

УДК 621.865.8

Кинематический синтез аналитических законов перемещений исполнительных приводов манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью*

В.В. Жога, А.В. Нелюбова

ФГБОУ ВО «Волгоградский государственный технический университет»

Kinematic synthesis of analytical laws of the actuator displacement of a manipulator with the parallel-sequential structure and additional coupling

V.V. Zhoga, A.V. Nelyubova

Volgograd State Technical University

Разработан метод кинематического синтеза аналитических законов программных перемещений исполнительных приводов гибридных манипуляторов с избыточным числом степеней свободы, реализующих перемещение характерной точки рабочего органа по заданной траектории. Разработанный метод основан на точечной квадратичной аппроксимации искомого закона полиномом на множестве точек последовательных положений исполнительных приводов. Множество точек последовательных положений исполнительных приводов найдено путем решения оптимизационной задачи позиционирования выходного звена манипулятора. Предложенный метод реализован на примере перемещения выходного звена манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью по окружности. Получены аналитические законы перемещения исполнительных приводов гибридного манипулятора. Исследованы случаи аппроксимации траектории полиномами пятой и седьмой степеней с учетом заданных граничных условий. Определены максимальные отклонения аппроксимирующих полиномов от исходных значений. Приведены рекомендации по выбору степени полинома для повышения точности результатов и обеспечения перемещения по выбранной траектории.

EDN: QHQDGGZ, <https://elibrary/qhqdgz>

Ключевые слова: гибридный манипулятор, кинематический синтез, аппроксимация траектории, позиционирование выходного звена, программная траектория

The paper considers an algorithm for kinematic synthesis of analytical laws of the program actuator displacement of the hybrid manipulators with the excessive number of degrees of freedom implementing displacement of the working element characteristic point along a given trajectory. The proposed method is based on the point quadratic approxi-

* Исследование выполнено при финансовой поддержке ФГБОУ ВО «Волгоградский государственный технический университет» в рамках научного проекта № 25/480-22.

mation of the sought law by a polynomial on a set of points of the actuator successive positions. The set of points of the actuator successive positions is found by solving optimization problem of the manipulator output link positioning. The proposed method is realized using the example of displacing the output link of a parallel-series manipulator with the additional connection along a circle. Analytical laws of the hybrid manipulator actuators displacement are obtained. Cases of the trajectory approximation by polynomials of the fifth and seventh degrees are studied taking into account the specified boundary conditions. Maximum deviations of the approximating polynomials from the original values are obtained. The paper provides recommendations for selecting the polynomial degree to increase the results accuracy and ensure the displacement along the selected trajectory.

EDN: QHQDZ, <https://elibrary/qhqdz>

Keywords: hybrid manipulator, kinematic synthesis, trajectory approximation, output link positioning, program trajectory

Чтобы реализовать заданную технологическую операцию, необходимо сформулировать задачу обеспечения перемещения выходного звена манипулятора по заранее выбранной траектории. Известно несколько методов кинематического синтеза манипуляторов параллельной и параллельно-последовательной структуры (гибридного) [1–3].

Один метод основан на интерполяции обобщенных координат конечным набором сплайнов третьего и четвертого порядков [4]. Достоинствами такого метода являются простота и получение быстрого результата для траекторий с ограниченным количеством заданных точек.

Другой метод кинематического синтеза базируется на интерполяции первого и последнего участков траектории сплайнами пятого порядка и методом точечной квадратичной аппроксимации промежуточных участков траектории [5].

К недостаткам этих методов относят требования по обязательному использованию нескольких функций с целью описания перемещения выходного звена на нескольких участках траектории, а также вероятность наличия экстремумов аппроксимирующих многочленов, что препятствует синтезу системы управления с обеспечением обратных связей по скоростям перемещения.

Цель статьи — разработка метода кинематического синтеза гибридных манипуляторов (ГМ), лишенного указанных недостатков.

Метод решения. Программную траекторию выходного звена ГМ записываем в параметрической форме. Конечное время перемещения выходного звена T выбираем в зависимости от

конкретной технологической операции с учетом реализуемости процесса линейными исполнительными приводами (далее исполнительные приводы) ГМ.

Траекторию разделяем на m отрезков через равные интервалы времени Δt . Для каждой точки на траектории с координатами $x(t_i)$, $y(t_i)$, $z(t_i)$ путем решения задачи позиционирования [6, 7] находим последовательность обобщенных координат ГМ $q_{ki}(t_i)$. Здесь $t_i = i\Delta t$, $i = 0, 1, 2, \dots, m$; k — число обобщенных координат, равное числу степеней свободы ГМ.

Задачу позиционирования решаем методом оптимизации с учетом обеспечения минимума энергозатрат на перемещения исполнительных приводов ГМ, если число декартовых координат захвата меньше, чем у обобщенных координат ГМ [8, 9]. Вычисленные значения обобщенных координат аппроксимируем полиномом n -й степени в интервале от начального момента времени $t_0 = 0$ до конечного $t_k = T$.

Полином n -й степени для k -й обобщенной координаты в общем виде определяется как

$$q_k(t) = A_{nk}t^n + A_{(n-1)k}t^{n-1} + \dots + A_{1k}t + A_{0k}, \quad (1)$$

где A_{nk}, \dots, A_{0k} — коэффициенты полинома.

Для $t_0 = 0$ и $t_k = T$ принимаем граничные условия — значения обобщенных координат $q_k(0)$, $q_k(T)$ и скоростей перемещения $\dot{q}_k(0)$, $\dot{q}_k(T)$. Также можно использовать значения ускорений $\ddot{q}_k(0)$ и $\ddot{q}_k(T)$, выбрав их исходя из принятого закона изменения длин исполнительных приводов [9].

С учетом заданных граничных условий в начальный и конечный моменты времени для каждой обобщенной координаты записываем шесть уравнений:

$$\begin{aligned}
 q_k(0) &= A_{0k}; \dot{q}_k(0) = A_{1k}; \ddot{q}_k(0) = 2A_{2k}; \\
 q_k(T) &= A_{nk}T^n + A_{(n-1)k}T^{n-1} + \dots + A_{1k}T + A_{0k}; \\
 \dot{q}_k(T) &= nA_{nk}T^{n-1} + A_{(n-1)k}(n-1)T^{n-2} + \dots + \\
 &+ 2A_{2k}T + A_{1k}; \\
 \ddot{q}_k(T) &= n(n-1)A_{nk}T^{n-2} + A_{(n-1)k}(n-1)(n-2) \times \\
 &\times T^{n-3} + \dots + 6A_{3k}T + 2A_{2k}.
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

Получаем шесть линейных уравнений относительно $n+1$ коэффициентов полинома (1). Чтобы найти остальные коэффициенты полинома, необходимо составить еще $n-5$ уравнений, которые в соответствии с точечным способом наименьших квадратов [11] определяются из условия минимума функции коэффициентов полинома (1), представляющей собой суммы квадратов отклонений значений полинома от обобщенных координат

$$\Phi(A_{nk}) = \sum_{i=1}^{m-1} [q_k(t_i) - q_{ki}(t_i)]^2. \tag{3}$$

Необходимым условием минимума функции (3) является равенство нулю частных производных:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \Phi(A_{nk})}{\partial A_{nk}} = 0. \tag{4}$$

Количество уравнений такого типа равно числу неизвестных за вычетом уравнений, составленных с учетом граничных условий.

Чтобы система линейных уравнений имела единственное решение, должно быть выполнено условие $n \leq m$ [11].

В качестве примера работоспособности предлагаемого метода расчета программных перемещений исполнительных приводов рассмотрено перемещение выходного звена ГМ с четырьмя степенями свободы по заранее заданной траектории (рис. 1). Конструкция и принцип работы ГМ с дополнительной связью описаны в работах [12, 13]. В качестве обобщенных координат приняты длины первого $l_1(t)$, второго $l_2(t)$, третьего $l_3(t)$ и четвертого $l_4(t)$ исполнительных приводов.

Обобщенные координаты ГМ, выраженные через декартовы координаты точки $M(x_M; y_M; z_M)$ выходного звена, имеют следующий вид [5]:

$$\begin{aligned}
 l_1^2(t) &= x_M^2(t) + y_M^2(t) + z_M^2(t) + r^2 + OA^2 - \\
 &- 2r \frac{\Phi_1 y_M}{\sqrt{x_M^2(t) + \Phi_2^2 + \Phi_1^2}} \frac{\Phi_2}{\sqrt{x_M^2(t) + \Phi_2^2}} - \\
 &- 2OA \left[r \frac{\Phi_1}{\sqrt{x_M^2(t) + \Phi_2^2 + \Phi_1^2}} \frac{\Phi_2}{\sqrt{x_M^2(t) + \Phi_2^2}} - y_M(t) \right] \times \\
 &\times \sin \varphi(t) + 2z_M(t)r \sqrt{\frac{x_M^2(t) + \Phi_2^2}{x_M^2(t) + \Phi_2^2 + \Phi_1^2}} - \\
 &- 2OA \left[r \sqrt{\frac{x_M^2(t) + \Phi_2^2}{x_M^2(t) + \Phi_2^2 + \Phi_1^2}} + z_M(t) \right] \cos \varphi(t); \tag{5}
 \end{aligned}$$

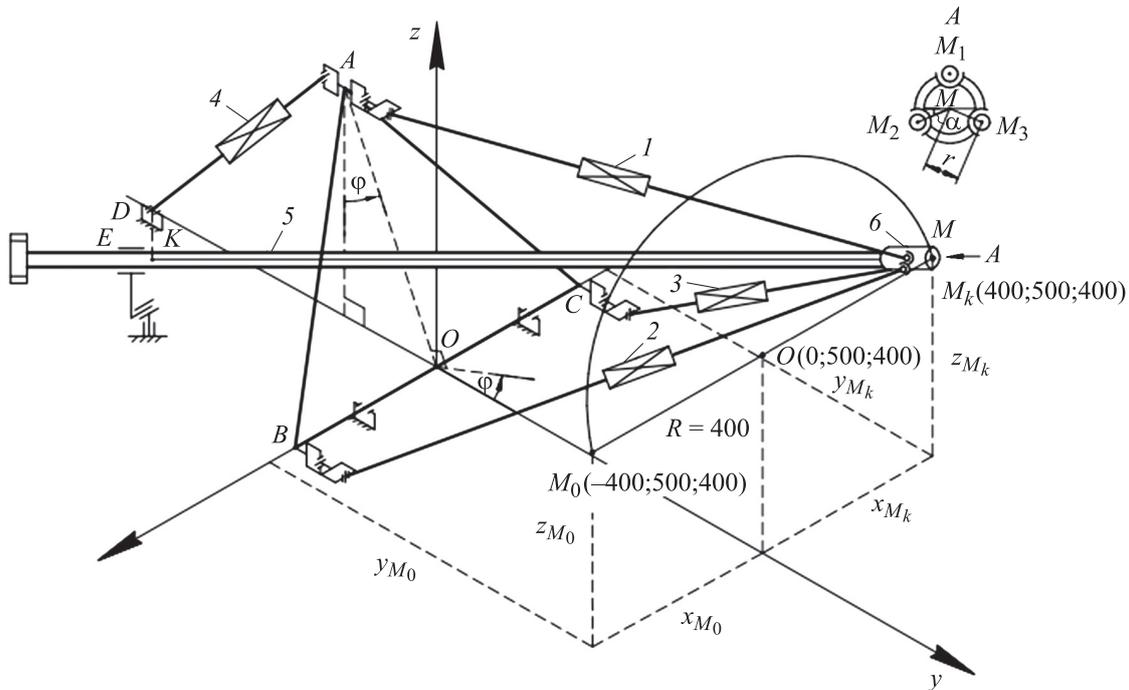


Рис. 1. Кинематическая схема ГМ:
 1...4 — исполнительные приводы; 5 — металлическая труба; 6 — выходное звено;
 M₁...M₃ — точки крепления исполнительных приводов к выходному звену

$$\begin{aligned}
l_2^2(t) = & [x_M(t) - OB]^2 + y_M^2(t) + z_M^2(t) + r^2 - \\
& - 2z_M(t)r \sqrt{\frac{x_M^2(t) + \Phi_2^2}{x_M^2(t) + \Phi_2^2 + \Phi_1^2}} \sin \alpha + 2r[x_M(t) - OB] \times \\
& \times \left[\frac{\Phi_2}{x_M^2(t) + \Phi_2^2} \cos \alpha + \frac{\Phi_1}{\sqrt{x_M^2(t) + \Phi_2^2 + \Phi_1^2}} \times \right. \\
& \quad \left. \times \frac{x_M(t)}{\sqrt{x_M^2(t) + \Phi_2^2}} \sin \alpha \right] + \\
& + 2ry_M(t) \left[-\cos \alpha \frac{x_M(t)}{\sqrt{x_M^2(t) + \Phi_2^2}} + \right. \\
& \quad \left. + \frac{\Phi_1}{\sqrt{x_M^2(t) + \Phi_2^2 + \Phi_1^2}} \frac{\Phi_2}{\sqrt{x_M^2(t) + \Phi_2^2}} \sin \alpha \right]; \quad (6)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
l_3^2(t) = & [x_M(t) + OC]^2 + y_M^2(t) + z_M^2(t) + r^2 - \\
& - 2z_M(t)r \sqrt{\frac{x_M^2(t) + \Phi_2^2}{x_M^2(t) + \Phi_2^2 + \Phi_1^2}} \sin \alpha - \\
& - 2r[x_M(t) + OC] \left[\frac{\Phi_2}{\sqrt{x_M^2(t) + \Phi_2^2}} \cos \alpha - \right. \\
& \quad \left. - \frac{\Phi_1}{\sqrt{x_M^2(t) + \Phi_2^2 + \Phi_1^2}} \frac{x_M(t)}{\sqrt{x_M^2(t) + \Phi_2^2}} \sin \alpha \right] + \\
& + 2ry_M(t) \left[\frac{x_M(t)}{\sqrt{x_M^2(t) + \Phi_2^2}} \cos \alpha + \right. \\
& \quad \left. + \frac{\Phi_1}{\sqrt{x_M^2(t) + \Phi_2^2 + \Phi_1^2}} \frac{\Phi_2}{\sqrt{x_M^2(t) + \Phi_2^2}} \sin \alpha \right]; \quad (7)
\end{aligned}$$

$$l_4^2(t) = [OD - OA \sin \varphi(t)]^2 + OA^2 \cos^2 \varphi(t), \quad (8)$$

где r — радиус трубы; $\Phi_1 = z_M(t) + DK$; $\Phi_2 = y_M(t) + OD$; α — угол координат точек крепления M_2 и M_3 на окружности.

Согласно выражениям (5)–(8), длины второго и третьего исполнительных приводов зависят только от координат точки $M(x_M; y_M; z_M)$, а длины первого и четвертого — еще и от угла поворота основания φ .

Условия для определения длин $l_1(t)$ и $l_4(t)$ в дискретные моменты времени получают из условия минимума функции [4]

$$\Phi = \frac{1}{2}[l_1(t_{i+1}) - l_1(t_i)]^2 + \frac{1}{2}[l_4(t_{i+1}) - l_4(t_i)]^2$$

при ограничении

$$\varphi_{\min} \leq \varphi \leq \varphi_{\max},$$

где φ_{\min} и φ_{\max} — минимальный и максимальный углы поворота основания.

Чтобы реализовать технологический процесс, необходимо заранее задать траекторию

перемещения выходного звена ГМ [13]. В приведенном примере движение точки M выходного звена ГМ происходит по окружности: $x_M^2 + (z_M - h)^2 = R^2$, $y_M(t) = \text{const} = 500$ мм, $h = 400$ мм с центром в точке $O(0; 500; 400)$ и радиусом $R = 400$ мм (см. рис. 1) из точки $M_0(x_0 = 400$ мм, $y_0 = 500$ мм, $z_0 = 400$ мм) в точку $M_K(x_K = -400$ мм, $y_K = 500$ мм, $z_K = 400$ мм).

Закон изменения дуговой координаты обеспечивает равенство нулю значений скоростей перемещения выходного звена в начальной и конечной точках траектории [14]:

$$S(t) = \pi R \frac{t^3}{T^3} \left(10 - 15 \frac{t}{T} + 6 \frac{t^2}{T^2} \right).$$

Полуокружность разбивают на шестнадцать отрезков через равные интервалы времени 0,5 с. Конечное время перемещения выходного звена $T = 8$ с.

Перед началом выполнения технологической операции ГМ находится в исходном положении (угол поворота основания $\varphi = 0^\circ$, длины приводов минимальные) [15]. Конфигурацию ГМ в момент начала выполнения технологической операции l_{0k} определяют из условия минимума функции [16, 17]

$$\Phi = \frac{1}{2}[l_{01} - l_{1\min}]^2 + \frac{1}{2}[l_{04} - l_{4\min}]^2$$

с учетом выражений (5)–(8).

Далее ГМ совершает перемещение из исходного положения в начальную точку программной траектории. Законы изменения длин исполнительных приводов ГМ на этом этапе не регламентированы. Полуокружность разделяют на шестнадцать отрезков через интервалы времени 0,5 с. Конечное время перемещения выходного звена $T = 8$ с.

Исследованы случаи аппроксимации траектории полиномами пятой ($n = 5$) и седьмой ($n = 7$) степеней, поэтому для нахождения коэффициентов аппроксимирующих полиномов получены шесть и восемь уравнений соответственно. С учетом граничных условий

$$\begin{aligned}
l_{0k}(0) &= A_{0k}, \\
l_k(T) &= A_{nk}T^n + A_{(n-1)k}T^{n-1} + \dots + A_{1k}T + A_{0k}
\end{aligned} \quad (9)$$

сформированы два уравнения (2) для начальных и конечных значений длин исполнительных приводов [18]. Остальные уравнения опре-

деляют из условия (4), записанные по коэффициентам полиномов, значения которых не определены из (9).

В результате получены выражения, отражающие законы изменения длин исполнительных приводов при аппроксимации исходной траектории полиномами пятой степени

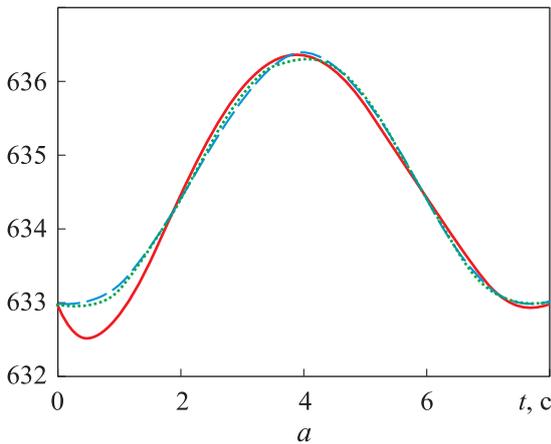
$$\begin{cases} l_1^5(t) = (-1,937 \cdot 10^{-3})t^5 + 0,061t^4 - 0,624t^3 + \\ + 2,327t^2 - 1,87t + 632,97; \\ l_2^5(t) = -0,083t^5 + 2,752t^4 - 30,297t^3 + \\ + 125,067t^2 - 105,42t + 668,97; \\ l_3^5(t) = -0,179t^5 + 4,754t^4 - 42,621t^3 + \\ + 140,146t^2 - 121,25t + 867,55; \\ l_4^5(t) = (-1,911 \cdot 10^{-3})t^5 + 0,059t^4 - 0,605t^3 + \\ + 2,241t^2 - 1,783t + 656,05; \end{cases}$$

и седьмой степени

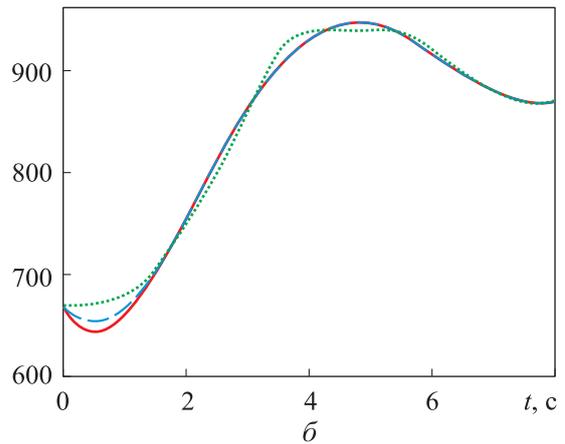
$$\begin{cases} l_1^7(t) = (-3,085 \cdot 10^{-5})t^7 + (-9,803 \cdot 10^{-11})t^6 + \\ + 0,011t^5 - 0,119t^4 + 0,338t^3 + 0,072t^2 - \\ - 0,015t + 632,97 \\ l_2^7(t) = (-5,627 \cdot 10^{-4})t^7 + (7,106 \cdot 10^{-9})t^6 + \\ + 0,162t^5 - 0,535t^4 - 12,743t^3 + 83,951t^2 - \\ - 71,591t + 668,97; \\ l_3^7(t) = (-2,894 \cdot 10^{-3})t^7 + (-1,725 \cdot 10^{-9})t^6 + \\ + 1,08t^5 - 12,155t^4 + 47,675t^3 - 71,35t^2 + \\ + 52,764t + 867,55; \\ l_4^7(t) = (-2,764 \cdot 10^{-5})t^7 + (-8,433 \cdot 10^{-11})t^6 + \\ + 0,01t^5 - 0,102t^4 + 0,257t^3 + 0,221t^2 - \\ - 0,121t + 656,05. \end{cases}$$

Законы изменения длин первого-четвертого исполнительных приводов ГМ, полученные

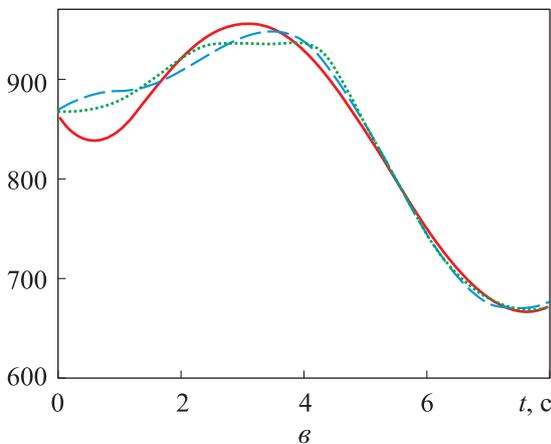
$l_1; l_1^5; l_1^7, \text{ мм}$



$l_2; l_2^5; l_2^7, \text{ мм}$



$l_3; l_3^5; l_3^7, \text{ мм}$



$l_4; l_4^5; l_4^7, \text{ мм}$

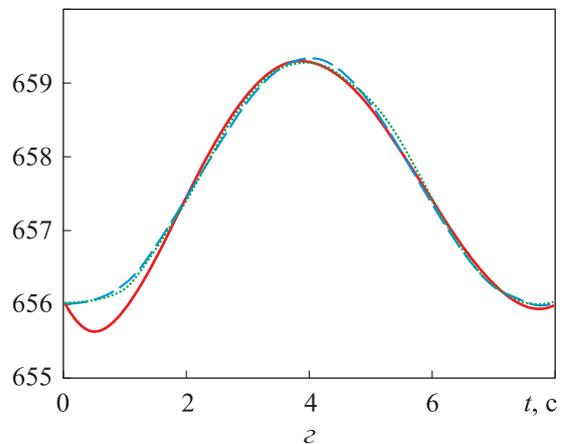


Рис. 2. Законы изменения длин первого (а), второго (б), третьего (в) и четвертого (z) исполнительных приводов ГМ при перемещении по полуокружности, полученные аппроксимацией исходной траектории (.....) полиномами пятой (—) и седьмой (---) степеней

аппроксимацией исходной траектории полиномами пятой и седьмой степеней, при времени перемещения выходного звена $T = 8$ с показаны на рис. 2. Там же точками обозначена его исходная траектория.

Для аппроксимирующего полинома пятой степени максимальные отклонения длин исполнительных приводов от исходных значений $\Delta l_1 = l_1^5 - l_1 = 0,46$ мм, $\Delta l_2 = l_2^5 - l_2 = 26,71$ мм, $\Delta l_3 = l_3^5 - l_3 = 31,89$ мм, $\Delta l_4 = l_4^5 - l_4 = 0,44$ мм, а для полинома седьмой степени — $\Delta l_1 = 0,01$ мм, $\Delta l_2 = 18,07$ мм, $\Delta l_3 = 12,51$ мм, $\Delta l_4 = 0,01$ мм. Максимальные отклонения наблюдаются в момент времени $t = 0,5$ с у полинома пятой степени.

Выводы

1. При решении задачи кинематического синтеза предложенным методом степень аппроксимирующего полинома во многом зависит от вида и количества граничных условий. Для повышения точности получаемых результатов следует выбирать степень полинома близкой или равной числу разбиений траектории.

2. Предложенная методика расчета аналитических зависимостей законов изменения исполнительных приводов ГМ позволяет сформировать алгоритм системы управления с обратными связями по их положению и скорости перемещения [8].

Литература

- [1] Носова Н.Ю., Глазунов В.А., Палочкин С.В. и др. Синтез механизмов параллельной структуры с кинематической развязкой. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2014, № 5, с. 34–40.
- [2] Рыбак Л.А., Мамаев Ю.А., Виравян Л.Г. Синтез алгоритма коррекции траектории движения выходного звена робото-гексапода на основе теории искусственных нейронных сетей. *Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова*, 2016, № 12, с. 142–151, doi: <https://doi.org/10.12737/22905>
- [3] Глазунов В.А., Хейло С.В., Ширинкин М.А. Манипулятор параллельной структуры с четырьмя степенями свободы. *Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского*, 2011, № 4–2, с. 92–93.
- [4] Vorob'eva N.S., Nesmiyanov I.A., Dyashkin A.V. et al. Kinematic synthesis of programmed motions of drivers of a manipulator-tripod with a three-degree gripper. In: *Advances in mechanical engineering*. Springer, 2019, pp. 73–82, doi: https://doi.org/10.1007/978-3-030-11981-2_7
- [5] Воробьева Н.С., Жога В.В., Несмиянов И.А. Отслеживание приводами манипулятора параллельно-последовательной структуры программных перемещений рабочего органа. *Известия РАН. Теория и системы управления*, 2019, № 2, с. 154–165, doi: <https://doi.org/10.1134/S0002338819020185>
- [6] Жога В.В., Дяшкин-Титов В.В., Несмиянов И.А. и др. Задача позиционирования манипулятора параллельно-последовательной структуры с управляемым захватным устройством. *Мехатроника, автоматизация, управление*, 2016, № 8, с. 525–530, doi: <https://doi.org/10.17587/mau.17.525-530>
- [7] Нелюбова А.В., Жога В.В., Вершинина И.П. Расчет кинематических характеристик манипулятора-трипода с дополнительной кинематической связью. *Известия ВолгГТУ*, 2023, № 4, с. 71–76, doi: <https://doi.org/10.35211/1990-5297-2023-4-275-71-76>
- [8] Жога В.В., Нелюбова А.В. Определение кинематических параметров исполнительных приводов для реализации программных траекторий. *Известия ВолгГТУ*, 2023, № 9, с. 26–30, doi: <https://doi.org/10.35211/1990-5297-2023-9-280-26-30>
- [9] Нелюбова А.В., Жога В.В., Шаронов Н.Г. Технологический модуль на основе манипулятора параллельно-последовательной структуры. *МИКМУС 2022*, Москва, ИМАШ РАН, 2022, с. 202–208.
- [10] Нелюбова А.В., Жога В.В., Шаронов Н.Г. *Кинематический синтез манипулятора-трипода с дополнительной связью*. МКПУ–2023. Волгоград, ВолгГТУ, 2023, с. 89–93.
- [11] Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. *Численные методы анализа*. Санкт-Петербург, Лань, 2021. 400 с.
- [12] Жога В.В., Нелюбова А.В., Шаронов Н.Г. и др. *Манипулятор-трипод*. Патент РФ 218887. Заявл. 23.12.2022, опубл. 15.06.2023.

- [13] Жога В.В., Нелюбова А.В., Шаронов Н.Г. и др. *Манипулятор-трипод*. Патент РФ 218886. Заявл. 06.04.2023, опубл. 15.06.2023.
- [14] Коловский М.З., Слоущ А.В. *Основы динамики промышленных роботов*. Москва, Наука, 1988. 240 с.
- [15] Крутько П.Д. *Обратные задачи динамики управляемых систем*. Москва, Наука, 1988. 326 с.
- [16] Воробьева Н.С., Дяшкин А.В., Дяшкин-Титов В.В. Методы кинематического синтеза алгоритмов управления манипулятором-триподом. *Известия Нижневолжского агро-университетского комплекса: Наука и высшее профессиональное образование*, 2020, № 2, с. 384–396, doi: <https://doi.org/10.32786/2071-9485-2020-02-38>
- [17] Несмиянов И.А., Жога В.В., Скакунов В.Н. О неустойчивых режимах работы электропривода манипулятора. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2017, № 3, с. 18–25.
- [18] Банди Б. *Методы оптимизации*. Москва, Радио и связь, 1988. 128 с.

References

- [1] Nosova N.Yu., Glazunov V.A., Palochkin S.V. et al. Synthesis of mechanisms of parallel structure with kinematic interchange. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin*, 2014, no. 5, pp. 34–40. (In Russ.). (Eng. version: *J. Mach. Manuf. Reliab.*, 2014, vol. 43, no. 5, pp. 378–383, doi: <https://doi.org/10.3103/S1052618814050136>)
- [2] Rybak L.A., Mamaev Yu.A., Virabyan L.G. Correction algorithms synthesis for the motion path of the hexapod robot output link based on the theory of artificial neural networks. *Vestnik BGTU im. V.G. Shukhova* [Bulletin of BSTU n.a. V.G. Shukhov], 2016, no. 12, pp. 142–151, doi: <https://doi.org/10.12737/22905> (in Russ.).
- [3] Glazunov V.A., Kheylo S.V., Shirinkin M.A. A manipulator of a parallel structure with four degrees of freedom. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo* [Vestnik of Lobachevsky University of Nizhni Novgorod], 2011, no. 4–2, pp. 92–93. (In Russ.).
- [4] Vorob'eva N.S., Nesmiyanov I.A., Dyashkin A.V. et al. Kinematic synthesis of programmed motions of drivers of a manipulator-tripod with a three-degree gripper. In: *Advances in mechanical engineering*. Springer, 2019, pp. 73–82, doi: https://doi.org/10.1007/978-3-030-11981-2_7
- [5] Vorobyeva N.S., Zhoga V.V., Nesmiyanov I.A. Program displacement tracing of executive devices by the manipulator drives of parallel-sequential structures. *Izvestiya RAN. Teoriya i sistemy upravleniya*, 2019, no. 2, pp. 154–165, doi: <https://doi.org/10.1134/S0002338819020185> (in Russ.). (Eng. version: *J. Comput. Syst. Sci. Int.*, 2019, vol. 58, no. 2, pp. 305–316, doi: <https://doi.org/10.1134/S1064230719020187>)
- [6] Zhoga V.V., Dyashkin-Titov V.V., Nesmiyanov I.A. et al. Manipulator of a parallel-series structure with a controlled gripper positioning task. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie*, 2016, no. 8, pp. 525–530, doi: <https://doi.org/10.17587/mau.17.525-530> (in Russ.).
- [7] Nelyubova A.V., Zhoga V.V., Vershinina I.P. Computation of kinematic characteristics of a manipulator-tripod with additional kinematic coupling. *Izvestiya VolgGTU* [Izvestia Volgograd State Technical University], 2023, no. 4, pp. 71–76, doi: <https://doi.org/10.35211/1990-5297-2023-4-275-71-76> (in Russ.).
- [8] Zhoga V.V., Nelyubova A.V. Determination of kinematic parameters of actuators for the implementation of program trajectories. *Izvestiya VolgGTU* [Izvestia Volgograd State Technical University], 2023, no. 9, pp. 26–30, doi: <https://doi.org/10.35211/1990-5297-2023-9-280-26-30> (in Russ.).
- [9] Nelyubova A.V., Zhoga V.V., Sharonov N.G. [Technological module based on the manipulator of parallel-sequential structure]. *MIKMUS 2022*, Moscow, IMASH RAN Publ., 2022, pp. 202–208. (In Russ.).
- [10] Nelyubova A.V., Zhoga V.V., Sharonov N.G. [Kinematic synthesis of a manipulator-tripod with additional connection]. *MKPU-2023*. Volgograd, VolgGTU, 2023, pp. 89–93. (In Russ.).
- [11] Demidovich B.P., Maron I.A., Shuvalova E.Z. *Chislennyye metody analiza* [Numerical methods of analysis]. Sankt-Petersburg, Lan Publ., 2021. 400 p. (In Russ.).

- [12] Zhoga V.V., Nelyubova A.V., Sharonov N.G. et al. *Manipulyator-tripod* [Tripod manipulator]. Patent RU 218887. Appl. 23.12.2022, publ. 15.06.2023. (In Russ.).
- [13] Zhoga V.V., Nelyubova A.V., Sharonov N.G. et al. *Manipulyator-tripod* [Tripod manipulator]. Patent RU 218886. Appl. 06.04.2023, publ. 15.06.2023. (In Russ.).
- [14] Kolovskiy M.Z., Sloushch A.V. *Osnovy dinamiki promyshlennykh robotov* [Fundamentals of dynamics of industrial robots]. Moscow, Nauka Publ., 1988. 240 p. (In Russ.).
- [15] Krutko P.D. *Obratnye zadachi dinamiki upravlyaemykh sistem* [Inverse problems of dynamics of controlled systems]. Moscow, Nauka Publ., 1988. 326 p. (In Russ.).
- [16] Vorobyeva N.S., Dyashkin A.V., Dyashkin-Titov V.V. Methods of kinematic synthesis of manipulator-tripod control algorithms. *Izvestiya Nizhnevolzhskogo agrouniversitetskogo kompleksa: Nauka i vysshee professionalnoe obrazovanie* [Proceedings of Lower Volga Agro-University Complex: Science and Higher Education], 2020, no. 2, pp. 384–396, doi: <https://doi.org/10.32786/2071-9485-2020-02-38> (in Russ.).
- [17] Nesmiyanov I.A., Zhoga V.V., Skakunov V.N. On the unstable operating modes of manipulator electric drives. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin*, 2017, no. 3, pp. 18–25. (In Russ.). (Eng. version: *J. Mach. Manuf. Reliab.*, 2017, vol. 46, no. 3, pp. 232–239, <https://doi.org/10.3103/S1052618817030098>)
- [18] Bunday B. *Basic optimisation methods*. Edward Arnold, 1984. 136 p. (Russ. ed.: *Metody optimizatsii*. Moscow, Radio i svyaz Publ., 1988. 128 p.)

Статья поступила в редакцию 29.12.2023

Информация об авторах

ЖОГА Виктор Викторович — доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Динамика и прочность машин». ФГБОУ ВО «Волгоградский государственный технический университет» (400005, Волгоград, Российская Федерация, пр-т им. В.И. Ленина, д. 28, e-mail: viczhoga@gmail.com).

НЕЛЮБОВА Анна Васильевна — аспирант, младший научный сотрудник кафедры «Динамика и прочность машин». ФГБОУ ВО «Волгоградский государственный технический университет» (400005, Волгоград, Российская Федерация, пр-т им. В.И. Ленина, д. 28, e-mail: mqdschen@yandex.ru).

Information about the authors

ZHOGA Victor Victorovich — Doctor of Science (Phys.-Math.), Professor, Dynamics and Strength of Machines Department. Volgograd State Technical University (400005, Volgograd, Russian Federation, Lenin Ave., Bldg. 28, e-mail: viczhoga@gmail.com).

NELYUBOVA Anna Vasilievna — Postgraduate, Junior Researcher, Dynamics and Strength of Machines position Department. Volgograd State Technical University (400005, Volgograd, Russian Federation, Lenin Ave., Bldg. 28, e-mail: mqdschen@yandex.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Жога В.В., Нелюбова А.В. Кинематический синтез аналитических законов перемещений исполнительных приводов манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2024, № 9, с. 29–36.

Please cite this article in English as:

Zhoga V.V., Nelyubova A.V. Kinematic synthesis of analytical laws of the actuator displacement of a manipulator with the parallel-sequential structure and additional coupling. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2024, no. 9, pp. 29–36.