

УДК 004.896, 621.865.8

# Исследование работы системы расширенный фильтр Калмана — адаптивный цифровой фильтр в качестве фильтра нестационарных сигналов

**П.А. Безмен**

Юго-Западный государственный университет

## Studying the extended Kalman filter — adaptive digital filter system operation as the non-stationary signal filter

**P.A. Bezmen**

South West State University

Обработка нестационарных сигналов различного происхождения в системах управления робототехническими устройствами является актуальной задачей. Применение расширенного фильтра Калмана для работы с нестационарными сигналами, в том числе для их фильтрации, ограничено его точными настройками — моделью наблюдаемой системы и ковариационными матрицами алгоритма фильтра, что в условиях входного быстроменяющегося зашумленного нестационарного сигнала требует адаптивности алгоритма. Для фильтрации нестационарных сигналов предложено использовать систему, которая представляет собой расширенный фильтр Калмана, дополненный с целью компенсации ошибки работы адаптивным цифровым фильтром с алгоритмом адаптации NLMS (Normalized Least Mean Squares) — алгоритмом нормализованных наименьших средних квадратов. Исследование работы такой системы в качестве фильтра нестационарных сигналов показало, что в условиях действия на нестационарный сигнал значительного уровня шума алгоритм системы по сравнению с алгоритмом расширенного фильтра Калмана, имеющим настройки, аналогичные настройкам фильтра в составе системы, обладает наибольшими значениями оценки отношения сигнал/шум результатов фильтрации. Предложенную систему можно использовать в качестве наблюдателя состояния робототехнических устройств, способного работать в условиях нестационарных процессов.

**EDN:** ONANWI, <https://elibrary/onanwi>**Ключевые слова:** нестационарный сигнал, расширенный фильтр Калмана, адаптивный цифровой фильтр, робототехническое устройство

Processing the non-stationary signals of various origin in the robotic device control systems appears to be a relevant task. Introduction of the extended Kalman filter (EKF) in operation with the non-stationary signals, including their filtering, is limited by the EKF precise setting, i.e. by the observed system model and the EKF algorithm covariance matrices. It requires the algorithm adaptivity to the input noisy non-stationary signal changing rapidly. The paper proposes to filter the non-stationary signals using the EKF — adaptive digital filter (ADF) system. The system appears to be an EKF supplemented by the ADF with the NLMS (Normalized Least Mean Squares) adaptation algorithm and is introduced to compensate for the EKF operation error in filtering the non-stationary signals. Studying the EKF-ADF system operation as the non-stationary signal filter showed that with the non-stationary signal exposed to a signifi-

cant noise level the RFK-ATS system algorithm, compared to the RFK algorithm with settings similar to the RFK settings in the RFK-ATS system, has the signal-to-noise ratio highest values for the filtering results. The RFK-ATS system could be introduced in observing the robotic device state, it is able to operate in the non-stationary processes.

EDN: ONANWI, <https://elibrary/onanwi>

**Keywords:** non-stationary signal, extended Kalman filter, adaptive digital filter, robotic device

Различные фильтры Калмана (ФК), применяемые для работы с нелинейными системами, в частности расширенный ФК (РФК) [1], получили широкое распространение в робототехнике. Помимо РФК применяют итерационный РФК [2], РФК второго порядка [3, 4], сигматочечный ФК [5–7], ансамблевый ФК [8, 9], квадратурный ФК [10], кубатурный ФК [11], интерполяционный фильтр с центральными разностями [12, 13] и др.

Во многих алгоритмах фильтрации РФК получил развитие [14–16]. Фильтрацию нестационарных сигналов выполняют с помощью разнообразных адаптивных фильтров, в том числе включающих в себя работу алгоритма ФК [17–19].

Для алгоритмов классических линейных ФК предполагается, что на состояние и наблюдаемые величины некоторой системы, например робототехнического устройства, влияет гауссовый шум. Реальный же шум часто отличается от шума, обладающего плотностью вероятности нормального распределения. Чтобы использовать ФК, необходимо достаточно точно описать модель некоторой наблюдаемой системы. Это является недостатком ФК, применяемых в системах управления мобильными роботами в частично детерминированных средах и условиях нестационарных сигналов [20].

Примерами нестационарных случайных сигналов служат звуки природы и различные биомедицинские сигналы: электромиограмма, электроэнцефалограмма, фонокардиограмма, и виброартрограмма.

В работах [21, 22] в качестве модели сложного нестационарного сигнала рассмотрена суперпозиция множества элементарных нестационарных сигналов, каждый из которых представлял собой произведение огибающей гауссовой формы на некоторую осциллирующую функцию.

В статье [23] предложена математическая модель нестационарного сигнала с частотной модуляцией в виде системы гауссовых пиков, расположенных в произвольные моменты времени.

В трудах [24–26] описана система РФК — адаптивный цифровой фильтр (АЦФ) (далее система РФК–АЦФ). Эта система (рис. 1 и 2) представляет собой РФК, дополненный АЦФ с алгоритмом адаптации NLMS (Normalized Least Mean Squares) — алгоритмом нормализованных наименьших средних квадратов, как эффективно действующим в условиях нестационарного входного сигнала и обладающим оптимальной вычислительной сложностью, для компенсации ошибки работы РФК.

Цель исследования — анализ возможностей системы РФК–АЦФ при использовании в качестве фильтра нестационарных входных сигналов.

Для достижения поставленной цели выполнены оценка и сравнение результатов фильтрации нестационарных сигналов, осуществленной системой РФК–АЦФ, с данными фильтрации аналогичных сигналов, полученными при использовании следующих алгоритмов: РФК, АЦФ с алгоритмом адаптации LMS (Least Mean Squares) — алгоритмом наименьших средних квадратов; АЦФ с алгоритмом адаптации NLMS; последовательной фильтрации сигнала, реализуемой сначала РФК, затем АЦФ с алгоритмом адаптации NLMS.

Результаты фильтрации нестационарных сигналов оценивали и сравнивали при различных уровнях наложенного шума по совокупности четырех критериев: скорости сходимости алгоритмов фильтров, среднеквадратической ошибке, средней абсолютной ошибке и отношению сигнал/шум (ОСШ).

Входными данными РФК системы РФК–АЦФ являлся вектор наблюдений системы  $\mathbf{z}(k)$  в момент времени  $k$ , который содержал значе-

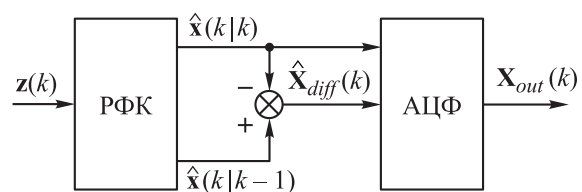


Рис. 1. Блок-схема системы РФК–АЦФ

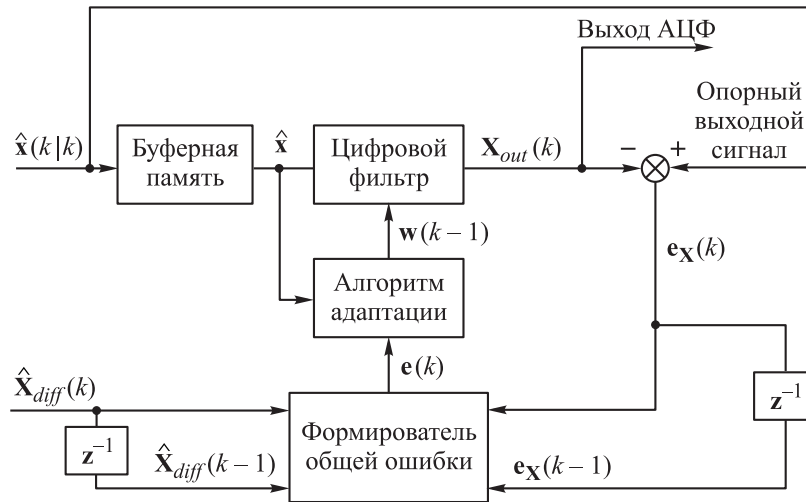


Рис. 2. Блок-схема АЦФ в системе РФК–АЦФ

ние некоторого нестационарного входного сигнала, подлежащего фильтрации (см. рис. 1).

Выходные данные РФК системы РФК–АЦФ:

- $\hat{\mathbf{x}}(k|k-1)$  — вектор априорной оценки РФК состояния системы;
- $\hat{\mathbf{x}}(k|k)$  — вектор переменных апостериорной оценки РФК состояния системы, подлежащих компенсированию ошибки с помощью АЦФ.

Входные данные АЦФ в системе РФК–АЦФ (см. рис. 1):

- $\hat{\mathbf{x}}(k|k)$  — вектор РФК;
- $\mathbf{X}_{diff}(k)$  — вектор разности значений соответствующих элементов векторов  $\hat{\mathbf{x}}(k|k-1)$  и  $\hat{\mathbf{x}}(k|k)$ .

Выходными данными АЦФ и системы РФК–АЦФ являлся вектор скомпенсированных значений оценки состояния системы  $\mathbf{X}_{out}(k)$ , который содержал значение результата фильтрации нестационарного сигнала.

В системе РФК–АЦФ формирователь общей ошибки  $\mathbf{e}(k)$  (см. рис. 2) вычислял ее значение, используя векторы  $\mathbf{X}_{diff}(k-1)$  и  $\mathbf{X}_{diff}(k)$  в моменты времени  $(k-1)$  и  $k$ , а также векторы ошибки АЦФ  $\mathbf{e}_X(k-1)$  и  $\mathbf{e}_X(k)$  в моменты времени  $(k-1)$  и  $k$ .

На рис. 2 блоки  $z^{-1}$  осуществляют единичные задержки на один момент времени  $k$ .

Общую ошибку системы РФК–АЦФ  $\mathbf{e}(k)$  вычисляли с помощью выражения

$$e_i(k) = \frac{1}{4} [f_i X_{diff_i}(k-1) + f_i X_{diff_i}(k) + e_{X_i}(k-1) + e_{X_i}(k)],$$

где  $e_i(k)$  —  $i$ -й элемент вектора  $\mathbf{e}(k)$ ,  $i \in [0, n]$ ;  $f_i$  — коэффициент, позволяющий масштаби-

ровать порядок значений элементов векторов  $\mathbf{X}_{diff}(k-1)$  и  $\mathbf{X}_{diff}(k)$  в соответствии с порядком значений элементов вектора  $\mathbf{e}_{X_i}$  [25].

**Методика исследования.** Для исследования возможностей системы РФК–АЦФ как цифрового фильтра нестационарных сигналов проводили вычислительный эксперимент, в ходе которого выполняли сравнительный анализ результатов работы алгоритмов цифровых фильтров:

- РФК;
- АЦФ с алгоритмом адаптации LMS;
- АЦФ с алгоритмом адаптации NLMS;
- последовательной фильтрации сигнала, осуществляемой сначала РФК, затем — АЦФ с алгоритмом адаптации NLMS;
- системы РФК–АЦФ с алгоритмом адаптации NLMS.

Входными сигналами рассматриваемых фильтров являлись незашумленные (исходные) сигналы (рис. 3) и с наложенным шумом:

- косинусоидальный сигнал с переменной (логарифмически возрастающей) частотой 1...100 Гц и амплитудой 1,0 исходного сигнала — нестационарный по частоте (далее сигнал формы 1);

- косинусоидальный сигнал с частотой 100 Гц и переменной (логарифмически возрастающей) амплитудой 0,1...1,0 исходного сигнала — нестационарный по амплитуде (далее сигнал формы 2);

- косинусоидальный сигнал с переменными (логарифмически возрастающей) частотой 1...100 Гц и (логарифмически возрастающей) амплитудой 0,1...1,0 исходного сигнала — не-

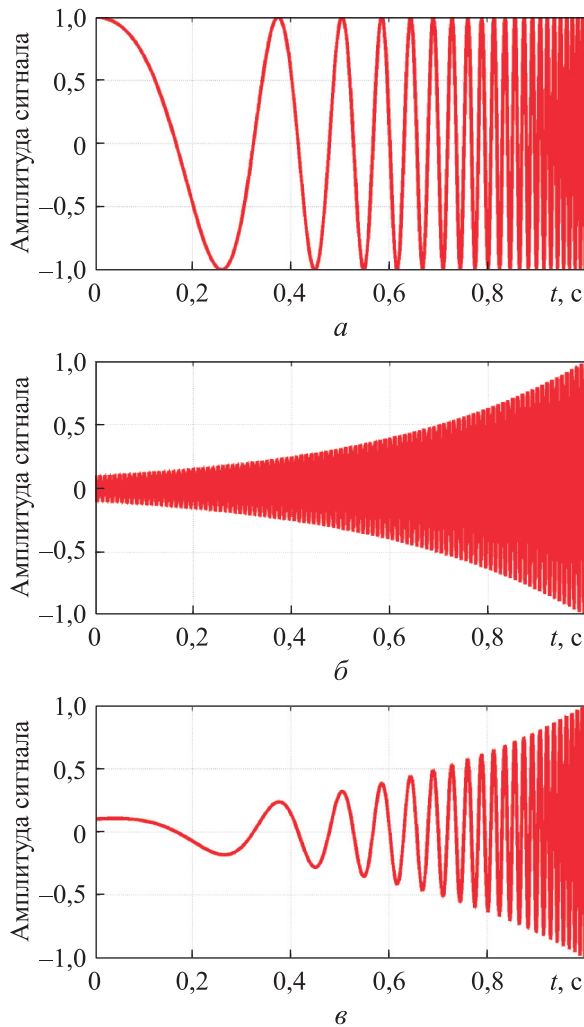


Рис. 3. Нестационарные сигналы первой (а), второй (б) и третьей (в) форм

стационарный по частоте и амплитуде (далее сигнал формы 3).

Косинусоидальные сигналы использовали в качестве входных для фильтров исходя из относительной простоты их реализации по сравнению с нестационарными сигналами, встречающимися в природе.

Каждый из сигналов подавали на входы рассматриваемых фильтров без шума и с наложенным шумом равномерно распределенными случайными величинами, имеющими разные максимальные значения. Последние представляли собой уровни, выраженные в процентах относительно максимальной амплитуды исходного сигнала (максимальные абсолютные значения исходных нестационарных сигналов равны единице, см. рис. 3): 10 % — дисперсия  $\sigma^2 \approx 0,0033$ , диапазон величин  $-0,1 \dots 0,1$ ; 30 % —  $\sigma^2 = 0,03$ , диапазон величин  $-0,3 \dots 0,3$ ; 50 % —  $\sigma^2 \approx 0,0833$ , диапазон величин  $-0,5 \dots 0,5$ .

Вычислительные эксперименты выполняли с использованием 80-битных переменных для хранения чисел с плавающей запятой. Работу фильтров моделировали с помощью набора библиотек программ «РФК-АЦФ-АРС» реализации системы управления состоянием объекта [27] при постоянном шаге (интервале) времени  $t = 10^{-4}$  с в течение периода времени  $T = 1,0$ .

Для получения результатов фильтрации РФК применяли фильтр с максимальным числом переменных состояния  $n = 2$  и переменных наблюдений  $m = 2$ , используя матрицу коэффициентов динамики/эволюции системы  $J_{fx}$  размером  $n \times n$  и матрицу коэффициентов наблюдений/выхода системы  $J_{hx}$  размером  $m \times n$  [28]. То есть фильтруемый (входной) сигнал являлся элементом  $z_1$  вектора наблюдений  $\mathbf{z}$ , а отфильтрованный (выходной) сигнал — элементом  $x_1$  вектора состояния  $\mathbf{x}$ :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$J_{fx} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad J_{hx} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Влияние управляющих воздействий РФК на систему не рассматривали.

Для РФК задавали ковариационные матрицы шума процесса  $\mathbf{Q}$  и шума измерения  $\mathbf{R}$ , определяемые выражениями

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 \\ 0 & 0,1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0,25 & 0 \\ 0 & 0,25 \end{bmatrix}.$$

Значения элементов матриц  $\mathbf{Q}$  и  $\mathbf{R}$  устанавливали так, чтобы РФК минимально искажал фильтруемый сигнал (табл. 1). Кроме алгоритма РФК матрицы  $\mathbf{Q}$  и  $\mathbf{R}$  применяли в алгоритме последовательной фильтрации сигнала РФК и АЦФ с алгоритмом NLMS, и в работе алгоритма РФК, входящего в состав системы РФК-АЦФ.

В табл. 1 приведены данные о влиянии ковариационных матриц  $\mathbf{Q}$  и  $\mathbf{R}$  на значения среднего арифметического ОСШ результатов фильтрации нестационарных сигналов РФК. Матрицы  $\mathbf{Q}$  и  $\mathbf{R}$  являются скалярными с ненулевыми элементами, равными 0,1 и 0,0001...0,2500, соответственно.

Для АЦФ с алгоритмами LMS и NLMS число ячеек основного раздела буферной памяти  $N$  [25] принимали равным 10, ячейки дополнительного раздела буферной памяти не использовали.

Таблица 1

## Значения среднего арифметического ОСШ результатов фильтрации нестационарных сигналов РФК

| Форма сигнала | Уровень шума, % | Среднее арифметическое ОСШ, дБ, для матрицы R |                   |                   |                |               |                |
|---------------|-----------------|---|-------------------|-------------------|----------------|---------------|----------------|
|               |                 | $10^{-4} \cdot 1$                             | $10^{-3} \cdot 1$ | $10^{-2} \cdot 1$ | $0,09 \cdot 1$ | $0,1 \cdot 1$ | $0,25 \cdot 1$ |
| 1             | 0               | 104,575                                       | 84,594            | 65,223            | 49,263         | 48,598        | 43,114         |
| 2             | 0               | 79,171  | 59,247            | 39,940            | 24,177         | 23,463        | 17,964         |
| 3             | 0               | 106,014                                       | 85,863            | 66,187            | 49,865         | 49,182        | 43,599         |
| 1             | 10              | 22,888  | 22,984            | 23,614            | 26,510         | 26,686        | 28,237         |
| 2             | 10              | 7,810   | 7,882             | 8,535             | 11,273         | 11,434        | 12,432         |
| 3             | 10              | 12,848  | 12,940            | 13,641            | 16,457         | 16,613        | 18,440         |
| 1             | 30              | 13,345  | 13,438            | 14,081            | 17,049         | 17,264        | 19,267         |
| 2             | 30              | -1,732  | -1,651            | -0,998            | 1,949          | 2,174         | 4,161          |
| 3             | 30              | 3,305   | 3,396             | 4,110             | 6,971          | 7,176         | 9,266          |
| 1             | 50              | 8,907   | 9,001             | 9,641             | 12,571         | 12,799        | 14,883         |
| 2             | 50              | -6,170  | -6,083            | -5,426            | -2,470         | -2,267        | -0,184         |
| 3             | 50              | -1,132  | -1,040            | -0,334            | 2,559          | 2,724         | 4,825          |

Шаг сходимости [25] алгоритмов адаптации LMS и NLMS адаптивных цифровых фильтров определяли как

$$\mu = \frac{1}{1000(N + M)},$$

где  $M$  — объем (число ячеек) дополнительного раздела буферной памяти АЦФ.

Вектор весовых коэффициентов АЦФ с алгоритмом адаптации NLMS в момент времени  $k$  вычисляли по выражению

$$\mathbf{w}(k) = \mathbf{w}(k-1) + \frac{2\mu}{\mathbf{x}^T(k)\mathbf{x}(k) + \varepsilon} \mathbf{e}(k)\mathbf{x}(k),$$

где  $\mathbf{w}(k-1)$  — вектор весовых коэффициентов в момент времени  $(k-1)$ ;  $\mathbf{x}(k)$  — вектор кадров входного сигнала в момент времени  $k$ ;  $\varepsilon = 0,2$  [25].

Моделирование работы последовательной фильтрации сигнала РФК и АЦФ с алгоритмом NLMS, а также АЦФ системы РФК–АЦФ выполняли при указанных параметрах алгоритма адаптации NLMS. Для оценки результата фильтрации сигнала использовали среднеквадратическую ошибку (MSE), среднюю абсолютную ошибку (MAE) и ОСШ.

**Результаты и их обсуждение.** Сравнение ОСШ результатов работы рассмотренных фильтров с зашумленными сигналами с уровнем шума 50 % амплитуды исходного сигнала приведены на

рис. 4, а–в. Для значений величин данных графиков оценок применяли сглаживание методом скользящего среднего в среде MATLAB функцией *smooth* с параметром *span* = 0,5.

Значения среднего арифметического MSE, MAE и ОСШ результатов фильтрации нестационарных сигналов цифровыми фильтрами, приведены в табл. 2–4. Здесь введены следующие обозначения алгоритмов: LMS — АЦФ с алгоритмом адаптации LMS; NLMS — АЦФ с алгоритмом адаптации NLMS; РФК→NLMS — последовательной фильтрации сигнала; РФК + NLMS — системы РФК–АЦФ с алгоритмом адаптации NL.

Для АЦФ с алгоритмом адаптации LMS входные сигналы с большими амплитудами являются нежелательными из-за возможного переполнения памяти, отводимой для хранения переменных алгоритма. Исключение такой возможности налагает особые требования к бортовому вычислителю робототехнического устройства и организации его оперативной памяти.

При фильтрации нестационарных сигналов с помощью АЦФ (в том числе в составе системы РФК–АЦФ) требуется минимальное, но достаточное для выполнения эффективной фильтрации сигнала, количество ячеек основного раздела буферной памяти АЦФ, а также отсутствие ячеек дополнительного раздела буферной памяти.

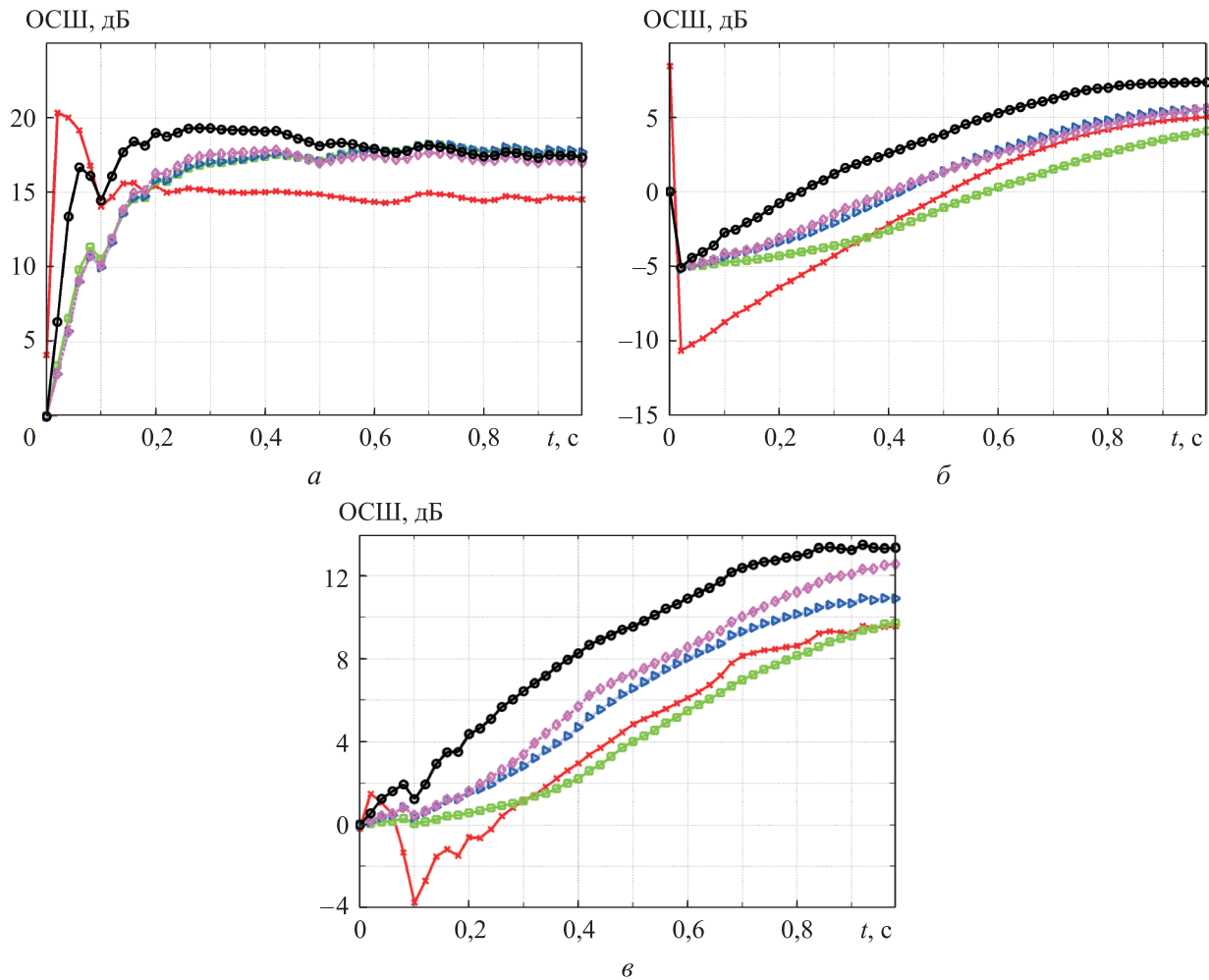


Рис. 4. Зависимости ОСШ результатов работы различных фильтров при обработке нестационарных сигналов первой (а), второй (б) и третьей (в) форм с максимальным уровнем шума 50 % амплитуды исходного сигнала от времени  $t$ :

— RPK; — LMS; — NLMS; — RPK→NLMS; — RPK + NLMS

Для фильтрации нестационарных сигналов системой РФК–АЦФ очень важной является работа входящего в ее состав АЦФ с алгоритмом адаптации NLMS. РФК системы РФК–АЦФ должен быть настроен так, чтобы минимизировать искажения фильтруемого системой сигнала. Чем неоптимальнее настройки (значения элементов ковариационных матриц  $\mathbf{Q}$  и  $\mathbf{R}$ ) РФК системы РФК–АЦФ, т. е. чем хуже РФК выполняет фильтрацию конкретного сигнала, тем больший объем памяти (большее количество ячеек основного раздела буферной памяти) должен использовать АЦФ. При неоптимальной настройке работы РФК позволяет компенсировать ошибку, вызванную этой настройкой.

При использовании системой РФК–АЦФ собственного результата фильтрации сигнала в качестве априорной оценки состояния РФК наблюдается снижение скорости адаптации си-

стемы к входному сигналу. Это приводит к искажению быстроменяющегося нестационарного сигнала в ходе его фильтрации.

Среди рассмотренных алгоритмов цифровых фильтров для нестационарных сигналов первой–третьей форм алгоритм РФК обладает самой высокой скоростью сходимости. При значительном уровне шума, действующего на входной сигнал (шум с максимальным уровнем 50 % максимальной амплитуды исходного сигнала), РФК демонстрирует низкое качество подавления помехи.

Алгоритмы LMS, NLMS и РФК→NLMS имеют приблизительно равную и самую низкую скорость сходимости при работе с нестационарным сигналом формы 1.

У алгоритма РФК+NLMS скорость сходимости меньше, чем у алгоритма РФК, но больше, чем у алгоритмов LMS, NLMS и РФК→NLMS.



Таблица 2

**Значения среднего арифметического MSE результатов обработки нестационарных сигналов цифровыми фильтрами**

| Форма сигнала | Уровень шума, % | Среднее арифметическое MSE для фильтров |       |       |          |          |
|---------------|-----------------|---|-------|-------|----------|----------|
|               |                 | РФК                                     | LMS   | NLMS  | РФК→NLMS | РФК+NLMS |
| 1             | 0               | 0,0003                                  | 0,029 | 0,032 | 0,034    | 0,019    |
| 2             | 0               | 0,0005                                  | 0,031 | 0,013 | 0,016    | 0,012    |
| 3             | 0               | 0,0002                                  | 0,027 | 0,009 | 0,010    | 0,006    |
| 1             | 10              | 0,0010                                  | 0,029 | 0,032 | 0,035    | 0,018    |
| 2             | 10              | 0,0010                                  | 0,030 | 0,013 | 0,016    | 0,011    |
| 3             | 10              | 0,0010                                  | 0,027 | 0,009 | 0,010    | 0,006    |
| 1             | 30              | 0,0090                                  | 0,032 | 0,035 | 0,037    | 0,021    |
| 2             | 30              | 0,0090                                  | 0,029 | 0,013 | 0,016    | 0,010    |
| 3             | 30              | 0,0090                                  | 0,026 | 0,010 | 0,011    | 0,006    |
| 1             | 50              | 0,0250                                  | 0,036 | 0,039 | 0,041    | 0,026    |
| 2             | 50              | 0,0250                                  | 0,027 | 0,017 | 0,016    | 0,011    |
| 3             | 50              | 0,0250                                  | 0,025 | 0,016 | 0,012    | 0,009    |

Таблица 3

**Значения среднего арифметического MAE результатов фильтрации нестационарных сигналов цифровыми фильтрами**

| Форма сигнала | Уровень шума, % | Среднее арифметическое MAE для фильтров |       |       |          |          |
|---------------|-----------------|---|-------|-------|----------|----------|
|               |                 | РФК                                     | LMS   | NLMS  | РФК→NLMS | РФК+NLMS |
| 1             | 0               | 0,010                                   | 0,092 | 0,092 | 0,101    | 0,072    |
| 2             | 0               | 0,018                                   | 0,152 | 0,100 | 0,112    | 0,093    |
| 3             | 0               | 0,006                                   | 0,143 | 0,082 | 0,087    | 0,061    |
| 1             | 10              | 0,029                                   | 0,093 | 0,094 | 0,103    | 0,072    |
| 2             | 10              | 0,032                                   | 0,151 | 0,100 | 0,111    | 0,090    |
| 3             | 10              | 0,028                                   | 0,143 | 0,083 | 0,088    | 0,062    |
| 1             | 30              | 0,080                                   | 0,105 | 0,107 | 0,113    | 0,087    |
| 2             | 30              | 0,080                                   | 0,146 | 0,100 | 0,109    | 0,083    |
| 3             | 30              | 0,080                                   | 0,139 | 0,090 | 0,090    | 0,065    |
| 1             | 50              | 0,132                                   | 0,124 | 0,127 | 0,129    | 0,106    |
| 2             | 50              | 0,132                                   | 0,140 | 0,108 | 0,107    | 0,086    |
| 3             | 50              | 0,132                                   | 0,134 | 0,105 | 0,094    | 0,078    |

На результат фильтрации сигналов, выполняемой РФК (в том числе в составе системы РФК–АЦФ), оказывают влияние не только матрица динамики/эволюции системы  $J_{fx}$  и матрица наблюдений/выхода системы  $J_{hx}$ , но и ковариационные матрицы шума  $Q$  и  $R$ .

Анализ результатов обработки фильтрами нестационарных сигналов первой–третьей форм показал, что максимальными значениями среднего арифметического ОСШ результатов фильтрации обладают следующие алгоритмы (см. табл. 4):

Таблица 4

**Значения среднего арифметического ОСШ результатов фильтрации нестационарных сигналов цифровыми фильтрами**

| Форма сигнала | Уровень шума, % | Среднее арифметическое ОСШ для фильтров |        |        |          |          |
|---------------|-----------------|---|--------|--------|----------|----------|
|               |                 | РФК                                     | LMS    | NLMS   | РФК→NLMS | РФК+NLMS |
| 1             | 0               | 43,117                                  | 21,618 | 22,411 | 21,085   | 25,268   |
| 2             | 0               | 17,964                                  | -1,804 | 1,373  | 0,570    | 2,347    |
| 3             | 0               | 43,602                                  | 3,388  | 8,095  | 7,614    | 11,800   |
| 1             | 10              | 28,239                                  | 21,521 | 22,087 | 21,008   | 24,361   |
| 2             | 10              | 12,432                                  | -1,734 | 1,447  | 0,605    | 2,508    |
| 3             | 10              | 18,440                                  | 3,419  | 8,125  | 7,678    | 11,826   |
| 1             | 30              | 19,268                                  | 19,275 | 19,392 | 19,041   | 20,674   |
| 2             | 30              | 4,161                                   | -1,503 | 1,651  | 0,866    | 3,591    |
| 3             | 30              | 9,265                                   | 3,733  | 7,534  | 7,482    | 11,025   |
| 1             | 50              | 14,884                                  | 17,079 | 17,070 | 16,953   | 18,096   |
| 2             | 50              | -0,185                                  | -1,062 | 1,375  | 1,349    | 3,839    |
| 3             | 50              | 4,824                                   | 3,999  | 6,559  | 7,248    | 9,519    |

- РФК при отсутствии наложенного на сигнал шума;

- РФК при наложенном на сигнал белом шуме с максимальным уровнем 10 % амплитуды входного сигнала;

- РФК и РФК+NLMS при наложенном на сигнал белом шуме с максимальным уровнем 30 % амплитуды входного сигнала;

- РФК+NLMS при наложенном на сигнал белом шуме с максимальным уровнем 50 % амплитуды входного сигнала.

## Выводы

1. Преимуществами системы РФК–АЦФ перед другими рассмотренными фильтрами для обработки нестационарных сигналов являются

значительная скорость сходимости алгоритма системы (большей скоростью сходимости обладает только алгоритм РФК), высокое качество подавления помехи при высоком уровне наложенного на нестационарный сигнал шума. Сочетание в этой системе РФК и АЦФ делает возможным компенсацию ошибки работы РФК с целью повышения точности оценивания нестационарных процессов. Расширенный фильтр Калмана, входящий в состав системы РФК–АЦФ, позволяет использовать ее нелинейную модель, что важно при работе с нелинейными системами.

2. Систему РФК–АЦФ можно использовать в качестве наблюдателя состояния робототехнических устройств, способного работать в условиях нестационарных процессов.

## Литература

- [1] Schmidt S.F. Application of state-space methods to navigation problems. *Advances in Control Systems*, 1966, vol. 3, pp. 293–340, doi: <https://doi.org/10.1016/B978-1-4831-6716-9.50011-4>
- [2] Wishner R.P., Tabaczynski J.A., Athans M.A. A comparison of three non-linear filters. *Automatica*, 1969, vol. 5, no. 4, pp. 487–496, doi: [https://doi.org/10.1016/0005-1098\(69\)90110-1](https://doi.org/10.1016/0005-1098(69)90110-1)
- [3] Bass R.W., Norum V.D., Swartz L. Optimal multichannel nonlinear filtering. *J. Math. Anal. Appl.*, 1966, vol. 16, no. 1, pp. 152–164, doi: [https://doi.org/10.1016/0022-247X\(66\)90193-4](https://doi.org/10.1016/0022-247X(66)90193-4)
- [4] Jazwinski A.H. Filtering for nonlinear dynamical systems. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1966, vol. 11, no. 4, pp. 765–766, doi: <https://doi.org/10.1109/TAC.1966.1098431>
- [5] Julier S.J., Uhlmann J.K., Durrant-Whyte H. A new approach for filtering nonlinear systems. *Proc. ACC*, 1995, vol. 3, pp. 1628–1632, doi: <https://doi.org/10.1109/ACC.1995.529783>



- [6] Julier S.J., Uhlmann J.K. A new extension of the Kalman filter to nonlinear systems. *Proc. SPIE*, 1997, vol. 3068, pp. 182–193, doi: <https://doi.org/10.1117/12.280797>
- [7] Julier S., Uhlmann J., Durrant-Whyte H. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators. *IEEE Trans. Autom. Control*, 2000, vol. 45, no. 3, pp. 477–482, doi: <https://doi.org/10.1109/9.847726>
- [8] Evensen G. Sequential data assimilation with a nonlinear quasi-geostrophic model using Monte Carlo methods to forecast error statistics. *J. Geophys. Res.*, 1994, vol. 99, no. C5, pp. 10143–10162, doi: <https://doi.org/10.1029/94JC00572>
- [9] Evensen G. The Ensemble Kalman Filter: theoretical formulation and practical implementation. *Ocean Dynamics*, 2003, vol. 53, no. 4, pp. 343–367, doi: <https://doi.org/10.1007/s10236-003-0036-9>
- [10] Arasaratnam I., Haykin S., Elliott R.J. Discrete-time nonlinear filtering algorithms using Gauss — Hermite quadrature. *Proc. IEEE*, 2007, vol. 95, no. 5, pp. 953–977, doi: <https://doi.org/10.1109/JPROC.2007.894705>
- [11] Arasaratnam I., Haykin S. Cubature Kalman filters. *IEEE Trans. Autom. Control*, 2009, vol. 54, no. 6, pp. 1254–1269, doi: <https://doi.org/10.1109/TAC.2009.2019800>
- [12] Nørgaard M., Poulsen N.K., Ravn O. New developments in state estimation for nonlinear systems. *Automatica*, 2000, vol. 36, no. 11, pp. 1627–1638, doi: [https://doi.org/10.1016/S0005-1098\(00\)00089-3](https://doi.org/10.1016/S0005-1098(00)00089-3)
- [13] Ito K., Xiong K. Gaussian filters for nonlinear filtering problems. *IEEE Trans. Autom. Control*, 2000, vol. 45, no. 5, pp. 910–927, doi: <https://doi.org/10.1109/9.855552>
- [14] Khodarahmi M., Maihami V. A review on Kalman filter models. *Arch. Computat. Methods Eng.*, 2023, vol. 30, no. 1, pp. 727–747, doi: <https://doi.org/10.1007/s11831-022-09815-7>
- [15] Madhukar P.S., Madhukar S. Kalman Filters in different biomedical signals-an overview. *ICOSEC*, 2020, pp. 1268–1272, doi: <https://doi.org/10.1109/ICOSEC49089.2020.9215335>
- [16] Kumari N., Kulkarni R., Ahmed M.R. et al. Use of Kalman filter and its variants in state estimation: a review. In: *Artificial intelligence for a sustainable industry 4.0*. Springer, 2021, pp. 213–230, doi: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-77070-9\\_13](https://doi.org/10.1007/978-3-030-77070-9_13)
- [17] Шильман С.В. Адаптивные фильтры Калмана. *Доклады АН*, 1994, т. 338, № 6, с. 742–744.
- [18] Liu S. An adaptive Kalman filter for dynamic estimation of harmonic signals. *Proc. 8th Int. Conf. on Harmonics and Quality of Power*, 1998, vol. 2, pp. 636–640, doi: <https://doi.org/10.1109/ICHQP.1998.760120>
- [19] Kovač U., Košir A. Fast estimation of the non-stationary amplitude of a harmonically distorted signal using a Kalman filter. *Metrol. Meas. Syst.*, 2013, vol. 20, no. 1, pp. 27–42.
- [20] Бендат Дж.С., Пирсол А.Г. *Измерение и анализ случайных процессов*. Москва, Мир, 1971. 408 с.
- [21] Божокин С.В., Лыков С.Н. Непрерывное вейвлет-преобразование. *Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки*, 2012, № 1, с. 146–151.
- [22] Божокин С.В. Непрерывное вейвлет-преобразование и точно решаемая модель нестационарных сигналов. *Журнал технической физики*, 2012, т. 82, № 7, с. 8–13.
- [23] Божокин С.В., Сулова И.М. Повторное вейвлет-преобразование нестационарного сигнала с частотной модуляцией. *Журнал технической физики*, 2013, т. 83, № 12, с. 26–32.
- [24] Безмен П.А. Расширенный фильтр Калмана, дополненный адаптивным цифровым фильтром, для комплексирования данных системы управления мобильным роботом. *Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии*, 2020, № 2, с. 85–94, doi: <https://doi.org/10.33979/2073-7408-2020-340-2-85-94>
- [25] Безмен П.А. Исследование работы расширенного фильтра Калмана, дополненного адаптивным цифровым фильтром, для комплексирования данных системы управления мобильным роботом. *Известия Юго-Западного государственного университета*, 2020, т. 24, № 1, с. 68–89, doi: <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2020-24-1-68-89>
- [26] Безмен П.А. *Цифровой фильтр для нестационарных сигналов*. Патент РФ 2747199. Заявл. 05.07.2020, опубл. 29.04.2021.
- [27] Безмен П.А. *Набор библиотек «РФК-АЦФ-АРС» реализации системы управления состоянием объекта*. Свид. о гос. рег. прог. для ЭВМ 2022663792 РФ. Заявл. 01.07.2022, опубл. 20.07.2022.

- [28] Безмен П.А. Комплексование данных системы управления мобильным роботом с использованием расширенного фильтра Калмана. *Известия Юго-Западного государственного университета*, 2019, т. 23, № 2, с. 53–64, doi: <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2019-23-2-53-64>

## References

- [1] Schmidt S.F. Application of state-space methods to navigation problems. *Advances in Control Systems*, 1966, vol. 3, pp. 293–340, doi: <https://doi.org/10.1016/B978-1-4831-6716-9.50011-4>
- [2] Wishner R.P., Tabaczynski J.A., Athans M.A. A comparison of three non-linear filters. *Automatica*, 1969, vol. 5, no. 4, pp. 487–496, doi: [https://doi.org/10.1016/0005-1098\(69\)90110-1](https://doi.org/10.1016/0005-1098(69)90110-1)
- [3] Bass R.W., Norum V.D., Swartz L. Optimal multichannel nonlinear filtering. *J. Math. Anal. Appl.*, 1966, vol. 16, no. 1, pp. 152–164, doi: [https://doi.org/10.1016/0022-247X\(66\)90193-4](https://doi.org/10.1016/0022-247X(66)90193-4)
- [4] Jazwinski A.H. Filtering for nonlinear dynamical systems. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1966, vol. 11, no. 4, pp. 765–766, doi: <https://doi.org/10.1109/TAC.1966.1098431>
- [5] Julier S.J., Uhlmann J.K., Durrant-Whyte H. A new approach for filtering nonlinear systems. *Proc. ACC*, 1995, vol. 3, pp. 1628–1632, doi: <https://doi.org/10.1109/ACC.1995.529783>
- [6] Julier S.J., Uhlmann J.K. A new extension of the Kalman filter to nonlinear systems. *Proc. SPIE*, 1997, vol. 3068, pp. 182–193, doi: <https://doi.org/10.1117/12.280797>
- [7] Julier S., Uhlmann J., Durrant-Whyte H. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators. *IEEE Trans. Autom. Control*, 2000, vol. 45, no. 3, pp. 477–482, doi: <https://doi.org/10.1109/9.847726>
- [8] Evensen G. Sequential data assimilation with a nonlinear quasi-geostrophic model using Monte Carlo methods to forecast error statistics. *J. Geophys. Res.*, 1994, vol. 99, no. C5, pp. 10143–10162, doi: <https://doi.org/10.1029/94JC00572>
- [9] Evensen G. The Ensemble Kalman Filter: theoretical formulation and practical implementation. *Ocean Dynamics*, 2003, vol. 53, no. 4, pp. 343–367, doi: <https://doi.org/10.1007/s10236-003-0036-9>
- [10] Arasaratnam I., Haykin S., Elliott R.J. Discrete-time nonlinear filtering algorithms using Gauss — Hermite quadrature. *Proc. IEEE*, 2007, vol. 95, no. 5, pp. 953–977, doi: <https://doi.org/10.1109/JPROC.2007.894705>
- [11] Arasaratnam I., Haykin S. Cubature Kalman filters. *IEEE Trans. Autom. Control*, 2009, vol. 54, no. 6, pp. 1254–1269, doi: <https://doi.org/10.1109/TAC.2009.2019800>
- [12] Nørgaard M., Poulsen N.K., Ravn O. New developments in state estimation for nonlinear systems. *Automatica*, 2000, vol. 36, no. 11, pp. 1627–1638, doi: [https://doi.org/10.1016/S0005-1098\(00\)00089-3](https://doi.org/10.1016/S0005-1098(00)00089-3)
- [13] Ito K., Xiong K. Gaussian filters for nonlinear filtering problems. *IEEE Trans. Autom. Control*, 2000, vol. 45, no. 5, pp. 910–927, doi: <https://doi.org/10.1109/9.855552>
- [14] Khodarahmi M., Maihami V. A review on Kalman filter models. *Arch. Computat. Methods Eng.*, 2023, vol. 30, no. 1, pp. 727–747, doi: <https://doi.org/10.1007/s11831-022-09815-7>
- [15] Madhukar P.S., Madhukar S. Kalman Filters in different biomedical signals-an overview. *ICOSEC*, 2020, pp. 1268–1272, doi: <https://doi.org/10.1109/ICOSEC49089.2020.9215335>
- [16] Kumari N., Kulkarni R., Ahmed M.R. et al. Use of Kalman filter and its variants in state estimation: a review. In: *Artificial intelligence for a sustainable industry 4.0*. Springer, 2021, pp. 213–230, doi: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-77070-9\\_13](https://doi.org/10.1007/978-3-030-77070-9_13)
- [17] Shilman S.V. Adaptive Kalman filters. *Doklady AN*, 1994, vol. 338, no. 6, pp. 742–744. (In Russ.). (Eng. version: *Dokl. Math.*, 1994, vol. 39, no. 10, pp. 687–689.)
- [18] Liu S. An adaptive Kalman filter for dynamic estimation of harmonic signals. *Proc. 8th Int. Conf. on Harmonics and Quality of Power*, 1998, vol. 2, pp. 636–640, doi: <https://doi.org/10.1109/ICHQP.1998.760120>
- [19] Kovač U., Košir A. Fast estimation of the non-stationary amplitude of a harmonically distorted signal using a Kalman filter. *Metrol. Meas. Syst.*, 2013, vol. 20, no. 1, pp. 27–42.
- [20] Bendat J.S., Piersol A.G. *Measurement and analysis of random data*. New York, Wiley, 1966. 414 p. (Russ. ed.: *Izmerenie i analiz sluchaynykh protsessov*. Moscow, Mir Publ., 1971. 408 p.)

- [21] Bozhokin S.V., Lykov S.N. Continuous wavelet transformation. *Nauchno-tehnicheskie ведомosti SPbGPU. Fiziko-matematicheskie nauki* [St. Petersburg Polytechnic University Journal-Physics and Mathematics], 2012, no. 1, pp. 146–151. (In Russ.).
- [22] Bozhokin S.V. Continuous wavelet transform and exactly solvable model of nonstationary signals. *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki*, 2012, vol. 82, no. 7, pp. 8–13. (In Russ.). (Eng. version: *Tech. Phys.*, 2012, vol. 57, no. 7, pp. 900–906, doi: <https://doi.org/10.1134/S1063784212070067>)
- [23] Bozhokin S.V., Suslova I.M. Double wavelet transform of frequency-modulated nonstationary signal. *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki*, 2013, vol. 83, no. 12, pp. 26–32. (In Russ.). (Eng. version: *Tech. Phys.*, 2013, vol. 58, no. 12, pp. 1730–1736, doi: <https://doi.org/10.1134/S1063784213120074>)
- [24] Bezmen P.A. The extended Kalman filter augmented by an adaptive digital filter for data fusion of a mobile robot control system. *Fundamentalnye i prikladnye problemy tekhniki i tekhnologii* [Fundamental and Applied Problems of Engineering and Technology], 2020, no. 2, pp. 85–94, doi: <https://doi.org/10.33979/2073-7408-2020-340-2-85-94> (in Russ.).
- [25] Bezmen P.A. Investigation of the operation of the extended kalman filter supplemented by an adaptive digital filter for integrating data from a mobile robot control system. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta* [Proceedings of the Southwest State University], 2020, vol. 24, no. 1, pp. 68–89, doi: <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2020-24-1-68-89> (in Russ.).
- [26] Bezmen P.A. *Tsifrovoy filtr dlya nestatsionarnykh signalov* [Digital filter for non-stationary signals]. Patent RU 2747199. Appl. 05.07.2020, publ. 29.04.2021. (In Russ.).
- [27] Bezmen P.A. *Nabor bibliotek «RFK-ATsF-ARS» realizatsii sistemy upravleniya sostoyaniem obekta* [Set of "RFK-ACF-ARS" libraries for implementation of the object state control system]. Software reg. certificate 2022663792 RF. Appl. 01.07.2022, publ. 20.07.2022. (In Russ.).
- [28] Bezmen P.A. Integration of mobile robot control system data using the extended Kalman filter. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta* [Proceedings of the Southwest State University], 2019, vol. 23, no. 2, pp. 53–64, doi: <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2019-23-2-53-64> (in Russ.).

Статья поступила в редакцию 24.01.2024

## Информация об авторе

**БЕЗМЕН Петр Анатольевич** — кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Механика, мехатроника и робототехника». Юго-Западный государственный университет (305040, Курск, Российская Федерация, ул. 50 лет Октября, д. 94, e-mail: [pbezmen@yahoo.com](mailto:pbezmen@yahoo.com)).

## Information about the author

**BEZMEN Petr Anatolievich** — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Mechanics, Mechatronics and Robotics. South West State University (305040, Kursk, Russian Federation, 50 let Okt'yabrya street, Bldg. 94, e-mail: [pbezmen@yahoo.com](mailto:pbezmen@yahoo.com)).

### Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Безмен П.А. Исследование работы системы расширенный фильтр Калмана — адаптивный цифровой фильтр в качестве фильтра нестационарных сигналов. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2024, № 10, с. 9–19.

### Please cite this article in English as:

Bezmen P.A. Studying the extended Kalman filter — adaptive digital filter system operation as the non-stationary signal filter. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2024, no. 10, pp. 9–19.