрирования φ в выражениях (5) и (6) целесообразно выбирать так, чтобы завершилась половина цикла функции $F(\varphi)$. В рассматриваемом примере: $360^\circ/2M = 90^\circ$ и $360^\circ/2N = 60^\circ$ соответственно.

Как уже отмечалось (см. рис. 3), эпицикл, построенный по варианту 0, дает интерференцию зубьев (подклинивание механизма), что можно устранить, проектируя колеса по варианту А или В.

На четвертом этапе проектирования некруглых колес планетарного механизма ПРГМ устраняем подклинивание механизма по варианту А или В. Устранение интерференции по варианту А [16] сведено к замене в таблице

Значения параметров, характеризующих закон движения спутника относительно центральных зубчатых колес

r_1	φ_1 , град	φ_{c1} , град	r_2	φ_2 , град	φ_{c2} , град	φ_{c2}^A , град	r_2^B
29,2076	0	0	29,2076	0	0	0	29,2076
29,2074	0,3	1,6923	29,2074	0,2	-1,0975	-1,1923	29,2075
29,2068	0,6	3,3846	29,2068	0,4	-2,1952	-2,3846	29,2069
29,2057	0,9	5,0768	29,2057	0,6	-3,2927	-3,5769	29,2060
...
27,2478	30,0	167,1467	27,2478	20,0	-109,8690	-117,1470	27,4578
...
21,3684	90,0	450,0000	21,3684	60,0	-300,0000	-300,0000	21,3684

столбца φ_{c2} на столбец φ_{c2}^A . Значения параметра φ_{c2A} определяем по формуле

$$\varphi_{c2}^A = - \left[\varphi_{c1} - \varphi_1 \left(1 + \frac{M}{N} \right) \right].$$

Недостатком этого варианта синтеза является заострение зубьев на некоторых участках (секторах) эпицикла (см. рис. 4).

Устранение интерференции по варианту В предусматривает замену в таблице столбца r_2 на столбец r_2^B . Радиус r_2^B центральной траектории спутника, скорректированный по варианту В, определяется суммой радиуса $r_2^0 = r_1$ и поправки δ_r (см. рис. 2):

$$r_2^B = r_1 + \delta_r.$$

О величине δ_r дает некоторое представление рис. 2, однако показанное на нем приращение межосевого расстояния δ_a составляет лишь половину требуемой поправки δ_r . В полной мере рис. 2 соответствует мгновенному расположению звеньев механизма для вариантов 0 и А. В случае же варианта В следует учитывать, что при неподвижной солнечной шестерне помимо смещения центра спутника из точки C_3^0 в точку C_3^B должен происходить не показанный на рисунке поворот эпицикла в противоположном направлении. Центроида эпицикла W_2^B будет набегать на спутник, что потребует дополнительного увеличения мгновенного значения ее радиуса.

После введения безразмерного коэффициента $h = \delta_r / r_1$ получаем

$$r_2^B = r_1(1 + h).$$

Требуемую величину безразмерного коэффициента h по строкам таблицы первоначально находим путем сопоставления положений спутника в массивах данных, относящихся к солнечной шестерне и эпициклу, вычисленных и построенных по варианту 0 (рис. 5, кривая 1).

Расчет поправки $\delta_r = r_1 h$ выполняем следующим образом. Определяем разность угловых положений спутника $\Delta\varphi_c$, полученных для солнечной шестерни φ_{c1} и эпицикла φ_{c2} по варианту 0 в системе координат, связанной с мнимым водилом:

$$\Delta\varphi_c = |\varphi_{c1} - \varphi_1| - |\varphi_{c2} - \varphi_2|. \quad (7)$$

Вычисляем разность положений мнимого водила

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_c / i_{ch}, \quad (8)$$

где i_{ch} — мгновенное передаточное отношение от спутника к мнимому водилу,

$$i_{ch} = \left(1 + \frac{z_1}{z_3} \right) \frac{\xi_1 + \xi_2}{2} \frac{1}{r_0} \sqrt{[r_1(\varphi_1)]^2 + [r_1'(\varphi_1)]^2}.$$

В рассматриваемом примере

$$i_{ch} = \left(1 + \frac{z_1}{z_3} \right) \frac{\xi_1 + \xi_2}{2} \times \sqrt{(1 + k \cos M\varphi_1)^2 + (Mk \sin M\varphi_1)^2}. \quad (9)$$

Итоговая формула для расчета поправки радиуса центральной траектории спутника по варианту В имеет вид

$$\delta_r = 2r_0 k \left[F \left(M\varphi_1 + \frac{\Delta\varphi NM}{N + M} \right) - F(M\varphi_1) \right].$$

В рассматриваемом случае

$$\delta_r = 2r_0 k \left[\cos \left(M\varphi_1 + \frac{\Delta\varphi NM}{N + M} \right) - \cos(M\varphi_1) \right]. \quad (10)$$

Рассчитаем параметры ПРГМ ($k = 0,15$) при $\xi_1 = 0,9776$ и $\xi_2 = 0,9520$ по варианту В в одном из положений механизма — для угла $\varphi_1 = 30^\circ$ (см. таблицу):

- по формуле (7)

$$\Delta\varphi_c = 7,2777^\circ;$$

- по выражению (9)

$$i_{ch} = 5,3546^\circ;$$

- по соотношению (8)

$$\Delta\varphi = 1,3591^\circ;$$

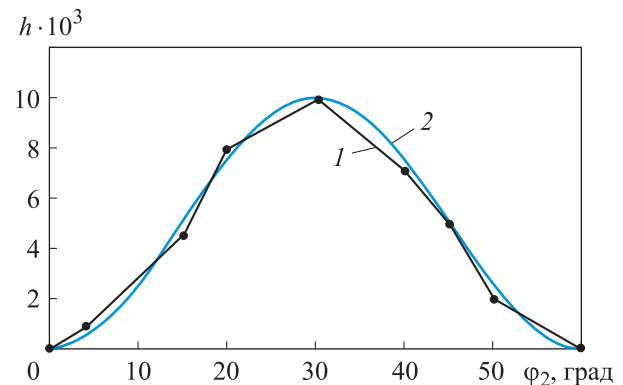


Рис. 5. Зависимости коэффициента h от угла поворота мнимого водила φ_2 для рассматриваемой схемы ПРГМ, полученные путем компьютерного эксперимента (1) и расчета по формулам (2)

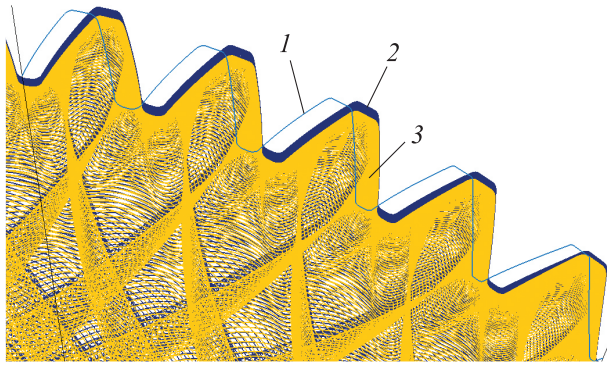


Рис. 6. Модели профилей венца эпицикла:
1 — вариант А (профиль эпицикла — огибающая контуров сателлита); 2 — вариант В (семейство контуров сателлита); 3 — вариант 0 (семейство контуров сателлита)

- по формуле (10)

$$\delta_r = 0,007705r_0.$$

Таким образом, коэффициент $h = 0,007705$. На рис. 5 искомая точка соответствует углу $\varphi_2 = 20^\circ$. По результатам аналогичного расчета коэффициента h для других значений угла поворота мнимого водила построена кривая 2. Констатируем ее близкое совпадение с кривой 1, соответствующей компьютерному эксперименту.

Данные по поправке δ_r используем для заполнения столбца таблицы r_2^B .

На пятом (заключительном) этапе проектирования некруглых колес планетарного механизма ПРГМ применяем графические программы (например, КОМПАС). Сателлит строим во множестве положений, а профиль соответствующего некруглого зубчатого венца находим как огибающую семейства кривых профилей сателлита.

На рис. 6 совмещены контуры венца эпицикла, рассчитанные по трем вариантам проектирования. Предпочтение имеет вариант В, так как он одновременно характеризуется лучшей формой зубьев и исключает подклинивание звеньев.

Выводы

1. Анализ геометрических и кинематических особенностей механизма ПРГМ, выполненный с учетом теоремы Аронгольда — Кеннеди, показал путь корректного решения задачи синтеза некруглых зубчатых колес. Разработан расчетно-графический метод проектирования ПРГМ, который обеспечивает отсутствие подклинивания зубьев и углы давления в зацеплениях, не превышающие допустимые значения.

2. Предложенный метод можно реализовать с помощью отечественных программных комплексов.

Литература

- [1] Артоболовский И.И., Левитский Н.И., Черкудинов С.А. *Синтез плоских механизмов*. Москва, Физматгиз, 1959. 1084 с.
- [2] Литвин Ф.Л. *Теория зубчатых зацеплений*. Москва, Наука, 1968. 584 с.
- [3] Киреев С.О., Падалко Н.А. Численное определение координат контура эвольвентного зуба. Расчет параметров зубьев для изготовления овальных шестерен. *Известия ВУЗов. Северо-Кавказский регион. Технические науки*, 2000, № 3, с. 34–36.
- [4] Падалко А.П., Падалко Н.А. Зубчатая передача с некруглым колесом. *Теория механизмов и машин*, 2013, № 2, т. 11, с. 89–96.
- [5] Hasse T. *Über die vielfältigen Möglichkeiten, unrunde Zahnräder für typische Getriebeaufgaben der Technik optimal auszulegen*. URL: http://www.optimasimula.de/downloads/moeglichkeiten_unrundraeder.pdf (дата обращения: 18.04.2022).
- [6] Laczik B. *Design and manufacturing of non-circular gears by given transfer function*. URL: <http://www.hexagon.de/pdf/noncgear.pdf> (дата обращения: 26.04.2022).
- [7] Волков Г.Ю., Фадюшин Д.В., Голованев В.А. Профилирование некруглых зубчатых колес для передач с фиксированным межосевым расстоянием по методу виртуальной обкатки. *Сборка в машиностроении, приборостроении*, 2022, т. 23, № 10, с. 452–458.
- [8] Ан И-Кан. *Синтез, геометрические и прочностные расчеты планетарных механизмов с некруглыми зубчатыми колесами роторных гидромашин*. Дисс. ... док. тех. наук. Томск, ТПУ, 2001. 235 с.
- [9] Mundo D. Geometric design of a planetary gear train with non-circular gears. *Mech. Mach. Theory*, 2006, vol. 41, no. 4, pp. 456–472, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2005.06.003>

- [10] Lin C., Xia X., Li P. Geometric design and kinematics analysis of coplanar double internal meshing non-circular planetary gear train. *Adv. Mech. Eng.*, 2018, vol. 10, no. 12, doi: <https://doi.org/10.1177/1687814018818910>
- [11] Ding H. Application of non-circular planetary gear mechanism in the gear pump. *Adv. Mater. Res.*, 2012, vol. 591–593, pp. 2139–2142, doi: <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.591-593.2139>
- [12] Zhang B., Song S., Jing C. et al. Displacement prediction and optimization of a non-circular planetary gear hydraulic motor. *Adv. Mech. Eng.*, 2021, vol. 13, no. 11, doi: <https://doi.org/10.1177/16878140211062690>
- [13] Zhang B., Song S., Jing C. et al. Displacement prediction and optimization of a non-circular planetary gear hydraulic motor. *Adv. Mech. Eng.*, 2021, vol. 13, no. 11, doi: <https://doi.org/10.1177/16878140211062690>
- [14] Волков Г.Ю., Курасов Д.А., Горбунов М.В. Инженерный метод геометрического синтеза планетарного механизма роторной гидромашины. *Вестник машиностроения*, 2017, № 10, с. 10–15.
- [15] Волков Г.Ю., Смирнов В.В., Горбунов М.В. Методика геометрического расчета и профилирования зубчатых венцов планетарной роторной гидромашины. *Справочник. Инженерный журнал*, 2018, № 9, с. 32–37, doi: <https://doi.org/10.14489/hb.2018.09.pp.032-037>
- [16] Volkov G., Fadyushin D., Vedernikov M. Geometric calculation of non-circular gear segments of the planetary mechanism in rotary hydraulic machines. *E3S Web Conf.*, 2023, vol. 389, art. 01017, doi: <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202338901017>
- [17] Mallik A.K., Ghosh A., Dittirich G. *Kinematic analysis and synthesis of mechanisms*. CRC, 1994. 688 p.
- [18] Артоболевский И.И. *Теория механизмов и машин*. Москва, Наука, 1988. 640 с.
- [19] Волков Г.Ю., Фадюшин Д.В. Геометрический расчет планетарного механизма с одинаковым числом зубьев центральных колес внешнего и внутреннего зацепления. *Справочник. Инженерный журнал*, 2020, № 3, с. 27–31.

References

- [1] Artobolevskiy I.I., Levitskiy N.I., Cherkudinov S.A. *Sintez ploskikh mekhanizmov* [Synthesis of plane mechanisms]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1959. 1084 p. (In Russ.).
- [2] Litvin F.L. *Teoriya zubchatykh zatsepleny* [Theory of toothed gearing]. Moscow, Nauka Publ., 1968. 584 p. (In Russ.).
- [3] Kireev S.O., Padalko N.A. Numerical determination of the coordinates of the involute tooth contour. Calculation of tooth parameters for manufacturing of oval gears. *Izvestiya VUZov. Severo-Kavkazskiy region. Tekhnicheskie nauki* [Bulletin of Higher Educational Institutions. North Caucasus region. Technical Sciences], 2000, no. 3, pp. 34–36. (In Russ.).
- [4] Padalko A.P., Padalko N.A. Gear transmission with non-circular wheel. *Teoriya mekhanizmov i mashin* [Theory of mechanisms and machines], 2013, no. 2, vol. 11, pp. 89–96. (In Russ.).
- [5] Hasse T. *Über die vielfältigen Möglichkeiten, unrunde Zahnräder für typische Getriebeaufgaben der Technik optimal auszulegen*. URL: http://www.optimasimula.de/downloads/moeglichkeiten_unrundraeder.pdf (accessed: 18.04.2022). (In Russ.).
- [6] Laczik B. *Design and manufacturing of non-circular gears by given transfer function*. URL: <http://www.hexagon.de/pdf/noncgear.pdf> (accessed: 26.04.2022).
- [7] Volkov G.Yu., Fadyushin D.V., Golovanev V.A. Profiling of non-circular gears for gears with a fixed axial distance using the virtual running-in method. *Sborka v mashinostroenii, priborostroenii* [Assembling in Mechanical Engineering and Instrument-Making], 2022, vol. 23, no. 10, pp. 452–458. (In Russ.).
- [8] An I-Kan. *Sintez, geometricheskie i prochnostnye raschety planetarnykh mekhanizmov s nekruglymi zubchatymi kolesami rotornykh gidromashin*. Diss. dok. tekhn. nauk [Synthesis, geometrical and strength calculations of planetary mechanisms with non-circular gears of rotary hydraulic machines. Doc. tech. sci. diss.]. Tomsk, TPU Publ., 2001. 235 p. (In Russ.).

- [9] Mundo D. Geometric design of a planetary gear train with non-circular gears. *Mech. Mach. Theory*, 2006, vol. 41, no. 4, pp. 456–472, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2005.06.003>
- [10] Lin C., Xia X., Li P. Geometric design and kinematics analysis of coplanar double internal meshing non-circular planetary gear train. *Adv. Mech. Eng.*, 2018, vol. 10, no. 12, doi: <https://doi.org/10.1177/1687814018818910>
- [11] Ding H. Application of non-circular planetary gear mechanism in the gear pump. *Adv. Mater. Res.*, 2012, vol. 591–593, pp. 2139–2142, doi: <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.591-593.2139>
- [12] Zhang B., Song S., Jing C. et al. Displacement prediction and optimization of a non-circular planetary gear hydraulic motor. *Adv. Mech. Eng.*, 2021, vol. 13, no. 11, doi: <https://doi.org/10.1177/16878140211062690>
- [13] Zhang B., Song S., Jing C. et al. Displacement prediction and optimization of a non-circular planetary gear hydraulic motor. *Adv. Mech. Eng.*, 2021, vol. 13, no. 11, doi: <https://doi.org/10.1177/16878140211062690>
- [14] Volkov G.Yu., Kurasov D.A., Gorbunov M.V. Geometric synthesis of the planetary mechanism for a rotary hydraulic machine. *Vestnik mashinostroeniya*, 2017, no. 10, pp. 10–15. (In Russ.). (Eng. version: *Russ. Engin. Res.*, 2018, vol. 38, no. 1, pp. 1–6, doi: <https://doi.org/10.3103/S1068798X18010161>)
- [15] Volkov G.Yu., Smirnov V.V., Gorbunov M.V. Technique of geometrical calculation and profiling of ring gears of the planetary rotor hydraulic machine. *Spravochnik. Inzhenernyy zhurnal* [Handbook. An Engineering Journal], 2018, no. 9, pp. 32–37, doi: <https://doi.org/10.14489/hb.2018.09.pp.032-037> (in Russ.).
- [16] Volkov G., Fadyushin D., Vedernikov M. Geometric calculation of non-circular gear segments of the planetary mechanism in rotary hydraulic machines. *E3S Web Conf.*, 2023, vol. 389, art. 01017, doi: <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202338901017>
- [17] Mallik A.K., Ghosh A., Dittirich G. *Kinematic analysis and synthesis of mechanisms*. CRC, 1994. 688 p.
- [18] Artobolevskiy I.I. *Teoriya mekhanizmov i mashin* [Theory of Mechanisms and Machines]. Moscow, Nauka Publ., 1988. 640 p. (In Russ.).
- [19] Volkov G.Yu., Fadyushin D.V. Geometric calculation of the planetary mechanism with the equal number of teeth of the external and internal sun gear. *Spravochnik. Inzhenernyy zhurnal* [Handbook. An Engineering Journal], 2020, no. 3, pp. 27–31, doi: <https://doi.org/10.14489/hb.2020.03.pp.027-031> (In Russ.).

Статья поступила в редакцию 21.01.2024

Информация об авторах

ВОЛКОВ Глеб Юрьевич — доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Машиностроение». ФГБОУ ВО «Курганский государственный университет» (640020, Курган, Российская Федерация, ул. Пролетарская, д. 62, e-mail: vlkv48@mail.ru).

АЛЕКСЕЕВА Юлия Викторовна — преподаватель. ГБПОУ «Курганский промышленный техникум» (640003, Курган, Российская Федерация, ул. Т. Неvejина, д. 26, e-mail: yulia757095@gmail.com).

Information about the authors

VOLKOV Gleb Yurievich — Doctor of Science (Eng.), Associate Professor, Professor of the Department of Mechanical Engineering. Kurgan State University (640020, Kurgan, Russian Federation, Proletarskaya St., 62, e-mail: vlkv48@mail.ru).

ALEKSEEVA Yulia Viktorovna — Lecturer. Kurgan Industrial technical school (640020, Kurgan, Russian Federation, T. Nevejina St., Bldg. 26, e-mail: yulia757095@gmail.com).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Волков Г.Ю., Алексеева Ю.В. Особенности задачи синтеза некруглых зубчатых колес планетарных механизмов с плавающими сателлитами. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2024, № 9, с. 10–18.

Please cite this article in English as:

Volkov G.Yu., Alekseeva Yu.V. Problem features in synthesizing the non-circular gearwheels for a planetary train with the floating pinion. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2024, no. 9, pp. 10–18.