

УДК 621.9.06

# Влияние вибраций на геометрические характеристики детали при продольном точении

В.Л. Заковоротный, В.Е. Гванджилия

Донской государственный технический университет

## Influence of the tool vibration on the part surface in longitudinal turning

V.L. Zakovorotny, V.E. Gvindjilia

Don State Technical University

Динамическая система резания подвержена возмущениям, зависящим от состояния станка и его точности. Вибрации формируются процессом стружкообразования вследствие периодичности поверхностей скольжения. Для улучшения обработки в зону резания вводятся управляемые вибрации. Однако до настоящего времени нет единого мнения о влиянии вибраций на состояние динамической системы и показатели качества деталей. Это во многом обусловлено тем, что в исследованиях не раскрыта внутренняя структура взаимодействия возмущений с динамической системой, а также их преобразование в геометрические характеристики детали. Приведены результаты исследования динамической системы резания, возмущенной вибрационными воздействиями. Проведено математическое моделирование, описано влияние возмущений на свойства системы и геометрические характеристики детали. Рассмотрены три диапазона частот: низкочастотный, ограниченный сверху собственными частотами подсистем, среднечастотный, включающий в себя собственные частоты подсистем, и высокочастотный, лежащий за пределами полосы пропускания подсистем. Исследовано влияние вибраций на параметрическое самовозбуждение, формирование притягивающих множеств деформаций, вибрационную стабилизацию и др. Результаты моделирования позволяют определить новые направления повышения эффективности обработки деталей, а также полезны для построения цифровой модели динамики процесса резания.

EDN: IIFIPV, <https://elibrary/iifipv>

**Ключевые слова:** динамическая система резания, вибрационные возмущения, геометрические характеристики поверхности

Dynamic cutting system is exposed to disturbances depending on the machine state and its accuracy. The process of chip formation due to the sliding surfaces periodicity generates vibrations. Controlled vibrations are introduced into the cutting zone to improve machining. However, any consensus on the vibration effect on the dynamic system state and the part quality indicators is missing. This is largely because the studies are not disclosing internal structure of the disturbance interaction with the dynamic system, as well as its transformation into the part geometric characteristics. The paper presents results of studying a dynamic cutting system disturbed by the vibration effects. Mathematical simulation is carried out, the disturbances effect on the system properties and the part geometric characteristics is described. Three frequency ranges are considered: low-frequency limited from above by the subsystem natural frequencies, mid-frequency including the subsystem natural frequencies

and high-frequency lying outside the subsystem passband. The vibration influence on parametric self-excitation, formation of the attractive sets of deformations, vibration stabilization, etc. is studied. Simulation results are making it possible to determine new approaches to increasing the machining efficiency. Besides, they are also useful in constructing a digital model of the cutting process dynamics.

**EDN:** IIFIPV, <https://elibrary/iifipv>

**Keywords:** dynamic cutting system, vibration disturbances, surface geometric characteristics

Колебания при резании можно подразделить на три группы.

*Вибрации — результат образования притягивающих множеств периодических деформаций, обусловленных потерей устойчивости.* При их моделировании принципиальное значение имеют нелинейные зависимости сил от деформаций [1–31]. Учитываются следующие явления: регенерация следа, оставленного на заготовке на предыдущем обороте [1–16], запаздывание сил по отношению к деформациям [17–22], их зависимость от скорости [23–29] и др., а также параметрические эффекты [30, 31]. Изучаются: устойчивость равновесия, заданного в координатах, движение которых определяется траекториями исполнительных элементов станка; автоколебания, инвариантные торы и хаотические атTRACTоры. Анализируются их бифуркции в параметрическом пространстве.

*Вибрации — результат внешних возмущений.* Они определяются несовершенствами в узлах станков, зависящими от точности и их состояния. Это — биения шпинделя, периодические возмущения со стороны суппорта, вариации припуска, кинематические возмущения и пр. Вибрации формируются и процессом резания, например, за счет периодичности формирования поверхностей скольжения [32–36].

*Вибрации, вводимые в зону резания* [37–51], в том числе ультразвуковые колебания (УЗК) [39–48]. Имеются исследования, направленные на повышение эффективности УЗК на основе построения авторезонансных систем [49–51]. Показано, что при увеличении амплитуды колебаний существует оптимальное значение, при котором качество поверхности повышается [42–44]. Установлено, что эффективность влияния УЗК на геометрические характеристики детали зависит от скорости резания и направления колебаний [40, 41, 52, 53].

Анализ влияния колебаний на геометрические характеристики поверхности обрабатываемой

детали должен учитывать динамическую систему резания (ДСР), которая включает в себя подсистемы режущего инструмента (далее инструмент) и заготовки, взаимодействующие через динамическую связь, формируемую резанием. Эти возмущения не непосредственно изменяют геометрические характеристики поверхности, а через множество преобразований. Их раскрытию, а также законам преобразования в геометрическую топологию формируемой поверхности посвящены исследования, описанные в статье.

Цель работы — прогнозирование геометрических характеристик поверхности заготовки на основе вычисления траекторий формообразующих движений вершины инструмента относительно заготовки, учитывающих изменяющиеся свойства процесса резания.

**Постановка задачи. Математическое моделирование возмущенной системы.** Ограничимся рассмотрением скалярных возмущений

$$\Delta X_i(t) = \Delta X_{i0} \sin \Omega_{0i} t$$

или

$$d\Delta X_i/dt = \Delta X_{i0} \Omega_{0i} \cos \Omega_{0i} t, \quad i = 1, 2, 3,$$

приложенных к зоне резания по направлениям деформационных смещений инструмента

$$\mathbf{X} = \{X_1, X_2, X_3\}^T \in \Re^{(3)}.$$

Здесь  $t$  — время;  $\Delta X_{i0}$  и  $\Omega_{0i}$  — амплитуда и частота возмущений в  $i$ -м направлении.

Начальную точку движения инструмента обозначим через  $O(L)$ , частоту вращения заготовки и угловое перемещение —  $\Omega(t)$  и  $\alpha(t)$  соответственно (рис. 1, a). Деформационные смещения инструмента  $\mathbf{X}$  будем рассматривать в подвижных траекториях исполнительных элементов станка, задаваемых вектором

$$\mathbf{L} = \{L_1, L_2, L_3\}^T \in \Re^{(3)},$$

где  $L_1$  и  $L_2$  — траектории поперечного и продольного суппортов;  $L_3$  — траектория заготов-

ки, перемещающейся в направлении скорости резания

$$L_3(t) = \int_0^t \Omega(\xi) D(\xi) d\xi,$$

где  $\Omega$  — частота вращения заготовки с учетом крутильных деформационных смещений;  $\xi$  — условная координата;  $D$  — диаметр заготовки.

Для векторов  $\mathbf{L}$  и  $\mathbf{X}$  зададим соответствующие параметры

$$\begin{aligned} d\mathbf{L}/dt &= \mathbf{V}(t) = \{V_1, V_2, V_3\}^T \in \Re^{(3)}; \\ d\mathbf{X}/dt &= \mathbf{v} = \{v_1, v_2, v_3\}^T \in \Re_X^{(3)}. \end{aligned}$$

Траектории пространства  $\Re^{(3)}$  являются возмущенными:

$$\begin{cases} L_{i0}(t) = L_i(t) + \Delta X_{i0} \sin \Omega_{0i} t = L_i(t) + X_i^{(\Delta)}(t); \\ V_{i0}(t) = V_i(t) + \Delta X_{i0} \Omega_{0i} \cos \Omega_{0i} t = V_i(t) + V_i^{(\Delta)}(t); \\ i = 1, 2, 3, \end{cases}$$

где  $L_{i0}$  — элементы матрицы траектории вершины заготовки  $\mathbf{L}_0 = \{L_{10}, L_{20}, L_{30}\}^T \in \Re^{(3)}$  без

учета деформаций;  $V_{i0}$  — элементы матрицы скорости резания  $\mathbf{V}_0 = \{V_{10}, V_{20}, V_{30}\}^T \in \Re^{(3)}$  без учета упругих деформаций;  $X_i^{(\Delta)}$  и  $V_i^{(\Delta)}$  — вибрационные возмущения в  $i$ -м направлении.

Рассмотрим продольное точение вала диаметром  $D = \text{const}$  инструментом, имеющим углы  $\varphi \rightarrow \pi/2$  и  $\varphi^1 \rightarrow 0$  (см. рис. 1, *a*). Если параметр  $\Delta X_{i0} = 0$  и траектории устойчивые, то деформации  $\mathbf{X}^* = \{X_1^*, X_2^*, X_3^*\}^T \in \Re_X^{(3)}$ . Тогда траектория инструмента определяется законом  $\mathbf{L}(t)$  и сдвинута в пространстве на расстояние  $\mathbf{X}^*$ . Это траектория формообразующих движений  $\mathbf{L}^{(\Phi)}(t) = \mathbf{L}(t) - \mathbf{X}^*$ , которой соответствует диаметр  $d = L_1(0) + X_1^* = \text{const}$ .

Компоненты вектора  $\mathbf{L}^{(\Phi)}(t)$  вычисляются как

$$L_i^{(\Phi)}(t) = L_i(t) + \Delta X_i(t) - X_i(t).$$

Рассмотрим влияние вибраций на геометрическую топологию  $\mathfrak{I}(\mathbf{L}, \mathbf{R})$ , знание которой позволит определить все принятые в инженерной практике оценки геометрической неточности поверхности заготовки. Топология  $\mathfrak{I}(\mathbf{L}, \mathbf{R})$

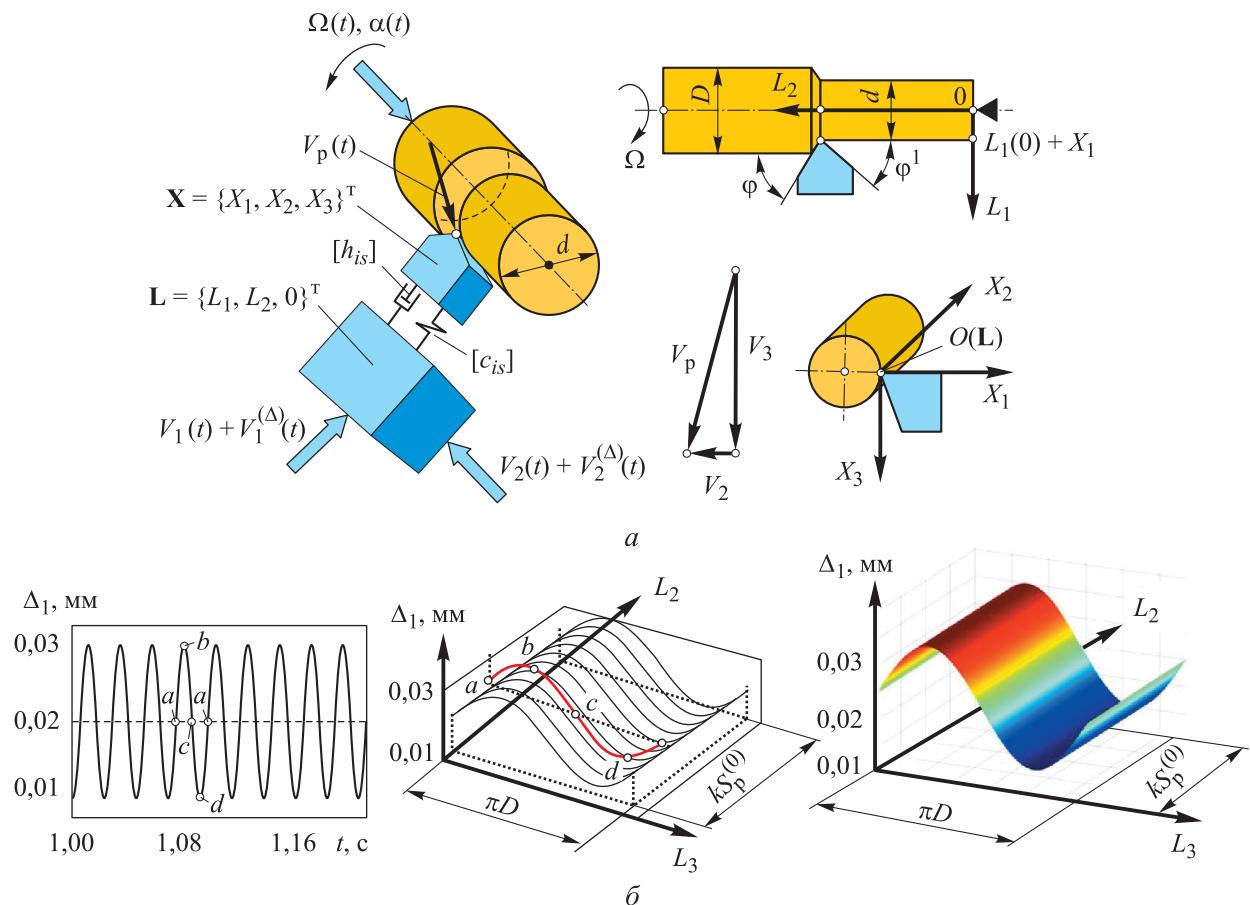


Рис. 1. Схема динамической модели резания (*a*) и пример построения топологии поверхности  $\mathfrak{I}_c(\mathbf{L}, \mathbf{X})$  (*b*)

формируется под действием многих физических процессов, сопровождающих обработку поверхности (адгезионно-молекулярных, термодинамических, законов пластической деформации и др.).

Также рассмотрим отображение траектории формообразующих движений  $\mathbf{L}^{(\Phi)}(t)$  в геометрические характеристики детали, используя погрешность  $\Delta(t) = \mathbf{L}^{(\Phi)}(t) - \mathbf{L}(t)$ . Тогда представление  $\Delta(t)$  в плоскости  $L_2 - L_3$  назовем скелетной геометрической топологией  $\mathfrak{S}_c(\mathbf{L}, \mathbf{X})$ , причем  $L_2 \in (0, kS_p^{(0)})$  и  $L_3 \in (0, \pi D)$ , где  $k$  — количество полных оборотов детали при прохождении пути  $L_2$ ;  $S_p^{(0)}$  — подача без учета упругих деформаций.

В плоскости  $\pi D - kS_p^{(0)}$  для каждой траектории  $\mathbf{L}(t)$  отложены шаговые погрешности  $\Delta_2$  и  $\Delta_3$ , по оси  $L_2$  — высотные  $\Delta_1$  (рис. 1, б). Пример построения топологии поверхности  $\mathfrak{S}_c(\mathbf{L}, \mathbf{X})$  приведен на рис. 1, б для радиальных биений заготовки с частотой  $\Omega_0 = \Omega$ .

Если  $\mathbf{L}^{(\Phi)}(t)$  по точечному контуру равна  $\mathbf{L}(t)$ , то  $\mathfrak{S}_c(\mathbf{L}, \mathbf{X})$  есть плоскость  $L_2 - L_3$ . Технологические режимы — подача  $S_p$ , глубина  $t_p$  и скорость  $V_p$  резания — изменяются в зависимости от параметров  $\mathbf{X}$ ,  $\Delta X_i(t)$  и  $V_i^{(\Delta)}(t)$ :

$$\mathfrak{S}_c(\mathbf{L}, \mathbf{X}) = \begin{cases} S_p(t) = \int_{t-T}^t \{V_2 + V_i^{(\Delta)}(\xi) - v_2(\xi)\} d\xi; \\ t_p(t) = t_p^{(0)} + X_1^{(\Delta)}(t) - X_1(t); \\ V_p(t) = V_3 + V_3^{(\Delta)}(t) - v_3(t). \end{cases} \quad (1)$$

Здесь

$$T(L_3^{(\Phi)}) = \int_{L_3^{(\Phi)} - \pi D}^{L_3^{(\Phi)}} \frac{d\xi}{V_p(\xi)}, \quad (2)$$

где  $t_p^{(0)}$ ,  $V_3 = V_p^{(0)}$  — технологические режимы без учета параметров  $X_i^{(\Delta)}(t)$  и  $X_1(t)$ .

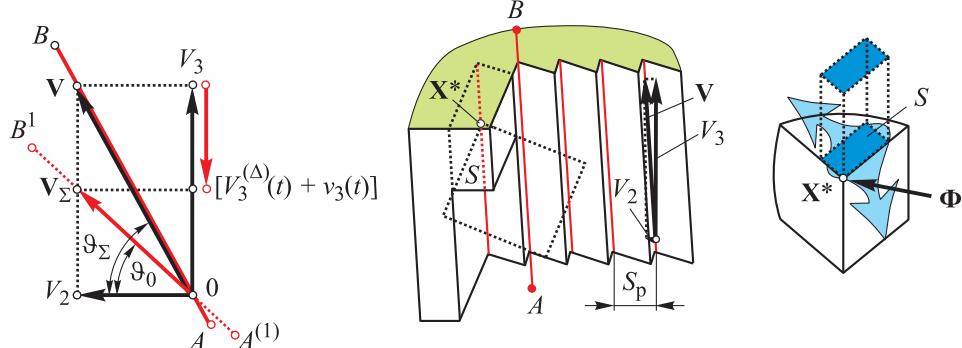


Рис. 2. Схема изменения направления движения инструмента в зависимости от соотношения скоростей резания и образования дополнительных сил  $\Phi$  в области контакта задней грани инструмента и заготовки

Чтобы найти траектории формообразующих движений  $\mathbf{L}^{(\Phi)}(t)$ , необходимо вычислить  $X_i(t)$ , для чего воспользуемся ранее полученными уравнениями [19–22, 33–36] с учетом выражения (1). При его определении использована гипотеза о формировании сил, зависящих от площади срезаемого слоя  $S$  (рис. 2).

Также будем учитывать силы, действующие на заднюю грань инструмента  $\Phi(\mathbf{L}^{(\Phi)}) = \{\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3\}^T \in \mathfrak{R}_X^{(3)}$  и его переднюю поверхность  $\mathbf{F}(\mathbf{L}^{(\Phi)})$ :

$$\begin{cases} \mathbf{m} \frac{d^2 \mathbf{X}}{dt^2} + \mathbf{h} \frac{d\mathbf{X}}{dt} + \mathbf{c}\mathbf{X} = \mathbf{F}(\mathbf{L}^{(\Phi)}) + \Phi(\mathbf{L}^{(\Phi)}); \\ \mathbf{F} = F^{(0)}(t) \{\chi_1, \chi_2, \chi_3\}^T; \\ T^{(0)} \frac{dF^{(0)}}{dt} + F^{(0)} = \\ = \rho t_p(t) \int_{t-T}^t \{V_2 + V_2^{(\Delta)}(\xi) - v_2(\xi)\} d\xi, \end{cases} \quad (3)$$

где  $\mathbf{m}$ ,  $\mathbf{h}$  и  $\mathbf{c}$  — положительно определенные симметричные матрицы инерционных, скоростных и упругих коэффициентов соответственно,  $\mathbf{h} = [h_{is}]$ ;  $\mathbf{c} = [c_{is}]$  (см. рис. 1, а);  $F^{(0)}$  — результирующий модуль силы резания;  $\chi_1, \chi_2, \chi_3$  — угловые коэффициенты;  $T^{(0)}$  — постоянная времени, учитывающая переходные процессы сил при изменении площади срезаемого слоя  $S$ ;  $\rho$  — давление стружки на переднюю грань инструмента, зависящее от предельного состояния материала.

При моделировании, особенно в области высоких частот, приходится учитывать перераспределение интегральных (усредненных по периодам колебаний) и циклических сил, которые лежат за пределами полосы пропускания подсистем. Кроме того, параметры  $\rho$  и  $T^{(0)}$  зависят от скорости резания в диапазоне 0,5...3,0 м/с. Следовательно, можно записать

$$\rho = \rho^{(0)} \left\{ 1 + \mu \exp[-\zeta V_p(t)] \right\} \left[ 1 - \frac{1}{T} \int_{t-T}^t |\varepsilon_0^{(f)}(\xi)| d\xi \right];$$

$$T^{(0)} = T^{(0,0)} \left\{ 1 + \mu^{(T)} \exp[-\zeta^{(T)} V_p(t)] \right\},$$

где  $\rho^{(0)}$  — значение параметра  $\rho$  при малых скоростях резания и отсутствии перераспределения циклических и интегральных сил;  $\mu$ ,  $\zeta$ ,  $\mu^{(T)}$ ,  $\zeta^{(T)}$  — параметры модели;  $\varepsilon_0^{(f)}$  — функция циклических сил, приведенная к площади срезаемого слоя;  $T^{(0,0)}$  — значение постоянной времени  $T^{(0)}$  в области малых скоростей резания.

Если автономная система устойчива и не возмущена, то после врезания устанавливается движение (см. рис. 2) по направлению  $A-B$ . В противном случае образуются силы  $\Phi$ , препятствующие сближению. Так как углы  $\varphi \rightarrow \pi/2$  и  $\varphi^1 \rightarrow 0$ , при сближении  $\Phi$  возрастает по экспоненциальному закону [33–36], и можно записать

$$\begin{cases} \Phi_1 = \rho_0 \int_{t-T}^t \left\{ [V_2 + V_2^{(\Delta)}(\xi) - v_2(\xi)] d\xi \right\} \times \\ \times \exp[-\zeta(v_1 - v_1^*)]; \\ \Phi_2 = \rho_0 t_p^{(0)} + X_1^{(\Delta)}(t) - X_1(t) \exp[-\zeta(v_2 - v_2^*)]; \\ \Phi_3 = \rho_0 k_T \left[ t_p^{(0)} + X_1^{(\Delta)}(t) - X_1(t) \right] \times \\ \times \exp[-\zeta(v_2 - v_2^*)] + \rho_0 k_T \times \\ \times \int_{t-T}^t \left\{ [V_2 + V_2^{(\Delta)}(\xi) - v_2(\xi)] d\xi \right\} \exp[-\zeta(v_1 - v_1^*)], \end{cases} \quad (4)$$

где  $\rho_0$  — жесткость контакта;  $\zeta$  — безразмерный параметр изменения сил;  $k_T$  — коэффициент трения;

$$v_1 = \frac{V_2 + V_2^{(\Delta)}(t) - dX_2/dt}{V_3 + V_3^{(\Delta)}(t) - dX_3/dt};$$

$$v_1^* = V_1/V_3; \quad v_2^* = V_2/V_3.$$

Изменение направления движения определяется параметрами  $v_1$  и  $v_2$ . На рис. 2 параметру  $v_2^*$  соответствует угол  $\vartheta_0$ , а параметру  $v_2$  — угол  $\vartheta_\Sigma$ . В отличие от ранее выполненных исследований здесь запаздывающий аргумент  $T = T[V_3^{(\Delta)}(t) - v_3(t)]$ . Если скорость резания  $V_3^{(\Delta)}(t) - v_3(t)$  направлена против  $V_3$ , то наблюдается сближение задней грани инструмента и заготовки. Тогда итоговый вектор скорости  $V_\Sigma$  будет направлен на усиление врезания инструмента (см. рис. 2).

При совпадении направлений  $V_3$  и  $V_3^{(\Delta)}(t) - v_3(t)$  имеет место отталкивание задней

грани от заготовки. В этом случае  $\Phi \rightarrow 0$ . Таким образом, вибрационные возмущения  $X_i^{(\Delta)}(t)$  и  $V_i^{(\Delta)}(t)$  могут изменять траектории  $L^{(\Phi)}(t)$  и силы  $\Phi$ . Уравнения (3) и (4) позволяют при заданных  $L(t)$  и возмущениях вычислить  $X$ , следовательно, ответственные за формирование  $\mathfrak{S}_c(L, X)$  траектории  $L^{(\Phi)}(t)$ . Влияние возмущений на свойства ДСР и топологию  $\mathfrak{S}_c(L, X)$  зависит от частоты возмущений  $\Omega_0$  и места их приложения к системе.

**Вибрационные возмущения в низкочастотном диапазоне.** Этот частотный диапазон расположен ниже собственных частот подсистем. Частота возмущений  $\Omega_0$  является малой, поэтому  $[V_i + V_i^{(\Delta)}(t)] \rightarrow V_i = \text{const}$ . Следовательно, запаздывающий аргумент в выражении (2)  $T = (\Omega)^{-1} = \text{const}$ , а силами  $\Phi$ , как это следует из уравнений (4), можно пренебречь. Также постоянными величинами являются  $\rho = \rho^{(0)} \{1 + \mu\}$  и  $T^{(0)} = T^{(0,0)} \{1 + \mu^{(T)}\}$ .

Период

$$(\Omega_0)^{-1} = T_0 = \{(t+0), (t+\Delta t), (t+2\Delta t), \dots, (t+s\Delta t)\}$$

можно разбить на  $s$  участков. Им соответствует  $s+1$  постоянных параметров и точек равновесия

$$\begin{aligned} X^*(t) = & \\ = & \{X^*(t+0), X^*(t+\Delta t), X^*(t+2\Delta t), \dots, X^*(t+s\Delta t)\}. \end{aligned}$$

**Первый случай:** все участки траектории  $X^*(t)$  устойчивые;  $\Omega_0 \ll \Omega$ . Тогда для вычисления  $X^*(t+k\Delta t)$  системы, возмущенной, например, приращением глубины резания  $X_1^{(\Delta)}(t+k\Delta t)$ , можно использовать уравнение

$$\begin{cases} cX^*(t+k\Delta t) = F(t+k\Delta t); \\ F = F^{(0)}(t) \{\chi_1, \chi_2, \chi_3\}^T; \\ F^{(0)} = \rho \left[ t_p^{(0)} + X_1^{(\Delta)}(t+k\Delta t) - X_1^*(t+k\Delta t) \right] \times \\ \times [S_p^{(0)} - X_2(t+k\Delta t) + X_2(t+k\Delta t - T)]. \end{cases} \quad (5)$$

При анализе выражения (5) можно отбросить произведения малых деформаций. Так как  $\Omega_0 \ll \Omega$ ,  $[X_2(t+k\Delta t) - X_2(t+k\Delta t - T)] \rightarrow 0$ . Следовательно,

$$c_\Sigma X^*(t+k\Delta t) = F(t+k\Delta t).$$

Здесь

$$c_\Sigma = \begin{bmatrix} c_{11} + \chi_1 \rho S_p^{(0)} & c_{21} & c_{31} \\ c_{12} + \chi_2 \rho S_p^{(0)} & c_{22} & c_{32} \\ c_{13} + \chi_3 \rho S_p^{(0)} & c_{23} & c_{33} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{F}(t + k\Delta t) = \rho S_p^{(0)} \left[ t_p^{(0)} + X_1^{(\Delta)}(t + k\Delta t) \right] \begin{bmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \\ \chi_3 \end{bmatrix};$$

$$\rho = \rho^{(0)} S_p^{(0)} [1 + \mu \exp(-\zeta V_3)].$$

Тогда формообразующая траектория, ответственная за топологию  $\mathfrak{I}_c(\mathbf{L}, \mathbf{X})$ , имеет вид

$$L_1^{(\Phi)}(t + k\Delta t) = L_1(0) + X_1^{(\Delta)}(t + k\Delta t) - \frac{\rho S_p^{(0)} [t_p^{(0)} + X_1^{(\Delta)}(t + k\Delta t)]}{c_{1\Sigma} + \rho S_p^{(0)}}. \quad (6)$$

Здесь  $t_p^{(0)} = 0,5d - L_1(0)$  (см. рис. 1);  $c_{1\Sigma}$  — приведенная жесткость системы в направлении  $X_1$ ,

$$c_{1\Sigma} = \Delta/\Delta_1,$$

где

$$\Delta = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{21} & c_{31} \\ c_{12} & c_{22} & c_{32} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} \end{bmatrix}; \quad \Delta_1 = \begin{bmatrix} \chi_1 & c_{21} & c_{31} \\ \chi_2 & c_{22} & c_{32} \\ \chi_3 & c_{23} & c_{33} \end{bmatrix}.$$

Таким образом, заданные возмущения преобразуются в геометрические характеристики не непосредственно, а через преобразования, зависящие от упругости подсистем и свойств динамической связи. Из выражения (6) следует, что при  $c_{1\Sigma} \gg \rho S_p^{(0)}$  ( $c_{1\Sigma} \rightarrow \infty$ ) траектория

$$L_1^{(\Phi)}(t + k\Delta t) \Rightarrow [L_1(0) + X_1^{(\Delta)}(t + k\Delta t)].$$

Тогда возмущения непосредственно копируются на формируемой поверхности. В противном случае деформации создают отрицательную обратную связь, а процесс резания выступает в качестве внутреннего регулятора, компенсирующего влияние возмущений на деформации. Возмущения в направлении  $X_3$  дают в виде скоростей резания  $V_3^{(\Delta)}(t)$ , которые формируют гибкую положительную обратную связь.

**Второй случай:** все участки  $\mathbf{X}^*(t)$  устойчивы;  $\Omega_0 \in (\Omega \pm \Delta\Omega)$ . Тогда на преобразование возмущений в силы и деформации оказывают влияние свойства интегрального оператора (2). Рассмотрим его динамические свойства.

Пусть на его вход поступает скорость резания  $V_2 + V_{20}^{(\Delta)} \sin(\Omega_0 t)$ . Сначала вариациями  $T$  будем пренебречь, т. е.  $T = (\Omega)^{-1} = \text{const}$ .

Связь между  $V_2 + V_2^{(\Delta)}(t)$  и  $S_p(t) = V_2 T + S_p^{(\Delta)}(t)$  в изображениях по Лапласу определяется как

$$S_p(p) = V_2 T + S_p^{(\Delta)}(p),$$

где  $p$  — оператор Лапласа;

$$S_p^{(\Delta)}(p) = V_2^{(\Delta)}(p) \frac{1 - \exp(-Tp)}{p}.$$

Амплитудно-фазовая частотная характеристика преобразования  $V_2^{(\Delta)}(j\omega)$  в  $S_p^{(\Delta)}(j\omega)$  приведена на рис. 3, *a*, где  $A$  — амплитуда преобразования  $S_p^{(\Delta)}(j\omega)$  при плавном изменении частоты переменной составляющей подачи,  $j\omega = p$ ;  $W$  — обозначение передаточной функции  $S_p^{(\Delta)}(j\omega)$ . На рис. 3, *б* показана реакция  $S_p^{(\Delta)}(t)$  на  $V_2^{(\Delta)}(t)$  с медленно изменяющейся частотой возбуждения  $\Omega_0$ . При частоте  $\Omega_0 = k\Omega$  ( $k = 1, 2, \dots$ )  $S_p(t) \rightarrow 0$ .

Поэтому, например, влияние кинематических возмущений на траектории инструмента можно минимизировать на основе согласования частот  $\Omega$  и  $\Omega_0$ . В этом случае компенсация влияния возмущений на деформации с частотой, равной или кратной  $\Omega$ , путем вариации  $V_2$  является невозможной. Если частота  $\Omega$  невелика, то необходимо учитывать изменение  $T$ . Тогда эта особенность нивелируется, и интегральный оператор (1) в зависимости от  $\mathbf{V}$  и  $\Delta\mathbf{V}$  может вызывать образование двумерного тора. Это существенно увеличивает разнообразие притягивающих множеств деформаций.

Особый интерес представляет случай, когда параметры невозмущенной ДСР находятся вблизи потери устойчивости. Тогда на  $\mathbf{X}^*(t)$  становятся возможными потеря устойчивости и формирование притягивающих множеств [53].

Приведем пример деформаций при изменении глубины резания по закону  $t_p(t) = (2,0 + \sin t)$ , мм. Как видно из рис. 4, после врезания на отрезке *A-B* устанавливается постоянная деформация, зависящая от общего коэффициента усиления внутреннего регулятора процесса резания  $\rho S_p^{(0)} / (c_{1\Sigma} + \rho S_p^{(0)})$ . Возмущения подаются, начиная с точки *B*. Период колебаний, близкий к одной секунде, соответствует отрезку *B-C*.

В течение периода *D-F* на участке *D-E* траектория является устойчивой, а на участке *E-F* — неустойчивой, и в ее окрестности формируются перестраиваемые притягивающие множества деформаций. Возмущения с частотой 1,0 Гц на участке *D-E* приводят к формированию деформаций в соответствии с законом

$$\frac{\rho S_p^{(0)} \left[ t_p^{(0)} + X_1^{(\Delta)}(t + k\Delta t) \right]}{c_{1\Sigma} + \rho S_p^{(0)}}.$$

На участке  $E-F$  наблюдаются отклонения от  $\mathbf{X}^*(t)$ , зависящие от притягивающих множеств [19–22].

Приведенный пример является лишь иллюстрацией разнообразия притягивающих мно-

жеств деформаций и их бифуркаций вдоль траектории.

**Среднечастотный диапазон.** Учтем следующие особенности ДСР: параметры в уравнениях (3) и (4) являются периодическими, вынужденные колебания — неизохронными; притягивающие множества деформаций обладают свойством их

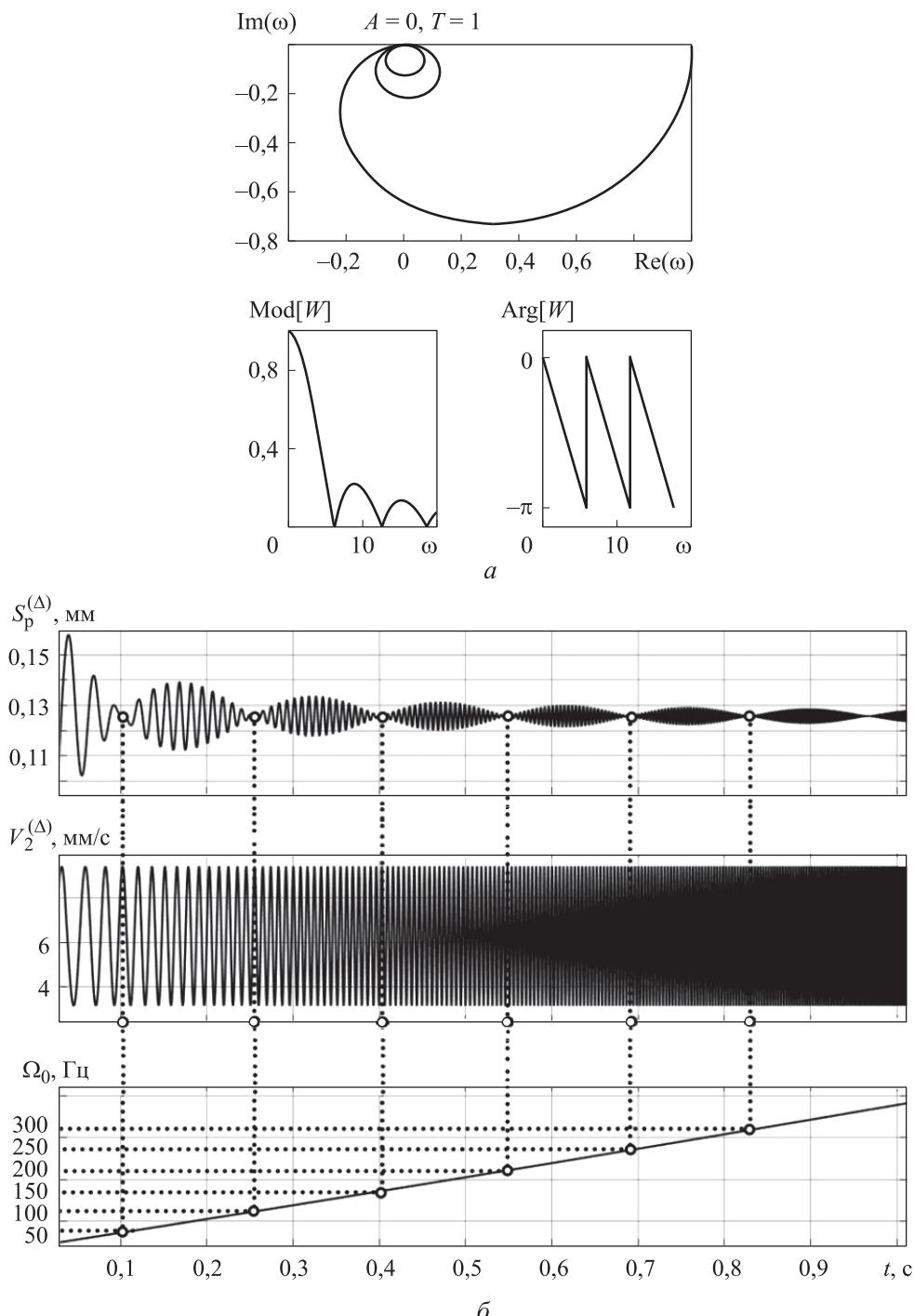


Рис. 3. Амплитудно-фазовая частотная характеристика преобразования  $V_2^{(\Delta)}(j\omega)$  в  $S_p^{(\Delta)}(j\omega)$  (а) и траектории подачи при плавном изменении частоты переменной составляющей подачи (б)

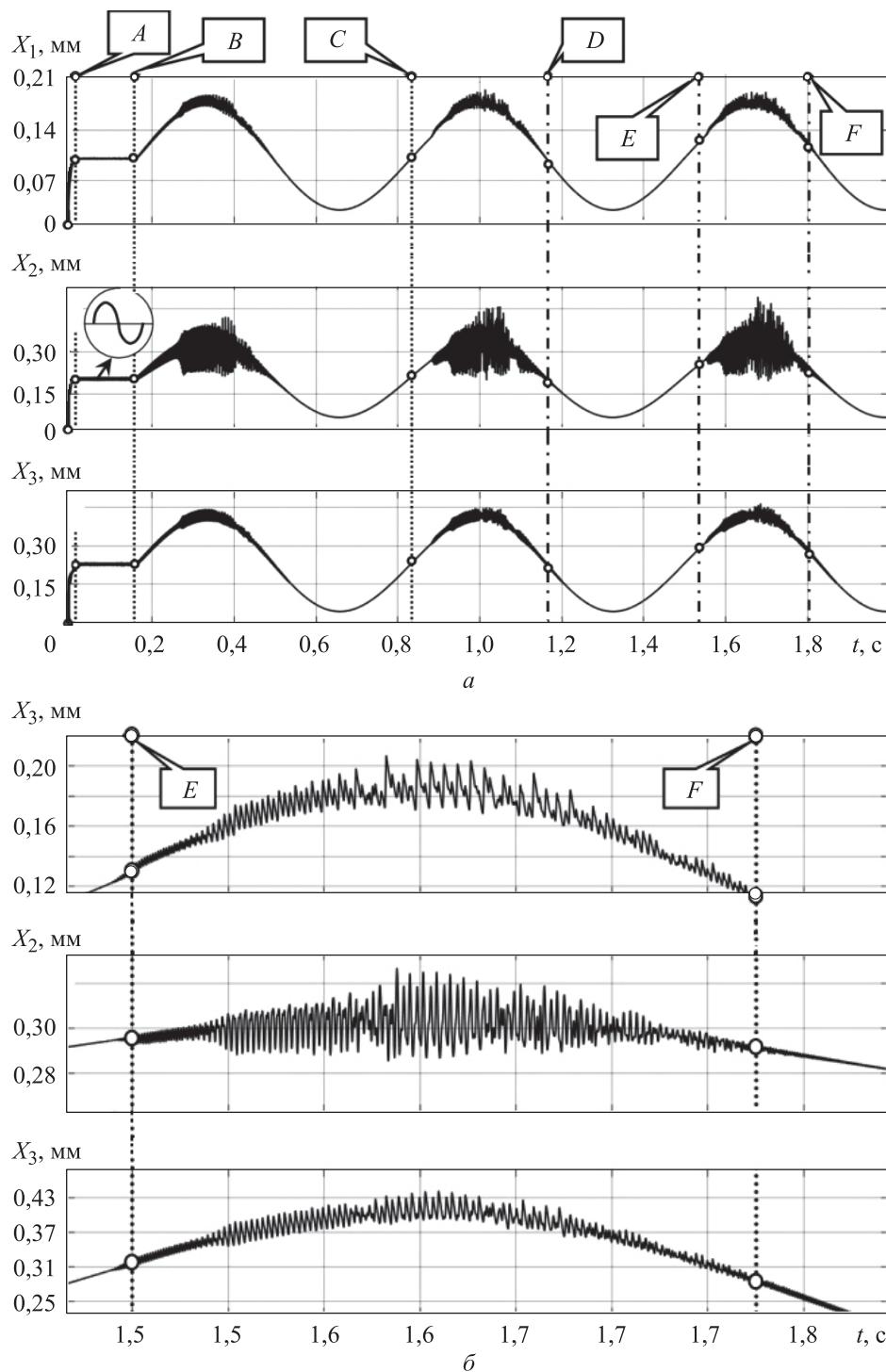


Рис. 4. Траектории деформаций вершины инструмента при введении в зону резания дополнительных периодических смещений с частотой 1,0 Гц:

*a* — установившиеся траектории деформаций; *б* — часть траекторий, на участке потери устойчивости

ветвления в зависимости от амплитуды и ограниченностью областей притяжения; наблюдаются эффекты синхронизации и асинхронных взаимодействий.

Все это не только усложняет анализ, но и приводит к большему разнообразию притяги-

вающих множеств. Ограничимся изучением динамики на основе численного моделирования в программном комплексе MATLAB/Simulink.

Приведем пример анализа динамики про-  
дольного точения детали диаметром  $d = 20$  мм из

стали 20Х инструментом, снабженным четырехгранными пластинами из Т15К6 при глубине резания  $t_p^{(0)} = 2,0$  мм, подаче  $S_p^{(0)} = 0,1$  мм и скорости резания  $V_p^{(0)} = 1,5$  м/с. Обобщенная масса подсистемы инструмента  $m = 0,015 \text{ кг} \cdot \text{с}^2/\text{мм}$ .

Для расчета использованы следующие параметры динамической связи между инструментом и заготовкой:  $\rho = 200 \dots 1000 \text{ кг}/\text{мм}^2$ ;  $\Omega = 5 \dots 50 \text{ с}^{-1}$ ;  $T^{(00)} = 0,0002 \text{ с}$ ;  $\mu = 0,5$ ;  $\zeta = 0,0011 \text{ с}/\text{мм}$ ;  $\rho_0 = 20 \text{ кг}/\text{мм}$ ;  $\zeta^{(T)} = 0,15 \text{ с}/\text{мм}$ ;  $\mu^{(T)} = 0,3$ ;  $\zeta = 9$ ;  $\chi_1 = 0,40$ ;  $\chi_2 = 0,51$ ;  $\chi_3 = 0,76$ . Значения элементов матрицы скоростных коэффициентов и упругости подсистемы инструмента приведены в таблице.

Приведем пример параметрического самовозбуждения (рис. 5). Рассмотрены области устойчивости при изменении площади срезаемого слоя по закону  $S(t) = S[1 + \varepsilon_S^{(0)} \sin \Omega_0 t]$  при  $\rho = 350 \text{ кг}/\text{мм}^2$  (рис. 5, а) и  $560 \text{ кг}/\text{мм}^2$  (рис. 5, б).

На рис. 5, в показан срез области, в которой ДСР теряет устойчивость при  $\rho = 560 \text{ кг}/\text{мм}^2$ . Области, в которых траектории неустойчивы, затемнены. Если ДСР теряет устойчивость, то по мере увеличения амплитуды  $\varepsilon_S^{(0)}$  возникают бифуркации притягивающих множеств. Типичным сценарием их изменения являются переходы от предельного цикла через инвариантные торы и бифуркации удвоения периода колебаний к хаотическим атTRACTорам. Возмущения могут изменять свойство траекторий так, что в системе область притяжения вырождается.

**Высокочастотная область.** Эта область лежит за пределами полос пропускания колебательных контуров модели ДСР. Здесь дополнительные колебания вызывают формирование в зоне резания циклически напряженного состояния. Взаимодействуя с периодическими процессами в области стружкообразования и контакта зад-

#### Значения элементов матрицы скоростных коэффициентов и упругости подсистемы инструмента

Элемент матрицы	Значение, $\text{кг}/\text{мм}$	Элемент матрицы	Значение, $\text{кг} \cdot \text{с}/\text{мм}$
$c_{11}$	2000	$h_{11}$	1,3
$c_{22}$	900	$h_{22}$	1,1
$c_{33}$	350	$h_{33}$	0,8
$c_{12} = c_{21}$	200	$h_{12} = h_{21}$	0,6
$c_{13} = c_{31}$	150	$h_{13} = h_{31}$	0,5
$c_{23} = c_{32}$	80	$h_{23} = h_{32}$	0,4

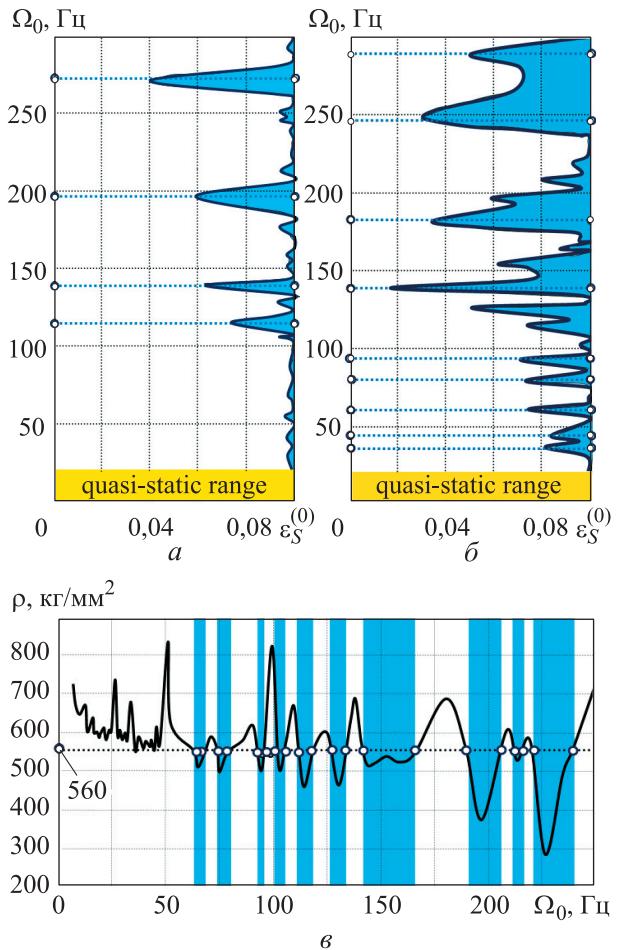


Рис. 5. Результаты исследования параметрического самовозбуждения

ней грани инструмента и заготовки, циклически напряженное состояние изменяет эффективные, т. е. усредненные по периодам высокочастотных колебаний, значения основных параметров. Перечислим наиболее важные особенности этого взаимодействия, влияющие на формируемые резанием геометрические характеристики заготовки.

При заданных силах изменения деформаций  $X(t)$ , лежащих за пределами полос пропускания взаимодействующих подсистем, можно пренебречь. Тогда параметры уравнений (3) и (4) при возбуждении колебаний по направлениям  $X_k$  ( $k = 1, 2, 3$ ) можно представить в виде

$$\begin{aligned} p_k^{(i)} &= p_k^{(i)} \{S_p, t_p, V_p, \Delta L_{0k} \sin \Omega_0 t\} \approx \\ &\approx \Omega_0 \int_0^{(\Omega_0)^{-1}} p_k^{(i)} \{S_p, t_p, V_p, \Delta L_{0k} \sin \Omega_0 t\} d(\Omega_0 t) = \\ &= \hat{p}_k^{(i)} (\Delta L_{0k}, \Omega_0), \end{aligned}$$

где  $S_p, t_p, V_p$  — неизменные во временном окне  $(t, t - (\Omega_0)^{-1})$  технологические режимы, задан-

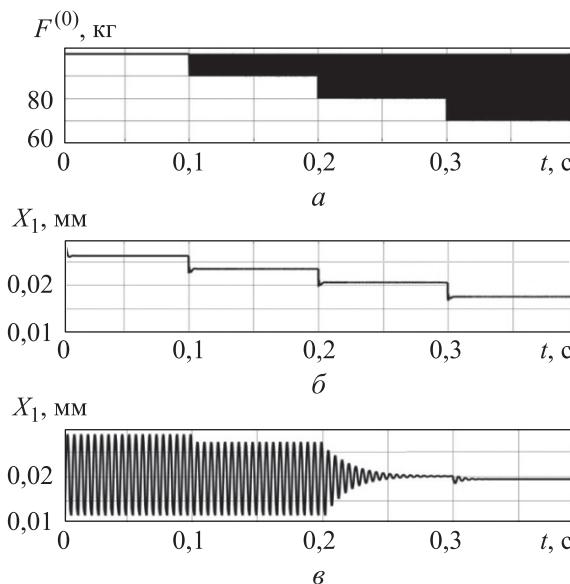


Рис. 6. Результаты исследования вибрационного управления динамикой резания:  
а — траектории сил  $F^{(0)}$ ; б — смещение равновесия;  
в — преобразование предельного цикла в устойчивую точку равновесия

ные по закону (1);  $\hat{p}_k^{(i)}(\Delta L_{0k}, \Omega_0)$  — эффективное значение параметра.

Так как параметр  $\hat{p}_k^{(i)}$  зависит от  $\Delta L_{0k}$  и  $\Omega_0$ , их вариации по амплитуде колебаний и направлению вызывают изменение свойств в полосе пропускания подсистем. Таким образом, параметры высокочастотных дополнительных колебаний становятся управляющими.

При изучении влияния  $\Delta L_{0k} \sin \Omega_0 t$  на ДСР принципиальное значение имеет эффективное значение  $\rho$ , от которого зависят силы  $F$  в выражении (3). При этом происходит перераспределение интегральных и циклических сил, так как предельное состояние материала остается почти неизменным. Оно определяется пределом прочности, поэтому при увеличении  $\Delta L_{0k}$  имеет место уменьшение  $\rho$ . Следовательно, не только изменяются условия устойчивости, но и наблюдается образование дополнительного смещения равновесия  $X^*$ , влияющего на диаметр.

Приведем пример смещения равновесия устойчивой ДСР (рис. 6, б), а также изменения параметров предельного цикла и стабилизации равновесия за счет дополнительных колебаний с частотой 5,0 кГц (рис. 6, в).

Траектории переменных составляющих сил приведены на рис. 6, а. Траектории на рис. 6, б и в получены при разной глубине резания  $t_p^{(0)} = 1$  и 2 мм. На рис. 6 показан лишь пример

большого разнообразия эффектов влияния высокочастотных колебаний на траекторию  $L^{(\Phi)}(t)$ , которое можно интерпретировать как вибрационное управление качеством изготовления детали [54].

Вследствие колебаний возникают периодические сближения задней грани инструмента с заготовкой. Зависимость сил  $\Phi$  от колебательных скоростей в уравнениях (4) является нелинейной, и она не обладает центральной симметрией относительно нулевых значений. Поэтому в зависимости от амплитуды колебаний формируются постоянные составляющие в силах  $\Phi$ . Они изменяют суммарные значения сил  $F + \Phi$ , а также всплески мощности, выделяемой в контакте задней грани.

В результате изменяются не только геометрические характеристики формируемой поверхности, но и интенсивность изнашивания инструмента. Этим объясняется существование амплитуды  $\Delta L_{0k}$ , при которой интенсивность изнашивания инструмента минимальна. Пример изменения сил в контакте задней грани и заготовки приведен на рис. 7.

При этом всплески сил, действующих на задние грани, зависят от знака скоростей деформаций. На участке 1–2 инструмент движется в сторону заготовки, на участке 2–3 — от нее. Приведенные результаты не исчерпывают особенности вибрационного влияния колебаний на выходные свойства процесса резания. Главное значение результатов заключается в том, что параметры высокочастотных колебаний являются управляющими, с помощью которых можно изменять свойства ДСР.

**Преобразование формообразующих движений в топологию  $\mathfrak{I}_c(L, X)$ .** Как было показано, траектории  $L^{(\Phi)}(t)$  формируются в результате сложных преобразований программы ЧПУ и возмущений нелинейной ДСР.

Пусть заданы векторы  $L^{(\Phi)}(t)$ ,  $L(t)$  и  $\Delta(t)$  в следующем виде:

$$L_i(t) = \{L_i(t), L_i(t + \Delta t), \dots, L_i(t + k\Delta t)\};$$

$$L_i^{(\Phi)}(t) = \{L_i^{(\Phi)}(t), L_i^{(\Phi)}(t + \Delta t), \dots, L_i^{(\Phi)}(t + k\Delta t)\};$$

$$\Delta_i(t) = \{\Delta_i(t), \Delta_i(t + \Delta t), \dots, \Delta_i(t + k\Delta t)\},$$

где  $\Delta(t) = L_i^{(\Phi)}(t) - L_i(t)$ .

Если  $\Delta(t) = 0$ , то формируемая резанием поверхность соответствует поверхности, запрограммированной на ЭВМ ЧПУ.

Рассмотрим случай точения при следующих параметрах:  $V_1 = 0$ ;  $L_1(0) = d/2 = \text{const}$ ;

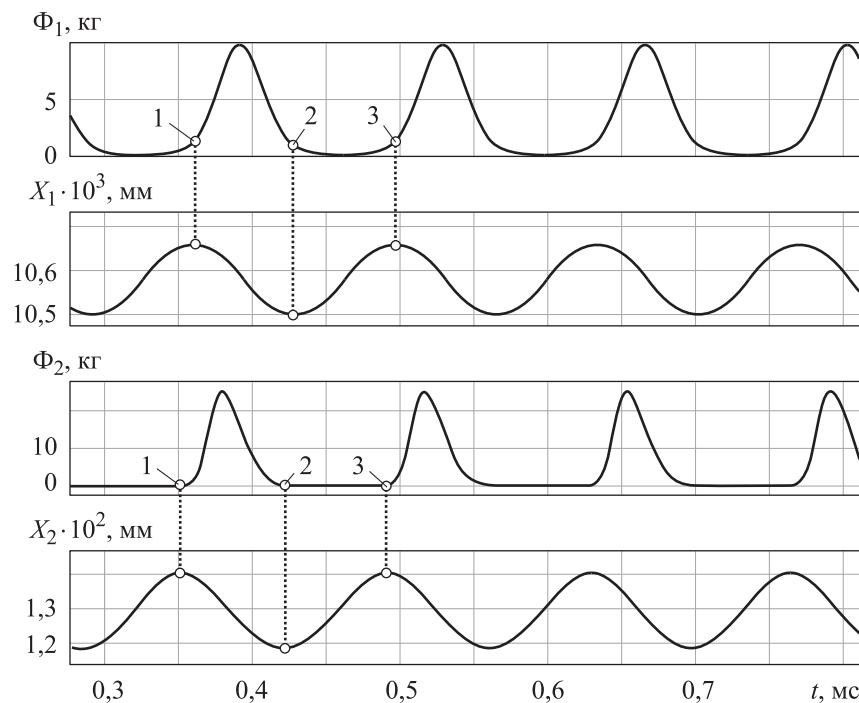


Рис. 7. Примеры траекторий сил  $\Phi$  и деформаций при введении в зону резания дополнительных колебательных смещений с частотой 2,0 кГц

$V_2 = \text{const}$ ;  $\Omega = \text{const}$ . Выберем  $\Delta t$  таким образом, чтобы выполнялись условия

$$\Delta(t) = (\Omega)^{-1}; \quad lS_p^{(0)} = L_{20},$$

где  $l$  — количество оборотов детали, пройденных за время обработки;  $L_{20}$  — длина обработанного вала.

Для каждой  $\Delta_i(t)$  существует отображение в плоскости в виде следующих вариаций:  $\Delta_1(t)$  дает высотные вариации, а  $\Delta_2(t)$  и  $\Delta_3(t)$  — шаговые в плоскости  $L_2 - L_3$  (рис. 8, б). Рассмотрим типичные примеры топологии  $\mathfrak{S}_c(L, X)$  для низкочастотных возмущений при глубине резания  $t_p^{(0)} = 1,0$  мм,  $\Delta L_{0k} \approx 0,5$  мм и  $\Omega = 1,0$  Гц (рис. 8).

Отметим, что топология  $\mathfrak{S}_c(L, X)$  определяется не только параметром  $\Delta(t)$ , но и соотношением траектории вращения заготовки и внешних возмущений. Если  $\Omega_0 = \Omega$ , то на заготовке формируются неровности поперечного сечения детали, а погрешность продольного сечения отсутствует (рис. 8, в и г).

Аналогичные особенности отображений имеют все  $T$ -периодические процессы (рис. 8, ж). Достаточно даже малых отклонений частоты возбуждения  $\Omega_0$  от  $\Omega$ , чтобы сформировались неровности в продольном сечении. На рис. 8, в частота возбуждения  $\Omega_0 = \Omega = 10$  Гц, а на рис. 8, г  $\Omega = 10$  Гц,  $\Omega_0 = 9,5$  Гц. Типичными

являются возмущения, для которых выполняются условия  $\Omega_0 \neq l\Omega$  или  $l_0\Omega_0 = l\Omega$ , где  $l = 1, 2, \dots$ . На рис. 8, д приведен пример топологии  $\mathfrak{S}_c(L, X)$  при  $\Omega_0 \approx 3\Omega$ , а на рис. 8, е — при  $\Omega_0 \approx 9\Omega$ .

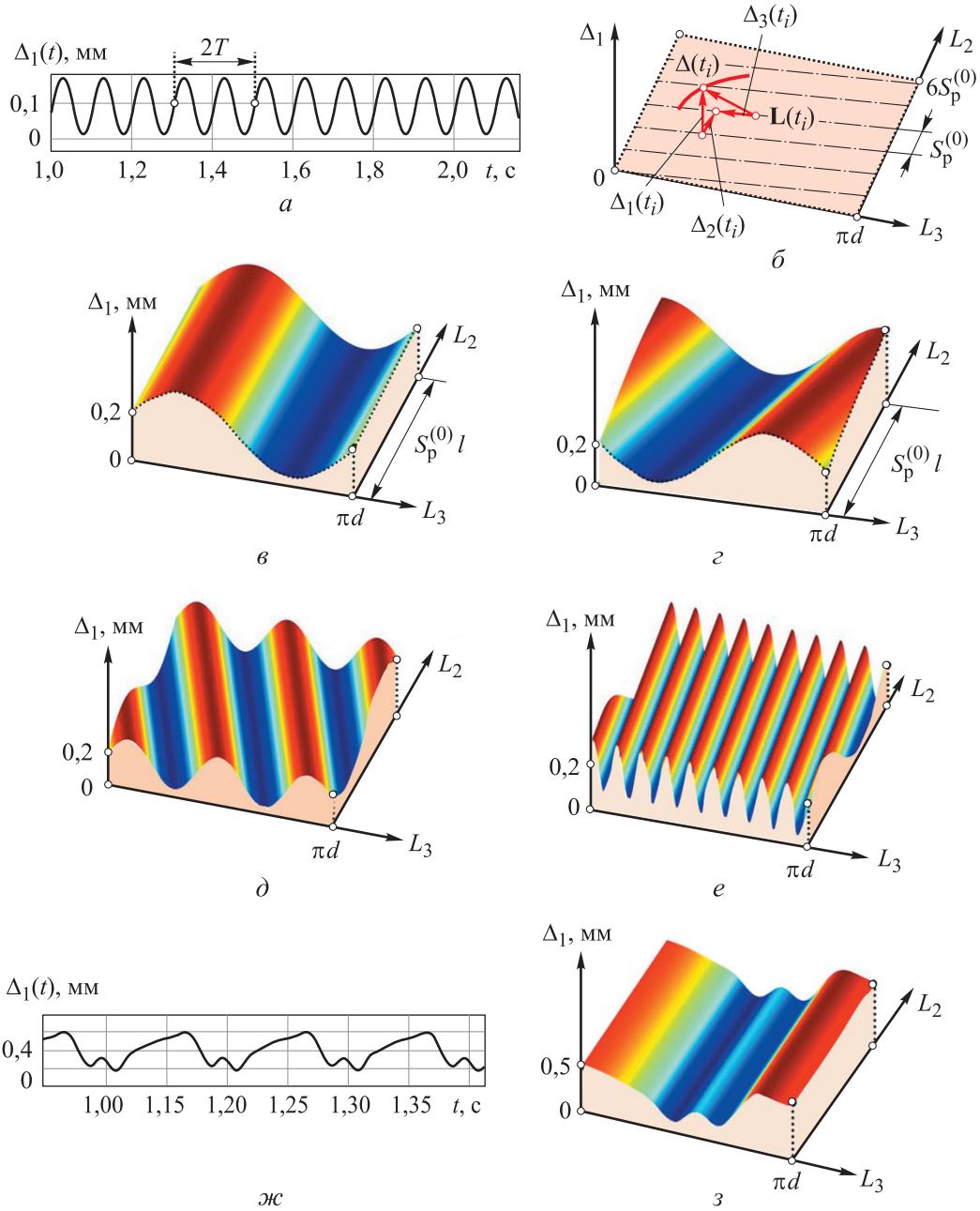
Для точного определения периода повторения двух периодических функций с частотами  $\Omega_0$  и  $\Omega$  можно воспользоваться теорией почти периодических функций Г. Бора [55]. Согласно известной теореме Бора — Ландау, всегда можно найти целые числа  $l_0$  и  $l$ , при которых  $(l_0\Omega_0 - l\Omega) < \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  — сколь угодно малая величина.

Обозначая период  $(\Omega_0)^{-1} = (\Omega)^{-1} - \Delta T^*$ , из соотношения  $l_0\Omega_0 = l\Omega$  получаем

$$(1 - \Delta T^* \Omega - l/l_0) < \varepsilon \Rightarrow 0, (1 - \Delta T^* \Omega) \leq 1.$$

Если  $\Omega_0 = \Omega$ , то  $\Delta T^* = 0$  и  $l = l_0 = 1$ . Тогда процесс из квазипериодического преобразуется в периодический  $(\Omega)^{-1} = T$ , что отображено на рис. 8, в и з. Если дополнительно учитывать шаговые деформации по направлениям  $X_2$  и  $X_3$ , то будут иметь место дополнительные отклонения профиля, но их значения ограничены, и период квазипериодического процесса по направлению продольной подачи.

Как уже отмечалось, знание  $\Delta_i(t)$  и  $\mathfrak{S}_c(L, X)$  позволяет оценить все принятые в инженерной практике оценки геометрической неточности

Рис. 8. Примеры топологии  $\mathfrak{S}_c(\mathbf{L}, \mathbf{X})$ 

поверхности. Как установлено ранее [33–35, 56], при рассмотрении топологии  $\mathfrak{S}(\mathbf{L}, \mathbf{X})$  необходимо учитывать не только механические, но и другие физические взаимодействия.

На основе изучения функции когерентности между траекториями  $\Delta_i(t)$  и функцией профиля, показано, что по мере увеличения частоты возбуждения адекватность отображения  $\Delta_i(t)$  в топологию  $\mathfrak{S}_c(\mathbf{L}, \mathbf{X})$  уменьшается. Здесь ограничимся лишь макрогометрическими оценками, и функции  $\Delta_i(t)$  будем определять на основе их преобразования алгоритмами скользящего среднего.

Топологию можно задать в виде

$$\mathfrak{S}_c(\mathbf{L}, \mathbf{X}) = \begin{bmatrix} \Delta_i(t) & \Delta_i(t + \Delta t) & \dots & \Delta_i(t + s\Delta t) \\ \Delta_i(t + T) & \Delta_i(t + T + \Delta t) & \dots & \Delta_i(t + T + s\Delta t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Delta_i(t + lT) & \Delta_i(t + lT + \Delta t) & \dots & \Delta_i(t + lT + s\Delta t) \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$i = 1, 2, 3.$$

Все столбцы матрицы (7) представляют собой стrobоскопические отображения Пуанкаре со сдвигом  $T$ , поэтому они могут служить оценкой продольного сечения детали. Столбцы опреде-

ляют последовательности, характеризующие погрешности поперечного сечения в пределах каждого оборота. Рассматривая математические ожидания от каждой строки, получаем оценку погрешности диаметра формируемого резанием вала и его дисперсии в пределах длины  $L_{20} = S_p^{(0)}l$ .

Неровности можно оценивать и по различным направлениям, если рассматривать отображения Пуанкаре со сдвигами ( $T + \Delta T$ ), а также получать другие оценки, основанные на статистических функционалах случайных полей [57]. Например, на основе анализа их корреляционных и спектральных матриц по ортогональным направлениям  $L_2$  и  $L_3$ .

**Анализ результатов.** Важность рассмотрения отображения  $L^{(\Phi)}(t)$  в топологиях  $\mathfrak{I}(L, X)$  и  $\mathfrak{I}_c(L, X)$  определяется необходимостью создания цифровых двойников процессов резания. Их построение определяет новый этап совершенствования систем управления обработкой на станках, заключающийся не только в раскрытии и учете погрешности преобразования программы ЧПУ в траектории  $L^{(\Phi)}(t)$ , но и в создании систем динамического мониторинга процессов обработки. В этом случае траектории  $L^{(\Phi)}(t)$  являются измеряемыми или вычисляемыми на основе использования моделей (3) и (4).

Адекватность отображения  $L^{(\Phi)}(t)$  в топологиях  $\mathfrak{I}(L, X)$  и  $\mathfrak{I}_c(L, X)$  зависит от качества и полноты моделей ДСР. Показано, что полнота моделирования определяется качеством представления взаимодействий подсистем инструмента и заготовки, формируемой процессом резания динамической связью и моделью возмущений, действующих на ДСР.

Установлено, что при раскрытии особенностей формирования  $L^{(\Phi)}(t)$  можно рассматривать иерархию взаимосвязанных деформационных смещений в трех частотных поддиапазонах: низко- (ниже собственных частот подсистем), средне- (в пределах этих частот) и высокочастотном (выше собственных частот).

Все частотные составляющие в этих диапазонах взаимосвязаны. Поэтому, например, вариации амплитуды высокочастотных колебаний вызывают изменение эффективных значений параметров в уравнениях динамики в средне- и низкочастотном диапазонах. В результате наблюдается изменение динамических свойств в областях меньших частот, что вызывает не только изменение диаметра формируе-

мого резанием вала, но и (во многих случаях) стабилизацию равновесия в низкочастотных областях. Это эффекты виброуправления и вибростабилизации.

Наиболее важной особенностью возмущенной динамики в среднечастотном диапазоне является формирование различных параметрических эффектов, в том числе параметрического самовозбуждения, синхронизации и асинхронных взаимодействий. При этом в зависимости от амплитуды наблюдается не только неизохронность колебаний, но и изменение формируемых в окрестностях равновесий притягивающих множеств деформаций. В низкочастотной области вдоль траектории возможна не только потеря устойчивости, но и бифуркации притягивающих множеств деформаций. Этот сложный и многообразный механизм формирования деформаций изменяет траектории  $L^{(\Phi)}(t)$  и их отображения в топологии  $\mathfrak{I}_c(L, X)$ .

При заданных траекториях  $L^{(\Phi)}(t)$ ,  $L(t)$  и  $\Delta(t)$  их отображение в топологию  $\mathfrak{I}_c(L, X)$  зависит от соотношения частот  $\Omega$  и  $\Omega_0$ . Если  $\Omega$  и  $\Omega_0$  постоянные, и выполнено условие  $\Omega_0 = l\Omega$ , то функции  $\Delta(t)$  формируют периодические неровности в поперечном сечении вала. В противном случае дополнительно создается геометрическая погрешность в продольном сечении. Значение диаметра формируемой детали зависит не только от изменения матриц жесткости вдоль траектории инструмента, но и от изменения параметров динамической связи, в том числе от эффективного значения  $\rho$ , на которое влияют износ инструмента и параметры высокочастотных колебаний.

## Выводы

- Предложенный математический инструментарий ДСР, возбужденной вибрационными возмущениями, источником которых является станок, процесс резания и специально вводимые в зону резания колебания, позволяет прогнозировать траектории формообразующих движений вершины инструмента относительно заготовки, а также их преобразование в геометрические характеристики поверхности заготовки.

- При раскрытии влияния возмущений на траектории формообразующих движений необходимо учитывать свойства ДСР, прежде всего, свойства формируемой резанием динамической связи. Для этого целесообразно рассматривать три частотных диапазона.

В низкочастотном диапазоне, лежащем ниже собственных частот взаимодействующих подсистем, параметры ДСР в рассматриваемый момент можно считать замороженными. Тогда вдоль траектории на отдельных участках возможна не только потеря устойчивости, но и образование притягивающих множеств деформаций, а также их бифуркации.

В среднечастотном диапазоне, лежащем в пределах вариаций собственных частот взаимодействующих подсистем, имеют место различные параметрические эффекты, в том числе параметрическое самовозбуждение. Здесь также при увеличении амплитуды возможны бифуркации притягивающих множеств деформаций.

В высокочастотном диапазоне, лежащем, выше собственных частот взаимодействующих

подсистем, параметры колебаний изменяют эффективные значения параметров, формируемой резанием динамической связи. Наблюдается вибрационное управление свойствами системы, например, эффекты вибрационного управления диаметром формируемой резанием детали.

3. Отображение вариаций формообразующих движений  $\Delta(t)$  от  $L(t)$ , заданных по программе ЧПУ, в геометрические характеристики детали можно представить в виде скелетной геометрической топологии  $\mathfrak{Z}_c(L, X)$ . Они зависят не только от частоты возмущений, но и от ее соотношения с частотой вращения заготовки. При радиальных колебаниях кроме неровностей в поперечном сечении образуется еще и погрешность в продольном сечении.

## Литература

- [1] Tobias S.A., Fishwick W. Theory of regenerative machine tool chatter. *The Engineer*, 1958, vol. 205, no. 7, pp. 199–203.
- [2] Merritt H.E. Theory of self-excited machine-tool chatter: contribution to machine-tool chatter research. *J. Eng. Ind.*, 1965, vol. 87, no. 4, pp. 447–454, doi: <https://doi.org/10.1115/1.3670861>
- [3] Spacek O.L., Danek J.T. *Selbsterregte Schwingungen an Werkzeugmaschinen*. Berlin, VEB Verlag Technik, 1962, pp. 247–255.
- [4] Tlusty J., Ismail F. Basic non-linearity in machining chatter. *CIRP Annals*, 1981, vol. 30, no. 1, pp. 299–304, doi: [http://dx.doi.org/10.1016/S0007-8506\(07\)60946-9](http://dx.doi.org/10.1016/S0007-8506(07)60946-9)
- [5] Hanna N.H., Tobias S.A. Theory of nonlinear regenerative chatter. *J. Eng. Ind.*, 1974, vol. 94, no. 1, pp. 247–255, doi: <https://doi.org/10.1115/1.3438305>
- [6] Wahi P., Chatterjee A. Self-interrupted regenerative metal cutting in turning. *Int. J. Non Linear Mech.*, 2008, vol. 43, no. 2, pp. 111–123, doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2007.10.010>
- [7] Stepan G., Szalai R., Insperger T. Nonlinear dynamics of high-speed milling subjected to regenerative effect. In: *Nonlinear dynamics of production systems*. Wiley, 2004, pp. 111–128, doi: <http://dx.doi.org/10.1002/3527602585.ch7>
- [8] Stépán G., Insperger T., Szalai R. Delay, parametric excitation, and the nonlinear dynamics of cutting processes. *Int. J. Bifurcat. Chaos*, 2005, vol. 15, no. 9, pp. 2783–2798, doi: <https://doi.org/10.1142/S0218127405013642>
- [9] Paris H., Brissaud D., Gouskov A. et al. Influence of the ploughing effect on the dynamic behaviour of the self-vibratory drilling head. *CIRP Annals*, 2008, vol. 57, no. 1, pp. 385–388, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cirp.2008.03.101>
- [10] Gouskov A., Gouskov M., Lorong Ph. et al. Influence of the clearance face on the condition of chatter self-excitation during turning. *Int. J. Mach. Mach. Mater.*, 2017, vol. 19, no. 1, pp. 17–40, doi: <https://doi.org/10.1504/IJMMM.2017.081186>
- [11] Воронов С.А., Киселев И.А. Нелинейные задачи динамики процессов резания. *Машиностроение и инженерное образование*, 2017, № 2, с. 9–23.
- [12] Гуськов М., Динь Дык Т. и др. Моделирование и исследование устойчивости процесса многорезцового резания «по следу». *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2018, № 3, 19–27, doi: <https://doi.org/10.31857/S023571190000533-7>
- [13] Gouskov A., Panovko G., Shokhin A.E. Dynamics of the rotor system of a vibrational-centrifugal separator with an elastic vibration limiter. *J. Mach. Manuf. Reliab.*, 2023, vol. 51, no. 8, pp. 733–745, doi: <http://dx.doi.org/10.3103/S105261882208009X>

- [14] Altintas Y., Budak E. Analytical prediction of stability lobes in milling. *CIRP Annals*, 1995, vol. 44, no. 1, pp. 357–362, doi: [https://doi.org/10.1016/S0007-8506\(07\)62342-7](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)62342-7)
- [15] Altintas Y., Weck M. Chatter stability of metal cutting and grinding. *CIRP Annals*, 2004, vol. 53, no. 2, pp. 619–642, doi: [https://doi.org/10.1016/S0007-8506\(07\)60032-8](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)60032-8)
- [16] Inserger T., Stepan G. Semi-discretization method for delayed systems. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 2002, vol. 55, no. 5, pp. 503–518, doi: <https://doi.org/10.1002/nme.505>
- [17] Кудинов В.А. Динамика станков. Москва, Машиностроение, 1967. 359 с.
- [18] Вейц В.Л., Васильков Д.В. Задачи динамики, моделирования и обеспечения качества при механической обработке маложестких заготовок. СТИН, 1999, № 6, с. 9–13.
- [19] Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Влияние флюктуаций на устойчивость формообразующих траекторий при точении. *Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки*, 2017, № 2, с. 52–61, doi: <https://doi.org/10.17213/0321-2653-2017-2-52-61>
- [20] Zakovorotny V.L., Lukyanov A.D., Gubanova A.A. et al. Bifurcation of stationary manifolds formed in the neighborhood of the equilibrium in a dynamic system of cutting. *J. Sound Vib.*, 2016, vol. 368, pp. 174–190, doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jsv.2016.01.020>
- [21] Zakovorotny V. Bifurcations in the dynamic system of the mechanic processing in metal-cutting tools. *WSEAS Trans. Appl. Theor. Mech.*, 2015, vol. 10, pp. 102–116.
- [22] Zakovorotnyi V.L., Bykador V.S. Cutting-system dynamics. *Russ. Engin. Res.*, 2016, vol. 36, no. 7, pp. 591–598, doi: <https://doi.org/10.3103/S1068798X16070182>
- [23] Grabec I. Chaos generated by the cutting process. *Phys. Lett. A*, 1986, vol. 117, no. 8, pp. 384–386, doi: [http://dx.doi.org/10.1016/0375-9601\(86\)90003-4](http://dx.doi.org/10.1016/0375-9601(86)90003-4)
- [24] Wiercigroch M., Budak E. Sources of nonlinearities, chatter generation and suppression in metal cutting. *Phil. Trans. Roy. Soc. London A: Math. Phys. Engin. Sci.*, 2001, vol. 359, no. 1781, pp. 663–693, doi: <http://dx.doi.org/10.1098/rsta.2000.0750>
- [25] Wiercigroch M., Krivtsov A.M. Frictional chatter in orthogonal metal cutting. *Philos. Trans. Royal Soc. A*, 2001, vol. 359, pp. 713–738, doi: <https://doi.org/10.1098/rsta.2000.0752>
- [26] Rusinek R., Wiercigroch M., Wahi P. Influence of tool flank forces on complex dynamics of a cutting process. *Int. J. Bifurcat. Chaos*, 2014, vol. 24, no. 9, pp. 189–201, doi: <http://dx.doi.org/10.1142/S0218127414501156>
- [27] Rusinek R., Wiercigroch M., Wahi P. Modelling of frictional chatter in metal cutting. *Int. J. Mech. Sci.*, 2014, vol. 89, pp. 167–176, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2014.08.020>
- [28] Shao Y.F., Ding H. Evaluation of gravity effects on the vibration of fluid-conveying pipes. *Int. J. Mech. Sci.*, 2023, vol. 248, no. 5, art. 108230, doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2023.108230>
- [29] Zakovorotny V.L., Gubanova A.A., Lukyanov A.D. Attractive manifolds in end milling. *Russ. Engin. Res.*, 2017, vol. 37, no. 2, pp. 158–163, doi: <https://doi.org/10.3103/S1068798X17020198>
- [30] Заковоротный В.Л., Фам Д.Т., Фам Т.Х. Параметрические явления при управлении процессами обработки на станках. *Вестник ДГТУ*, 2012, т. 12, № 7, с. 52–61.
- [31] Заковоротный В.Л., Фам Т.Х. Параметрическое самовозбуждение динамической системы резания. *Вестник ДГТУ*, 2013, т. 13, № 5–6, с. 97–103.
- [32] Zhou G., Yuan M., Feng F. et al. A new algorithm for chatter quantification and milling instability classification based on surface analysis. *Mech. Syst. Signal Process.*, 2023, vol. 204, art. 110816, doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ymssp.2023.110816>
- [33] Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Влияние вибраций на траектории формообразующих движений инструмента при точении. *Обработка металлов*, 2019, т. 21, № 3, с. 42–58, doi: <http://dx.doi.org/10.17212/1994-6309-2019-21.3-42-58>
- [34] Zakovorotny V.L., Gvindzhiliya V.E. Influence of spindle wobble in turning on the work-piece's surface topology. *Russ. Engin. Res.*, 2018, vol. 38, no. 10, pp. 818–823, doi: <http://dx.doi.org/10.3103/S1068798X18100192>
- [35] Zakovorotny V.L., Gvindzhiliya V.E. Influence of spindle wobble in a lathe on the tool's de-formational-displacement trajectory. *Russ. Engin. Res.*, 2018, vol. 38, no. 8, pp. 623–631, doi: <http://dx.doi.org/10.3103/S1068798X1808018X>
- [36] Подураев В.Н. *Обработка резанием с вибрациями*. Москва, Машиностроение, 1970. 350 с.

- [37] Кумабэ Д. *Вибрационное резание*. Москва, Машиностроение, 1985. 424 с.
- [38] Воронин А.А., Марков А.И. Влияние ультразвуковых колебаний на процесс резания жаропрочных сплавов. *Станки и инструмент*, 1960, № 11, с. 15–18.
- [39] Марков А.И. Оптимизация и управление процессом ультразвукового резания. *Вестник машиностроения*, 1996, № 10, с. 19–22.
- [40] Ткаченко И.Г., Агапов С.И. Определение оптимальных амплитуды и направления ультразвуковых колебаний при зубодолблении мелкомодульных зубчатых колес. *Вестник машиностроения*, 2010, № 2, с. 48–50.
- [41] Агапов С.И., Головкин В.В. *Повышение эффективности механической обработки путем применения ультразвука*. Самара, Изд-во СНЦ, 2010. 134 с.
- [42] Агапов С.И. Стойкостные исследования процесса зубофрезерования мелкомодульных зубчатых колес с введением в зону резания ультразвуковых колебаний. *Вестник машиностроения*, 2008, № 4, с. 66–68.
- [43] Асташев В.К. Влияние ультразвуковых колебаний резца на процесс резания. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 1992, № 3, с. 81–86.
- [44] Мартынов В.Д., Заковоротный В.Л., Черня Н.Н. Определение оптимальных колебаний при нарезании резьбы. *Акустика и ультразвуковая техника*, 1966, № 6, с. 25.
- [45] Асташев В.К., Семенова Е.Б. Динамика процесса ультразвукового волочения. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2013, № 1, с. 56–60.
- [46] Асташев В.К. О нелинейной динамике ультразвуковых технологических процессов и систем. *Вестник научно-технического развития*, 2007, № 2, с. 18–25.
- [47] Astashev V.K., Babitsky V.I. Ultrasonic cutting as a nonlinear (vibro-impact) process. *Ultrasonics*, 1998, vol. 36, no. 1–5, pp. 89–96, doi: [https://doi.org/10.1016/S0041-624X\(97\)00101-7](https://doi.org/10.1016/S0041-624X(97)00101-7)
- [48] Асташев В.К., Андрианов Н.А., Крупенин В.Л. Об авторезонансном ультразвуковом резании материалов. *Вестник научно-технического развития*, 2017, № 1, с. 3–16.
- [49] Асташев В.К., Андрианов Н.А., Крупенин В.Л. Устройство для возбуждения и автоматической стабилизации резонансных колебаний ультразвуковых систем. Патент РФ 2350405. Заявл. 11.05.2007, опубл. 27.03.2009.
- [50] Заковоротный В.Л., Ольшанский И.Ф. Влияние вибрационной линеаризации на динамическую устойчивость системы СПИД при ультразвуковом резании. *Акустика и ультразвуковая техника*, 1967, № 6, с. 12–19.
- [51] Бржозовский Б.М., Беркенев Н.В. *Ультразвуковые технологические процессы и оборудование в машино- и приборостроении*. Саратов, Изд-во СГТУ, 2009. 342 с.
- [52] Козочкин М.П., Солис Н.В. Исследование связи вибраций при резании с качеством получаемой поверхности. *Вестник РУДН. Сер. Инженерные исследования*, 2009, № 2, с. 16–23.
- [53] Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Связь самоорганизации динамической системы резания с изнашиванием инструмента. *Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика*, 2020, т. 28, № 1, с. 46–61, doi: <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2020-28-1-46-61>
- [54] Анцев А.В., Данг Х.Ч. Прогнозирование периода стойкости режущего инструмента на основе контроля вибраций в процессе фрезерования. *Известия ТулГУ. Технические науки*, 2018, № 7, с. 3–11.
- [55] Bochner S. Harald Bohr. *Bull. Amer. Math. Soc.*, 1952, vol. 58, no. 1, pp. 72–75.
- [56] Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Свойства притягивающих множеств деформационных смещений инструмента в траекториях формообразующих движений при точении изделий. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2022, № 3, с. 15–30, doi: <http://dx.doi.org/10.18698/0536-1044-2022-3-15-30>
- [57] Хусу А.П., Витенберг Ю.Р., Пальмов В.А. *Шероховатости поверхностей. Теоретико-вероятностный подход*. Москва, Наука, 1975. 343 с.

## References

- [1] Tobias S.A., Fishwick W. Theory of regenerative machine tool chatter. *The Engineer*, 1958, vol. 205, no. 7, pp. 199–203.

- [2] Merrit H.E. Theory of self-excited machine-tool chatter: contribution to machine-tool chatter research. *J. Eng. Ind.*, 1965, vol. 87, no. 4, pp. 447–454, doi: <https://doi.org/10.1115/1.3670861>
- [3] Spacek O.L., Danek J.T. *Selbsterregte Schwingungen an Werkzeugmaschinen*. Berlin, VEB Verlag Technik, 1962, pp. 247–255.
- [4] Tlusty J., Ismail F. Basic non-linearity in machining chatter. *CIRP Annals*, 1981, vol. 30, no. 1, pp. 299–304, doi: [http://dx.doi.org/10.1016/S0007-8506\(07\)60946-9](http://dx.doi.org/10.1016/S0007-8506(07)60946-9)
- [5] Hanna N.H., Tobias S.A. Theory of nonlinear regenerative chatter. *J. Eng. Ind.*, 1974, vol. 94, no. 1, pp. 247–255, doi: <https://doi.org/10.1115/1.3438305>
- [6] Wahi P., Chatterjee A. Self-interrupted regenerative metal cutting in turning. *Int. J. Non Linear Mech.*, 2008, vol. 43, no. 2, pp. 111–123, doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2007.10.010>
- [7] Stepan G., Szalai R., Insperger T. Nonlinear dynamics of high-speed milling subjected to regenerative effect. In: *Nonlinear dynamics of production systems*. Wiley, 2004, pp. 111–128, doi: <http://dx.doi.org/10.1002/3527602585.ch7>
- [8] Stépán G., Insperger T., Szalai R. Delay, parametric excitation, and the nonlinear dynamics of cutting processes. *Int. J. Bifurcat. Chaos*, 2005, vol. 15, no. 9, pp. 2783–2798, doi: <https://doi.org/10.1142/S0218127405013642>
- [9] Paris H., Brissaud D., Gouskov A. et al. Influence of the ploughing effect on the dynamic behaviour of the self-vibratory drilling head. *CIRP Annals*, 2008, vol. 57, no. 1, pp. 385–388, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cirp.2008.03.101>
- [10] Gouskov A., Gouskov M., Lorong Ph. et al. Influence of the clearance face on the condition of chatter self-excitation during turning. *Int. J. Mach. Mach. Mater.*, 2017, vol. 19, no. 1, pp. 17–40, doi: <https://doi.org/10.1504/IJMMM.2017.081186>
- [11] Voronov S.A., Kiselev I.A. Nonlinear problems of cutting process dynamics. *Mashinostroenie i inzhenernoe obrazovanie* [Mechanical Engineering and Engineering Education], 2017, no. 2, pp. 9–23. (In Russ.).
- [12] Guskov M., Din Dyk T. et al. Modeling and investigation of the stability of a multicutter turning process by a trace. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin*, 2018, no. 3, pp. 19–27, doi: <https://doi.org/10.31857/S023571190000533-7> (in Russ.). (Eng. version: *J. Mach. Manuf. Reliab.*, vol. 47, no. 4, pp. 317–323, doi: <https://doi.org/10.3103/S1052618818040052>)
- [13] Gouskov A., Panovko G., Shokhin A.E. Dynamics of the rotor system of a vibrational-centrifugal separator with an elastic vibration limiter. *J. Mach. Manuf. Reliab.*, 2023, vol. 51, no. 8, pp. 733–745, doi: <http://dx.doi.org/10.3103/S105261882208009X>
- [14] Altintas Y., Budak E. Analytical prediction of stability lobes in milling. *CIRP Annals*, 1995, vol. 44, no. 1, pp. 357–362, doi: [https://doi.org/10.1016/S0007-8506\(07\)62342-7](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)62342-7)
- [15] Altintas Y., Weck M. Chatter stability of metal cutting and grinding. *CIRP Annals*, 2004, vol. 53, no. 2, pp. 619–642, doi: [https://doi.org/10.1016/S0007-8506\(07\)60032-8](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)60032-8)
- [16] Insperger T., Stepan G. Semi-discretization method for delayed systems. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 2002, vol. 55, no. 5, pp. 503–518, doi: <https://doi.org/10.1002/nme.505>
- [17] Kudinov V.A. *Dinamika stankov* [Dynamics of machines]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1967. 359 p. (In Russ.).
- [18] Veys V.L., Vasilkov D.V. Dynamics, modelling and quality assurance problems in machining of low rigidity workpieces. *STIN*, 1999, no. 6, pp. 9–13. (In Russ.).
- [19] Zakovorotnyy V.L., Gvindzhiliya V.E. The influence of fluctuation on the shape-generating trajectories stability with a turning. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Severo-Kavkazskiy region. Tekhnicheskie nauki* [Bulletin of Higher Educational Institutions. North Caucasus Region. Technical Sciences], 2017, no. 2, pp. 52–61, doi: <https://doi.org/10.17213/0321-2653-2017-2-52-61> (in Russ.).
- [20] Zakovorotny V.L., Lukyanov A.D., Gubanova A.A. et al. Bifurcation of stationary manifolds formed in the neighborhood of the equilibrium in a dynamic system of cutting. *J. Sound Vib.*, 2016, vol. 368, pp. 174–190, doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jsv.2016.01.020>
- [21] Zakovorotny V. Bifurcations in the dynamic system of the mechanic processing in metal-cutting tools. *WSEAS Trans. Appl. Theor. Mech.*, 2015, vol. 10, pp. 102–116.

- [22] Zakovorotnyi V.L., Bykador V.S. Cutting-system dynamics. *Russ. Engin. Res.*, 2016, vol. 36, no. 7, pp. 591–598, doi: <https://doi.org/10.3103/S1068798X16070182>
- [23] Grabec I. Chaos generated by the cutting process. *Phys. Lett. A*, 1986, vol. 117, no. 8, pp. 384–386, doi: [http://dx.doi.org/10.1016/0375-9601\(86\)90003-4](http://dx.doi.org/10.1016/0375-9601(86)90003-4)
- [24] Wiercigroch M., Budak E. Sources of nonlinearities, chatter generation and suppression in metal cutting. *Phil. Trans. Roy. Soc. London A: Math. Phys. Engin. Sci.*, 2001, vol. 359, no. 1781, pp. 663–693, doi: <http://dx.doi.org/10.1098/rsta.2000.0750>
- [25] Wiercigroch M., Krivtsov A.M. Frictional chatter in orthogonal metal cutting. *Philos. Trans. Royal Soc. A*, 2001, vol. 359, pp. 713–738, doi: <https://doi.org/10.1098/rsta.2000.0752>
- [26] Rusinek R., Wiercigroch M., Wahi P. Influence of tool flank forces on complex dynamics of a cutting process. *Int. J. Bifurcat. Chaos*, 2014, vol. 24, no. 9, pp. 189–201, doi: <http://dx.doi.org/10.1142/S0218127414501156>
- [27] Rusinek R., Wiercigroch M., Wahi P. Modelling of frictional chatter in metal cutting. *Int. J. Mech. Sci.*, 2014, vol. 89, pp. 167–176, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2014.08.020>
- [28] Shao Y.F., Ding H. Evaluation of gravity effects on the vibration of fluid-conveying pipes. *Int. J. Mech. Sci.*, 2023, vol. 248, no. 5, art. 108230, doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2023.108230>
- [29] Zakovorotny V.L., Gubanova A.A., Lukyanov A.D. Attractive manifolds in end milling. *Russ. Engin. Res.*, 2017, vol. 37, no. 2, pp. 158–163, doi: <https://doi.org/10.3103/S1068798X17020198>
- [30] Zakovorotnyy V.L., Fam D.T., Fam T.Kh. Parametrical phenomena under on-machine process control. *Vestnik DGTU* [Vestnik of Don State Technical University], 2012, vol. 12, no. 7, pp. 52–61. (In Russ.).
- [31] Zakovorotnyy V.L., Fam T.Kh. Parametric self-excitation of cutting dynamic system. *Vestnik DGTU* [Vestnik of Don State Technical University], 2013, vol. 13, no. 5–6, pp. 97–103, doi: <https://doi.org/10.12737/1286> (in Russ.).
- [32] Zhou G., Yuan M., Feng F. et al. A new algorithm for chatter quantification and milling instability classification based on surface analysis. *Mech. Syst. Signal Process.*, 2023, vol. 204, art. 110816, doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ymssp.2023.110816>
- [33] Zakovorotnyy V.L., Gvindzhiliya V.E. The influence of the vibration on the tool shape-generating trajectories when turning. *Obrabotka metallov* [Metal Working and Material Science], 2019, vol. 21, no. 3, pp. 42–58, doi: <http://dx.doi.org/10.17212/1994-6309-2019-21.3-42-58> (in Russ.).
- [34] Zakovorotny V.L., Gvindzhiliya V.E. Influence of spindle wobble in turning on the work-piece's surface topology. *Russ. Engin. Res.*, 2018, vol. 38, no. 10, pp. 818–823, doi: <http://dx.doi.org/10.3103/S1068798X18100192>
- [35] Zakovorotny V.L., Gvindzhiliya V.E. Influence of spindle wobble in a lathe on the tool's deformational-displacement trajectory. *Russ. Engin. Res.*, 2018, vol. 38, no. 8, pp. 623–631, doi: <http://dx.doi.org/10.3103/S1068798X1808018X>
- [36] Poduraev V.N. *Obrabotka rezaniem s vibratsiyami* [Processing by cutting with vibrations]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1970. 350 p. (In Russ.).
- [37] Kumabe D. *Vibratsionnoe rezanie* [Vibrational cutting]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1985. 424 p. (In Russ.).
- [38] Voronin A.A., Markov A.I. Influence of ultrasonic vibrations on the process of cutting of heat-resistant alloys. *Stanki i instrument*, 1960, no. 11, pp. 15–18. (In Russ.).
- [39] Markov A.I. Optimisation and control of the ultrasonic cutting process. *Vestnik mashinostroeniya*, 1996, no. 10, pp. 19–22. (In Russ.).
- [40] Tkachenko I.G., Agapov S.I. Determining the optimal amplitudes and directions of ultrasound vibrations in cutting small-module gears. *Vestnik mashinostroeniya*, 2010, no. 2, pp. 48–50. (In Russ.). (Eng. version: *Russ. Engin. Res.*, 2010, vol. 30, no. 2 pp. 141–143, doi: <https://doi.org/10.3103/S1068798X10020103>)
- [41] Agapov S.I., Golovkin V.V. *Povyshenie effektivnosti mekhanicheskoy obrabotki putem primeneniya ultrazvuka* [Improving the efficiency of machining by applying ultrasound]. Samara, Izd-vo SNTs Publ., 2010. 134 p. (In Russ.).

- [42] Agapov S.I. Hobbing of small-module gears in the presence of ultrasound. *Vestnik mashinostroeniya*, 2008, no. 4, pp. 66–68. (In Russ.). (Eng. version: *Russ. Engin. Res.*, 2008, vol. 28, no. 4, pp. 343–345, doi: <https://doi.org/10.3103/S1068798X08040138>)
- [43] Astashev V.K. Influence of ultrasonic cutter oscillations on the cutting process. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin*, 1992, no. 3, pp. 81–86. (In Russ.).
- [44] Martynov V.D., Zakovorotnyy V.L., Chernya N.N. Determination of optimal vibrations during thread cutting. *Akustika i ultrazvukovaya tekhnika*, 1966, no. 6, pp. 25. (In Russ.).
- [45] Astashev V.K., Semenova E.B. The dynamics of an ultrasonic drawing process. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin*, 2013, no. 1, pp. 56–60. (In Russ.). (Eng. version: *J. Mach. Manuf. Reliab.*, 2013, vol. 42, no. 1, pp. 45–48, doi: <https://doi.org/10.3103/S1052618813010020>)
- [46] Astashev V.K. On nonlinear dynamics of ultrasonic technological processes and systems. *Vestnik nauchno-tehnicheskogo razvitiya*, 2007, no. 2, pp. 18–25. (In Russ.).
- [47] Astashev V.K., Babitsky V.I. Ultrasonic cutting as a nonlinear (vibro-impact) process. *Ultrasonics*, 1998, vol. 36, no. 1–5, pp. 89–96, doi: [https://doi.org/10.1016/S0041-624X\(97\)00101-7](https://doi.org/10.1016/S0041-624X(97)00101-7)
- [48] Astashev V.K., Andrianov N.A., Krupenin V.L. On autoresonant ultrasonic cutting of materials. *Vestnik nauchno-tehnicheskogo razvitiya*, 2017, no. 1, pp. 3–16. (In Russ.).
- [49] Astashev V.K., Andrianov N.A., Krupenin V.L. *Ustroystvo dlya vozobuzhdeniya i avtomaticheskoy stabilizatsii rezonansnykh kolebaniy ultrazvukovykh system* [Device for resonance vibration agitation and automatic stabilisation in ultrasonic systems]. Patent RF 2350405. Appl. 11.05.2007, publ. 27.03.2009. (In Russ.).
- [50] Zakovorotnyy V.L., Olshanskiy I.F. Effect of vibration linearisation on the dynamic stability of the aids system in ultrasonic cutting. *Akustika i ultrazvukovaya tekhnika*, 1967, no. 6, pp. 12–19. (In Russ.).
- [51] Brzhozovskiy B.M., Berkenev N.V. *Ultrazvukovye tekhnologicheskie protsessy i oborudovanie v mashino- i priborostroenii* [Ultrasonic technological processes and equipment in machine and instrument engineering]. Saratov, Izd-vo SGTU, 2009. 342 p. (In Russ.).
- [52] Kozochkin M.P., Solis N.V. Research correlation of vibrations at cutting with quality of received surface. *Vestnik RUDN. Ser. Inzhenernye issledovaniya* [RUDN Journal of Engineering Research], 2009, no. 2, pp. 16–23. (In Russ.).
- [53] Zakovorotnyy V.L., Gvindzhiliya V.E. Link between the self-organization of dynamic cutting system and tool wear. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Prikladnaya nelineynaya dinamika* [Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics], 2020, vol. 28, no. 1, pp. 46–61, doi: <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2020-28-1-46-61> (in Russ.).
- [54] Antsev A.V., Dang Kh.Ch. Tool life prediction by vibration measurement during milling. *Izvestiya TulGU. Tekhnicheskie nauki* [News of the Tula State University. Technical Sciences], 2018, no. 7, pp. 3–11. (In Russ.).
- [55] Bochner S. Harald Bohr. *Bull. Amer. Math. Soc.*, 1952, vol. 58, no. 1, pp. 72–75.
- [56] Zakovorotnyy V.L., Gvindzhiliya V.E. The properties of attracting sets of tool deformation displacements in the trajectories of the shape-generating movements in turning. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroenie* [BMSTU Journal of Mechanical Engineering], 2022, no. 3, pp. 15–30, doi: <http://dx.doi.org/10.18698/0536-1044-2022-3-15-30> (in Russ.).
- [57] Khusu A.P., Vitenberg Yu.R., Palmov V.A. *Sherokhovatosti poverkhnostey. Teoretiko-veroyatnostnyy podkhod* [Surface roughness. Theoretical and probabilistic approach]. Moscow, Nauka Publ., 1975. 343 p. (In Russ.).

Статья поступила в редакцию 15.02.2024

## Информация об авторах

**ЗАКОВОРОТНЫЙ Вилор Лаврентьевич** — доктор технических наук, профессор кафедры «Автоматизация производственных процессов». Донской государственный технический университет (344000, Ростов-на-Дону, Российская Федерация, пл. Гагарина, д. 1, e-mail: vzakovorotny@dstu.edu.ru).

**ГВИНДЖИЛИЯ Валерия Енвериевна** — кандидат технических наук, доцент кафедры «Автоматизация производственных процессов». Донской государственный технический университет (344000, Ростов-на-Дону, Российская Федерация, пл. Гагарина, д. 1, e-mail: vvgvindjiliya@donstu.ru).

## Information about the authors

**ZAKOVOROTNY Vilor Lavrentyevich** — Doctor of Science (Eng.), Professor, Department of Automation of Manufacturing Processes. Don State Technical University (344000, Rostov-on-Don, Russian Federation, Gagarina Sq., Bldg. 1, e-mail: vzakovorotny@dstu.edu.ru).

**GVINDJILIYA Valeriya Enverievna** — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Department of Automation of Manufacturing Processes. Don State Technical University (344000, Rostov-on-Don, Russian Federation, Gagarina Sq., Bldg. 1, e-mail: vvgvindjiliya@donstu.ru).

### Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Влияние вибраций на геометрические характеристики детали при продольном точении. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2024, № 9, с. 52–71.

### Please cite this article in English as:

Zakovorotny V.L., Gvindjilia V.E. Influence of the tool vibration on the part surface in longitudinal turning. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2024, no. 9, pp. 52–71.



**Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана  
предлагает читателям учебное пособие**

### **«Расчет и проектирование сетчатых композитных конструкций»**

**Авторы: А.В. Азаров, А.Ф. Разин**

Рассмотрены вопросы, связанные с расчетом и проектированием сетчатых композитных конструкций, применяемых в ракетно-космической технике в качестве отсеков ракет-носителей, адаптеров полезной нагрузки, корпусов космических аппаратов и элементов развертываемых космических антенн.

Для студентов магистратуры, обучающихся по специальностям «Ракетные комплексы и космонавтика» (24.04.01) и «Материаловедение и технологии материалов» (22.04.01) на факультете «Специальное машиностроение» МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Пособие может быть полезно аспирантам, научным работникам инженерам в области разработки и изготовления композитных конструкций.

### **По вопросам приобретения обращайтесь:**

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.

Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;

press@bmstu.ru; <https://press.bmstu.ru>