

# Механика

УДК 621.01/.03

## Применение принципа Ассура для рычажных механизмов второго типа

С.Е. Люминарский, И.Е. Люминарский

МГТУ им. Н.Э. Баумана

## Assur principle introduction in the lever mechanisms of the second type

S.E. Lyuminarsky, I.E. Lyuminarsky

Bauman Moscow State Technical University

Рассмотрено применение принципа Ассура для рычажных механизмов второго типа. При структурном анализе предложено разбивать механизм на начальную кинематическую цепь и структурные группы с нулевой подвижностью. Структурные группы могут содержать неподвижное звено — стойку. Начальной кинематической цепью предложено называть два подвижных звена, соединенных входной кинематической парой. Рассмотренный модифицированный принцип Ассура позволил применить методику кинематического анализа рычажных механизмов первого типа для расчета механизмов второго типа. Методика основана на расчете кинематических характеристик в подвижной системе координат, жестко связанной с одним из звеньев входной кинематической цепи. В выбранной подвижной системе координат механизм относится к механизмам первого типа, так как входная кинематическая цепь включает в себя неподвижное звено. Абсолютные значения скоростей и ускорений вычислены через относительные значения, рассчитанные с использованием матрицы поворота и теорем о сложении скоростей и ускорений при сложном движении точки.

EDN: JZBTNK, <https://elibrary/jzbtnk>

**Ключевые слова:** рычажные механизмы, начальный механизм, структурная группа, степень подвижности, структурный анализ

The paper considers introduction of the Assur principle in lever mechanisms of the second type. It proposes in the structural analysis to divide the mechanism into initial kinematic chains and structural groups with zero mobility. Structural groups could contain a fixed link, i.e. a rack. The paper suggests to call the initial kinematic chain as the the two moving links connected by an input kinematic pair. The considered modified Assur principle makes it possible to apply the kinematic analysis methods of the first type to the lever mechanisms in computation of the second type mechanisms. The method is based on computing kinematic characteristics in a moving coordinate system rigidly connected with one of the links in the input kinematic chain. In the selected moving coordinate system, the mechanism belongs to the first type of mechanisms, since the input kinematic chain includes a fixed link. Absolute values of velocities and accelerations are computed through the calculated relative

values using the rotation matrix and theorems on the velocities and accelerations addition during the point complex motion.

EDN: JZBTNK, <https://elibrary/jzbtнк>

**Keywords:** lever mechanisms, initial mechanism, structural group, degree of mobility, structural analysis

Проектирование структурных схем механизмов занимает важное место в создании новых машин. Исследование принципов построения структурных схем позволяет проектировать механизмы с заданной подвижностью, устранять избыточные связи, разрабатывать алгоритмы кинематического и силового расчетов. Решению указанных задач посвящены труды П.Л. Чебышева, Л.В. Ассур, И.И. Артоболевского, В.В. Добровольского, К.В. Фролова, Н.И. Левитского, Г.Г. Баранова, В.И. Пожбелко, Э.Е. Пейсах, Л.Т. Дворникова, А.И. Смелягина и других авторов [1–14].

Среди различных принципов классификации и построения схем механизмов наибольшее применение нашел принцип, предложенный Л.В. Ассуром. В начале XX века им была разработана теория образования рычажных шарнирных механизмов. В дальнейшем этот принцип был распространен И.И. Артоболевским на другие плоские рычажные механизмы (ПРМ) [1].

Согласно принципу Ассур, любой ПРМ можно образовать последовательным подсоединением к начальному механизму структурных групп. Начальный механизм первого класса состоит из стойки и входного звена, связанных одноподвижной (вращательной или поступательной) кинематической парой (КП). Главным структурным элементом в рассматриваемом принципе является соответствующая группа — группа Ассур.

Структурная группа Ассур представляет собой кинематическую цепь (КЦ), которая после ее присоединения внешними КП к стойке, имеет нулевую степень подвижности и не может быть расчленена на более мелкие цепи с нулевой подвижностью. Это классическое определение требует следующего уточнения. От структурной группы нельзя отбросить КЦ с нулевой подвижностью, не изменив последнюю. Одноподвижную КП, в которой задан закон относительного движения, называют входной.

В ПРМ первого типа входные КП соединяют стойку с входным звеном. На рис. 1 приведена

схема ПРМ поршневого насоса. Так как его входное звено 1 связано со стойкой входной КП А, он относится к механизмам первого типа. По принципу Ассур рассматриваемый ПРМ состоит из начального механизма и двух структурных групп Ассур класса II.

Для определения класса структурных групп и механизма используют классификацию И.И. Артоболевского. Формулу строения механизма записывают в порядке подсоединения структурных групп

$$I_B(0,1) \rightarrow II_{BVB}(2,3) \rightarrow II_{VVP}(4,5),$$

где  $I_B(0,1)$  — обозначение начального механизма (ПРМ первого класса), связывающего входное звено 1 со стойкой 0;  $II_{BVB}(2,3)$  и  $II_{VVP}(4,5)$  — обозначение структурных групп второго класса, соединяющих звенья 2, 3 и 4, 5.

В ПРМ второго типа имеется входная одноподвижная КП, связывающая два подвижных звена. Ни одно из указанных звеньев не является входным. Для этих ПРМ нельзя применять принцип Ассур, так как их невозможно разбить на начальный механизм и структурные группы. Схемы ПРМ второго типа, в которых входная кинематическая пара А соединяет два подвижных звена 1 и 2, приведены на рис. 2.

В работе [2] предложен модифицированный принцип Ассур. В ПРМ второго типа, как и в принципе Ассур, выделяют КЦ с нулевой подвижностью, которую можно разбить на структурные группы. Для чего ликвидируют относительную подвижность двух звеньев, соединенных входной КП, и отбрасывают стойку. После ликвидации относительной подвижности ука-

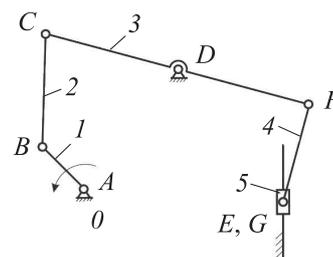


Рис. 1. Схема ПРМ первого типа

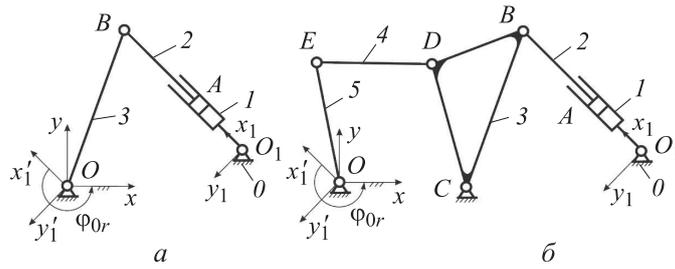


Рис. 2. Схемы ПРМ второго типа

занные звенья образуют одно звено, которое называют условным. При подсоединении внешними КП к стойке образовавшаяся КЦ имеет нулевую подвижность и может быть разбита на группы Ассура.

Схемы КЦ для ПРМ [2], изображенных на рис. 2, приведены на рис. 3. Эти КЦ имеют нулевую подвижность и могут быть разбиты на группы Ассура. Первая КЦ содержит одну структурную группу второго класса  $II_{BVB}$  (рис. 3, а), вторая КЦ — две структурные группы второго класса  $II_{BVB}$  (рис. 3, б). Условное звено  $У$  обозначено двойной линией.

В механизме, показанном на рис. 4, после ликвидации относительной подвижности во входной КП А звенья 1–4 образуют одно условное звено  $У$ . Созданная КЦ содержит одну группу Ассура второго класса  $II_{BVB}$  (рис. 4, б)

Предложенная в работе [2] модификация принципа Ассура имеет следующие недостатки:

- при образовании новых механизмов необходимо к структурной группе, содержащей несуществующее условное звено, подсоединять структурные группы; структурная группа, содержащая условное звено, является входной КЦ; подвижность входной КЦ  $W = 1$ , а структурной группы  $W = 0$ ;

- при структурном анализе механизм разбивают только на структурные группы с нулевой подвижностью; при этом отсутствует начальный механизм или входная КП; в реальном механизме имеются два звена, образующих входную КП;

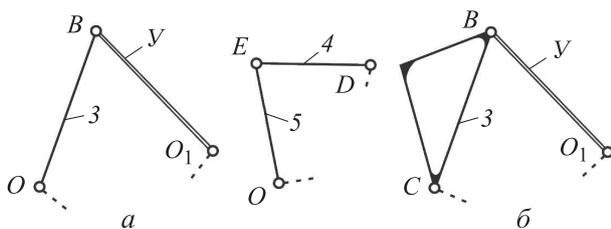


Рис. 3. Схемы структурных групп в ПРМ второго типа

- для входной КЦ (структурной группы с условным звеном) нельзя использовать алгоритмы кинематического анализа, разработанные для ПРМ первого типа.

Цель работы — применить принцип Ассура для ПРМ второго типа и на его основе рассмотреть алгоритм кинематического анализа.

Предлагаем другую модификацию принципа Ассура, в которой отсутствует условное несуществующее звено. Введем подвижную систему координат, жестко связанную с одним из звеньев входной КП, например, со звеном 1 (см. рис. 2, а). В этой системе координат  $x_1O_1y_1$  звено 1 будет неподвижным, а стойка  $0$  — подвижным звеном, соединенным вращательными КП со звеньями 3 и 1.

В этой системе координат механизм относится к ПРМ первого типа. По принципу Ассура в выбранной системе координат механизм состоит из одного начального механизма  $I_{II}(1,2)$  и одной структурной группы второго класса  $II_{BVB}(3,0)$ . Формула строения механизма в подвижной системе координат имеет вид

$$I_{II}(1,2) \rightarrow II_{BVB}(3,0).$$

ПРМ, показанный на рис. 2, б, в подвижной системе координат  $x_1O_1y_1$  также можно отнести к ПРМ первого типа. В этой системе координат он имеет следующую формулу строения (рис. 5):

$$I_{II}(1,2) \rightarrow II_{BVB}(3,0) \rightarrow II_{BVB}(4,5). \quad (1)$$

Формулу строения ПРМ, записанную в подвижной системе координат, будем считать формулой строения ПРМ второго типа. В рассматриваемых ПРМ (см. рис. 2) стойка относится к группе Ассура, а два подвижных звена 1 и 2, соединенных входной КП, образуют входную КЦ.

Рассмотрим развитие принципа Ассура, позволяющее получать новые ПРМ второго типа путем последовательного наслаения

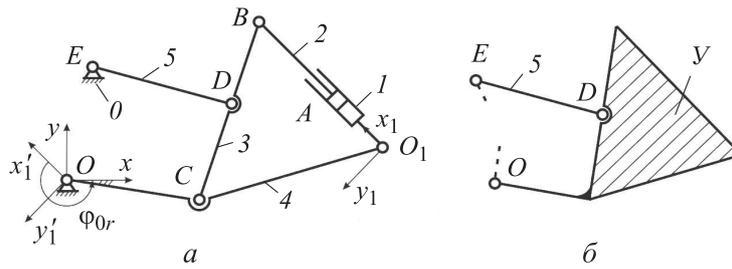


Рис. 4. Схемы механизма второго типа (а) и его КЦ с нулевой подвижностью (б)

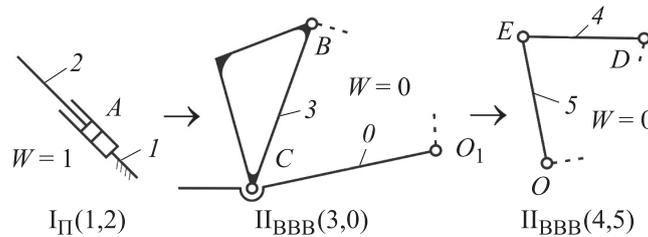


Рис. 5. Схема структурного анализа ПРМ в подвижной системе координат

структурных групп с нулевой подвижностью на начальную КЦ (НКЦ).

Введем следующее определение. НКЦ — цепь, состоящая из двух подвижных звеньев, соединенных одноподвижной входной КП. НКЦ имеет на плоскости степень подвижности  $W = 4$ . После присоединения к НКЦ структурных групп с нулевой подвижностью степень подвижности образовавшейся КЦ  $W = 4$ . Для получения ПРМ необходимо считать неподвижным одно звено. Остановка одного звена КЦ удаляет три подвижности на плоскости. Таким образом, степень подвижности созданного ПРМ будет равна количеству НКЦ ( $W = 4 - 3 = 1$ ).

Последовательность образования ПРМ, показанного на рис. 2, б, приведена на рис. 6. Степень его подвижности  $W = 1$ , поэтому назначена одна начальная КЦ. К этой цепи подсоединена структурная группа второго класса П<sub>ВВВ</sub>(3,0), а к звеньям 3 и 0 — вторая группа Ассура второго класса П<sub>ВВВ</sub>(4,5).

Подвижность образованной КЦ  $W = 4$ . После остановки звена 0 получаем ПРМ второго

типа со степенью подвижности  $W = 4 - 3 = 1$  (см. рис. 2, б). Структурная формула созданного ПРМ имеет вид

$$I_{\Pi}(1,2) \rightarrow \Pi_{ВВВ}(3,0) \rightarrow \Pi_{ВВВ}(4,5).$$

Полученная формула совпадает с формулой строения (1), записанной для рассматриваемого механизма в подвижной системе координат  $x_1O_1y_1$  (см. рис. 2, б). В формуле строения механизма нулем обозначено неподвижное звено (стойка).

Если в КЦ (см. рис. 6) остановить звено 5, то получается ПРМ, изображенный на рис. 4, в котором изменена нумерация звеньев. Структурная формула полученного ПРМ (см. рис. 4, а) имеет вид

$$I_{\Pi}(1,2) \rightarrow \Pi_{ВВВ}(3,4) \rightarrow \Pi_{ВВВ}(5,0).$$

Предложенный принцип разбиения ПРМ второго типа позволяет проводить кинематический анализ по структурным группам, алгоритмы расчета которых разработаны для ПРМ первого типа. Для этого сначала необходимо провести кинематический расчет в подвижной

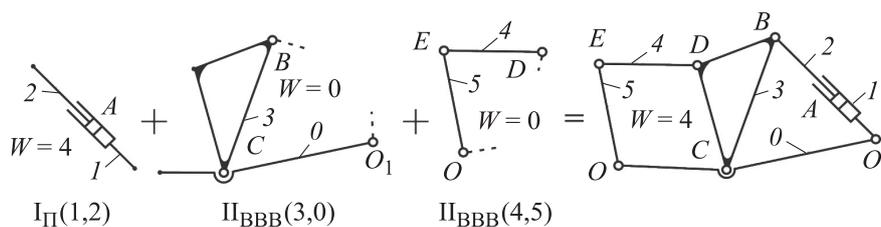


Рис. 6. Схема структурного синтеза ПРМ второго типа

системе координат, жестко связанной с одним из звеньев начальной КЦ. В этой системе координат механизм является ПРМ первого типа, так как одно из звеньев входной КП является неподвижным.

На первом этапе расчета в подвижной системе координат используют алгоритмы расчета механизмов первого типа, по которым определяют углы поворота звеньев, координаты различных точек ПРМ, значения относительных скоростей и ускорений.

На втором этапе расчета вычисляют значения, скоростей и ускорений в неподвижной системе координат.

Рассмотрим формулы определения абсолютных скоростей и ускорений (в неподвижной системе координат) через их относительные значения (в подвижной системе координат). На рис. 2 показаны три системы координат. Неподвижная система  $xOy$  жестко связана со стойкой, которая обозначена как  $O$ . Подвижная система координат  $x_1O_1y_1$  жестко связана с одним из звеньев НКЦ. Это звено обозначено цифрой  $1$ . Вспомогательная система координат  $x'_1Oy'_1$  в подвижной системе  $x_1O_1y_1$  совершает поступательное движение вместе с точкой  $O$ .

Угол поворота  $\varphi_i$ , угловая скорость  $\omega_i$  и угловое ускорение  $\varepsilon_i$   $i$ -го звена в неподвижной системе вычисляют как

$$\varphi_i = \varphi_{ir} + \varphi_e; \quad \omega_i = \omega_{ir} + \omega_e; \quad \varepsilon_i = \varepsilon_{ir} + \varepsilon_e.$$

Здесь  $\varphi_{ir}$ ,  $\omega_{ir}$  и  $\varepsilon_{ir}$  — угол поворота, угловая скорость и угловое ускорение  $i$ -го звена ПРМ в подвижной системе координат  $x_1O_1y_1$  соответственно;  $\varphi_e$ ,  $\omega_e$  и  $\varepsilon_e$  — угол поворота, угловая скорость и угловое ускорение подвижной системы координат  $x_1O_1y_1$  соответственно,

$$\varphi_e = -\varphi_{0r}; \quad \omega_e = -\omega_{0r}; \quad \varepsilon_e = -\varepsilon_{0r},$$

где  $\varphi_{0r}$ ,  $\omega_{0r}$  и  $\varepsilon_{0r}$  — угол поворота, относительная угловая скорость и относительное угловое ускорение стойки в подвижной системе координат  $x_1O_1y_1$  соответственно.

Координаты, относительная скорость и относительное ускорение произвольной точки ПРМ  $M$  в подвижной системе отсчета  $x'_1Oy'_1$  определяют через их значения в системе  $x_1O_1y_1$  следующим образом:

$$x'_{1M} = x_{1M} - x_{1O}; \quad y'_{1M} = y_{1M} - y_{1O}; \\ \mathbf{v}'_{Mr} = \mathbf{v}_{Mr} - \mathbf{v}_{Or}; \quad \mathbf{a}'_{Mr} = \mathbf{a}_{Mr} - \mathbf{a}_{Or},$$

где  $x'_{1M}$ ,  $y'_{1M}$ ,  $\mathbf{v}'_{Mr}$  и  $\mathbf{a}'_{Mr}$  — координаты, относительная скорость и относительное ускорение

точки  $M$  в системе отсчета  $x'_1Oy'_1$  соответственно;  $x_{1M}$ ,  $y_{1M}$ ,  $\mathbf{v}_{Mr}$  и  $\mathbf{a}_{Mr}$  — координаты, относительная скорость и относительное ускорение точки  $M$  в системе отсчета  $x_1O_1y_1$  соответственно;  $x_{1O}$ ,  $y_{1O}$ ,  $\mathbf{v}_{Or}$  и  $\mathbf{a}_{Or}$  — координаты, относительная скорость и относительное ускорение точки  $O$  (начало координат неподвижной системы отсчета) в подвижной системе  $x_1O_1y_1$  соответственно.

Для получения расчетных формул воспользуемся теоремами о сложении скоростей и ускорений при сложном движении точки для подвижной системы координат  $x'_1Oy'_1$ . Абсолютные скорость и ускорение произвольной точки  $M$  определяют по выражениям

$$\mathbf{v}_M = \mathbf{v}'_{Me} + \mathbf{v}'_{Mr}; \quad \mathbf{a}_M = \mathbf{a}'_{Me} + \mathbf{a}'_{Mk} + \mathbf{a}'_{Mr}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{v}'_{Me}$ ,  $\mathbf{v}'_{Mr}$  и  $\mathbf{a}'_{Me}$ ,  $\mathbf{a}'_{Mr}$  — переносные и относительные скорости и ускорения в системе координат  $x'_1Oy'_1$  соответственно,

$$\mathbf{v}'_{Me} = \omega_e \times (\mathbf{O}_1\mathbf{M} - \mathbf{O}_1\mathbf{O});$$

$$\mathbf{a}'_{Me} = \omega_e \times [\omega_e \times (\mathbf{O}_1\mathbf{M} - \mathbf{O}_1\mathbf{O})] + \varepsilon_e \times (\mathbf{O}_1\mathbf{M} - \mathbf{O}_1\mathbf{O});$$

$\mathbf{a}'_{Mk}$  — ускорение Кориолиса,  $\mathbf{a}'_{Mk} = 2 \cdot \omega_e \times \mathbf{v}'_{Mr}$ .

Векторные уравнения (2) в координатной форме на плоскости имеют вид

$$\begin{bmatrix} x_M \\ y_M \end{bmatrix} = \mathbf{R} \cdot \begin{bmatrix} x_{1M} - x_{1O} \\ y_{1M} - y_{1O} \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} v_{Mx} \\ v_{My} \end{bmatrix} = \mathbf{R} \cdot \left\{ \begin{bmatrix} v_{Mrx1} - v_{Orx1} \\ v_{Mry1} - v_{Ory1} \end{bmatrix} + \omega_{0r} \cdot \begin{bmatrix} y_{1M} - y_{1O} \\ x_{1O} - x_{1M} \end{bmatrix} \right\};$$

$$\begin{bmatrix} a_{Mx} \\ a_{My} \end{bmatrix} = \mathbf{R} \cdot \left\{ \begin{bmatrix} a_{Mrx1} - a_{Orx1} \\ a_{Mry1} - a_{Ory1} \end{bmatrix} + 2\omega_{0r} \begin{bmatrix} v_{Mry1} - v_{Ory1} \\ v_{Orx1} - v_{Mrx1} \end{bmatrix} + \omega_{0r}^2 \begin{bmatrix} x_{1O} - x_{1M} \\ y_{1O} - y_{1M} \end{bmatrix} + \varepsilon_{0r} \begin{bmatrix} y_{1M} - y_{1O} \\ x_{1O} - x_{1M} \end{bmatrix} \right\},$$

где  $\mathbf{R}$  — матрица поворота в двумерном пространстве

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_{0r} & \sin \varphi_{0r} \\ -\sin \varphi_{0r} & \cos \varphi_{0r} \end{bmatrix}.$$

По предложенной методике выполнен кинематический расчет ПРМ, приведенного на рис. 4. Вычисления проведены при равномерном законе относительного движения во входной КП:  $\dot{s} = 1$  м/с,  $\ddot{s} = 0$  м/с<sup>2</sup>, где  $s$  — обобщенная координата.

Зависимости проекций скоростей точки  $C$  от обобщенной координаты  $s$  приведены на рис. 7, зависимости проекций ускорений точки  $C$  от обобщенной координаты  $s$  — на рис. 8.

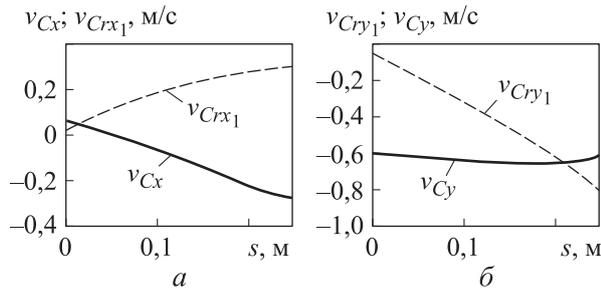


Рис. 7. Зависимости проекций скоростей точки С от обобщенной координаты  $s$ :

- $a$  — проекций относительной скорости на ось  $x_1$   $v_{CrX1}$  и абсолютной скорости на ось  $x$   $v_{Cx}$ ;  
 $b$  — проекций относительной скорости на ось  $y_1$   $v_{CrY1}$  и абсолютной скорости на ось  $y$   $v_{Cy}$

Предложенная модификация принципа Ассура также позволяет проводить силовой расчет ПРМ второго типа по структурным группам. На первом этапе расчета необходимо найти главный вектор и главный момент реактивных сил, действующих на стойку со стороны фундамента. Указанные величины определяют из трех уравнений кинестатики, записанных для механизма в целом.

На втором этапе расчета выполняют силовой расчет групп Ассура и начального механизма. При составлении уравнений кинестатики к стойке вместо главного вектора и глав-

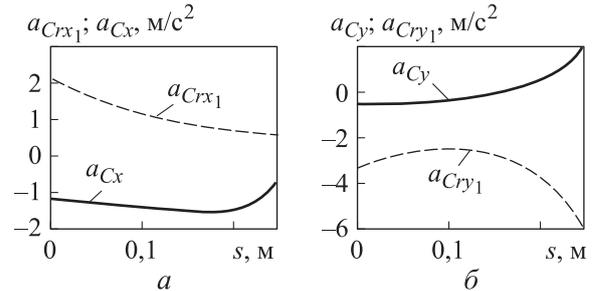


Рис. 8. Зависимости проекций ускорений точки С от обобщенной координаты  $s$ :

- $a$  — проекций относительного ускорения на ось  $x_1$   $a_{CrX1}$  и абсолютного ускорения на ось  $x$   $a_{Cx}$ ;  
 $b$  — проекций относительного ускорения на ось  $y_1$   $a_{CrY1}$  и абсолютного ускорения на ось  $y$   $a_{Cy}$

ного момента сил инерции прикладывают главный вектор и главный момент реактивный сил.

## Выводы

1. Предложен принцип образования ПРМ второго типа, который является развитием принципа Ассура.

2. Разработана методика кинематического анализа ПРМ второго типа по структурным группам с использованием подвижной системы координат.

## Литература

- [1] Артоболовский И.И. *Механизмы в современной технике*. Т. 2. *Рычажные механизмы*. Москва, Наука, 1971. 1008 с.
- [2] Вульфсон И.И., Ерихов М.Л., Коловский М.З. *Механика машин*. Москва, Высшая школа, 1996. 511 с.
- [3] Пожбелко В.И. Структурный анализ и синтез плоских механизмов заданного уровня сложности по универсальной структурной таблице стандартных кодов строения. *Теория механизмов и машин*, 2012, т. 10, № 1, с. 24–45.
- [4] Пейсах Э.Е., Нестеров В.А. *Система проектирования плоских рычажных механизмов*. Москва, Машиностроение, 1988. 230 с.
- [5] Дворников Л.Т. *Начала теории структуры механизмов*. Новокузнецк, СибГГМА, 1994. 102 с.
- [6] Пейсах Э.Е. О структурном синтезе рычажных механизмов. *Теория механизмов и машин*, 2005, № 1, с. 77–80.
- [7] Смелягин А.И. *Структура механизмов и машин*. Москва, Высшая школа, 2006. 304 с.
- [8] Третьяков В.М. Матричный метод структурного анализа механизмов. *Современное машиностроение. Наука и образование*, 2022, № 11, с. 137–150.
- [9] Халилов А.М., Гасанов В.И. Структурный и кинематический анализ и синтез рычажного механизма. *Вестник машиностроения*, 2011, № 12, с. 84–86.
- [10] Пожбелко В.И. Единая теория структуры, структурный синтез и анализ статически определимых механических систем на основе новой формулы подвижности. *Теория механизмов и машин*, 2013, т. 11, № 2, с. 15–37.
- [11] Абдираимов А.А., Гебель Е.С. Структурный и кинематический анализ рычажного вариатора с пространственными преобразующими механизмами. *Проблемы машино-*

- строения и надежности машин, 2022, № 2, с. 3–12, doi: <https://doi.org/10.31857/S023571192202002X>
- [12] Киселев С.В., Брем И.В., Фомина О.А. Структурный анализ механизмов параллельной структуры с круговой направляющей. *Проблемы машиностроения и автоматизации*, 2023, № 1, с. 50–55.
- [13] Фомина А.С., Парамонов М.Е. Структурный и кинематический анализ механизма для обработки внутренней поверхности. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2019, № 4, с. 14–21, doi: <https://doi.org/10.1134/S0235711919040072>
- [14] Егоров О.Д., Буйнов М.А. Анализ механизмов с учетом их структурной и конструктивной избыточности. *Известия высших учебных заведений. Технология текстильной промышленности*, 2018, № 2, с. 177–181.

## References

- [1] Artobolevskiy I.I. *Mekhanizmy v sovremennoy tekhnike*. Т. 2. *Rychazhnye mekhanizmy* [Mechanisms in modern engineering. Vol. 2. Lever mechanisms.]. Moscow, Nauka Publ., 1971. 1008 p. (In Russ.).
- [2] Vulfson I.I., Erikhov M.L., Kolovskiy M.Z. *Mekhanika mashin* [Mechanics of machines]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1996. 511 p. (In Russ.).
- [3] Pozhbelko V.I. Structural analysis and synthesis of planar mechanisms of a given complexity level using universal structural table of standard structure codes. *Teoriya mekhanizmov i mashin* [Theory of Mechanisms and Machines], 2012, vol. 10, no. 1, pp. 24–45. (In Russ.).
- [4] Peysakh E.E., Nesterov V.A. *Sistema proektirovaniya ploskikh rychazhnykh mekhanizmov* [System of designing of plane lever mechanisms]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1988. 230 p. (In Russ.).
- [5] Dvornikov L.T. *Nachala teorii struktury mekhanizmov* [Beginnings of the theory of structure of mechanisms]. Novokuznetsk, SibGGMA Publ., 1994. 102 p. (In Russ.).
- [6] Peysakh E.E. About structural synthesis of lever mechanisms. *Teoriya mekhanizmov i mashin* [Theory of Mechanisms and Machines], 2005, no. 1, pp. 77–80. (In Russ.).
- [7] Smelyagin A.I. *Struktura mekhanizmov i mashin* [Structure of mechanisms and machines]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 2006. 304 p. (In Russ.).
- [8] Tretyakov V.M. Matrix method for structural analysis of mechanisms. *Sovremennoe mashinostroenie. Nauka i obrazovanie*, 2022, no. 11, pp. 137–150. (In Russ.).
- [9] Khalilov A.M., Gasanov V.I. Analysis and synthesis of a three-dimensional six-link mechanism. *Vestnik mashinostroeniya*, 2011, no. 12, pp. 84–86. (In Russ.). (Eng. version: *Russ. Engin. Res.*, 2011, vol. 31, no. 9, pp. 1242–1243, doi: <https://doi.org/10.3103/S1068798X11100121>)
- [10] Pozhbelko V.I. Unified theory of structure, structural synthesis and analysis of statically determined mechanical systems based on a new mobility formula. *Teoriya mekhanizmov i mashin* [Theory of Mechanisms and Machines], 2013, vol. 11, no. 2, pp. 15–37. (In Russ.).
- [11] Abdiraimov A.A., Gebel E.S. Structural and kinematic analysis of a lever variator with spatial transforming mechanisms. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin*, 2022, no. 2, pp. 3–12, doi: <https://doi.org/10.31857/S023571192202002X> (in Russ.). (Eng. version: *J. Mach. Manuf. Reliab.*, 2022, vol. 51, no. 2, pp. 95–102, doi: <https://doi.org/10.3103/S1052618822020029>)
- [12] Kiselev S.V., Brem I.V., Fomina O.A. Structural analysis of parallel mechanisms with a circular guide. *Problemy mashinostroeniya i avtomatizatsii* [Engineering and Automation Problems], 2023, no. 1, pp. 50–55. (In Russ.).
- [13] Fomina A.S., Paramonov M.E. Structural and kinematic analysis of a mechanism for internal surfaces processing. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin*, 2019, no. 4, pp. 14–21, doi: <https://doi.org/10.1134/S0235711919040072> (in Russ.). (Eng. version: *J. Mach. Manuf. Reliab.*, 2019, vol. 48, no. 4, pp. 292–298, doi: <https://doi.org/10.3103/S1052618819040071>)
- [14] Egorov O.D., Buynov M.A. Analysis of mechanisms based on their structural and constructive redundancy. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Tekhnologiya tekstilnoy promyshlennosti* [Proceedings of Higher Educational Institutions. Textile Industry Technology], 2018, no. 2, pp. 177–181. (In Russ.).

## Информация об авторах

**ЛЮМИНАРСКИЙ Станислав Евгеньевич** — кандидат технических наук, доцент кафедры «Теория механизмов и машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: katjstas@mail.ru).

**ЛЮМИНАРСКИЙ Игорь Евгеньевич** — доктор технических наук, профессор кафедры «Теория механизмов и машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: lie260@mail.ru).

## Information about the authors

**LYUMINARSKY Stanislav Evgenievich** — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Department of Theory of Mechanisms and Machines. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: katjstas@mail.ru).

**LYUMINARSKY Igor Evgenievich** — Doctor of Science (Eng.), Professor, Department of Theory of Mechanisms and Machines. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: lie260@mail.ru).

### Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Люминарский С.Е., Люминарский И.Е. Применение принципа Ассура для рычажных механизмов второго типа. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2024, № 12, с. 3–10.

### Please cite this article in English as:

Lyuminarsky S.E., Lyuminarsky I.E. Assur principle introduction in the lever mechanisms of the second type. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2024, no. 12, pp. 3–10.



Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана  
предлагает читателям монографию  
под редакцией А.Л. Носко

### «Тормозные ролики для паллетных гравитационных стеллажей. Конструкция. Теория. Методы расчета. Эффективность применения»

**Авторы: Е.В. Сафронов, А.Л. Носко, И.А. Шарифуллин**

Представлены разработанные математические модели процесса движения паллеты по тормозным роликам различных типов, метод расчета скорости движения паллеты по тормозному ролику, стенд для экспериментального исследования тормозных роликов различных типов. Приведены результаты сравнительного анализа расчетных и экспериментальных исследований тормозных роликов, анализа эффективности работы и срока службы отечественного образца тормозного центробежного фрикционного ролика с зарубежными аналогами. Изложен разработанный метод выбора тормозного дискового магнитного ролика отечественной конструкции.

Для научных и инженерно-технических работников машиностроительной промышленности Российской Федерации, занимающихся проектированием, эксплуатацией, ремонтом и испытаниями паллетных гравитационных стеллажей.

### По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.  
Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;  
press@bmstu.ru; <https://press.bmstu.ru>