

Машиностроение и машиноведение

УДК 621.01 (075.8)

Паутинные шарнирные механизмы: теория образования, алгоритмы синтеза и практика создания для машиностроения

В.И. Пожбелко

ФГАОУ ВО «Южно-Уральский государственный университет
(национальный исследовательский университет)»

Network hinged mechanisms: creation theory, synthesis algorithms and practice of their design in mechanical engineering

V.I. Pozhbelko

South Ural State University (National Research University)

Структурный синтез сложных многоконтурных механизмов с заданными эксплуатационными свойствами и увеличенным сроком службы является первой задачей их проектирования. Приведено решение сложной комплексной задачи разработки единой теории синтеза и анализа подвижности механических систем нового класса в виде различных паутинных шарнирных механизмов без избыточных связей, включающей в себя структурные уравнения, теорию образования и алгоритмы направленного структурного синтеза. Даны примеры применения разработанной теории многоконтурных паутинных структур для создания на уровне изобретений плоских и пространственных паутинных механизмов и устройств для различных областей машиностроения в виде рычажных приводов манипуляторов, роботов, зажимных устройств, складывающихся плоских и сферических антенн рефлекторов и локаторов, платформенных многоопорных механизмов.

EDN: GOXWDA, <https://elibrary/goxwda>

Ключевые слова: паутинные механизмы, многократные шарниры, избыточные связи, универсальные структурные уравнения, замкнутые контуры

Structural synthesis of the complex multi-loop mechanisms with specified operational properties and increased service life appears to be the primary task in their design. The paper presents solution to a complex problem of developing a unified theory of synthesis and analysis of the new class of mechanical systems mobility in the form of various network hinged mechanisms without the redundant connections. This solution includes structural equations, creation theory and algorithms of the directed structural synthesis. The paper provides examples of introducing the developed theory of multi-loop network structures to create various mechanisms at the level of inventions. Such products could comprise flat and spatial network mechanisms and devices for various areas of mechanical engineering: lever

drives of manipulators, robots, clamping devices, folding flat and spherical antennas of reflectors and locators, as well as the platform multi-support mechanisms.

EDN: GOXWDA, <https://elibrary/goxwda>

Keywords: network mechanisms, multiple hinges, redundant connections, universal structural equations, closed loops

Структурный синтез и анализ являются первоочередной и самой сложной задачей проектирования работоспособных механизмов, которая предопределяет их эксплуатационные свойства и срок службы [1–6]. Наибольшее практическое применение в технике нашли приводы машин с цилиндрическими шарнирами при отсутствии во всех замкнутых контурах механизмов вредных избыточных связей, что обеспечивает простоту конструкции и сборки кинематической цепи (КЦ) [7–19].

Разнообразные механизмы (рычажные, зубчатые, кулачковые), где все замкнутые контуры КЦ сложной механической системы на этапе синтеза K -контурных многозвенных структурных схем выполнены без избыточных связей, являются наиболее перспективными для современного машиностроения [4, 11, 19].

Благодаря самоустанавливаемости всех звеньев (как при их сборке, так и при эксплуатации) такие многозвенные механизмы отличает равномерная нагруженность всех звеньев, снижение трения, износа и точность изготовления, что увеличивает срока службы в 2–3 раза [4, 11]. В связи с этим в обобщающей научной монографии С.Н. Кожевникова [4] предложено считать структурные схемы механизмов без избыточных связей (числом $q = 0$) оптимальными (наилучшими), а их синтез принимать за оптимальный.

Цель статьи — разработать единую теорию синтеза и анализа многоконтурных паутинных шарнирных механизмов (ПШМ) нового класса и рассмотреть примеры ее применения при создании новых ПШМ на уровне изобретений [20–26] для различной техники.

Основные понятия и новые универсальные структурные уравнения. Будем использовать следующие понятия и уравнения.

Приведенное число многократных шарниров во всей K -цепи механизма

$$V = \sum_{j=2}^{j_{\max}} (j-1)v_j \leq 2(K-1) + n_1, \quad (1)$$

где v_j — число j -кратных многократных шарниров.

Число независимых замкнутых контуров в КЦ механизма

$$K = 1 + \frac{1}{2} \left[V + \sum_{i=1}^{i_{\max}} (i-2)n_i \right], \quad (2)$$

где i и i_{\max} — число вершин (j -кратных шарниров) на одном звене и их наибольшее количество; n_i — число i -шарнирных звеньев K -цепи.

Универсальные формулы для расчета числа звеньев n^0 и суммарной подвижности f_{Σ}^0 всех H -подвижных пар расчетной базовой структурной группы с контурами K^0 , образуемыми после присоединения всех внешних пар к стойке,

$$\begin{cases} n^0 = (h-1)K^0 + \tilde{K} - f; \\ f_{\Sigma}^0 = hK^0 + \tilde{K} \Rightarrow (p_1 + 2p_2 + 3p_3 + 4p_4 + 5p_5); \\ f = \Sigma(H-1)p_H \Rightarrow (p_2 + 2p_3 + 3p_4 + 4p_5), \end{cases} \quad (3)$$

где H — относительная подвижность звеньев в кинематической паре (КП); h — число степеней свободы в пространстве движений звеньев; \tilde{K} — число контуров, замыкаемых динамическими или гибкими связями (при $h=1$); f — дополнительная подвижность многоподвижных КП ($H \geq 2$) [9]; p_H — количество H -подвижных КП; p_1, \dots, p_5 — число КП первого-пятого класса

Универсальная структурная формула расчета подвижности однородных ($h = \text{const}$) и неоднородных ($h = \text{var}$) механизмов, работающих в h -пространстве движений,

$$W_h = \frac{1}{2} \left(V + \sum_{i=1}^{i_{\max}} in_i \right) - \sum_{h=1}^{h=6} hK_h + f, \quad (4)$$

где K_h — число замкнутых контуров КЦ, работающих в h -пространстве.

Универсальная формула расчета числа избыточных связей в K -цепи

$$q_h = \sum_{h=1}^{h=6} (h-1)K_h + W_h + 1 - (\tilde{n} + f), \quad (5)$$

где \tilde{n} — общее число звеньев замкнутой КЦ механизма (включая стойку).

Универсальная структурная математическая модель (V -Model) для синтеза всех возможных K -контурных самоустанавливающихся механизмов

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{i_{\max}} i n_i = 2 \left(W + \sum_{h=2}^{h=6} h K_h - f \right) - V; \\ \sum_{i=1}^{i_{\max}} (i-2) n_i = 2(K-1) - V; \\ \sum_{k=3}^{k_{\max}} k \alpha_k = 2 \left(W + \sum_{h=2}^{h=6} h K_h - f \right) - V; \\ \Phi(q) = \sum_{h=1}^{h=6} q_h = 0, \end{cases} \quad (6)$$

где α_k — замкнутые контуры структурной схемы K -цепи механизма с числом сторон $k \leq k_{\max}$.

Универсальные структурные формулы расчета подвижности однородных механизмов:

- при $h = 1$

$$W_{h=1} = \tilde{n} + f - 1 = \sum_{i=1}^{i_{\max}} n_i; \quad (7)$$

- при $h = 2$

$$W_{h=2} = \frac{1}{2} \sum_{i=1} (4-i) n_i + \left(f - \frac{1}{2} V - 2 \right); \quad (8)$$

- при $h = 3$

$$W_{h=3} = \sum_{i=1}^{i_{\max}} (3-i) n_i + (f - V - 3); \quad (9)$$

- при $h = 4$

$$W_{h=4} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{i_{\max}} (8-3i) n_i + \left(f - \frac{3}{2} V - 4 \right); \quad (10)$$

- при $h = 5$

$$W_{h=5} = \sum_{i=1} (5-2i) n_i + (f - 2V - 5); \quad (11)$$

- при $h = 6$

$$W_{h=6} = \frac{1}{2} \sum_{i=1} (12-5i) n_i + \left(f - \frac{5}{2} V - 6 \right). \quad (12)$$

Универсальные структурные уравнения для поконтурного расчета следующих параметров:

- числа степеней свободы h -пространства движений, необходимого для сборки каждого из контуров КЦ без избыточных связей,

$$h = \frac{f_{\Sigma}^0}{K^0} = \left(\frac{n^0 + f}{K^0} \right) + 1; \quad (13)$$

- числа независимых замкнутых контуров в K -цепи при $q = 0$

$$K^0 = f_{\Sigma}^0 - n^0 - f, \quad (14)$$

где

$$f = \sum_{H=2}^{H=5} (H-1) p_H.$$

Универсальный структурный критерий статически определимых замкнутых кинематических K -цепей, собираемых и работающих в заданном h -пространстве движений без избыточных связей,

$$\frac{f_{\Sigma}^0 - n^0}{K^0 + f} = 1. \quad (15)$$

Основные типы и структурные формулы подвижности паутиных структур. Введем следующие обозначения:

L_0 — число сторон (вершин) замкнутого шарнирного многозвенника; n^* — число звеньев, попарно соединяющих вершины или звенья L_0 -многозвенников; $\tilde{n} = (L_0 + n^* + n_0) + 1$ — общее число звеньев ПШМ (включая стойку); i_c — число опорных шарниров на стойке; $n_0 = i_c$ — число опорных звеньев, $n_0 \leq L_0$; C — число L_0 -многозвенников в паутиной структуре ПШМ, $C \geq 1$.

Анализ особенностей строения выполненных на уровне изобретений паутинообразных КЦ механизмов [20–25] позволяет подразделить паутиные структуры на три типа (рис. 1).

Тип I — многовершинная структура строения КЦ — шарнирный L_0 -многозвенник ($L_0 \geq 3$), подвижно соединенный со стойкой опорными двухшарнирными звеньями числом $n_0 \leq L_0$.

Тип II — сетчатая структура строения КЦ — образующий шарнирный L_0 -многозвенник ($L_0 \geq 6$), противоположные вершины или стороны которого попарно связаны двухшарнирными рычажными звеньями.

Тип III — кольцевая структура строения КЦ — расширяющаяся от центра к периферии многоконтурная КЦ, образованная из концентрично установленных один вокруг другого и попарно соединенных между собой шарнирных L_0 -многозвенников ($L_0 \geq 4$).

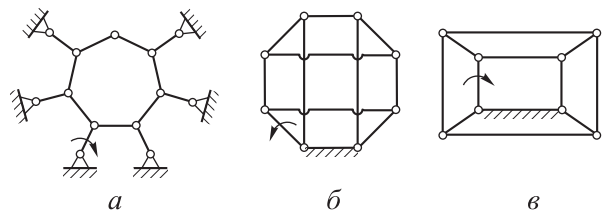


Рис. 1. Схемы основных типов многоконтурных паутиных структур механизмов:

- a — тип I ($L_0 = 7, C = 1, n_0^0 = 6, W = 1, q = 0$);
- b — тип II ($L_0 = 8, n^* = 4, W = 1, q = 0$);
- v — тип III ($L_0 = 4, C = 2, W = 1, q = 0$)

Рассмотрим более подробно параметры строения K -цепей для каждого типа паутиных структур и выведем общие для них структурные формулы расчета степени подвижности W создаваемых на их основе ПШМ.

Для ПШМ первого типа (рис. 1, а) выразим все структурные параметры через число сторон L_0 следующим образом:

$$n_2 = L_0 + n_0; \quad V = n_0.$$

После подстановки этих соотношений в выражение (9) получаем общую структурную формулу для ПШМ первого типа

$$W_{h=3} = L_0 - n_0. \quad (16)$$

Анализ формулы (16) позволяет заключить следующее:

- число опорных звеньев должно быть меньше числа сторон (вершин) замкнутого шарнирного многозвенника, т. е. $n_0 < L_0$;
- при $n_0 = L_0$ многовершинная паутиная структура превращается в статически определимую форму ($W = 0, q = 0$);
- структура ПШМ должна удовлетворять граничному критерию $L_0 - n_0 > 1$.

Для ПШМ второго типа (рис. 1, б) выразим все структурные параметры через L_0 следующим образом:

$$n^* = \frac{L_0}{2}; \quad n_2 = L_0 + n^* = \frac{3}{2}L_0;$$

$$V = v_2 = L_0; \quad K = 1 + \frac{L_0}{2}.$$

После подстановки этих соотношений в выражение (9) получаем общую структурную формулу для ПШМ второго типа

$$W_{h=3} = \frac{L_0}{2} - 3. \quad (17)$$

Анализ формулы (17) позволяет сделать следующие выводы:

- число сторон L_0 -многозвенника должно быть четным ($L_0 \geq 6$);
- при $L_0 = (L_0)_{\min} = 6$ сетчатая паутиная структура превращается в статически определимую форму ($W = 0, q = 0$);
- структура ПШМ со степенью подвижности $W \geq 1$ должна содержать число сторон $L_0 \geq 8$, т. е. $(L_0)_{\min} = 8$.

Для ПШМ третьего типа (рис. 1, в) выразим все структурные параметры через L_0 и C следующим образом:

$$n_2 = L_0(2C - 1); \quad V = 2L_0(C - 1).$$

После подстановки этих соотношений в выражение (9) получаем общую структурную формулу для ПШМ третьего типа

$$W_{h=3} = L_0 - 3. \quad (18)$$

Анализ формулы (18) позволяет заключить следующее:

- число сторон образующего L_0 -многозвенника должно быть более трех;
- при $L_0 = (L_0)_{\min} = 3$ кольцевая паутиная структура превращается в статически определимую форму ($W = 0, q = 0$);
- подвижность W не зависит от числа установленных один вокруг другого шарнирных L_0 -многозвенников C и является постоянной для заданного параметра $L_0 \geq 3$.

Синтез и анализ ПШМ первого типа. ПШМ данного типа имеют многовершинную структуру строения многоконтурной КЦ, которая содержит образующий L_0 -вершинный многозвенник, соединенный с отдельно установленной стойкой через расположенные вокруг него опорные звенья.

Алгоритм структурного синтеза ПШМ первого типа включает в себя следующие шаги:

- построение паутиной структуры в виде наружного шарнирного L_0 -многозвенника с установленными на его вершинах опорными двухшарнирными звеньями, число которых определяется выражением $n_0 = L_0 - W$;
- сборка построенной многовершинной структуры ($C \geq 2$) с установленными внутри наружного L_0 -многозвенника дополнительными подобными L_0 -многозвенниками для образования платформенной паутиной КЦ с опорными звеньями;
- присоединение построенной платформенной паутиной структуры с опорными звеньями к многошарнирной стойке с числом шарниров $i_c = L_0 - W = n_0$ для образования замкнутой КЦ ПШМ первого типа с выбранными входными звеньями.

Результаты структурного синтеза по указанному алгоритму ПШМ с входными параметрами $W = 2, h = 3, L_0 = 6, C = 3$ приведены на рис. 2 в виде созданных на уровне изобретений [21–25] механизмов складной плоской антенны (рис. 2, б) и многоемкостного вибросмесителя на основе плавающего шарнирного параллелограмма (рис. 2, в).

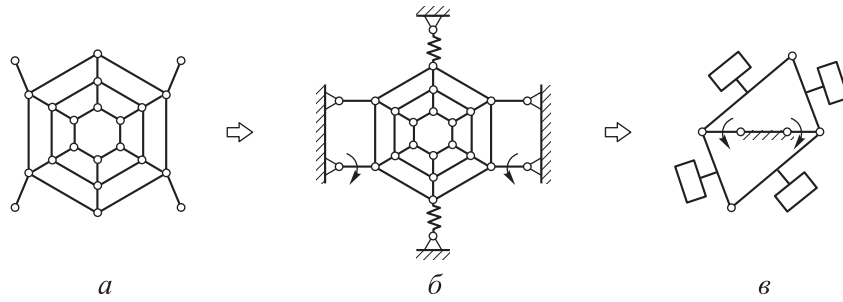


Рис. 2. Результаты структурного синтеза ПШМ многовершинной структуры:
 а — $L_0 = 6, n_0 = 4, C = 3$; б — $\tilde{n} = 35, n_2 = 34, V = 28, W = 2, q = 0$;
 в — $\tilde{n} = n_2 = 7, V = 2, W = 2 < q = 0$

Анализ работоспособности синтезированной паутинового механизма (см. рис. 2, б) выполнен по критериям $W \geq 1$ и $q = 0$ с помощью универсальных структурных формул (9) и (5) путем подстановки в них входных параметров синтеза:

$$W_{h=3} = n_2 - (v_2 + 2v_3) - n_4 - 3 = 2;$$

$$q_{h=3} = (h-1)(K_{h=3}) + W_{h=3} + 1 - \tilde{n} = 0.$$

Синтез и анализ ПШМ второго типа. Механизмы такого типа имеют сетчатую структуру строения многоконтурной КЦ, выполненной в виде образующего L_0 -вершинного многозвенника, противоположные вершины или стороны которого дополнительно соединены двухшарнирными рычажными звеньями, а одна из сторон совмещена со стойкой.

Алгоритм структурного синтеза ПШМ второго типа включает в себя следующие шаги:

- построение замкнутого шарнирного L_0 -многозвенника ($L_0 \geq 8$) с заданным числом сторон в виде двухшарнирных звеньев и равным L_0 числом вершин;
- попарное соединение между собой противоположно расположенных вершин и/или звеньев L_0 -многозвенника через расчетное число звеньев

$$n^* = (L_0 - W) - 3$$

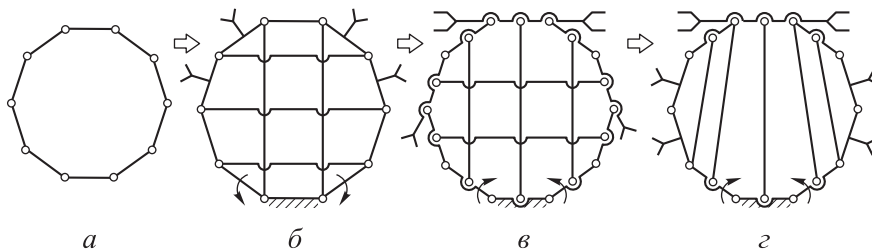


Рис. 3. Результаты структурного синтеза ПШМ сетчатой структуры:
 а — $L_0 = 10$; б — $\tilde{n} = n_2 = 15, W = 2, q = 0$;
 в — $\tilde{n} = 15, n_2 = 5, V = 0$; г — $\tilde{n} = 15, n_2 = 9, n_3 = 6, n^* = 5, V = 4$

для образования замкнутой КЦ ПШМ второго типа с выбранными входными звеньями.

Результаты структурного синтеза по такому алгоритму ПШМ с входными параметрами

$$W = 2; L_0 = 10; n^* = (L_0 - W) - 3 = 5$$

приведены на рис. 3 в виде выполненного на уровне изобретений [21, 24] шестиконтурного многорукого паутинового манипулятора с двумя управляемыми степенями свободы.

Анализ работоспособности синтезированной шестиконтурного паутинового механизма (рис. 3, б) по критериям $W \geq 1, q = 0$ выполнен с помощью универсальных структурных формул (9) и (5) путем подстановки в них входных параметров синтеза:

$$W_{h=3} = n_2 - V - 3 = 2;$$

$$q_{h=3} = (h-1)K_{h=3} + W_{h=3} + 1 - \tilde{n} = 0.$$

Синтез и анализ ПШМ третьего типа. Такие механизмы имеют кольцевую структуру строения многоконтурной КЦ, которая выполнена в виде сборки концентрично расположенных между собой и расширяющихся от центра к периферии L_0 -многозвенников, где смежные при их сборке вершины или стороны попарно соединены двухшарнирными рычажными звеньями, а одна из сторон одного из L_0 -многозвенников заблокирована со стойкой.

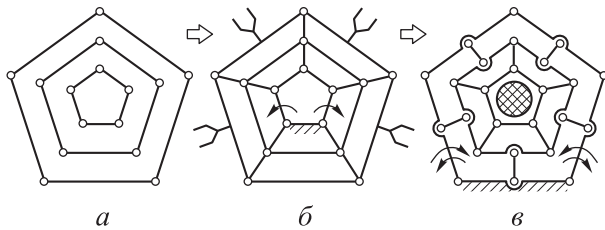


Рис. 4. Результаты структурного синтеза ПШМ кольцевой структуры:

а — $L_0 = 5, C = 3$; б — $\tilde{n} = n_2, V = 20$;
в — $\tilde{n} = 25, n_2 = 15, n_3 = 15, V = 10$

Алгоритм структурного синтеза ПШМ третьего типа включает в себя следующие шаги:

- построение кольцевой паутиной структуры, состоящей из концентрично расположенных один вокруг другого и расширяющихся от центра к периферии шарнирных L_0 -многозвенников с расчетным значением $L_0 = W + 3$;
- попарное соединение всех противоположно расположенных вершин или звеньев соседних L_0 -многозвенников двухшарнирными рычажными звеньями для образования K -контурной паутиной структуры замкнутой КЦ;
- выбор одного из звеньев построенной паутиной структуры за стойку и задание входных звеньев.

Результаты структурного синтеза по указанному алгоритму ПШМ с входными параметрами $W = 2, C = 3, L_0 = W + 3 = 5$ приведены на рис. 4 в виде паутиных механизмов многорукого робота (рис. 4, б) и плавающего схвата (рис. 4, в) с двумя управляемыми степенями свободы.

Анализ работоспособности синтезированного на рис. 4, б одиннадцатиконтурного паутинового механизма по критериям $W \geq 1, q = 0$ выполнен с помощью универсальных структурных формул (9) и (5) путем подстановки в них входных параметров синтеза:

$$W_{h=3} = n_2 - V - 3 = 2;$$

$$q_{h=3} = (h-1)K_{h=3} + W_{h=3} + 1 - \tilde{n} = 0.$$

Синтез и анализ пространственных ПШМ. Особенностью паутиной структуры рассматриваемых пространственных сферических ПШМ является выполнение всех осей цилиндрических шарниров (образующих КЦ шарнирных L_0 -многозвенников) пересекающимися между собой в одной общей точке M и в виде плоских пластин, радиально изогнутых вокруг этой точки.

Алгоритм структурного синтеза сферических ПШМ включает в себя следующие шаги:

- построение пространственной кольцевой сферической структуры из двухшарнирных рычажных звеньев с непараллельными осями шарниров в виде объемных L_0 -многозвенников и попарное подвижное соединение между собой для образования многоконтурной КЦ;
- установка одного из звеньев сферического ПШМ на поворотную платформу для образования пространственного паутинового шарнирного механизма [26], работающего в пространстве движений $h = 3$.

Результаты структурного синтеза по указанному алгоритму ПШМ с входными параметрами

$$W = 2, L_0 = W + 3 = 5,$$

$$C = 3, n^* = (C-1)(L_0) = 10$$

приведены на рис. 5 в виде пространственного паутинового механизма складывающейся сферической антенны с эллиптической поверхностью раскрыва.

Анализ работоспособности синтезированного на рис. 5, б одиннадцатиконтурного паутинового механизма по критериям $W \geq 1, q = 0$ выполнен с помощью универсальных структурных формул (9) и (5) путем подстановки в них входных параметров синтеза:

$$W_{h=3} = n_2 - V - 3 = 2;$$

$$q_{h=3} = (h-1) \cdot 11 + W_{h=3} + 1 - \tilde{n} = 0.$$

Синтез и анализ механизмов на основе паутиных структурных групп (ПСГ). Предлагаемые новые алгоритмы структурного синтеза многоконтурных механизмов без избыточных связей ($W \geq 1, q = 0$) рассмотрим на примерах использования ПСГ первого вида (пример 1),

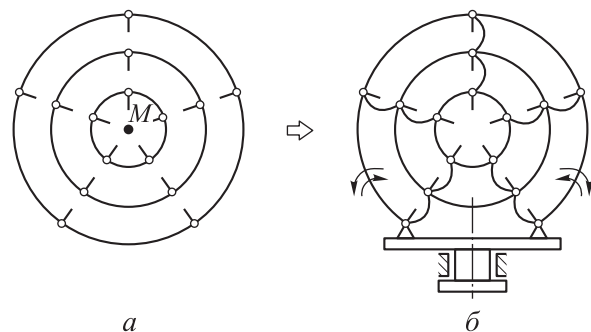


Рис. 5. Результаты структурного синтеза пространственного сферического ПШМ:
а — $L_0 = 5, C = 3$; б — $\tilde{n} = n_2 = 25, V = 20, W = 2, q = 0$

ПСГ второго вида (пример 2) и ПСГ третьего вида (пример 3).

Пример 1. Алгоритм структурного синтеза ПШМ с помощью ПСГ первого вида включает в себя следующие шаги:

- подстановка в структурную формулу (16) граничного критерия $W = 0$ для получения необходимого условия статической определимости ПСГ первого вида

$$W_{h=3} = (L_0 - n_0) = 0 \Rightarrow n_0 = L_0; \quad (19)$$

- присоединение к ПСГ первого вида входных звеньев числом $N = W = 2$ для образования ПШМ (рис. 6, а) с параметрами $L_0 = n_0 = 6$, $V = L_0$, $\tilde{n} = 15$, $n_2 = 14$, $n_6 = 1$, $i_c = n_0$, $K = 6$, $h = 3$.

Пример реализации условия (19) приведен на рис. 6, а в виде синтезированного паутинового механизма центрирующего устройства. Анализ работоспособности созданного механизма по критериям $W \geq 1$, $q = 0$ выполнен с помощью универсальных структурных формул (9) и (5) путем подстановки в них входных параметров синтеза:

$$W_{h=3} = (n_2 - V - 3) - (i_c - 3) = 2;$$

$$q_{h=3} = (h - 1)K + W_{h=3} + 1 - \tilde{n} = 0.$$

Пример 2. Алгоритм структурного синтеза ПШМ с помощью ПСГ второго вида включает в себя следующие шаги:

- подстановка в структурную формулу (17) граничного критерия $W = 0$ для получения необходимого условия статической определимости ПСГ второго вида

$$W_{h=3} = \frac{L_0}{2} - 3 = 0 \Rightarrow L_0 = 6; \quad (20)$$

- присоединение к ПСГ второго вида (рис. 6, б) опорных звеньев числом $n_0 = W + 1 = 2$ для образования ПШМ с входными параметрами синтеза $L_0 = 6$, $W = 1$, $n_0 = 2$.

Пример реализации условия (20) приведен на рис. 6, б в виде синтезированного плоского паутинового механизма подвижного локатора. Анализ работоспособности созданного ПШМ по критериям $W \geq 1$, $q = 0$ выполнен с помощью универсальных структурных формул (9) и (5) путем подстановки в них входных параметров синтеза $\tilde{n} = n_2 = 12$, $V = v_2 + 2v_3 = 8$, $K = 5$:

$$W_{h=3} = (n_2 - V) - 3 = 1;$$

$$q_{h=3} = (h - 1)K + W_{h=3} + 1 - \tilde{n} = 0.$$

Пример 3. Алгоритм структурного синтеза ПШМ с помощью ПСГ третьего вида включает в себя следующие шаги:

- подстановка в структурную формулу (18) граничного критерия $W = 0$ для получения условия статической определимости ПСГ третьего вида

$$W_{h=3} = (L_0 - 3) = 0 \Rightarrow L_0 = 3;$$

- присоединение к ПСГ третьего вида (рис. 6, в) соединительных и опорных звеньев (число пар которых равно $W \geq 1$) для образования ПШМ с входными параметрами синтеза $L_0 = 3$, $C = 3$, $W = 3$.

Пример реализации условия (20) в виде синтезированного на уровне изобретений [21] пау-

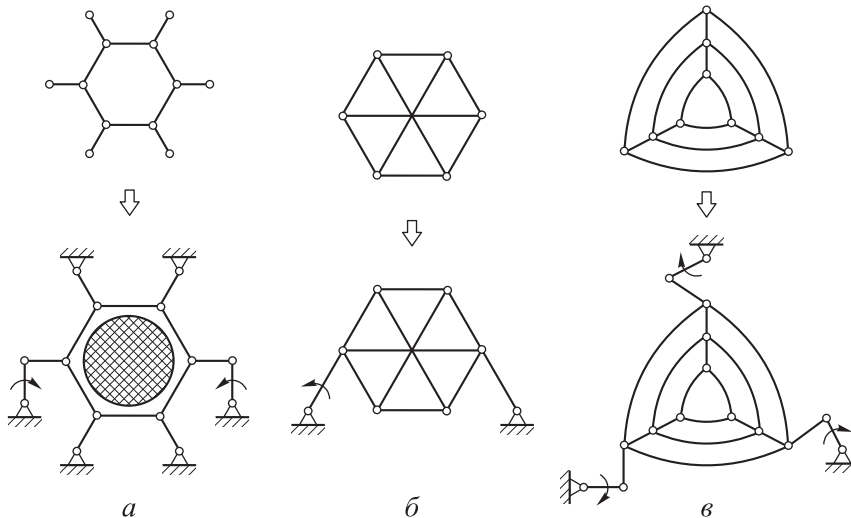


Рис. 6. Результаты структурного синтеза ПШМ на основе ПСГ: а — ПСГ первого вида ($L_0 = 6$, $n^0 = 6$); б — ПСГ второго вида ($L_0 = 6$, $n_0 = 2$, $V = 8$); в — ПСГ третьего вида ($L_0 = 3$, $C = 3$)

тинного платформенного механизма приведен на рис. 6, в.

Анализ работоспособности созданного ПШМ в пространстве движений $h = 3$ по критериям $W \geq 1$ и $q = 0$ выполнен с помощью универсальных структурных формул (9) и (5) путем подстановки в них входных параметров синтеза $\tilde{n} = 22$, $V = 15$, $n_2 = 21$, $n_3 = 1$, $K = 9$:

$$W_{h=3} = n_2 - V - 3 = 3;$$

$$q_{h=3} = (h-1)K + W_{h=3} + 1 - \tilde{n} = 0.$$

Синтез и анализ параллелограммных ПШМ.

Рассматриваемые механизмы представляют особое семейство многоконтурных структур ($K \geq 2$, $W = 1$, $q = 0$), где все изменяемые замкнутые контуры КЦ являются смежными между собой параллелограммами, собираемыми и работающими в разных h -пространствах движений ($h = 3$ и $h = 2$). В зависимости от способа выбора стойки в замкнутой КЦ разделим параллелограммные ПШМ на классы *A* и *B*. Первый содержит отдельную от L_0 -многозвенника стойку, второй — стойку, совмещенную с одной из сторон L_0 -многозвенника.

Алгоритм структурного синтеза параллелограммного ПШМ класса *A* включает в себя следующие шаги:

- построение образующего шарнирного L_0 -многозвенника заданной конфигурации с заданным числом L_0 двухшарнирных звеньев;
- соединение всех вершин L_0 -многозвенника со стойкой двухшарнирными опорными звеньями числом $n_0 = L_0$, которые при сборке образуют подобные между собой параллелограммные замкнутые контуры в разных h -пространствах движений ($h = 3$ и $h = 2$), где $K_{h=2} = 1$, $K_{h=3} = K_h - 1$, $K_h = K_{h=2} + K_{h=3}$;
- выполнение стойки в виде мног шарнирного звена с числом шарниров $i_c = n_0$ и выбор одного из опорных звеньев в качестве ведущего кривошипа.

Результаты структурного синтеза параллелограммного ПШМ класса *A* ($W = 1$, $q = 0$) в виде синтезированного на уровне изобретений [21] платформенного паутинового механизма без избыточных связей приведены на рис. 7.

Алгоритм структурного синтеза параллелограммного ПШМ класса *B* включает в себя следующие шаги:

- построение образующего шарнирного L_0 -параллелограмма с заданным числом двухшарнирных звеньев $L_0 \geq 4$;
- попарное соединение противоположных сторон L_0 -параллелограмма параллельно расположенными двухшарнирными звеньями одинаковой длины, равной длине одной из сторон L_0 -параллелограмма, для образования K -цепи из подобных между собой смежных параллелограммов при их сборке в разных h -пространствах движений ($h = 3$ и $h = 2$) с числом независимых замкнутых контуров $K_h = K_{h=3} + K_{h=2}$;
- построение замкнутой КЦ паутинового механизма, в которой одна из сторон шарнирного L_0 -параллелограмма принята за стойку, а смежная с ней сторона — за входное звено.

Результаты структурного синтеза параллелограммного ПШМ класса *B* ($W = 1$, $q = 0$) приведены на рис. 8 в виде синтезированного на уровне изобретений [25] паутинового механизма складывающейся антенны одно- или двухэкранный радиолокатора с прямоугольной линией раскрытия. В соответствии с универсальной структурной формулой (5) многоконтурный ПШМ (рис. 8, б) выполнен без избыточных связей:

$$q_h = \sum (h-1)K_h + W_h + 1 - \tilde{n} = 0.$$

Структурные теоремы ПШМ. Приведенные далее теоремы 1 и 2 устанавливают новую взаимосвязь между строением различных многоконтурных структур ПШМ и возникающей в них подвижностью (числом степеней свободы)

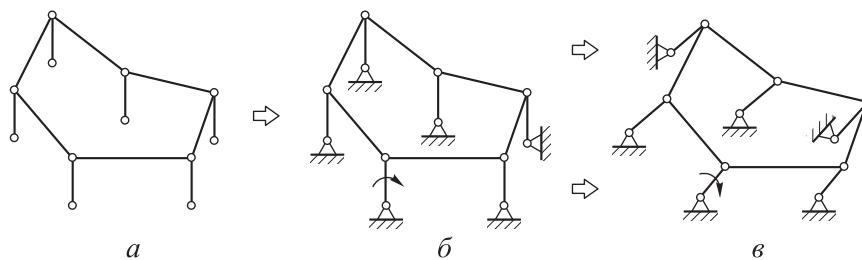


Рис. 7. Результаты структурного синтеза параллелограммного ПШМ класса *A*:
 а — $L_0 = 6$, $n_0 = 6$; б, в — $\tilde{n} = 13$, $n_2 = 12$, $V = 6$, $K_h = 6$, $K_{h=2} = 1$, $K_{h=3} = 5$

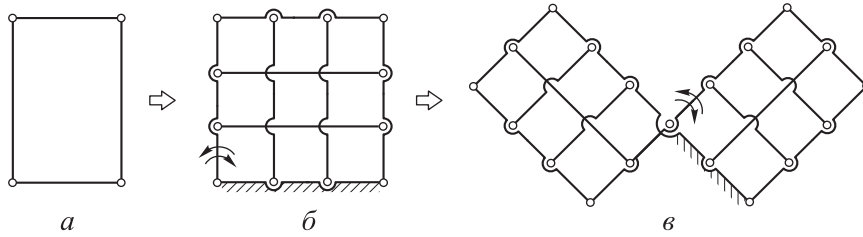


Рис. 8. Результаты структурного синтеза параллелограммных ПШМ класса В:
 а — $L_0 = 4$; б — $\tilde{n} = 8, n^* = 4, V = 0, K = 5, K_{h=3} = 1, K_{h=2} = 4$;
 в — $\tilde{n} = 12, n^* = 6, V = 0, K = 8, K_{h=3} = 2, K_{h=2} = 6$

W всех подвижных звеньев относительно стойки, а теорема 3 определяет точное количество всех возможных наборов [МJA] многократных шарниров [13] разной кратности ($2 \leq j \leq K$) для предельного случая $\tilde{n} = n_2 = V = V_{\max}$.

Теорема 1. Число степеней свободы W непараллелограммных плоских и сферических ($h = 3 = \text{const}$) ПШМ можно однозначно выразить через число сторон образующего ПШМ L_0 -многозвенника в виде следующих структурных формул подвижности:

- для ПШМ с многовершинной структурой строения, содержащей заданное число опорных звеньев n_0 связи со стойкой (см. рис. 1, а):

$$W_{h=3} = L_0 - n_0; \tag{21}$$

- для ПШМ с сетчатой структурой строения (см. рис. 1, б)

$$W_{h=3} = \frac{L_0}{2} - 3; \tag{22}$$

- для ПШМ с кольцевой структурой строения (см. рис. 1, в)

$$W_{h=3} = L_0 - 3. \tag{23}$$

Доказательство. Подставляя в исходное уравнение (9) структурные параметры ПШМ первого, второго и третьего типов, показанных на рис. 1, получаем аналогичные зависимости (16)–(18), полностью совпадающие с данными структурными формулами (21)–(23). Теорема 1 доказана.

Теорема 2. Число степеней свободы W параллелограммных плоских и сферических ($h = 3 = \text{const}$) ПШМ не зависит от числа сторон L_0 образующего ПШМ шарнирного многозвенника и числа $n_0 = L_0$ соединенных с этими сторонами параллельных кривошипов и является постоянной величиной для всех K-контурных структур:

$$W_h = 1 = \text{const}. \tag{24}$$

Доказательство. Выражаем все структурные параметры параллелограммных ПШМ (см. рис. 7) через L_0 следующим образом:

$$\begin{aligned} \tilde{n} &= L_0 + (n_0) + 1 = L_0 + (L_0) + 1 = 2L_0 + 1; \\ n_2 &= L_0 + (n_0) = L_0 + (L_0) = 2L_0; \\ V &= L_0; K = L_0; K = K_{h=3} + K_{h=2}; \\ K_{h=3} &= K - 1 = L_0 - 1; K_{h=2} = 1. \end{aligned}$$

После их подстановки в универсальную структурную формулу подвижности (13), получаем константу

$$W_h = (\tilde{n} - 1) - [\sum (h - 1) K_h] = 1,$$

равную таковой, вычисленной по формуле (24). Теорема 2 доказана.

Теорема 3. Количество целочисленных структурных решений Z_k^* в виде расчетных ассортиментов (наборов) многократных шарниров

$$[MJA] = [v_2 \cdot v_3 \cdot v_4 \cdot v_5 \cdot v_6 \cdot \dots \cdot v_k]$$

для синтеза K-контурной \tilde{n} -звенной КЦ, составленной из одних двухшарнирных звеньев ($V_{\max} = 2(K - 1), \tilde{n} = n_2$) и всех четырехсторонних контуров ($\alpha = \alpha_4$) увеличивается прямо

Результаты расчета количества целочисленных структурных решений

K	$\tilde{n} = n_2$	$Z_k^*(\alpha_4)$	K	$\tilde{n} = n_2$	$Z_k^*(\alpha_4)$	K	$\tilde{n} = n_2$	$Z_k^*(\alpha_4)$
2	6	1	5	12	8	8	18	64
3	8	2	6	14	16	9	20	128
4	10	4	7	16	32	10	22	256

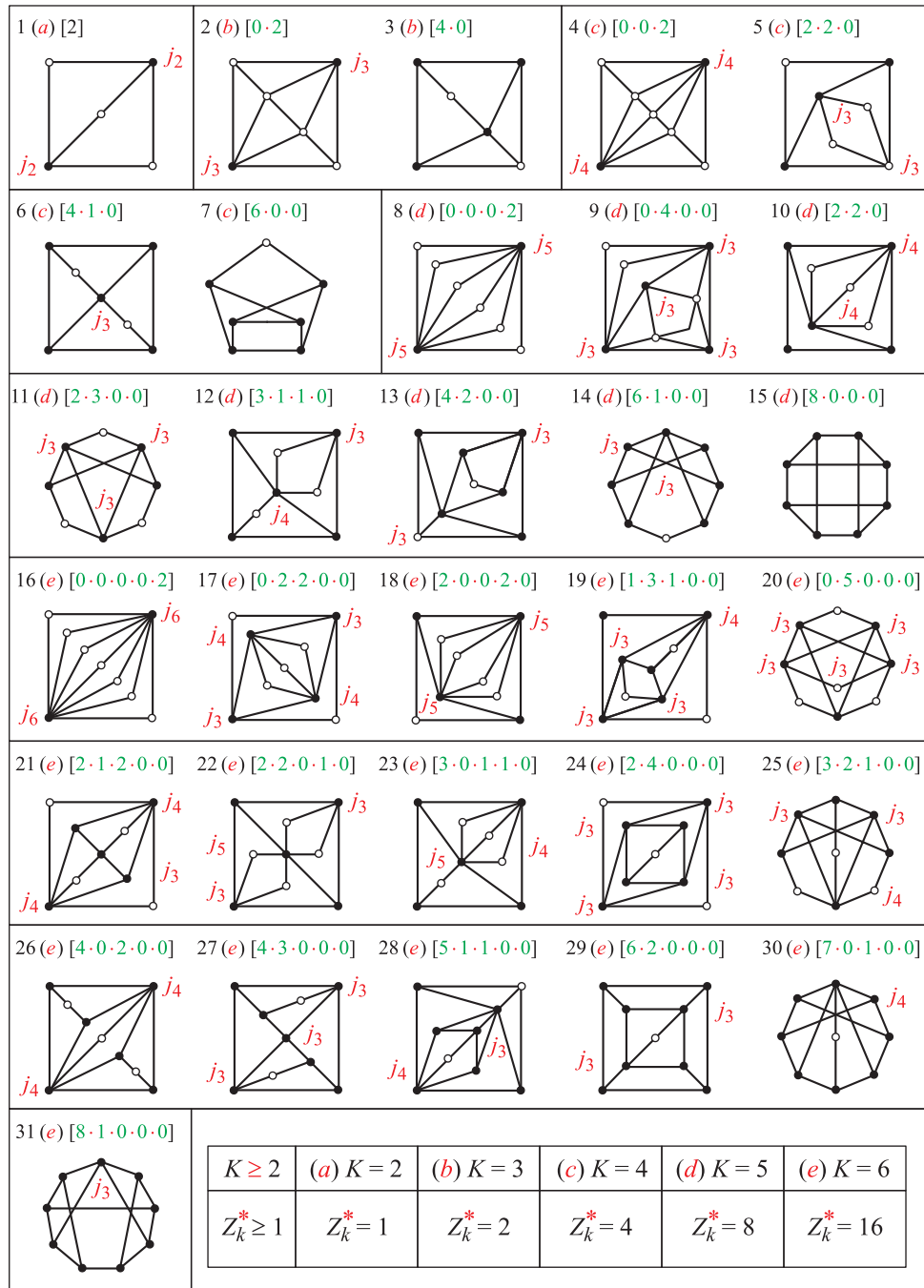


Рис. 9. Полный атлас K -контурных \tilde{n} -звенных симметричных паутиных структур механизмов ($W = 0, q = 0$) со всеми возможными расчетными наборами [М]А]

пропорционально числу независимых замкнутых контуров ($K \geq 2$) и определяется по следующей геометрической прогрессии с показателем, равным двум:

$$Z_k^*(\alpha_4) = 2Z_{k-1}^*(\alpha_4). \quad (25)$$

Результаты расчета количества целочисленных структурных решений $Z_k^*(\alpha_4)$ по формуле (25) приведены в таблице.

Доказательство. Рассмотрим показанный на рис. 9 полный атлас K -контурных паутиных шарнирных структур, синтезированных на основе комбинаторных сочетаний всех целочисленных структурных решений [М]А], полученных для каждого заданного максимального приведенного числа многократных шарниров V_{max} . Результаты сводного анализа всех Z_k^* в атласе полностью совпадают с расчетными (см. таблицу) и доказывают теорему 3.

Выводы

1. Приведены универсальные структурные формулы (1)–(18) для направленного синтеза и анализа всех возможных многоконтурных механических систем без вредных избыточных связей.

2. Эти формулы могут быть использованы для создания общей теории построения ПШМ с заданным числом управляемых степеней сво-

боды и для разработки алгоритмов их оптимального синтеза ($q = 0$) на уровне изобретений [20–25] для применения в разных областях машиностроения в виде приводов рабочих органов манипуляторов, роботов, зажимных устройств, складывающихся плоских и сферических антенн, рефлекторов и локаторов, а также платформенных многоопорных механизмов.

Литература

- [1] Артоболовский И.И. *Теория механизмов и машин*. Москва, URSS, 2019. 640 с.
- [2] Ассур Л.В. *Исследование плоских стержневых механизмов с низшими парами с точки зрения их структуры и классификации*. Москва, Изд-во АН СССР, 1952. 529 с.
- [3] Глазунов В.А., ред. *Новые механизмы в современной робототехнике*. Москва, Техносфера, 2018. 315 с.
- [4] Кожевников С.Н. *Основания структурного синтеза механизмов*. Киев, Наукова Думка, 1979. 231 с.
- [5] Крайнев А.Ф. *Механика машин. Фундаментальный словарь*. Москва, Машиностроение, 2000. 903 с.
- [6] Тимофеев Г.А., ред. *Теория механизмов и механика машин*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. 566 с.
- [7] Коловский М.З., Евграфов А.Н., Семенов Ю.А. и др. *Теория механизмов и машин*. Москва, Академия, 2006. 560 с.
- [8] Вульфсон И.И., Ерихов М.Л., Коловский М.З. и др. *Механика машин*. Москва, Высшая школа, 1996. 511 с.
- [9] Пожбелко В.И. *Инерционно-импульсные приводы машин с динамическими связями*. Москва, Машиностроение, 1989. 132 с.
- [10] Пейсах Э.Е., Нестеров В.А. *Система проектирования плоских рычажных механизмов*. Москва, Машиностроение, 1988. 230 с.
- [11] Решетов Л.Н. *Самоустанавливающиеся механизмы*. Москва, Машиностроение, 1979. 334 с.
- [12] Смелягин А.И. *Структура машин, механизмов и конструкции*. Москва, Инфра-М, 2019. 387 с.
- [13] Пожбелко В.И. Единая теория структуры, синтеза и анализа многозвенных механических систем с геометрическими, гибкими и динамическими связями звеньев. Часть 1. Базовые структурные уравнения и универсальные таблицы строения. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2020, № 9, с. 24–43, doi: <http://dx.doi.org/10.18698/0536-1044-2020-9-24-43>
- [14] Kong X., Gosselin C. Type synthesis of parallel mechanisms. *Springer*, 2007. 276 p.
- [15] Pozhbelko V.I. A unified structure theory of multibody open-, closed-, and mixed-loop mechanical systems with simple and multiple joint kinematic chains. *Mech. Mach. Theory*, 2016, vol. 100, pp. 1–16, doi: <http://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2016.01.001>
- [16] Pozhbelko V., Ermoshina E. Number structural synthesis and enumeration process of all possible sets of multiple joints for 1-DOF up to 5-loop 12-link mechanisms on base of new mobility equation. *Mech. Mach. Theory*, 2015, vol. 90, no. 8, pp. 108–127, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2015.03.006>
- [17] Ding H.F., Hou F.M., Kecskemethy A. et al. Synthesis of the whole family of planar 1-DOF kinematic chains and creation of their atlas database. *Mech. Mach. Theory*, 2012, vol. 47, pp. 1–15, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2011.08.011>
- [18] Grubler M. *Getriebelehre*. Springer, 1917. 154 p.
- [19] Pozhbelko V.I. A new molecular approach for creative design of multiloop linkages and planetary gear mechanisms via novel NTG-graph representation. In: *Advances in mechani-*

- cal engineering. Springer, 2023, pp. 21–34, doi: https://doi.org/10.1007/978-3-031-48851-1_3
- [20] Пожбелко В.И. *Многоконтурный шарнирный механизм*. Патент РФ 2751777. Заявл. 07.07.2020, опубл. 16.07.2021.
- [21] Пожбелко В.И. *Шарнирный многовершинный механизм*. Патент РФ 2777123. Заявл. 07.04.2022, опубл. 01.08.2022.
- [22] Пожбелко В.И. *Шарнирный трехкривошипный механизм*. Патент РФ 2740526. Заявл. 07.07.2020, опубл. 15.01.2021.
- [23] Пожбелко В.И. *Механизм плавающего шарнирного параллелограмма*. Патент РФ 2765387. Заявл. 19.08.2021, опубл. 28.01.2022.
- [24] Пожбелко В.И. *Шарнирный платформенный манипулятор*. Патент РФ 2751782. Заявл. 07.07.2020, опубл. 16.07.2021.
- [25] Пожбелко В.И. *Складывающийся многократный параллелограммный механизм*. Патент РФ 2810882. Заявл. 27.02.2023, опубл. 29.12.2023.
- [26] Пожбелко В.И. *Паутинный шарнирный механизм*. Патент РФ 280030218. Заявл. 18.06.2024, опубл. 14.11.2024.

References

- [1] Artobolevskiy I.I. *Teoriya mekhanizmov i mashin* [Theory of mechanisms and machines]. Moscow, URSS Publ., 2019. 640 p. (In Russ.).
- [2] Assur L.V. *Issledovanie ploskikh sterzhnevyykh mekhanizmov s nizshimi parami s tochki zreniya ikh struktury i klassifikatsii* [Study of flat bar mechanisms with inferior pairs in terms of their structure and classification]. Moscow, Izd-vo AN SSSR Publ., 1952. 529 p. (In Russ.).
- [3] Glazunov V.A., ed. *Novye mekhanizmy v sovremennoy robototekhnike* [New mechanisms in modern robotics]. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2018. 315 p. (In Russ.).
- [4] Kozhevnikov S.N. *Osnovaniya strukturnogo sinteza mekhanizmov* [Fundamentals of structural synthesis of mechanisms]. Kiev, Naukova Dumka Publ., 1979. 231 p. (In Russ.).
- [5] Kraynev A.F. *Mekhanika mashin. Fundamentalnyy slovar* [Mechanics of machines. Fundamental dictionary]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2000. 903 p. (In Russ.).
- [6] Timofeev G.A., ed. *Teoriya mekhanizmov i mekhanika mashin* [Theory of mechanisms and machine mechanics]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2017. 566 p. (In Russ.).
- [7] Kolovskiy M.Z., Evgrafov A.N., Semenov Yu.A. et al. *Teoriya mekhanizmov i mashin* [Theory of mechanisms and machines]. Moscow, Akademiya Publ., 2006. 560 p. (In Russ.).
- [8] Vulfson I.I., Erikhov M.L., Kolovskiy M.Z. et al. *Mekhanika mashin* [Mechanics of machines]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1996. 511 p. (In Russ.).
- [9] Pozhbelko V.I. *Inertsionno-impulsnye privody mashin s dinamicheskimi svyazyami* [Inertia-pulse drives of machines with dynamic linkages]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1989. 132 p. (In Russ.).
- [10] Peysakh E.E., Nesterov V.A. *Sistema proektirovaniya ploskikh rychazhnykh mekhanizmov* [Flat lever mechanism design system]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1988. 230 p. (In Russ.).
- [11] Reshetov L.N. *Samoustnavlivayushchiesya mekhanizmy* [Self-aligning mechanisms]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1979. 334 p. (In Russ.).
- [12] Smelyagin A.I. *Struktura mashin, mekhanizmov i konstruksii* [Structure of machines, mechanisms and design]. Moscow, Infra-M Publ., 2019. 387 p. (In Russ.).
- [13] Pozhbelko V.I. A unified theory of structure, synthesis and analysis of multibody mechanical systems with geometrical, flexible and dynamic connections. Part 1. Basic structural equations and universal structure tables. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroenie* [BMSTU Journal of Mechanical Engineering], 2020, no. 9, pp. 24–43, doi: <http://dx.doi.org/10.18698/0536-1044-2020-9-24-43> (in Russ.).
- [14] Kong X., Gosselin C. Type synthesis of parallel mechanisms. Springer, 2007. 276 p.
- [15] Pozhbelko V.I. A unified structure theory of multibody open-, closed-, and mixed-loop mechanical systems with simple and multiple joint kinematic chains. *Mech. Mach. Theory*, 2016, vol. 100, pp. 1–16, doi: <http://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2016.01.001>

- [16] Pozhbelko V., Ermoshina E. Number structural synthesis and enumeration process of all possible sets of multiple joints for 1-DOF up to 5-loop 12-link mechanisms on base of new mobility equation. *Mech. Mach. Theory*, 2015, vol. 90, no. 8, pp. 108–127, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2015.03.006>
- [17] Ding H.F., Hou F.M., Kecskemethy A. et al. Synthesis of the whole family of planar 1-DOF kinematic chains and creation of their atlas database. *Mech. Mach. Theory*, 2012, vol. 47, pp. 1–15, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2011.08.011>
- [18] Grubler M. *Getriebelehre*. Springer, 1917. 154 p.
- [19] Pozhbelko V.I. A new molecular approach for creative design of multiloop linkages and planetary gear mechanisms via novel NTG-graph representation. In: *Advances in mechanical engineering*. Springer, 2023, pp. 21–34, doi: https://doi.org/10.1007/978-3-031-48851-1_3
- [20] Pozhbelko V.I. *Mnogokonturnyy sharnirnyy mekhanizm* [Multi-circuit hinge mechanism]. Patent RU 2751777. Appl. 07.07.2020, publ. 16.07.2021. (In Russ.).
- [21] Pozhbelko V.I. *Sharnirnyy mnogovershinnyy mekhanizm* [Hinged multiple mechanism]. Patent RU 2777123. Appl. 07.04.2022, publ. 01.08.2022. (In Russ.).
- [22] Pozhbelko V.I. *Sharnirnyy trekhkrivoshirnyy mekhanizm* [Hinged crank mechanism]. Patent RU 2740526. Appl. 07.07.2020, publ. 15.01.2021. (In Russ.).
- [23] Pozhbelko V.I. *Mekhanizm plavayushchego sharnirnogo paralelogramma* [Mechanism of floating articulate parallelogram]. Patent RU 2765387. Appl. 19.08.2021, publ. 28.01.2022. (In Russ.).
- [24] Pozhbelko V.I. *Sharnirnyy platformennyy manipulyator* [Hinged platform manipulator]. Patent RU 2751782. Appl. 07.07.2020, publ. 16.07.2021. (In Russ.).
- [25] Pozhbelko V.I. *Skladyvayushchiysya mnogokratnyy paralelogrammnyy mekhanizm* [Folding multiple parallelogram mechanism]. Patent RU 2810882. Appl. 27.02.2023, publ. 29.12.2023. (In Russ.).
- [26] Pozhbelko V.I. *Pautinnyy sharnirnyy mekhanizm* [Network hinged mechanisms]. Patent RU 280030218. Appl. 18.06.2024, publ. 14.11.2024. (In Russ.).

Статья поступила в редакцию 01.07.2024

Информация об авторе

ПОЖБЕЛКО Владимир Иванович — заслуженный работник высшей школы РФ, доктор технических наук, профессор. ФГАОУ ВО «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)» (454080, Челябинск, Российская Федерация, проспект Ленина, д. 76, e-mail: pozhbelkovi@susu.ru).

Information about the author

POZHBELKO Vladimir Ivanovich — Honored Worker of Higher School of the Russian Federation, Doctor of Science (Eng.), Professor. South Ural State University (National Research University) (454080, Chelyabinsk, Russian Federation, Lenin Ave., Bldg. 76, e-mail: pozhbelkovi@susu.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Пожбелко В.И. Паутинные шарнирные механизмы: теория образования, алгоритмы синтеза и практика создания для машиностроения. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2024, № 12, с. 21–33.

Please cite this article in English as:

Pozhbelko V.I. Network hinged mechanisms: creation theory, synthesis algorithms and practice of their design in mechanical engineering. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2024, no. 12, pp. 21–33.