

Машиностроение и машиноведение

УДК 531.8, 621.01

Метод анализа качества передачи движения в плоском многозвенном механизме на основе плюккеровых координат кинематических винтов

Е.С. Гебель

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Method for analyzing the motion transfer quality in a planar multi-link crank-slider mechanism based on the kinematic screw Plucker coordinates

E.S. Gebel

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

Рычажные приводы, построенные на основе различных механизмов, являются важным узлом цикловых машин-автоматов. Применение многозвенных кривошипно-ползунных механизмов позволяет решить проблему реализации сложной циклограммы с приближенной остановкой выходного звена, но приводит к необходимости глубокого исследования кинематики. Изучение функций положения (шатунных кривых), скорости и ускорения подвижных сочленений оказывается недостаточным для анализа особых положений звеньев. Предложен метод анализа качества передачи движения на основе плюккеровых координат кинематических винтов, который позволил в компактной форме получить дополнительные кинематические характеристики, в частности определители матриц для входного и выходного звеньев, а также коэффициент передачи, определяемый как их отношение. Вырождение определителя матриц для входного звена соответствует особому (сингулярному) положению исследуемого рычажного механизма, в то время как близкий к нулю определитель матриц для выходного звена свидетельствует о наличии его приближенного выстоя.

EDN: GQSTBU, <https://elibrary/gqstbu>

Ключевые слова: многозвенный рычажный механизм, кинематические характеристики, плюккеровы координаты, кинематический винт, качество передачи движения, особые положения

Lever drives based on various mechanisms are important units in the cyclic automatic machines. Using the multi-link crank-slider mechanisms makes it possible to solve the problem of implementing a complex cyclogram with the output link approximate stoppage, but leads to the need for a deep research in kinematics. Studying the functions of position (connecting rod curves), speed and acceleration of the movable joints turns out to be insufficient for

analyzing special positions of the links. The paper proposes a method for analyzing the motion transfer quality based on the kinematic screw Plucker coordinates making it possible to obtain additional kinematic characteristics in a compact form, in particular, the matrices determinants for the input and output links, as well as the transfer coefficient defined as their ratio. Matrices determinant degeneration for the input link corresponds to a special (singular) position of the lever mechanism under study. At the same time, the matrices determinant for the output link being close to zero indicates the presence of its approximate dwell.

EDN: GQSTBU, <https://elibrary/gqstbu>

Keywords: multi-link lever mechanism, kinematic characteristics, Plucker coordinates, kinematic screw, motion transfer quality, special positions

Изучению кинематических характеристик рычажных механизмов посвящено большое количество работ российских и зарубежных авторов [1–5]. Разнообразие структурных схем многозвенных рычажных механизмов порождает необходимость разработки уникальной математической модели задачи о положениях подвижных звеньев, представляющей собой систему иррациональных алгебраических или матричных уравнений, которую нельзя решить в явном виде [1, 3, 4]. Существуют общие подходы к построению модели кинематики, в частности методы замкнутых векторных контуров, преобразования координат, Денавита — Хартенберга, размыкания структурной группы и смены входного звена [1–5].

Результаты структурного и геометрического синтеза в совокупности с кинематическими характеристиками дают возможность изучения природы особых (сингулярных) положений подвижных сочленений механизма. Большая часть исследований в этой области направлена на обнаружение и анализ особых положений в рычажных механизмах параллельной структуры [6–10], но есть и публикации, посвященные обсуждению механизмов последовательной структуры [11, 12].

Анализ регулярных и особых положений подвижных сочленений механизма также выполняют с помощью различных математических аппаратов, таких как матрицы Якоби и Гесса [13], дифференциальная геометрия [14], винтовое исчисление [6–10] и алгебра Грассмана [15].

Среди математических аппаратов винтовое исчисление, предложенное Ф.М. Диметбергом и примененное в работах многих авторов [6–10, 16], представляет наибольший интерес, так как позволяет формировать признаки особых положений звеньев, изучать их независимо от параметров связи между сочленениями и синтезировать алгоритмы градиентного выхода из

этих положений в первую очередь для пространственных механизмов параллельной структуры.

Цель статьи — разработка метода анализа качества передачи движения в многозвенном плоском кривошипно-ползунном механизме (КПМ) на основе плюккеровых координат кинематических винтов подвижных сочленений для обнаружения особых положений звеньев и оценки степени близости к ним, а также вычисления коэффициента передачи как характеристики коэффициента полезного действия рычажного привода.

Кинематический анализ многозвенного плоского КПМ. В машиностроении, полиграфической, легкой и пищевой отраслях промышленности широко применяются цикловые технологические машины — автоматы, приводы исполнительных механизмов которых совершают возвратно-поступательные движения с остановкой конечной продолжительности в одном или двух крайних положениях.

Выходное звено семизвенного плоского КПМ четвертого класса (рис. 1) [17] реализует заданную функцию положения с одним интервалом приближенного выстоя конечной продолжительности (табл. 1). На основании требований к габаритным размерам и положению мест крепления проектируемого рычажного привода приняты значения координат неподвижных шарниров A и H и положение направляющей ползуна C в системе координат Ax_u , связанной с неподвижной стойкой:

$$\begin{aligned} A(x_A; y_A) &= (0,000; 0,000); \\ H(x_H; y_H) &= (30,000; -80,000); \\ C(x_C; y_C), \quad x_C &= 30,000 = \text{const}. \end{aligned}$$

На основании предложенной в работе [18] методики графоаналитического геометрического синтеза построена кинематическая схема ме-

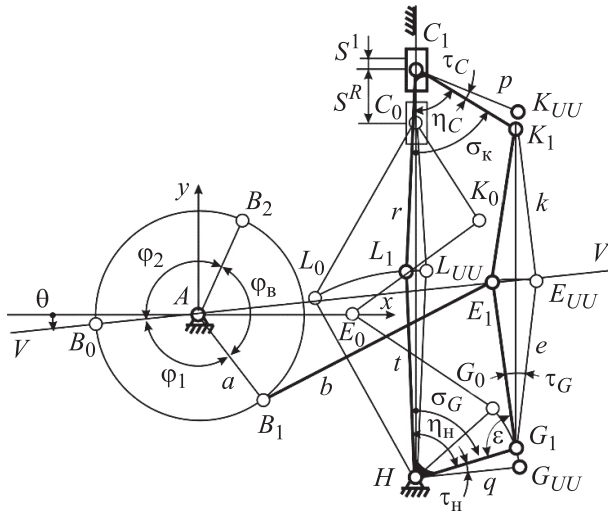


Рис. 1. Схема графоаналитического геометрического синтеза семизвенного плоского КПМ четвертого класса с приближенным выстоем выходного звена

Таблица 1
Параметры функции перемещения выходного звена

| Параметр | Значение |
|--|----------|
| Угол поворота кривошипа за первый интервал движения φ_1 , град | 120 |
| Угол поворота кривошипа в интервале выстоя $\varphi_в$, град | 120 |
| Ход выходного звена $S^R \cdot 10^2$, м | 10 |

Таблица 2
Значения линейных и угловых параметров рассматриваемого КПМ

| Параметр | Значение | Параметр | Значение |
|--------------------|----------|--------------------|----------|
| $a \cdot 10^2$, м | 40,000 | $r \cdot 10^2$, м | 68,205 |
| $b \cdot 10^2$, м | 57,000 | $t \cdot 10^2$, м | 131,901 |
| $e \cdot 10^2$, м | 65,000 | η_H , град | 64,057 |
| $k \cdot 10^2$, м | 27,000 | η_C , град | 31,398 |
| $p \cdot 10^2$, м | 120,369 | $q \cdot 10^2$, м | 33,297 |

ханизма в положениях, соответствующих мгновенной остановке выходного звена (индекс «0» в обозначении центров подвижных шарниров на рис. 1), а также началу, середине и концу интервала приближенной остановки ползуна С (индексы «1», «UU» и «2» на рис. 1). Дополнительно задан ряд свободных параметров: $\epsilon, \tau_H, \tau_G, \tau_C, \sigma_G, \sigma_K$. В результате, получены значения линейных и угловых параметров звеньев (табл. 2).

Схема расчета положений подвижных сочленений КПМ четвертого класса приведена на рис. 2, где введены дополнительные угловые координаты β и δ шарниров H и C треугольных звеньев *GHL* и *LCK* соответственно.

Модель кинематики получена в виде, пригодном для численного решения в специализированном математическом пакете. Одна часть уравнений записана с помощью координатного метода, другая — как декартово расстояние между точками на плоскости:

- для кривошипа AB

$$\begin{cases} x_B - x_A - a \cos \varphi = 0; \\ y_B - y_A - a \sin \varphi = 0; \end{cases}$$

- для центров шарниров $L(x_L, y_L)$ и $G(x_G, y_G)$ коромысла *GHL*

$$\begin{cases} x_L - x_H - t \cos(\beta + \eta_H) = 0; \\ y_L - y_H - t \sin(\beta + \eta_H) = 0; \\ x_G - x_H - q \cos \beta = 0; \\ y_G - y_H - q \sin \beta = 0; \end{cases}$$

- для центров шарниров $L(x_L, y_L)$ и $K(x_K, y_K)$ треугольного звена *LCK*

$$\begin{cases} x_L - x_C - r \cos \delta = 0; \\ y_L - y_C - r \sin \delta = 0; \\ x_K - x_C - p \cos(\delta + \eta_C) = 0; \\ y_K - y_C - p \sin(\delta + \eta_C) = 0. \end{cases}$$

Дополнительно введены функции невязок, составленные для двухповодковых шатунов *BE*, *GE* и *EK*:

$$\begin{cases} (x_B - x_E)^2 + (y_B - y_E)^2 - b^2 = 0; \\ (x_G - x_E)^2 + (y_G - y_E)^2 - e^2 = 0; \\ (x_K - x_E)^2 + (y_K - y_E)^2 - k^2 = 0. \end{cases}$$

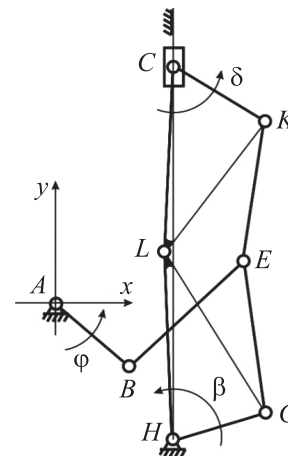


Рис. 2. Схема расчета положений подвижных сочленений КПМ четвертого класса

В качестве начальных условий для численного решения задачи кинематики на этапе геометрического синтеза использованы значения координат подвижных сочленений в момент мгновенной остановки, когда обобщенная координата — угол поворота входного кривошипа AB равен нулю, т. е. $\varphi = 0^\circ$ (табл. 3).

В результате сформирован массив численных значений декартовых и угловых координат центров шарниров подвижных звеньев за один цикл работы КПМ. Зависимости кинематических характеристик (функции положения $S(\varphi)$, аналогов скорости движения $v(\varphi) = dS/d\varphi$ и ускорения $a(\varphi) = d^2S/d\varphi^2$) выходного ползуна C от функции обобщенной координаты $\varphi(t) = (0 \dots 360)^\circ$ приведены на рис. 3.

Полученные графики кинематических характеристик семизвального КПМ четвертого класса подтверждают реализацию выходным звеном заданной функции положения, демонстрируют «несимметричный» характер изменения аналогов скорости и ускорения на прямом и обратном участках движения. На участке приближенного выстоя наблюдается колебательный характер изменения кинематических характеристик, что обусловлено многократным прохождением диадами ABE , GEK и HLC особых положений, когда шарниры соответствующих двухзвенных структурных групп выстраиваются в линию.

Чтобы проверить гипотезу о том, что благодаря внутреннему изменяемому контуру и действию сил инерции рассматриваемый многозвенный рычажный механизм в процессе движения способен преодолеть особые положения без потери управляемости, необходимо на ос-

Таблица 3

Начальные условия задачи кинематики

| Параметр | Значение |
|----------------|-------------------|
| $B(x_B, y_B)$ | (-40,000; 0,000) |
| $E(x_E, y_E)$ | (16,482; -7,666) |
| $G(x_G, y_G)$ | (56,037; -59,245) |
| $K(x_K, y_K)$ | (43,445; -9,077) |
| $L(x_L, y_L)$ | (1,192; 48,717) |
| $C(x_C, y_C)$ | (30,000; 110,539) |
| δ , рад | 1,146 |
| β , рад | 0,628 |

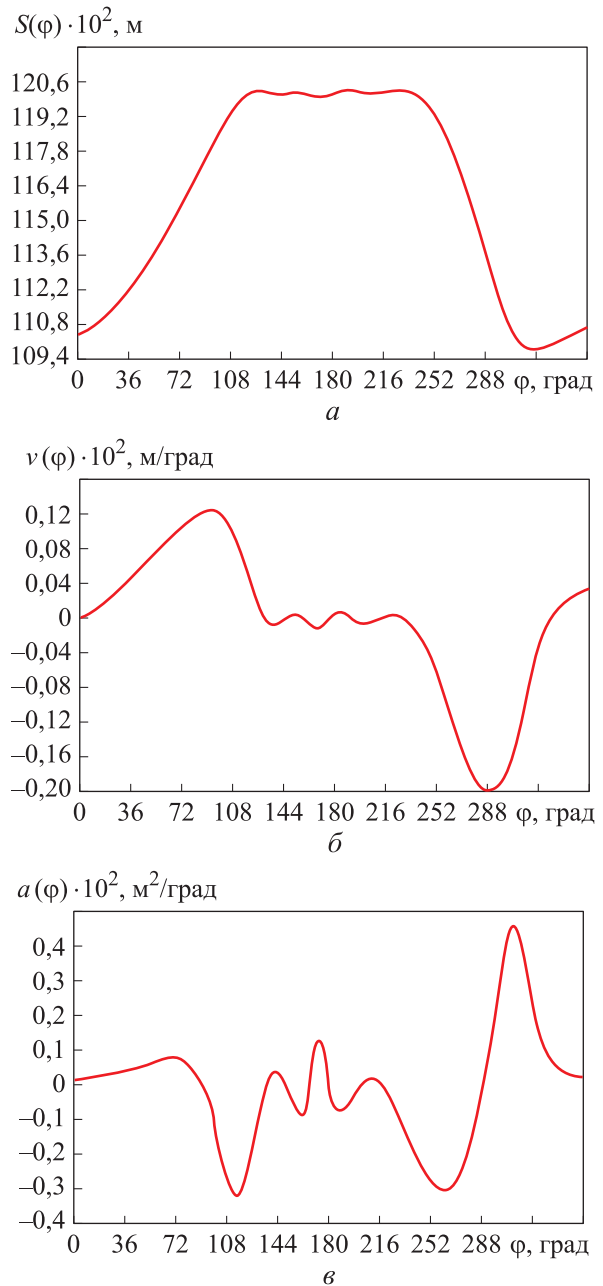


Рис. 3. Зависимости функции положения $S(\varphi)$ (а), аналогов скорости движения $v(\varphi)$ (б) и ускорения $a(\varphi)$ (в) выходного ползуна от функции обобщенной координаты $\varphi(t)$

нове плюккерых координат кинематических винтов построить математическую модель для оценки близости критических положений и оценить их влияние на достижение предельных значений кинематических характеристик.

Метод анализа качества передачи движения в плоском КПМ. В работе [19] предложен метод анализа качества передачи движения в плоском многозвенном кривошипно-коромысловом ме-

ханизме четвертого класса вблизи особых положений, основанный на изучении матриц плюккеровых координат кинематических винтов, записанных относительно входного и выходного звеньев, а также соотношений их определителей.

В табл. 4 сформированы плюккеровы координаты (x, y, z, x^0, y^0, z^0) кинематических винтов шарниров A, B, E, G, H, K, L и C и ползуна C' , где первые три составляющие (x, y, z) описывают векторную часть, а (x^0, y^0, z^0) — моментную часть винта. Шарнир E объединяет три двухзвенные кинематические пары BE, EG и EK (см. рис. 2), поэтому отдельно выделены угловые скорости ω_E и $\omega_{E'}$ вращения звеньев EG и EK относительно BE и GE соответственно.

В исследуемом плоском семизвенном КПМ выделены три замкнутых контура $ABEGH, LKE'G$ и $HLCC'$, сформированы уравнения равновесия

$$\begin{cases} \omega_A + \omega_B + \omega_E + \omega_G + \omega_H = 0; \\ \omega_L + \omega_K + \omega_{E'} + \omega_G = 0; \\ \omega_H + \omega_L + \omega_C + \omega_{C'} = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Проецируя зависимости (1) на оси неподвижной декартовой системы координат Axy

Таблица 4

Плюккеровы координаты вращательных шарниров КПМ

| Угловая скорость | Координаты |
|------------------|--|
| ω_A | $(0, 0, 1, x_A^0, y_A^0, z_A^0) = (0, 0, 1, y_A, -x_A, 0) = (0, 0, 1, 0, 0, 0)$ |
| ω_B | $(0, 0, 1, x_B^0, y_B^0, z_B^0) = (0, 0, 1, y_B, -x_B, 0)$ |
| ω_E | $(0, 0, 1, x_E^0, y_E^0, z_E^0) = (0, 0, 1, y_E, -x_E, 0)$ |
| ω_G | $(0, 0, 1, x_G^0, y_G^0, z_G^0) = (0, 0, 1, y_G, -x_G, 0)$ |
| ω_H | $(0, 0, 1, x_H^0, y_H^0, z_H^0) = (0, 0, 1, y_H, -x_H, 0) = (0, 0, 1, 80, -30, 0)$ |
| ω_K | $(0, 0, 1, x_K^0, y_K^0, z_K^0) = (0, 0, 1, y_K, -x_K, 0)$ |
| $\omega_{E'}$ | $(0, 0, 1, x_{E'}^0, y_{E'}^0, z_{E'}^0) = (0, 0, 1, y_{E'}, -x_{E'}, 0)$ |
| ω_L | $(0, 0, 1, x_L^0, y_L^0, z_L^0) = (0, 0, 1, y_L, -x_L, 0)$ |
| ω_C | $(0, 0, 1, x_C^0, y_C^0, z_C^0) = (0, 0, 1, y_C, -x_C, 0)$ |
| $\omega_{C'}$ | $(0, 0, 0, x_C^0, y_C^0, z_C^0) = (0, 0, 0, 0, 1, 0)$ |

(см. рис. 2), составляют систему уравнений относительно неизвестных значений модулей моментов кинематических винтов шарниров

$$\begin{cases} \omega_A + \omega_B + \omega_E + \omega_G + \omega_H = 0; \\ \omega_A x_A^0 + \omega_B x_B^0 + \omega_E x_E^0 + \omega_G x_G^0 + \omega_H x_H^0 = 0; \\ \omega_A y_A^0 + \omega_B y_B^0 + \omega_E y_E^0 + \omega_G y_G^0 + \omega_H y_H^0 = 0; \\ \omega_L + \omega_K + \omega_{E'} + \omega_G = 0; \\ \omega_L x_L^0 + \omega_K x_K^0 + \omega_{E'} x_E^0 + \omega_G x_G^0 = 0; \\ \omega_L y_L^0 + \omega_K y_K^0 + \omega_{E'} y_E^0 + \omega_G y_G^0 = 0; \\ \omega_H + \omega_L + \omega_C + \omega_{C'} = 0; \\ \omega_H x_H^0 + \omega_L x_L^0 + \omega_C x_C^0 + \omega_{C'} x_{C'}^0 = 0; \\ \omega_H y_H^0 + \omega_L y_L^0 + \omega_C y_C^0 + \omega_{C'} y_{C'}^0 = 0. \end{cases} \quad (2)$$

В матричной форме система уравнений (2) принимает вид

$$\Delta_1(\varphi) \cdot \Omega_1 + \Delta_A(\varphi) \cdot \omega_A = 0, \quad (3)$$

где $\Delta_1(\varphi)$ — матрица коэффициентов,

$$\Delta_1(\varphi) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ y_B & y_E & y_G & y_H & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -x_B & -x_E & -x_G & -x_H & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & y_G & 0 & y_K & y_L & 0 & 0 & y_E \\ 0 & 0 & -x_G & 0 & -x_K & -x_L & 0 & 0 & -x_E \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & y_H & 0 & y_L & y_C & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -x_H & 0 & -x_L & -x_C & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad (4)$$

Ω_1 — вектор неизвестных параметров,

$$\Omega_1 = (\omega_B, \omega_E, \omega_G, \omega_H, \omega_K, \omega_L, \omega_C, \omega_{C'}, \omega_{E'})^T;$$

$\Delta_A(\varphi)$ — вектор коэффициентов при свободном члене ω_A (скалярном значении),

$$\Delta_A(\varphi) = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ y_A \ -x_A)^T.$$

Семизвенный рычажный КПМ четвертого класса находится в состоянии равновесия только тогда, когда при неподвижном входном кривошипе AB система уравнений (3) имеет нетривиальное решение. Вырождение матрицы коэффициентов $\Delta_1(\varphi)$ соответствует особому положению исследуемого рычажного механизма.

Обратная задача анализа качества передачи движения в семизвенном КПМ предполагает решение исходной системы уравнений (2) относительно нового вектора неизвестных $\Omega_n = (\omega_B, \omega_E, \omega_G, \omega_H, \omega_K, \omega_L, \omega_C, \omega_A, \omega_{E'})^T$:

$$\Delta_n(\varphi) \cdot \Omega_n + \Delta_C(\varphi) \cdot \omega_{C'} = 0,$$

где $\Delta_n(\varphi)$ — матрица коэффициентов,

$$\Delta_n(\varphi) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ y_B & y_E & y_G & y_H & 0 & 0 & 0 & y_A & 0 \\ -x_B & -x_E & -x_G & -x_H & 0 & 0 & 0 & -x_A & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & y_G & 0 & y_K & y_L & 0 & 0 & y_E \\ 0 & 0 & -x_G & 0 & -x_K & -x_L & 0 & 0 & -x_E \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & y_H & 0 & y_L & y_C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -x_H & 0 & -x_L & -x_C & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad (5)$$

$\Delta_C(\varphi)$ — вектор коэффициентов при свободном члене ω_C (скалярном значении),

$$\Delta_C(\varphi) = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0)^T.$$

Диаграммы изменения определителей матриц плюккеровых координат $\Delta_1(\varphi)$ и $\Delta_n(\varphi)$ согласно формулам (4) и (5) за полный оборот входного кривошипа AB показаны на рис. 4, а и б.

Как видно из рис. 4, а, за полный оборот входного кривошипа диада HLC исследуемого

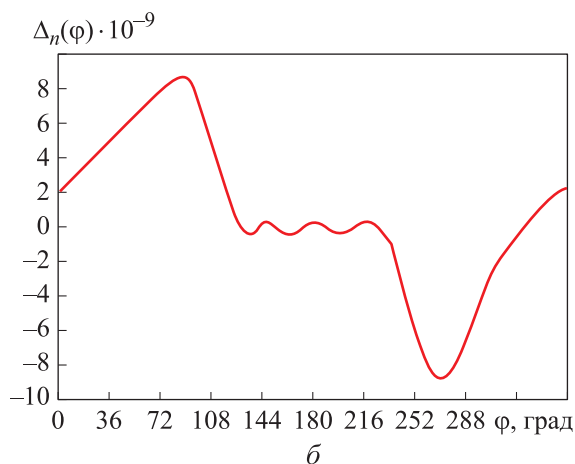
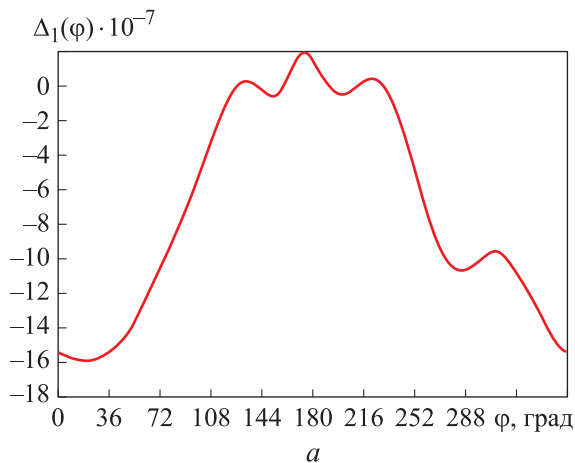


Рис. 4. Диаграммы изменения определителей матриц плюккеровых координат $\Delta_1(\varphi)$ (а) и $\Delta_n(\varphi)$ (б) за полный оборот входного кривошипа

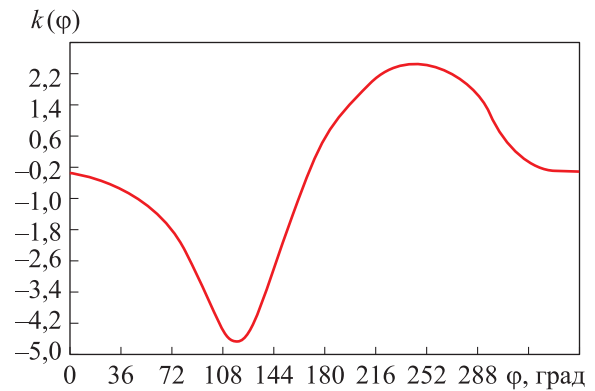


Рис. 5. Зависимость коэффициента передачи $k(\varphi)$ от обобщенной координаты $\varphi(t)$

рычажного механизма преодолевает особые положения несколько раз в течение интервала приближенного выстоя выходного ползуна. Так как график функции $\Delta_1(\varphi)$ не содержит точек разрыва, КПМ за счет сил инерции преодолевает эти положения, неуправляемой подвижности в сочленениях не появляется. Изменение функции $\Delta_n(\varphi)$ на рис. 4, б еще раз доказывает корректность результатов синтеза, а именно реализацию заданной циклограммы.

Одной из характеристик КПМ как исполнительного механизма в составе привода является коэффициент передачи движения, отражающий коэффициент полезного действия цикловой машины-автомата. В литературе описаны различные методики расчета этого параметра, например, как отношение скоростей выходного и входного звеньев [2].

Аналогичную характеристику механизма можно получить, если рассмотреть отношение определителей матриц плюккеровых координат

$$k(\varphi) = \frac{\Delta_n(\varphi)}{\Delta_1(\varphi)}.$$

На основе полученного массива численных значений определителей $\Delta_1(\varphi)$ и $\Delta_n(\varphi)$ построен график зависимости коэффициента передачи $k(\varphi)$ от обобщенной координаты $\varphi(t)$, показанный на рис. 5.

Как следует из рисунка, наибольшие перегрузки наблюдаются в конце интервала выстоя, т. е. $\varphi(t_1) = 120^\circ$ и $\varphi(t_2) = 240^\circ$. Смена знака функции $k(\varphi)$ связана с прямым и обратным ходом выходного звена за один рабочий цикл. Минимальное и максимальные значения характеристика достигает на границах интервала приближенной остановки.

Выводы

1. Рассмотрен плоский многозвенный КПМ, реализующий заданную функцию положения рабочего органа с одним приближенным выстоем конечной продолжительности, что обеспечивается движением кинематических пар отдельных четырехзвенных групп в составе структурой схемы вблизи особых положений.

2. На основе сформированной математической модели получены кинематические характеристики подвижных сочленений. Установлено, что рассчитанные на этапе геометрического синтеза линейные и угловые параметры обеспечивают выполнение заданных функциональных требований.

3. Предложен метод анализа качества передачи движения в плоском многозвенном КПМ на основе плюккерových координат кинемати-

ческих винтов. Применение этого метода позволило оценить количество особых положений отдельных диад, а также доказать, что функция положения остается непрерывной, а, следовательно, не возникает проблемы появления неуправляемой подвижности.

4. На основе предложенного метода предложена методика расчета коэффициента передачи движения. На основании построенного графика функции $k(\varphi)$ установлено, что моменты начала и окончания интервала приближенной остановки выходного ползуна сопряжены с резким изменением характера движения.

5. Полученные данные о кинематике плоского многозвенного КПМ позволят сформулировать рекомендации по изготовлению деталей рычажного привода, направленные на увеличение его ресурса и снижение вибрации в процессе эксплуатации.

Литература

- [1] Raghavan M., Roth B. Solving polynomial systems for the kinematic analysis and synthesis of mechanisms and robot manipulators. *J. Vib. Acoust.*, 1995, vol. 117, no. B, pp. 71–79, doi: <https://doi.org/10.1115/1.2836473>
- [2] Пейсах Э.Е. *Кинематический анализ рычажных механизмов*. В: Машиностроение. Т. I–3, кн. 2. Москва, Машиностроение, 1995, с. 395–430.
- [3] Джолдасбеков У.А. *Теория механизмов высоких классов*. Алматы, Гылым, 2001. 428 с.
- [4] Uchida T., McPhee J. Efficient solution of kinematics for multi-loop mechanisms using Grobner bases. *Proc. 13th World Congress in Mechanism and Machine Science*, 2011, pp. 19–25.
- [5] Papagay Y.A., Merlet J.-P., Daney D. Exact kinematics analysis of car's suspension mechanisms using symbolic computation and interval analysis. *Mech. Mach. Theory*, 2005, vol. 40, no. 4, pp. 395–413, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2003.07.003>
- [6] Глазунов В.А., Аракелян В., Брио С. и др. Скоростные и силовые критерии близости к сингулярностям манипуляторов параллельной структуры. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2012, № 3, с. 10–17.
- [7] Antonov A., Glazunov V. Position, velocity, and workspace analysis of a novel 6-DOF parallel manipulator with “piercing” rods. *Mech. Mach. Theory*, 2021, vol. 161, art. 104300, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2021.104300>
- [8] Merlet J.-P. Parallel robots. *Springer*, 2006. 402 p.
- [9] Gosselin C., Angeles J. Singularity analysis of closed-loop kinematic chains. *IEEE Trans. Robot. Autom.*, 1990, vol. 6, no. 3, pp. 281–290, doi: <https://doi.org/10.1109/70.56660>
- [10] Zlatanov D., Fenton R.G., Benhabib B. Identification and classification of the singular configurations of mechanisms. *Mech. Mach. Theory*, 1998, vol. 33, no. 6, pp. 743–760, doi: [https://doi.org/10.1016/S0094-114X\(97\)00053-0](https://doi.org/10.1016/S0094-114X(97)00053-0)
- [11] Мисюрин С.Ю., Ивлев В.И., Косарев А.А. и др. Определение границ мертвых положений в механизмах с одной и несколькими степенями свободы. *Проблемы машиностроения и автоматизации*, 2008, № 3, с. 50–54.
- [12] Крейнин Г.В., Мисюрин С.Ю., Нелюбин А.П. Численное решение прямой задачи кинематики пространственного механизма с учетом особого положения. *Вестник научно-технического развития*, 2014, № 11, с. 10–16.
- [13] Nigatu N., Singh A.P., Prabhu P. Jacobian analysis of limited DOF parallel manipulator using wrench and reciprocal screw principle. *IJERT*, 2014, vol. 3, no. 4, pp. 354–358.

- [14] Park F.C., Kim J.W. Singularity analysis of closed kinematic chains. *J. Mech. Des.*, 1999, vol. 121, no. 1, pp. 32–38, doi: <https://doi.org/10.1115/1.2829426>
- [15] Liu G., Lou Y., Li Z. Singularities of parallel manipulators: a geometric treatment. *IEEE Trans. Robot. Autom.*, 2003, vol. 19, no. 4, pp. 579–594, doi: <https://doi.org/10.1109/TRA.2003.814507>
- [16] Диметберг Ф.М. *Теория винтов и ее приложения*. Москва, Наука, 1978. 327 с.
- [17] Хомченко В.Г., Гебель Е.С., Румянцев В.Н. *Кривошипно-ползунный механизм с выстом*. Патент РФ 90156. Заявл. 25.06.2009, опубл. 27.12.2009.
- [18] Гебель Е.С., Хомченко В.Г. *Проектирование рычажных механизмов высокоточного позиционирования*. Омск, ОмГТУ, 2014. 135 с.
- [19] Гебель Е.С. Анализ особых положений многосвязного рычажного механизма четвертого класса. *Омский научный вестник*, 2020, № 5, с. 17–21, doi: <https://doi.org/10.25206/1813-8225-2020-173-17-21>

References

- [1] Raghavan M., Roth B. Solving polynomial systems for the kinematic analysis and synthesis of mechanisms and robot manipulators. *J. Vib. Acoust.*, 1995, vol. 117, no. B, pp. 71–79, doi: <https://doi.org/10.1115/1.2836473>
- [2] Pejsax E.E. Kinematicheskiy analiz rychazhnyh mexanizmov [Kinematic analysis of lever mechanisms]. V: *Mashinostroenie*. T. I–3, kn. 2 [In: Mechanical engineering. Vol. I–3, p. 2]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1995, pp. 395–430. (In Russ.).
- [3] Dzholdasbekov U.A. *Teoriya mexanizmov vysokix klassov* [Theory of high-class mechanism]. Almaty, Gylym Publ., 2001. 428 p. (In Russ.).
- [4] Uchida T., McPhee J. Efficient solution of kinematics for multi-loop mechanisms using Grobner bases. *Proc. 13th World Congress in Mechanism and Machine Science*, 2011, pp. 19–25.
- [5] Papegagay Y.A., Merlet J.-P., Daney D. Exact kinematics analysis of car’s suspension mechanisms using symbolic computation and interval analysis. *Mech. Mach. Theory*, 2005, vol. 40, no. 4, pp. 395–413, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2003.07.003>
- [6] Glazunov V.A., Arakelyan V., Brio S. et al. Speed and force criteria for the proximity to singularities of parallel structure manipulators. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin*, 2012, no. 3, pp. 10–17. (In Russ.). (Eng. version: *J. Mach. Manuf. Reliab.*, 2012, vol. 41, no. 3, pp. 194–199, doi: <https://doi.org/10.3103/S1052618812030041>)
- [7] Antonov A., Glazunov V. Position, velocity, and workspace analysis of a novel 6-DOF parallel manipulator with “piercing” rods. *Mech. Mach. Theory*, 2021, vol. 161, art. 104300, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2021.104300>
- [8] Merlet J.-P. Parallel robots. *Springer*, 2006. 402 p.
- [9] Glosselin C., Angeles J. Singularity analysis of closed-loop kinematic chains. *IEEE Trans. Robot. Autom.*, 1990, vol. 6, no. 3, pp. 281–290, doi: <https://doi.org/10.1109/70.56660>
- [10] Zlatanov D., Fenton R.G., Benhabib B. Identification and classification of the singular configurations of mechanisms. *Mech. Mach. Theory*, 1998, vol. 33, no. 6, pp. 743–760, doi: [https://doi.org/10.1016/S0094-114X\(97\)00053-0](https://doi.org/10.1016/S0094-114X(97)00053-0)
- [11] Misyurin S.Yu., Ivlev V.I., Kosarev A.A. et al. Definition of jamming zone in mechanisms with one or several degree of freedoms. *Problemy mashinostroeniya i avtomatizacii* [Engineering and Automation Problems], 2008, no. 3, pp. 50–54. (In Russ.).
- [12] Krejnin G.V., Misyurin S.Yu., Nelyubin A.P. Numerical solution of the direct problem of kinematics of a spatial mechanism taking into account a special position. *Vestnik nauchno-tehnicheskogo razvitiya*, 2014, no. 11, pp. 10–16. (In Russ.).
- [13] Nigatu N., Singh A.P., Prabhu P. Jacobian analysis of limited DOF parallel manipulator using wrench and reciprocal screw principle. *IJERT*, 2014, vol. 3, no. 4, pp. 354–358.
- [14] Park F.C., Kim J.W. Singularity analysis of closed kinematic chains. *J. Mech. Des.*, 1999, vol. 121, no. 1, pp. 32–38, doi: <https://doi.org/10.1115/1.2829426>
- [15] Liu G., Lou Y., Li Z. Singularities of parallel manipulators: a geometric treatment. *IEEE Trans. Robot. Autom.*, 2003, vol. 19, no. 4, pp. 579–594, doi: <https://doi.org/10.1109/TRA.2003.814507>

- [16] Dimetberg F.M. *Teoriya vintov i ee prilozheniya* [Screw theory and its applications]. Moscow, Nauka Publ., 1978. 327 p. (In Russ.).
- [17] Homchenko V.G., Gebel' E.S., Rumyantsev V.N. *Krivoshipno-polzunnyy mexanizm s vystoem* [Crank and slide mechanism with outrigger]. Patent RU 90156. Appl. 25.06.2009, publ. 27.12.2009. (In Russ.).
- [18] Gebel' E.S., Homchenko V.G. *Proektirovanie rychazhnykh mexanizmov vysokotochnogo pozicionirovaniya* [Design of high-precision positioning lever mechanisms]. Omsk, OmGTU Publ., 2014. 135 p. (In Russ.).
- [19] Gebel' E.S. Analysis of singularity planar multi-linkage mechanism of fourth order. *Omskiy nauchnyy vestnik* [Omsk Scientific Bulletin], 2020, no. 5, pp. 17–21, doi: <https://doi.org/10.25206/1813-8225-2020-173-17-21> (In Russ.).

Статья поступила в редакцию 08.08.2024

Информация об авторе

ГЕБЕЛЬ Елена Сергеевна — кандидат технических наук, доцент Высшей школы управления кибер-физическими системами. Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (195251, Санкт-Петербург, Российская Федерация, Политехническая ул., д. 29, e-mail: gebel_es@spbstu.ru).

Information about the author

GEBEL Elena Sergeevna — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor at the Higher School of Management of Cyber-Physical Systems. Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (195251, Saint Petersburg, Russian Federation, Politechnicheskaya St., Bldg. 29, e-mail: gebel_es@spbstu.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Гебель Е.С. Метод анализа качества передачи движения в плоском многозвенном механизме на основе плюккеревых координат кинематических винтов. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2025, № 1, с. 21–29.

Please cite this article in English as:

Gebel E.S. Method for analyzing the motion transfer quality in a planar multi-link crank-slider mechanism based on the kinematic screw Plucker coordinates. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2025, no. 1, pp. 21–29.



Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана
предлагает читателям учебное пособие

«Проектирование непрерывных технологических процессов»

Авторы: В.В. Стулов, А.Г. Колесников

Приведен состав оборудования машины непрерывного литья заготовок и литейно-прокатного агрегата, рассмотрено моделирование затвердевания непрерывнолитой заготовки и моделирование охлаждения кристаллизатора, описаны печи для выплавки стали и для ее обработки, а также основное и вспомогательное оборудование.

Для студентов, обучающихся по направлению подготовки 15.04.02 «Технологические машины и оборудование» (уровень магистратуры). Может быть использовано при курсовом и дипломном проектировании, а также при выполнении домашних заданий.

По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.
Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;
press@bmstu.ru; <https://press.bmstu.ru>