

УДК 629.7.023:539.3

Нелинейное деформирование и устойчивость композитной некруговой цилиндрической оболочки при кручении

Л.П. Железнов

ФАУ «Сибирский научно-исследовательский институт авиации имени С.А. Чаплыгина»

Nonlinear deformation and stability of a composite non-circular cylindrical shell exposed to torsion

L.P. Zheleznov

Chaplygin Siberian Scientific Research Institute of Aviation (SibNIA)

Решена задача устойчивости некруговых цилиндрических оболочек, выполненных из полимерного композиционного материала, с учетом моментности и нелинейности их докритического напряженно-деформированного состояния. Геометрически нелинейная задача устойчивости решена методами конечных элементов и линеаризации Ньютона — Канторовича. Критические нагрузки определены в процессе решения нелинейной задачи с помощью критерия Сильвестра. Использованы разработанные на основе гипотезы Тимошенко конечные элементы композитных цилиндрических оболочек естественной кривизны, в аппроксимации перемещений которых в явном виде выделены их жесткие перемещения, что существенно влияет на сходимость решения. Исследована устойчивость овальной консольно-закрепленной цилиндрической оболочки, выполненной из полимерного композиционного материала, при кручении. Выяснено влияние способа укладки монослоев, нелинейности деформирования и параметра овальности на критические нагрузки потери устойчивости оболочки и весовую эффективность композитных оболочек.

EDN: IZYTQV, <https://elibrary/izytqv>

Ключевые слова: некруговая цилиндрическая оболочка, полимерные композиционные материалы, нелинейное деформирование, устойчивость оболочки, кручение, весовая эффективность

The paper solves the problem of stability of the non-circular cylindrical shells made of the composite material taking into account the moment and nonlinearity of their subcritical stress-strain state. The geometrically nonlinear stability problem is solved using the finite element methods and the Newton-Kantorovich linearization. Critical loads are determined in the process of solving the nonlinear problem using the Sylvester criterion. The paper uses finite elements of the composite cylindrical shells with natural curvature developed on the basis of the Timoshenko hypothesis. Their displacements approximation explicitly identifies the rigid displacements thereof, which significantly affects the solution convergence. The paper studies stability of an oval cantilever-fixed cylindrical shell made of a polymer composite material exposed to torsion. It identifies the influence of monolayer laying methods, deformation nonlinearity and out-of-roundness parameter on the critical loads in the shell stability loss and weight efficiency of the composite shells.

EDN: IZYTQV, <https://elibrary/izytqv>

Keywords: non-circular cylindrical shell, polymer composite materials, nonlinear deformation, shell stability, torsion, weight efficiency

В конструкциях современных летательных аппаратов достаточно часто используют форму фюзеляжа некругового поперечного сечения. Особенно это заметно при проектировании широкофюзеляжных самолетов большой вместимости. Однако некруговые оболочки, в отличие от круговых, недостаточно исследованы на устойчивость.

Если по круговым оболочкам количество публикаций исчисляется тысячами, то по некруговым — несколькими десятками. Это можно объяснить, с одной стороны, меньшим использованием некруговых оболочек на практике, а с другой — трудностями решения задач, связанными с переменностью радиуса кривизны, что приводит к появлению переменных коэффициентов в уравнениях устойчивости.

Известные решения задач устойчивости получены аналитическими методами и, как правило, в линейном приближении без учета моментности и нелинейности докритического состояния оболочек, т. е. в классической постановке. Большое внимание исследованию прочности и устойчивости таких оболочек в нелинейной постановке удалено авторами В.В. Кабановым и Л.П. Железновым [1–3]. Однако они рассматривали в основном металлические оболочки.

Кроме того, при проектировании конструкций летательных аппаратов получили широкое применение полимерные композиционные материалы (ПКМ). Использование ПКМ существенно снижает массу конструкции при сохранении ее прочностных и жесткостных характеристик.

Основополагающий вклад в разработку методов расчета композитных конструкций внесла школа В.В. Васильева [4, 5]. Несмотря на то, что имеется большое количество работ по исследованию прочности таких конструкций, остаются нерешенными вопросы их прочности и устойчивости в условиях нелинейного исходного напряженно-деформированного состояния (НДС). Последнее особенно важно для конструкций фюзеляжей самолетов, в которых недопустима потеря устойчивости обшивки.

В большей части опубликованных работ задачи устойчивости оболочек из ПКМ решены в классической постановке при безмоментном или линейном исходном НДС [6, 7]. Остаются нерешенными вопросы, связанные с прочностью и устойчивостью композитных конструкций при их нелинейном деформировании.

Цель работы — решить нелинейную задачу прочности и устойчивости некруговых цилиндрических оболочек из ПКМ при произвольном нагружении методами конечных элементов и линеаризации Ньютона — Канторовича [8] с помощью шагового метода по нагрузке и энергетического критерия устойчивости.

Критические нагрузки определены в процессе решения геометрически нелинейной задачи с применением критерия Сильвестра. Использованы разработанные на основе гипотезы Тимошенко конечные элементы (КЭ) композитных цилиндрических оболочек естественной кривизны, в аппроксимации перемещений которых в явном виде выделены их жесткие перемещения.

Наряду с таким условием как, учет условий совместности КЭ по границам с соседними КЭ, учет перемещений КЭ как жесткого тела является одним из основных критериев эффективности КЭ. Это отмечали в своих работах О.К. Зенкевич, Г. Конти (G. Contin), Р.В. Клаф (R.W. Clough), В.А. Постнов и другие ученые. Причем учет жестких перемещений для тонкостенных оболочек влияет на сходимость решения больше, чем совместность КЭ.

Исследовано влияние способов укладки монослоев, нелинейности деформирования и параметров овальности на устойчивость и весовую эффективность композитной некруговой цилиндрической оболочки при кручении.

Результаты исследования получены с помощью программного обеспечения «Комплекс программ для расчета на прочность и устойчивость подкрепленных некруговых цилиндрических оболочек», зарегистрированного в Федеральной службе по интеллектуальной собственности (свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2013615613 от 17.06.2013 г.).

Основные соотношения для КЭ некруговой цилиндрической оболочки из ПКМ, алгоритмы решения задачи прочности и устойчивости цилиндрических оболочек в условиях нелинейного исходного НДС опубликованы в работах [9–12].

Исследование влияния укладки монослоев на устойчивость некруговой цилиндрической оболочки при кручении. Рассмотрим консольно-закрепленную ($u = v = w = w_x = w_\varphi = w_{x\varphi} = 0$) некруговую цилиндрическую оболочку овального поперечного сечения, выполненную из

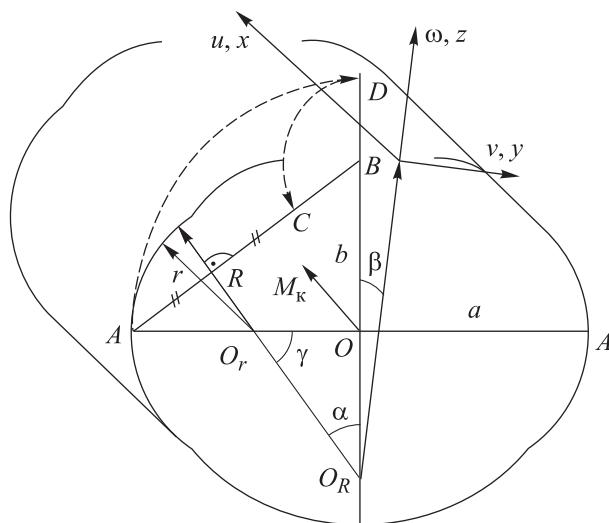


Рис. 1. Схема композитной некруговой цилиндрической оболочки с овальным поперечным сечением:

u, v и w — перемещения точек срединной поверхности КЭ в направлении осей x, y и z соответственно

ПКМ, и находящуюся под действием краевой нагрузки в виде краевого крутящего момента M_k , приложенного к ее свободному краю. Обшивку оболочки принимаем ортотропной.

Нагруженный край оболочки подкреплен жестким в своей плоскости шпангоутом (с жесткостью на растяжение $EF = 1,96 \cdot 10^6$ кг и изгибной жесткостью $EI = 1,475 \cdot 10^9$ кг/мм²). Действие крутящего момента M_k заменим действием однородных по окружности оболочки касательных усилий $T_3 = M_k/2\omega$, где ω — площадь в свету поперечного сечения оболочки.

Рассмотрим овал с большой a и малой b полуосями (рис. 1), построенный из двух пар окружностей радиусами R и r , следующим образом. Проводим окружность радиуса a с центром в точке O до пересечения с полуосью b и окружность радиуса $a-b$ до пересечения с прямой AB . Делим отрезок AC пополам, восстанавливаем к нему перпендикуляр. Проводим из центров O_r и O_R дуги окружностей малого r и

Таблица 1

Варианты укладки монослоев

Вариант	Укладка
1	0, 0, ±45, 90, 0, ±45, 90, 90, ±45, 0, 90, ±45, 0, 0
2	±45, ±45, ±45, ±45, ±45, ±45, ±45, ±45, ±45
3	±45, ±45, ±45, 0, 90, 0, 0, 90, 0, -45, 45, -45, 45, -45, 45
4	0, 90, 0, 90, 0, 90, 0, 90, 0, 90, 0, 90, 0, 90, 0, 90, 0, 90
5	0, 0, 0, 90, 0, ±45, ±45, ±45, ±45, 0, 90, 0, 0, 0

большого R радиусов. Точка сопряжения дуг окружностей определяется углом α .

Из условий построения овала имеем его геометрические характеристики

$$r = a \frac{1+k^2 - \sqrt{1+k^2}}{1+k - \sqrt{1+k^2}}; \quad R = a \frac{1-k(\sqrt{1+k^2} - k)}{1+k - \sqrt{1+k^2}}.$$

Здесь

$$k = \operatorname{tg} \alpha = b/a.$$

Периметр овала $P = 4(Ra + r\gamma)$, где $\gamma = \pi/2 - \alpha$. Радиус окружности с таким же периметром (эквипериметрический радиус) $R_0 = P/2\pi = 2000$ мм.

Оболочка выполнена из 18-слойного ПКМ Torayca T700, механические характеристики монослоя которого описаны в работе [12]. Длина оболочки $L = 2000$ мм, толщина $h = 3,456$ мм, эквипериметрический радиус $R_0 = 2000$ мм. Указанные жесткостные характеристики материала оболочки приведены в работе [13].

Оболочку разбивали конечно-элементной сеткой $m \times n = 15 \times 160$ (где m и n — число КЭ по длине оболочки и окружности), что обеспечивало сходимость решения по числу КЭ с погрешностью, не превышающей 5 %.

Введено следующее обозначение:

$$k_p = M_k^*/M_{k0}.$$

Здесь M_k^* — критическое значение крутящего момента; M_{k0} — верхнее критическое значение крутящего момента для круговой цилиндрической изотропной оболочки [14],

$$M_{k0} = 2\pi CR^2 S_b;$$

$$S_b = 0,74 \frac{Eh}{(1-v^2)^{5/8}} \left(\frac{h}{R} \right)^{5/4} \left(\frac{R}{L} \right)^{1/2},$$

где $C = 0,953$; E — модуль упругости материала; v — коэффициент Пуассона материала.

Рассмотрены пять вариантов укладки композитных монослоев по толщине оболочки,

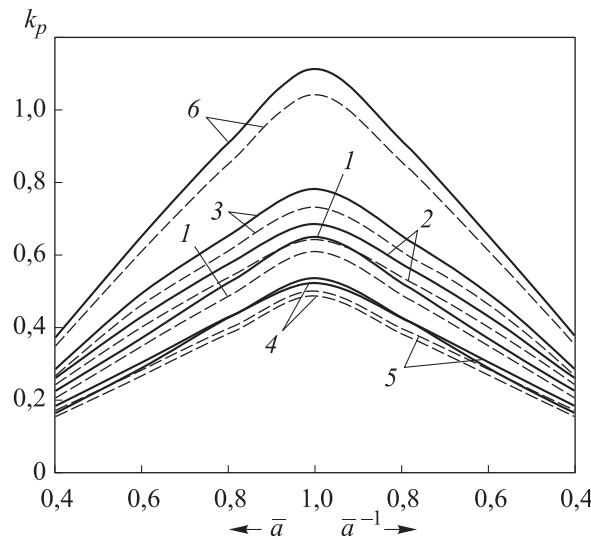


Рис. 2. Зависимости параметра критического крутящего момента k_p от параметра овальности \bar{a} для линейного (сплошные линии) и нелинейного (штриховые линии) исходных НДС оболочки при различных вариантах укладки монослоев

приведенных в табл. 1, а также (для сравнения) оболочка из алюминиевого сплава Д16Т (вариант 6).

Зависимости параметра критического крутящего момента k_p от параметра овальности поперечного сечения (далее параметр овальности) $\bar{a} = a/b$ для различных вариантов укладки монослоев в оболочке и для металлической оболочки приведены на рис. 2. Номера кривых 1–5 соответствуют вариантам укладки монослоев (см. табл. 1), а кривая 6 — металлической оболочке.

Как видно из рис. 2, значения параметра критического крутящего момента k_p существенно зависят и от параметра овальности, и

от укладки монослоев. Наибольшие значения параметра k_p наблюдаются для круговых оболочек независимо от вида укладки монослоев. Наиболее эффективной укладке соответствует вариант 1, наименее — варианты 5 и 4. Нелинейность, как правило, снижает значение параметра критического крутящего момента. Наибольшее влияние нелинейности наблюдается в районе максимальных значений параметра k_p . Значения параметра критического крутящего момента для металлической оболочки больше, чем для композитной.

Влияние нелинейности исходного НДС оболочки на параметр критического крутящего момента k_p определяется выражением

$$\Delta = (k_{pn} - k_{pl}) / k_{pl} \cdot 100 \%,$$

где k_{pn} и k_{pl} — параметр критического крутящего момента для нелинейного и линейного исходного НДС оболочки.

Результаты исследования влияния нелинейности исходного НДС оболочки Δ на параметр критического крутящего момента k_p при различных значениях параметра овальности и вариантах укладки монослоев приведены в табл. 2, где вариант 6 соответствует металлической оболочке. Жирным шрифтом выделены варианты расчета оболочек с наибольшим (более 10 %) влиянием параметра Δ на параметр k_p .

Из табл. 2 следует, что нелинейность снижает значение параметра критического крутящего момента k_p у всех вариантов оболочек. Влияние нелинейности на параметр k_p является неизначительным (в пределах 7 %) и независимым от способа укладки и параметра овальности оболочки.

Таблица 2

Результаты исследования влияния нелинейности исходного НДС оболочки на параметр критического крутящего момента

Вариант укладки	Параметр нелинейности Δ , %, при параметре овальности \bar{a}						
	0,40	0,60	0,80	1,00	1,25	1,67	2,50
1	-8,0	-7,1	-6,9	-6,9	-6,9	-7,1	-8,0
2	-6,7	-6,8	-6,9	-6,8	-6,9	-6,8	-6,7
3	-6,5	-6,8	-6,9	-6,8	-6,9	-6,8	-6,5
4	-7,0	-6,5	-12,2	-6,9	-12,2	-6,5	-7,0
5	-6,8	-6,8	-6,8	-6,9	-6,8	-6,8	-6,8
6	-7,1	-6,9	-6,9	-6,9	-6,9	-6,9	-7,1

Весовая эффективность композитной оболочки определяется выражением

$$k_g = \frac{k_p}{k_{p1}(G/G_1)},$$

где k_p , k_{p1} и G , G_1 — критические параметры критического крутящего момента и массы композитной и металлической оболочки соответственно.

Зависимости весовой эффективности композитной оболочки k_g от параметра овальности \bar{a} для линейного и нелинейного исходных НДС при различных вариантах укладки монослоев приведены на рис. 3. Номера кривых 1–5 соответствуют вариантам укладки монослоев (см. табл. 1).

Видно, что весовая эффективность существенно зависит как от параметра овальности, так и от варианта укладки монослоев. Для варианта 3 весовая эффективность композитной оболочки достигает 40 %. С увеличением параметра овальности композитной оболочки ее весовая эффективность несколько повышается. Нелинейность практически не влияет на весовую эффективность.

Значения параметра критического крутящего момента k_p при различных значениях параметра овальности и вариантах укладки монослоев для нелинейного исходного НДС оболочки приведены в табл. 3. Жирным шрифтом выделены значения для варианта расчета оболочки с самой эффективной укладкой монослоев.

Из табл. 3 следует, что самой эффективной укладкой является третий вариант независимо от параметра овальности оболочки. Это обусловлено тем, что для данного случая нагружения (кручения) основными силовыми факторами, влияющими на несущую способность оболочки, являются касательные усилия, кото-

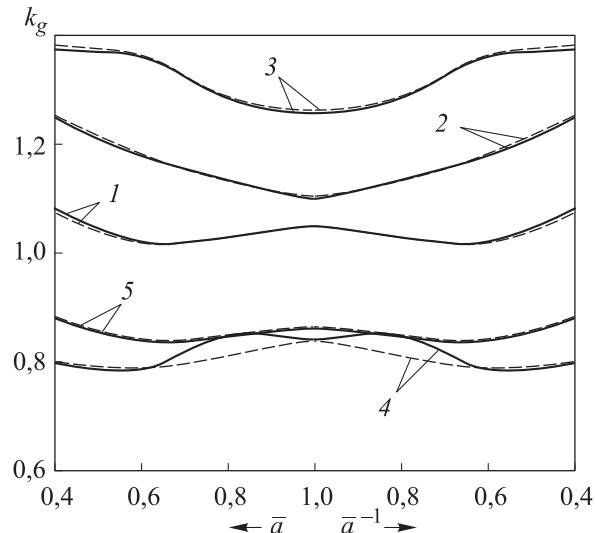


Рис. 3. Зависимости весовой эффективности композитной оболочки k_g от параметра овальности \bar{a} для линейного (сплошные линии) и нелинейного (штриховые линии) исходных НДС при различных вариантах укладки монослоев

рые наиболее эффективно воспринимаются ромбовидной сеткой из силовых элементов композитного пакета.

Приведем результаты исследования влияния угла укладки φ монослоев для указанного варианта, заменив угол 45° (см. табл. 1) параметром φ : $[\pm\varphi, \pm\varphi, \pm\varphi, 0, 90, 0, 0, 90, 0, -\varphi, \varphi, -\varphi, \varphi, -\varphi, \varphi]$.

Зависимости параметра критического крутящего момента k_p от параметра овальности \bar{a} для линейного и нелинейного исходных НДС оболочки при различных углах укладки монослоев φ приведены на рис. 4.

Зависимости параметра критического крутящего момента k_p от угла укладки монослоев φ для линейного и нелинейного исходных НДС оболочки при различных значениях параметра овальности \bar{a} показаны на рис. 5.

Таблица 3

Значения параметра критического крутящего момента при различных значениях параметра овальности и вариантах укладки монослоев для нелинейного исходного НДС оболочки

Вариант укладки	Параметр критического крутящего момента k_p при параметре овальности \bar{a}						
	0,40	0,60	0,80	1,00	1,25	1,67	2,50
1	0,2098	0,3494	0,4900	0,6120	0,4900	0,3494	0,2098
2	0,2450	0,4050	0,5397	0,6432	0,5397	0,4050	0,2450
3	0,2704	0,4665	0,6120	0,7349	0,6120	0,4665	0,2704
4	0,1562	0,2704	0,3855	0,4900	0,3855	0,2704	0,1562
5	0,1728	0,2879	0,4031	0,5036	0,4031	0,2879	0,1728

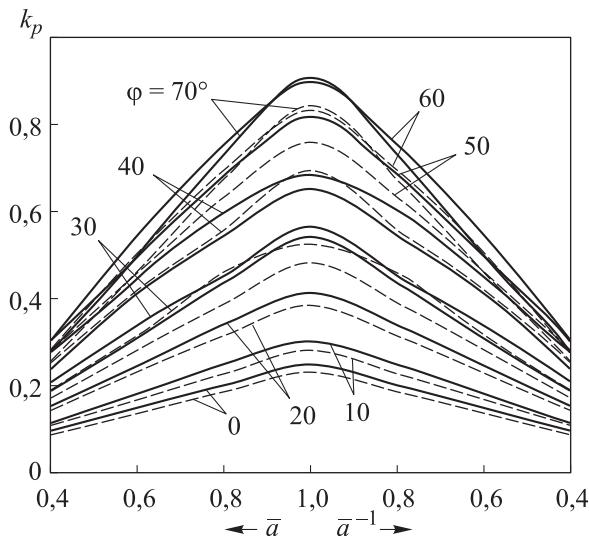


Рис. 4. Зависимости параметра критического кручущего момента k_p от параметра овальности \bar{a} для линейного (сплошные линии) и нелинейного (штриховые линии) исходных НДС оболочки при различных углах укладки монослоев φ

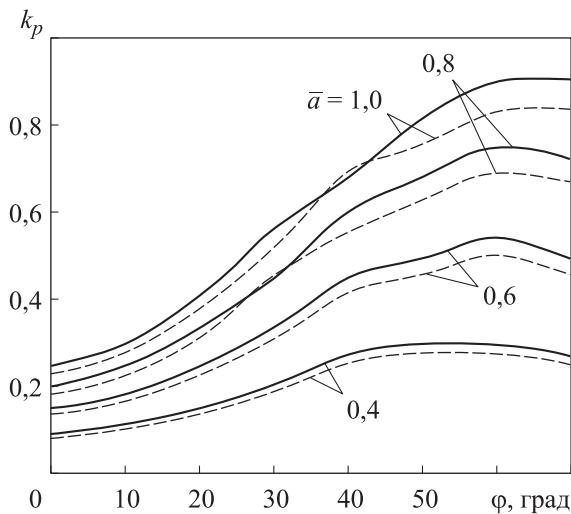


Рис. 5. Зависимости параметра критического кручущего момента k_p от угла укладки монослоев φ для линейного (сплошные линии) и нелинейного (штриховые линии) исходных НДС оболочки при различных значениях параметра овальности \bar{a}

Как видно из рис. 4 и 5, самой эффективной является укладка с углом $\varphi = 50..60^\circ$. Максимальное значение параметра k_p достигается для круговых оболочек ($\bar{a} = 1,0$) независимо от угла укладки φ . Нелинейность снижает параметр k_p , причем наиболее существенно при малом параметре овальности оболочки.

Зависимости весовой эффективности композитной оболочки k_g от параметра овальности \bar{a} для линейного и нелинейного исходных НДС при различных углах укладки монослоев φ приведены на рис. 6.

Зависимости весовой эффективности композитной оболочки k_g от угла укладки монослоев φ для линейного и нелинейного исходных НДС при различных значениях параметра овальности \bar{a} показаны на рис. 7.

Как видно из рис. 6 и 7, весовая эффективность композитной оболочки существенно зависит от угла укладки монослоев φ и незначительно (в пределах 25 %) от параметра овальности оболочки \bar{a} как для линейного исходного

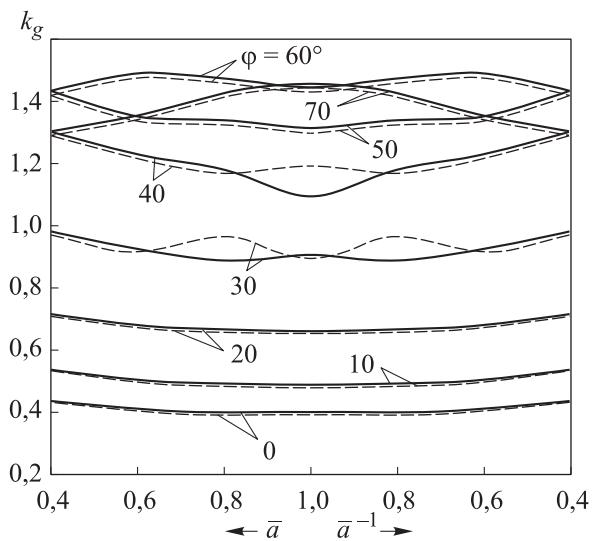


Рис. 6. Зависимости весовой эффективности композитной оболочки k_g от параметра овальности \bar{a} для линейного (сплошные линии) и нелинейного (штриховые линии) исходных НДС композитной оболочки при различных углах укладки монослоев φ

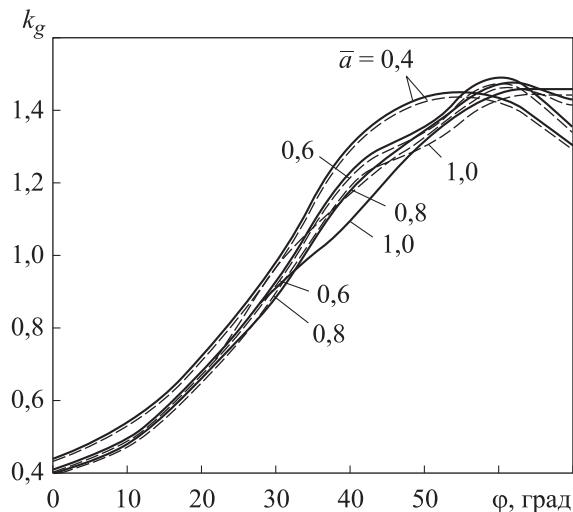


Рис. 7. Зависимости весовой эффективности композитной оболочки k_g от угла укладки монослоев φ для линейного (сплошные линии) и нелинейного (штриховые линии) исходных НДС при различных значениях параметра овальности \bar{a}

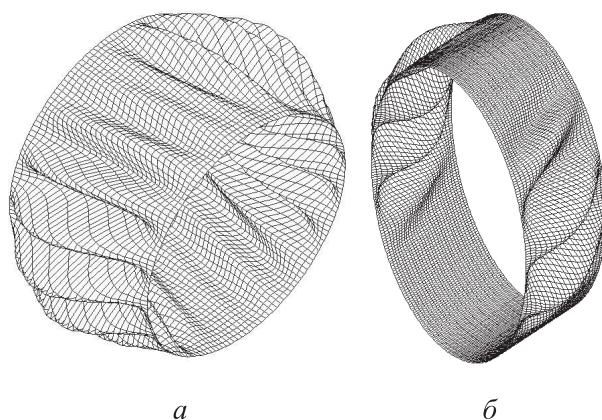


Рис. 8. Формы потери устойчивости оболочки при параметре овальности $\bar{a}=1,0$ (а) и $1,67$ (б)

НДС, так и для нелинейного. При угле укладки $\varphi < 30^\circ$ весовая эффективность композитных оболочек меньше, чем у металлической оболочки. Влияние нелинейности на весовую эффективность композитной оболочки является незначительным (в пределах 1 %).

Формы потери устойчивости оболочки при параметре овальности $\bar{a}=1,0$ и $1,67$ приведены на рис. 8. Видно, что форма потери устойчивости оболочки существенно зависит от параметра овальности \bar{a} . Оболочки теряют устойчивость под действием максимальных касательных усилий в виде наклонных волн. Для сплюснутых оболочек ($\bar{a} < 1$) потеря устойчивости наблюдается в области малой кривизны.

Выводы

1. Параметр критического крутящего момента существенно зависит как от укладки монослоев в пакете, так и от параметра овальности оболочки. Наибольшие значения параметра критического крутящего момента достигаются у круговых оболочек независимо от укладки слоев.

2. Нелинейность, как правило, снижает значение параметра критического крутящего момента. Влияние нелинейности является незначительным (до 10 %) и независимым от параметра овальности оболочки.

3. Угол укладки монослоев существенно влияет на параметр критического крутящего момента. Самой оптимальной является укладка с углом $50\dots 60^\circ$.

4. Весовая эффективность композитной оболочки зависит от укладки монослоев в пакете и от параметра овальности. В этом случае наиболее эффективной является укладка под углом $\varphi = 50\dots 60^\circ$. Максимальное значение весовой эффективности соответствует круговой оболочке (когда параметр овальности равен единице).

5. Нелинейность снижает весовую эффективность композитной оболочки, но ее влияние оказывается незначительным (в пределах 1 %) и независимым от параметра овальности и угла укладки монослоев.

Литература

- [1] Бойко Д.В., Железнов Л.П., Кабанов В.В. Нелинейное деформирование и устойчивость овальных цилиндрических оболочек при чистом изгибе с внутренним давлением. *ПМТФ*, 2006, т. 47, № 3, с. 119–125.
- [2] Железнов Л.П., Кабанов В.В. Исследование нелинейного деформирования и устойчивости некруговых цилиндрических оболочек при чистом изгибе. *Известия РАН. Механика твердого тела*, 2004, № 3, с. 144–151.
- [3] Бойко Д.В., Железнов Л.П., Кабанов В.В. Нелинейное деформирование и устойчивость овальных цилиндрических оболочек при комбинированном нагружении. *ПМТФ*, 2008, т. 49, № 1, с. 134–138.
- [4] Васильев В.В. *Механика конструкций из композитных материалов*. Москва, Машиностроение, 1988. 272 с.
- [5] Vasiliev V.V., Morozov E.V. *Advanced mechanics of composite materials and structures*. Amsterdam, Elsevier, 2013. 832 p.
- [6] Алфутов Н.А., Зиновьев П.А., Попов Б.Г. *Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов*, Москва, Машиностроение, 1984. 263 с.
- [7] Кармишин А.В., Лясковец В.А., Мяченков В.И. и др. *Статика и динамика оболочных конструкций*. Москва, Машиностроение, 1975. 376 с.
- [8] Канторович Л.В., Акилов Г.П. *Функциональный анализ в нормированных пространствах*. Москва, Физматгиз, 1959. 684 с.
- [9] Кабанов В.В., Железнов Л.П. К расчету цилиндрической оболочки методом конечных элементов. *Прикладная механика*, 1985, т. 21, № 9, с. 35–38.

- [10] Железнов Л.П., Кабанов В.В. Исследование нелинейного деформирования и устойчивости некруговых цилиндрических оболочек при осевом сжатии и внутреннем давлении. *ПМТФ*, 2002, т. 43, № 4, с. 161–169.
- [11] Бойко Д.В., Железнов Л.П., Кабанов В.В. Нелинейное деформирование и устойчивость дискретно-подкрепленных эллиптических цилиндрических композитных оболочек при кручении и внутреннем давлении. *Авиационная техника*, 2018, № 2, с. 27–34.
- [12] Железнов Л.П. Исследование нелинейного деформирования и устойчивости композитной цилиндрической оболочки при комбинированном нагружении крутящим моментом, краевой поперечной силой и внутренним давлением. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2023, № 10, с. 114–125, doi: <http://dx.doi.org/10.18698/0536-1044-2023-10-114-125>
- [13] Железнов Л.П. Нелинейное деформирование и устойчивость анизогридных круговых цилиндрических оболочек при чистом изгибе. *Полет*, 2023, № 1–2, с. 3–15.
- [14] Кабанов В.В. *Устойчивость неоднородных цилиндрических оболочек*. Москва, Машиностроение, 1982. 253 с.

References

- [1] Boyko D.V., Zheleznov L.P., Nonlinear deformation and stability of oval cylindrical shells under pure bending and internal pressure. *PMTF*, 2006, vol. 47, no. 3, pp. 119–125. (In Russ.). (Eng. version: *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2006, vol. 47, no. 3, pp. 406–411, doi: <https://doi.org/10.1007/s10808-006-0070-8>)
- [2] Zheleznov L.P., Kabanov V.V. Investigation of nonlinear deformation and stability of non-circular cylindrical shells under pure bending. *Izvestiya RAN. Mekhanika tverdogo tela*, 2004, no. 3, pp. 144–151. (In Russ.).
- [3] Boyko D.V., Zheleznov L.P., Kabanov V.V. Nonlinear deformation and stability of oval cylindrical shells under combined loading. *PMTF*, 2008, vol. 49, no. 1, pp. 134–138. (In Russ.). (Eng. version: *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2008, vol. 49, no. 1, pp. 109–113, doi: <https://doi.org/10.1007/s10808-008-0016-4>)
- [4] Vasilyev V.V. *Mekhanika konstruktsiy iz kompozitnykh materialov* [Structural mechanics of composite materials]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1988. 272 p. (In Russ.).
- [5] Vasiliev V.V., Morozov E.V. *Advanced mechanics of composite materials and structures*. Amsterdam, Elsevier, 2013. 832 p.
- [6] Alfutov N.A., Zinovyev P.A., Popov B.G. *Raschet mnogosloynykh plastin i obolochek iz kompozitsionnykh materialov* [Calculation of multilayer plates and shells made of composite materials]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1984. 263 p. (In Russ.).
- [7] Karmishin A.V., Lyaskovets V.A., Myachenkov V.I. et al. *Statika i dinamika obolochchennykh konstruktsiy* [Statics and dynamics of shell structures]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1975. 376 p. (In Russ.).
- [8] Kantorovich L.V., Akilov G.P. *Funktionalnyy analiz v normirovannykh prostranstvakh* [Functional analysis in normalized spaces]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1959. 684 p. (In Russ.).
- [9] Kabanov V.V., Zheleznov L.P. On calculation of cylinder shell using infinite elements method. *Prikladnaya mekhanika*, 1985, vol. 21, no. 9, pp. 35–38. (In Russ.).
- [10] Zheleznov L.P., Kabanov V.V. Nonlinear deformation and stability of noncircular cylindrical shells under internal pressure and axial compression. *PMTF*, 2002, vol. 43, no. 4, pp. 161–169. (In Russ.). (Eng. version: *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2002, vol. 43, no. 4, pp. 617–621.)
- [11] Boyko D.V., Zheleznov L.P., Kabanov V.V. Nonlinear deformation and stability of discrete-reinforced elliptical cylindrical composite shells under torsion and internal pressure. *Avtionsionnaya tekhnika*, 2018, no. 2, pp. 27–34. (In Russ.). (Eng. version: *Russ. Aeronaut.*, 2018, vol. 61, no. 2, pp. 175–182, doi: <https://doi.org/10.3103/S1068799818020046>)
- [12] Zheleznov L.P. Investigation of nonlinear deformation and stability of a composite cylindrical shell under combined loading with torque, edge transversal force and internal pressure. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroenie* [BMSTU Journal of

- Mechanical Engineering], 2023, no. 10, pp. 114–125, doi: <http://dx.doi.org/10.18698/0536-1044-2023-10-114-125> (in Russ.).
- [13] Zhelezov L.P. Nonlinear deformation and stability of anisotropic circular cylindrical shells under pure bending. *Polet [Flight]*, 2023, no. 1–2, pp. 3–15. (In Russ.).
- [14] Kabanov V.V. *Ustoychivost neodnorodnykh tsilindricheskikh obolochek* [Stability of inhomogeneous cylindrical shells]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1982. 253 p. (In Russ.).

Статья поступила в редакцию 28.03.2024

Информация об авторах

ЖЕЛЕЗНОВ Лев Петрович — доктор технических наук, старший научный сотрудник, заместитель начальника отделения усталостной и статической прочности, начальник аспирантуры. ФАУ «Сибирский научно-исследовательский институт авиации имени С.А. Чаплыгина» (630051, Новосибирск, Российская Федерация, ул. Ползунова, д. 21, e-mail: Zgeleznov@sibnia.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:
Железнов Л.П. Нелинейное деформирование и устойчивость композитной некруговой цилиндрической оболочки при кручении. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2024, № 12, с. 105–113.

Please cite this article in English as:
Zhelezov L.P. Nonlinear deformation and stability of a composite non-circular cylindrical shell exposed to torsion. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2024, no. 12, pp. 105–113.

Information about the authors

ZHELEZNOV Lev Petrovich — Doctor of Science (Eng.), Senior Researcher, Deputy Head of the Department of Fatigue and Static Strength, Head of the Postgraduate Department. Chaplygin Siberian Scientific Research Institute of Aviation (SibNIA) (630051, Novosibirsk, Russian Federation, Polzunova St., Bldg. 21, e-mail: Zgeleznov@sibnia.ru).



Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана
предлагает читателям учебное пособие
**«Расчет и проектирование
сетчатых композитных конструкций»**

Авторы: А.В. Азаров, А.Ф. Разин

Рассмотрены вопросы, связанные с расчетом и проектированием сетчатых композитных конструкций, применяемых в ракетно-космической технике в качестве отсеков ракет-носителей, адаптеров полезной нагрузки, корпусов космических аппаратов и элементов развертываемых космических антенн.

Для студентов магистратуры, обучающихся по специальностям «Ракетные комплексы и космонавтика» (24.04.01) и «Материаловедение и технологии материалов» (22.04.01) на факультете «Специальное машиностроение» МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Пособие может быть полезно аспирантам, научным работникам инженерам в области разработки и изготовления композитных конструкций.

По вопросам приобретения обращайтесь:
105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.
Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;
press@bmstu.ru; <https://press.bmstu.ru>