

УДК 621.914.2

Расчет напряжений в зоне износа режущей части концевой радиусной фрезы

Б.Б. Пономарев, Ван Дык Нгуен

Иркутский национальный исследовательский технический университет

Computing stresses in the wear zone of a radius end mill cutter

B.B. Ponomarev, Van Duc Nguyen

Irkutsk National Research Technical University

Предложена методика расчета напряженного состояния режущей кромки концевой радиусной фрезы при обработке поверхностей с учетом износа и угла наклона. В качестве исходных использованы экспериментальные данные о геометрических характеристиках зоны износа и силе резания. Зона износа задней поверхности инструмента определена по фотографиям, полученным с помощью цифрового микроскопа. Распределение нагрузки по поверхностям инструмента выполнено с помощью типового графика, построенного на основе результатов исследований при свободном резании. По результатам расчетов для зоны износа задней поверхности режущего зуба инструмента площадью 0,2 мм² и проекций силы резания $F_x = 135$ Н, $F_y = -252$ Н и $F_z = -786$ Н получено распределение напряжений в режущей кромке радиусной фрезы. Максимальные значения эквивалентного, нормального и касательного напряжений составили 2338, -2051 и -1195 МПа соответственно. Установлено, что напряжения уменьшаются с увеличением расстояния от режущей кромки на передней поверхности инструмента и ширины зоны износа задней поверхности, наибольшие значения расположены в зоне округления режущей кромки инструмента. Выявлено, что режущая кромка инструмента испытывает всестороннее сжатие. Для проверки прочности режущей части инструмента, находящейся в условиях всестороннего сжатия, использован критерий первой теории прочности. Выведены зависимости максимальных напряжений в режущей кромке инструмента от ширины зоны износа его задней поверхности и угла наклона.

EDN: GFYZYA, <https://elibrary/gfzya>**Ключевые слова:** концевая радиусная фреза, зона износа, силы резания, закономерность распределения давления, напряженное состояние, регрессионный анализ

The paper proposes a technique for computing stress state of the radius end mill cutting edge when machining surfaces and taking into account the wear and the inclination angle. It uses as the experimental data on the wear zone and cutting force geometriic characteristics as the initial data. The wear zone along the tool flank surface is determined from the photographs obtained using a digital microscope. Load distribution over the tool surfaces is performed using a typical graph constructed based on study results obtained in free cutting. Based on computation results for the wear zone of the tool cutting tooth flank surface with an area of 0.2 mm² and the cutting force projections $F_x = 135$ N, $F_y = -252$ N and $F_z = -786$ N, stress distribution in the radius milling cutter cutting edge is obtained. Maximum values of the equivalent, normal and shear stresses are 2338, -2051 and -1195 MPa, respectively. The paper shows that stresses decrease with increasing the distance from the cutting edge of the tool surface and the wear width along the back surface, the highest values are found in the

rounding zone of the tool cutting edge. It demonstrates that the tool cutting edge is subjected to the all-round compression. To test the tool cutting part strength under the all-round compression, criterion of the first theory of strength is used. Dependences of maximum stresses in the tool cutting edge on the wear width along the back surface and the inclination angle are derived.

EDN: GFYZYA, <https://elibrary/gfzya>

Keywords: end radius milling cutter, wear zone, cutting forces, pressure distribution pattern, stress state, regression analysis

При обработке заготовки поверхности концевой радиусной фрезой (КРФ) задействована только часть режущей кромки зуба $P_n P_b$ (рис. 1), которая неизбежно подвергается износу. Остальные участки, за исключением незначительной переходной зоны, сохраняют первоначальную режущую способность. Таким образом, КРФ изнашивается не по всей режущей кромке, а только по участку, задействованному в процессе резания. Интенсивность износа участка режущей кромки в значительной степени зависит от угла наклона инструмента θ [1].

Известно, что процесс износа сопровождается затруднением стружкообразования и увеличением зоны контакта задней поверхности КРФ с обработанной поверхностью заготовки [2]. Это приводит к увеличению сил сопротивления и напряжений в режущей кромке инструмента. При большом износе участка режущей кромки КРФ напряженное состояние достигает опасного значения, и она теряет прочность. В этом случае возникает необходимость замены изношенной КРФ новой или вывода из процесса резания изношенного участка КРФ путем изменения угла ее наклона θ со смещением режущей кромки.

С экономической точки зрения смещение изношенного участка режущей кромки КРФ является предпочтительным. Необходимо учитывать, что при большом износе изменяется характер возникающих в инструменте напряжений вплоть до значений, превышающих допустимые.

Для определения момента достижения опасного состояния КРФ с целью вывода изношенного участка из зоны контакта режущей кромки с заготовкой требуется, используя современные программные средства и моделирование процесса обработки, иметь возможность рассчитывать напряжения в инструменте с учетом его износа и механических свойств до принятия технологических решений.

Задача оценки напряженного состояния КРФ, режущая кромка которой подвергается интенсивному износу в зоне контакта с заготовкой и обработанной поверхностью, является сложной и в настоящее время не имеет окончательного решения.

В статье [3] предложена методика оценки напряженного состояния КРФ с помощью метода конечных элементов, применимая для фрез, не имеющих признаков износа.

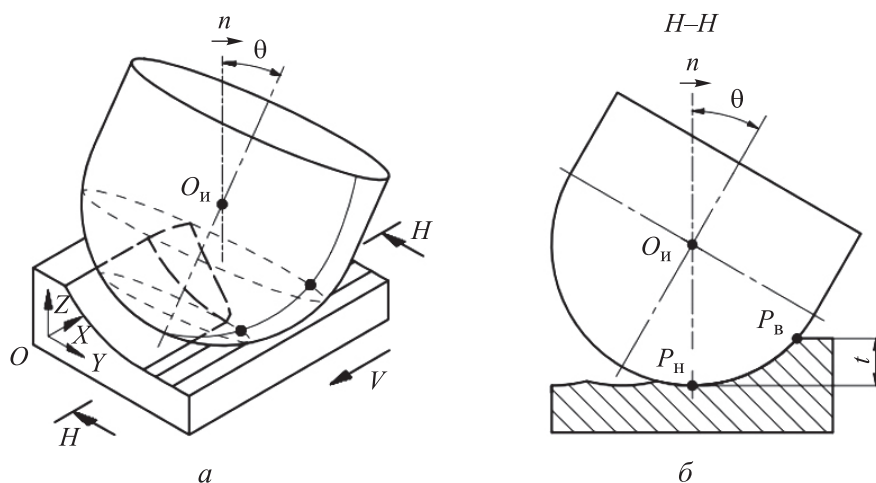


Рис. 1. Схема обработки детали КРФ (а) и осевого сечения, проходящего через нормаль к образуемой поверхности (б): $P_n P_b$ — участок режущей кромки в зоне резания

Результаты исследования напряженного состояния инструмента в процессе обработки и нарастания износа при свободном резании приведены в публикациях [4, 5]. Часть режущей кромки инструмента представлена фаской с шириной по его задней поверхности, равной износу, а в зонах контакта поверхностей инструмента с заготовкой и стружкой использованы закономерности распределения давления. Результаты этих расчетов совпадают с практическими данными, на задней поверхности инструмента наибольшие значения напряжения принимают постоянные значения при различной ширине фаски.

Работа [6] посвящена исследованию влияния износа на прочность инструмента при свободном точении. В выводах приведена закономерность изменения эквивалентного напряжения в процессе обработки. Из этой закономерности следует, что при небольшой ширине фаски износа по задней поверхности эквивалентное напряжение уменьшается, и прочность кромки режущего зуба возрастает до определенного значения. Ширина фаски при этом лежит в пределах 0,05...0,15 мм. Дальнейшее увеличение износа приводит к резкому росту эквивалентного напряжения в контактной зоне и снижению прочности инструмента.

В работе [7] приведены результаты расчета напряжений в инструменте с различными радиусами округления.

Анализ результатов опубликованных работ сводится к тому, что напряженное состояние изношенной КРФ можно оценить на основе методики, предложенной в статье [3] с дополнениями и уточнениями, связанными с учетом влияния характера зоны износа задней поверхности и закономерностей распределения давлений по поверхностям инструмента.

Цель статьи — разработка методики расчета напряжений в режущей кромке КРФ при чистовой обработке с учетом износа и угла наклона инструмента к общей нормали с образуемой поверхностью детали.

Исходные данные для расчета напряжений в режущей кромке КРФ. В качестве основных исходных данных для расчета напряжений в режущей кромке КРФ использовали силу резания и зону износа задней поверхности площадью $S_{нз}$, которые можно определить на основе серии экспериментов по методике, приведенной в работе [8].

Эксперименты проводили на пятикоординатном обрабатывающем центре DMG HSC 75V Linear по схеме, показанной на рис. 1, а, с режимами резания для чистовой обработки, рекомендованными нормативами [9]: частота вращения $n = 5000 \text{ мин}^{-1}$; глубина резания $t = 0,5 \text{ мм}$; подача на зуб $S_z = 0,1 \text{ мм/зуб}$; поперечная периодическая подача на строку $S_{\text{поп}} = 0,5 \text{ мм}$; угол наклона оси вращения КРФ в плоскости, образованной направлением продольной подачи инструмента и общей нормалью в точке его контакта с получаемой поверхностью (рис. 1, б), $\theta_i = 10...50^\circ$ (шаг его изменения — 10°).

В качестве КРФ выбрана двузубая концевая радиусная твердосплавная фреза Schwarzmaier PMK12.Z2.08.19.63.30 диаметром 8 мм, в качестве заготовки — пластина из стали 45 (ГОСТ 1050–2013) размером 125×100×20 мм и твердостью 40...45 HRC после термообработки.

Для измерения проекций силы резания F_x, F_y, F_z применяли стационарный динамометр Kistler Dynamometer 9129AA 3 (рис. 2, а) с закрепленной заготовкой 2, а для определения зоны износа задней поверхности КРФ 1 — цифровой микроскоп Digital 2.0 4 (рис. 2, а и б). Эти приборы устанавливали на столе станка.

С помощью многоканального усилителя Multichannel Charge Amplifier 5070A и программного обеспечения DynoWare сигналы, регистрируемые динамометром, преобразовывались в значения проекций силы резания F_x, F_y, F_z и поступали в подключенный к динамометру компьютер (рис. 2, з). Перед проведением серии экспериментальных работ выполняли настройку положения цифрового микроскопа, чтобы получить качественные фотографии, сохраняемые в памяти компьютера в оцифрованном виде (рис. 2, в).

По методике, приведенной в работе [8], для каждого угла наклона θ_i измерение проекций силы резания F_x, F_y, F_z и фотофиксацию зоны износа инструмента площадью $S_{нз}$ проводили периодически после десяти проходов КРФ в направлении продольной подачи с удалением припуска на длине $L = 1,25 \text{ м}$.

Наблюдение за зоной износа инструмента выполняли в следующей последовательности: после завершения десяти проходов КРФ перемещали к заданному фиксированному положению цифрового микроскопа. В этом положении в течение 10 с режущую кромку очищали сжатым воздухом и фотографировали зону износа режущей кромки первого зуба. После чего КРФ

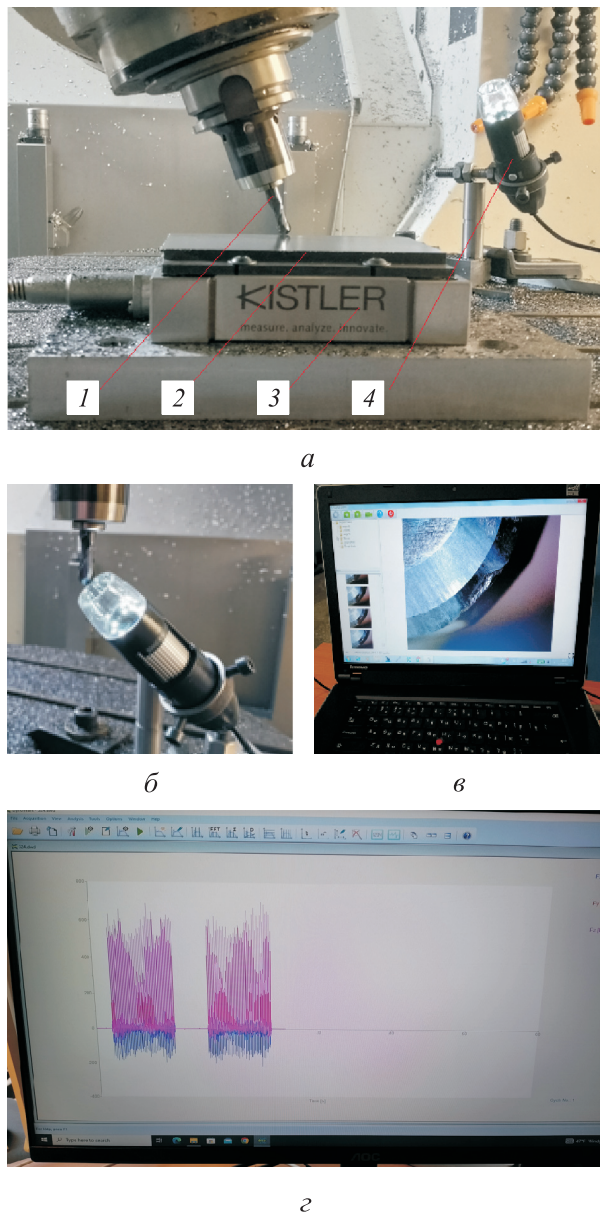


Рис. 2. Внешний вид оборудования для проведения экспериментов и обработки данных (а), цифрового микроскопа Digital 2.0 (б), фотография зоны износа задней поверхности КРФ (в) и осциллограмма проекций силы резания F_x, F_y, F_z (г)

совершала поворот на 180° для фотосъемки зоны износа второго зуба. Выполнение такого цикла позволило установить взаимосвязь между длиной перемещения КРФ L и состоянием режущей кромки.

Длину перемещения, после которого проводили фотофиксацию, определяли как

$$L = \frac{1,25k}{z},$$

где k — порядковый номер фотографии; z — число зубьев КРФ.

Цикл обработки повторяли до достижения износа по задней поверхности, превышающего критическое значение $h_3 = 0,3$ мм. Измерение износа по задней поверхности h_3 после снятия КРФ со станка выполняли на приборе ZOLLER Genius 3. Полученные измерения h_3 соответствовали значениям износа режущей кромки на последнем этапе обработки.

По результатам экспериментов получены данные при различных значениях угла наклона КРФ θ_i : значения проекций силы резания F_x, F_y, F_z , цифровые фотографии зон износа задних поверхностей инструмента после каждого шага обработки, значения износа и его конфигурация после каждого прохода инструментом расстояния $1,25$ м.

Расчет напряжений в режущей кромке КРФ. Алгоритм расчета напряжений в режущей кромке, подвергающейся изнашиванию по указанным экспериментальным данным, включал в себя следующие шаги.

Шаг 1. Преобразование системы проекций сил резания F_x, F_y, F_z , измеренных с помощью динамометра и связанных с координатами заготовки (СКЗ), в систему нормальных N, N' и касательных F, F' сил, действующих на поверхностях КРФ [3]. Преобразование осуществляли путем первоначального перехода к тангенциальной P_k , радиальной P_p и осевой P_o силам по формуле

$$\begin{bmatrix} P_p \\ P_k \\ P_o \end{bmatrix} = T_a T_i^{-1} \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix},$$

где T_a — матрица трансформирования СКЗ в систему координат инструмента (СКИ); T_i — матрица трансформирования СКИ в систему тангенциальной P_k , радиальной P_p и осевой P_o сил резания, знание которых позволяет определить нормальные N, N' и касательные F, F' силы резания на поверхностях КРФ с помощью системы уравнений

$$\begin{cases} P_k = N - N' \sin(\gamma + \alpha) + F' \cos(\gamma + \alpha); \\ P_p = F + N' \cos(\gamma + \alpha) + F' \sin(\gamma + \alpha), \end{cases}$$

где γ и α — передний и задний углы КРФ, $\gamma = 15^\circ$, $\alpha = 10^\circ$.

Шаг 2. Определение геометрической формы и размеров зоны износа задней поверхности КРФ. Форму и размеры зоны износа задней поверхности инструмента определяли с учетом

того, что она расположена вдоль участка режущей кромки и ограничена нижней P_n и верхней P_v (условно) предельными точками (см. рис. 1). Верхняя предельная точка P_v образуется пересечением режущей кромки с поверхностью заготовки, а нижняя P_n является пересечением режущей кромки с обработанной поверхностью (см. рис. 1, б).

Длину зоны износа l_{h_3} можно представить частью дуги окружности с радиусом КРФ R и определить по формуле

$$l_{h_3} = RK,$$

где K — угол погружения,

$$K = \arccos \frac{R-t}{R}.$$

Таким образом, длина зоны износа l_{h_3} зависит только от глубины резания t и радиуса КРФ R . Поэтому при любом угле наклона инструмента θ_i длина зоны износа l_{h_3} будет оставаться постоянной, а ширина зоны износа h_3 изменяться от точки к точке вдоль участка режущей кромки, что подтверждают результаты фотофиксации.

Неравномерность ширины зоны износа обусловлена тем, что при обработке поверхности фрезой каждая точка ее режущей кромки совершает перемещение разной длины, срезая слой материала заготовки и образуя стружку с переменными толщиной и сечением. Поэтому удельные силы при резании, в том числе и трения, а также скорости в каждой точке режущей кромки различны. В целом зона износа представляет собой вогнутую фигуру с наибольшей шириной h_3 , находящейся на одной трети участка режущей кромки по направлению к вершине КРФ [10].

Для определения конфигурации и размеров зоны износа задней поверхности КРФ использовали следующий подход. На каждой фотографии участок изношенной режущей кромки, обозначенный штриховой линией, разделяли на десять равных частей, ограниченных точками P_1, \dots, P_{11} и указывали точку максимального износа P_{\max} (рис. 3, а). С помощью программы Autodesk Inventor в каждой точке вычисляли ширину зоны износа h_{3i} в некотором масштабе. Для нахождения реального значения износа эту ширину умножали на коэффициент масштабирования

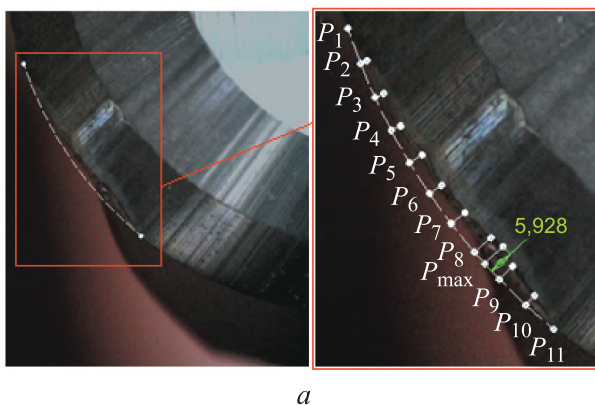
$$k_{\text{масш}} = \frac{h_{3,\text{ф}}}{h_{3,\text{изм}}},$$

где $h_{3,\text{ф}}$ — ширина зоны износа, полученная по результатам обработки последней фотографии в серии проходов; $h_{3,\text{изм}}$ — ширина зоны износа, измеренная с помощью прибора ZOLLER Genius 3.

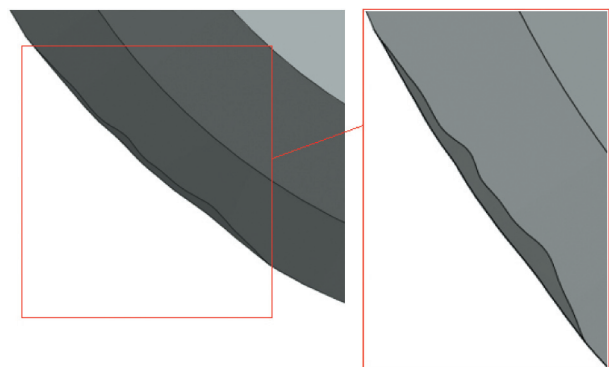
По расчетным значениям l_{h_3} и h_{3i} изношенного участка режущей кромки строили расчетную зону износа задней поверхности на модели КРФ, приведенную на рис. 3, б.

Шаг 3. Распределение нормальных и касательных составляющих силы резания по задней N, F и передней N', F' поверхностям режущего зуба КРФ. Наиболее полно результаты исследования в этой области нашли отражение в работах [4, 5], где закономерности распределения давления q по поверхностям инструмента были получены по результатам исследования процесса свободного резания.

Распределение нормальных N, N' и касательных F, F' составляющих силы резания по поверхностям КРФ со сложной конфигурацией режущей части до сих пор изучено недостаточ-



а



б

Рис. 3. Модели разбиения изношенной зоны режущей кромки КРФ на участки для определения ширины износа (а) и зоны износа задней поверхности, построенной по модели КРФ (б)

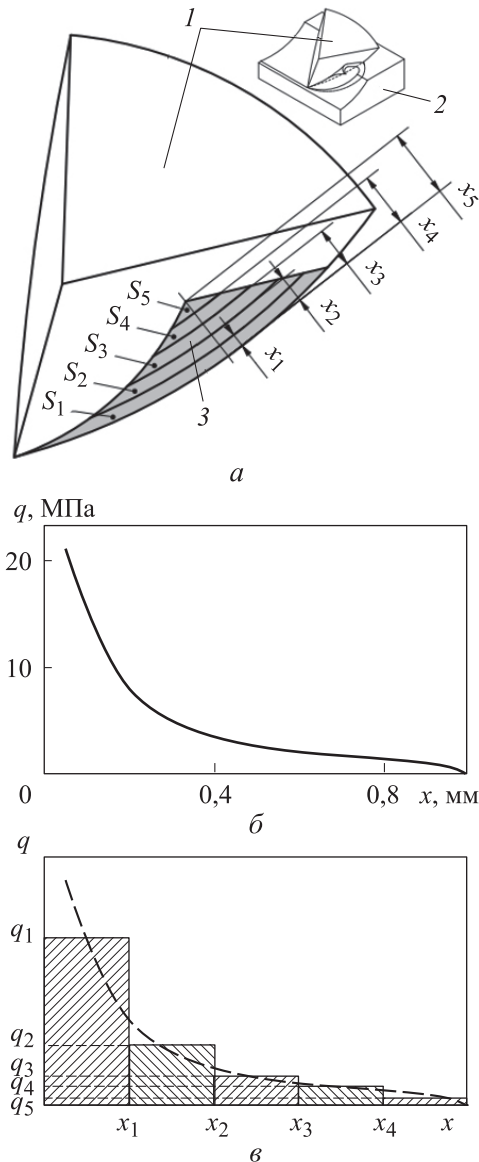


Рис. 4. Результаты моделирования распределения нормальной и касательной составляющих силы резания по передней поверхности КРФ: а — модель зоны контакта передней поверхности КРФ со стружкой (1 — элемент инструмента; 2 — заготовка; 3 — зона контакта); б и в — типичная [5] и расчетная диаграммы распределения элементарного давления по расстоянию x

но. Закономерности, установленные исследователями и нашедшие отражение в упомянутых работах, представлены в виде зависимости давления q от расстояния x до вершины режущей кромки по передней поверхности (рис. 4, б) или давления q от ширины зоны износа h_3 задней поверхности КРФ (рис. 5, б).

Причем графики сохраняют форму независимо от длины контакта передней поверхности со стружкой s или ширины зоны износа h_3 . Эти выводы и формы графиков подтверждают

результаты исследований, приведенные в работах [6, 11]. Графики можно принять как типичные и использовать в качестве исходных для определения распределения нормальных N, N' и касательных F, F' составляющих силы резания на поверхностях инструмента, в том числе КРФ.

При свободном резании форма зоны контакта поверхностей инструмента с заготовкой представляет собой прямоугольник. Одна его сторона — это длина участка режущей кромки КРФ, которая в процессе резания остается

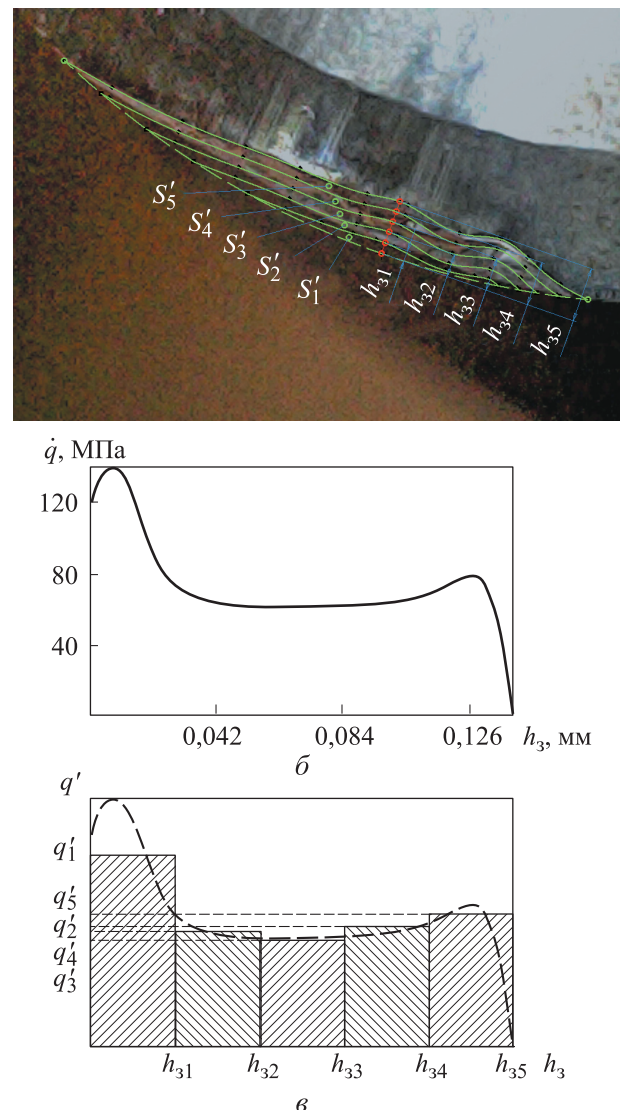


Рис. 5. Результаты моделирования распределения нормальной и касательной составляющих силы резания по задней поверхности КРФ: а — модель зоны износа (h_{31}, \dots, h_{35} — ширины частей зоны износа); б — типичная [4] и расчетная диаграммы распределения элементарного давления по ширине зоны износа задней поверхности КРФ

неизменной. Другая сторона — длина контакта передней поверхности со стружкой s или ширина зоны износа задней поверхности, которые изменяются в процессе резания. При свободном резании площади действующего давления зависят только от параметров s и h_3 .

Конфигурация зоны контакта поверхностей зуба КРФ с заготовкой (см. рис. 4, а и 5, а) представляет собой сложную фигуру, а действующие давления зависят не только от s и h_3 , но и от длины участка режущей кромки, находящейся в контакте, и ее формы. При исследовании напряженного состояния режущего зуба КРФ возникает необходимость в определении удельного давления для каждого значения параметров s , h_3 и соответствующей площади, на которую воздействуют силы, возникающие в процессе резания. Пример изменения площади приведен на рис. 6.

Распределение нормальных N, N' и касательных F, F' сил резания по поверхностям КРФ определяли следующим образом. Зону контактирующую с заготовкой на поверхностях КРФ, разбивали на n частей: S_1, \dots, S_n . На эти части действовали n соответствующих элементарных составляющих нормальных N_1, \dots, N_n и

касательных F_1, \dots, F_n сил резания, оказывающих элементарные давления q_1, \dots, q_n , определяемые отношениями

$$q_1 = N_1/S_1, q_2 = N_2/S_2, \dots, q_n = N_n/S_n,$$

которые можно найти из системы n линейных уравнений.

При этом $(n - 1)$ -е уравнение представляет собой отношение каждого элементарного давления q_2, \dots, q_n к давлению q_1 ($q_2/q_1 = k_2, q_3/q_1 = k_3, \dots, q_n/q_1 = k_n$) с учетом данных и графиков, приведенных на рис. 4, в и рис. 5, в. Элементарное давление q_1 принято базовым для линейных уравнений, n -е уравнение представляет собой полную нормальную силу

$$N = q_1 S_1 + q_2 S_2 + \dots + q_n S_n.$$

Система n линейных уравнений имеет вид

$$\begin{cases} q_2/q_1 = k_2; \\ \dots \\ q_n/q_1 = k_n; \\ q_1 S_1 + q_2 S_2 + \dots + q_n S_n = N. \end{cases} \quad (1)$$

При известных параметрах $S_1, \dots, S_n, N, k_1, \dots, k_n$ можно вычислить значения n пере-

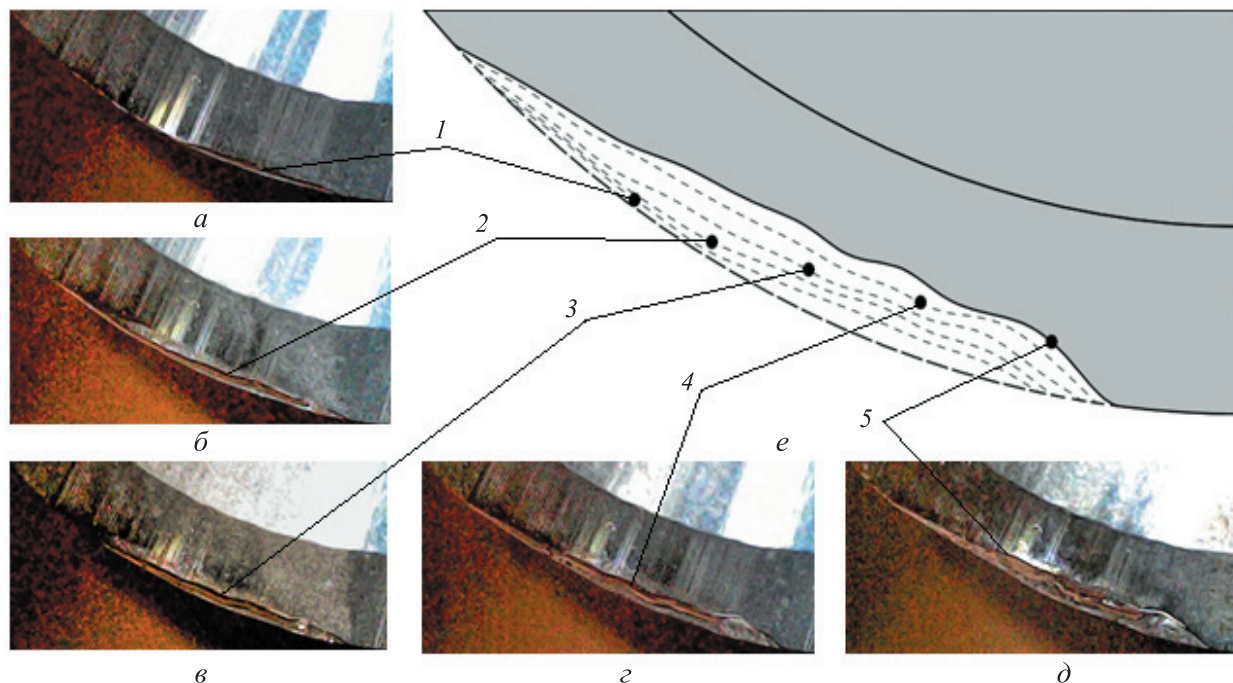


Рис. 6. Пример развития зоны износа на задней поверхности КРФ при фрезеровании с углом наклона $\theta = 20^\circ$ на длине ее перемещения $L = 192,5$ м:
 а — $h_3 = 0,107$ мм, $L = 17,5$ м; б — $h_3 = 0,145$ мм, $L = 52,5$ м;
 в — $h_3 = 0,182$ мм; $L = 87,5$ м; г — $h_3 = 0,245$ мм; $L = 140$ м;
 д — $h_3 = 0,301$ мм, $L = 192,5$ м; е — трехмерная модель зоны износа КРФ
 (1–5 — границы зоны износа)

менных q_1, \dots, q_n . По расчетным элементарным давлениям q_1, \dots, q_n , можно определить значения элементарных составляющих нормальных $N_i = q_i S_i$ и касательных $F_i = N_i \mu$ (μ — коэффициент трения) сил резания и их распределение по поверхностям КРФ.

Шаг 4. Расчет напряжений в режущей кромке КРФ. Расчет выполнен при следующих исходных данных, полученных по результатам экспериментальных работ: износ по задней поверхности инструмента $h_3 = 0,262$ мм; проекции силы резания $F_x = 135$ Н, $F_y = -252$ Н, $F_z = -786$ Н; угол наклона КРФ $\theta = 20^\circ$; радиус округления КРФ $\rho = 10$ мкм [3]; материал инструмента, использованного при резании стали 45, термообработанной до 40...45 HRC, — Tungsten Carbide, физико-механические свойства которого приведены ниже [12].

**Физико-механические свойства
твердосплавного материала Tungsten Carbide**

Плотность, кг/м ³	14 560
Модуль упругости Юнга, ГПа	543
Модуль объемной упругости, ГПа	348
Модуль сдвига, ГПа	238
Коэффициент Пуассона	0,23

Для геометрических преобразований при выполнении расчетов по предлагаемой методике с помощью программы Autodesk Inventor построена трехмерная модель зоны износа КРФ (рис. 6, е). С учетом конфигурации зоны износа, области задней поверхности КРФ (см. рис. 6, а–д) и распределения нормальных N, N' и касательных F, F' сил резания по поверхностям инструмента, полученных по результатам расчета (шаги 2 и 3), определена площадь зоны износа S_{h_3} , составившая 0,372 м².

Результаты преобразования проекций силы резания, полученных при измерениях в СКЗ с помощью динамометра, в касательные и нормальные составляющие силы резания на задней и передней поверхностях КРФ, приведены в табл. 1, где значения указаны в ньютонах.

Распределение нормальной N и касательной F сил резания по передней поверхности

Таблица 1

Результаты преобразования составляющих силы резания при обработке заготовки радиусной фрезой

Система F_x, F_y, F_z			Система P_k, P_p, P_o			Система N, F, N', F'			
F_x	F_y	F_z	P_k	P_p	P_o	N	F	N'	F'
135	-252	-786	315,8	750,1	190,6	236,2	70,8	655,3	196,5

КРФ. При обработке заготовки радиусной фрезой зона контакта ее передней поверхности со стружкой $S_{\text{конт}}$ представляет собой сегмент, форма и площадь которого зависят от толщины срезаемого слоя [3]. Площадь контакта передней поверхности КРФ со стружкой определяли в среде Autodesk Inventor. При принятых режимах резания площадь зоны контакта передней поверхности КРФ со стружкой $S_{\text{конт}} = 0,185$ мм².

В рассматриваемом примере эту площадь разбивали на пять ($n = 5$) частей с элементарными давлениями q_1, \dots, q_5 , что позволило использовать при расчете сетку конечных элементов, обеспечившую высокую точность результатов. Размер элемента сетки составлял 0,05 мм. При выбранном числе разбиения площади пяти частей зоны контакта передней поверхности КРФ со стружкой имели следующие значения: $S_1 = 0,16$ мм², $S_2 = 0,125$ мм², $S_3 = 0,089$ мм², $S_4 = 0,052$ мм² и $S_5 = 0,015$ мм² на расстоянии от режущей кромки КРФ $x_1 = 0,09$ мм, $x_2 = 0,18$ мм, $x_3 = 0,27$ мм, $x_4 = 0,36$ мм и $x_5 = 0,445$ мм соответственно (см. рис. 4, а).

На диаграмме распределения элементарного давления по расстоянию x (см. рис. 4, в) использованы средние значения на каждом участке. По полученным данным определены значения соотношений $q_2/q_1 = k_2$, $q_3/q_1 = k_3$, $q_4/q_1 = k_4$, $q_5/q_1 = k_5$ и нормальной силы N в системе линейных уравнений (1):

$$\begin{cases} q_2/q_1 = 0,361; \\ q_3/q_1 = 0,175; \\ q_4/q_1 = 0,107; \\ q_5/q_1 = 0,038; \\ N = 236,2 \text{ Н.} \end{cases} \quad (2)$$

Из решения системы (2): $q_1 = 1040$, $q_2 = 375$, $q_3 = 182$, $q_4 = 113$, $q_5 = 39$. Распределение нормальной N и касательной F составляющих силы резания по участкам зоны контакта передней поверхности КРФ со стружкой приведено в табл. 2.

Таблица 2

Распределение нормальной и касательной составляющих силы резания по участкам зоны контакта передней поверхности КРФ со стружкой

Номер участка	Составляющая силы резания, Н	
	нормальная N	касательная F
1	116,4	49,9
2	46,9	14,1
3	16,3	4,9
4	5,8	1,7
5	0,6	0,2

Таблица 3

Распределение нормальной и касательной составляющих силы резания по участкам зоны износа задней поверхности КРФ

Номер участка	Составляющая силы резания, Н	
	нормальная N'	касательная F'
1	100,3	30,0
2	98,5	29,5
3	115,3	34,6
4	152,3	45,9
5	187,9	56,4

Распределение нормальной N' и касательной F' составляющих силы резания по задней поверхности КРФ. Распределение нормальной N' и касательной F' составляющих силы резания по задней поверхности КРФ определяли при том же (что и для передней поверхности) числе разбиения зоны контакта, являющейся зоной износа площадью $S_{\text{изн}} = 0,2 \text{ мм}^2$. Площади пяти частей зоны износа задней поверхности КРФ: $S'_1 = 0,032 \text{ мм}^2$, $S'_2 = 0,058 \text{ мм}^2$, $S'_3 = 0,072 \text{ мм}^2$, $S'_4 = 0,084 \text{ мм}^2$ и $S'_5 = 0,095 \text{ мм}^2$ с пятью элементарными давлениями q'_1, q'_2, q'_3, q'_4 и q'_5 .

Система линейных уравнений (1) принимала вид

$$\begin{cases} q'_2/q'_1 = 0,590; \\ q'_3/q'_1 = 0,646; \\ q'_4/q'_1 = 0,630; \\ q'_5/q'_1 = 0,685; \\ N = 655,3 \text{ Н.} \end{cases}$$

Отсюда получали элементарные давления для пяти участков зоны износа задней поверх-

ности КРФ: $q'_1 = 2864$, $q'_2 = 1698$, $q'_3 = 1602$, $q'_4 = 1820$ и $q'_5 = 1987$. Распределение нормальной и касательной составляющих силы резания по участкам зоны износа задней поверхности КРФ показано в табл. 3.

Распределения эквивалентного $\sigma_{\text{экв}}$ нормального $\sigma_{\text{норм}}$ и касательного τ напряжений в зоне износа режущей кромки КРФ приведены на рис. 7, а–в. Согласно данным моделирования, показанным на рис. 7, а, максимальное эквивалентное напряжение $\sigma_{\text{экв}}^{\text{max}}$ составило 2338 МПа. Эквивалентное напряжение определяли в программе ANSYS по формуле фон Мизеса [13]

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2},$$

где $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ — главные напряжения.

Эквивалентное напряжение $\sigma_{\text{экв}}$ уменьшается с увеличением расстояния от режущей кромки передней поверхности КРФ и ширины следа износа задней поверхности, причем большие значения расположены в зоне округления режущей кромки КРФ.

Как видно из рис. 7, б и в, нормальное $\sigma_{\text{норм}}$ и касательное τ напряжения распределены в зоне износа режущей кромки КРФ аналогично эквивалентному. Максимальное нормальное напряжение $\sigma_{\text{норм}}^{\text{max}} = -2051 \text{ МПа}$, максимальное касательное $\tau^{\text{max}} = -1195 \text{ МПа}$. Знак «-» перед их значениями означает, что режущая кромка КРФ находится в состоянии всестороннего сжатия.

Такое заключение о состоянии режущей кромки КРФ в зонах контакта с заготовкой, вытекающее из результатов моделирования и расчетов, полностью соответствует выводам, относящимся к другому виду инструментов, приведенным в работах [4–6, 11].

Для проверки прочности режущей кромки КРФ в зоне износа при расчетном напряженном состоянии возникает необходимость выбора критерия разрушения инструментального материала. Самым известным является критерий предельного состояния, предложенный Г.С. Писаренко и А.А. Лебедевым [14]. Суть этого критерия заключается в том, что при достижении предельного напряженного состояния на поверхностях инструмента происходит зарождение и накопление микротрещин. Эти микротрещины при дальнейшем резании сливаются в одну макротрещину.

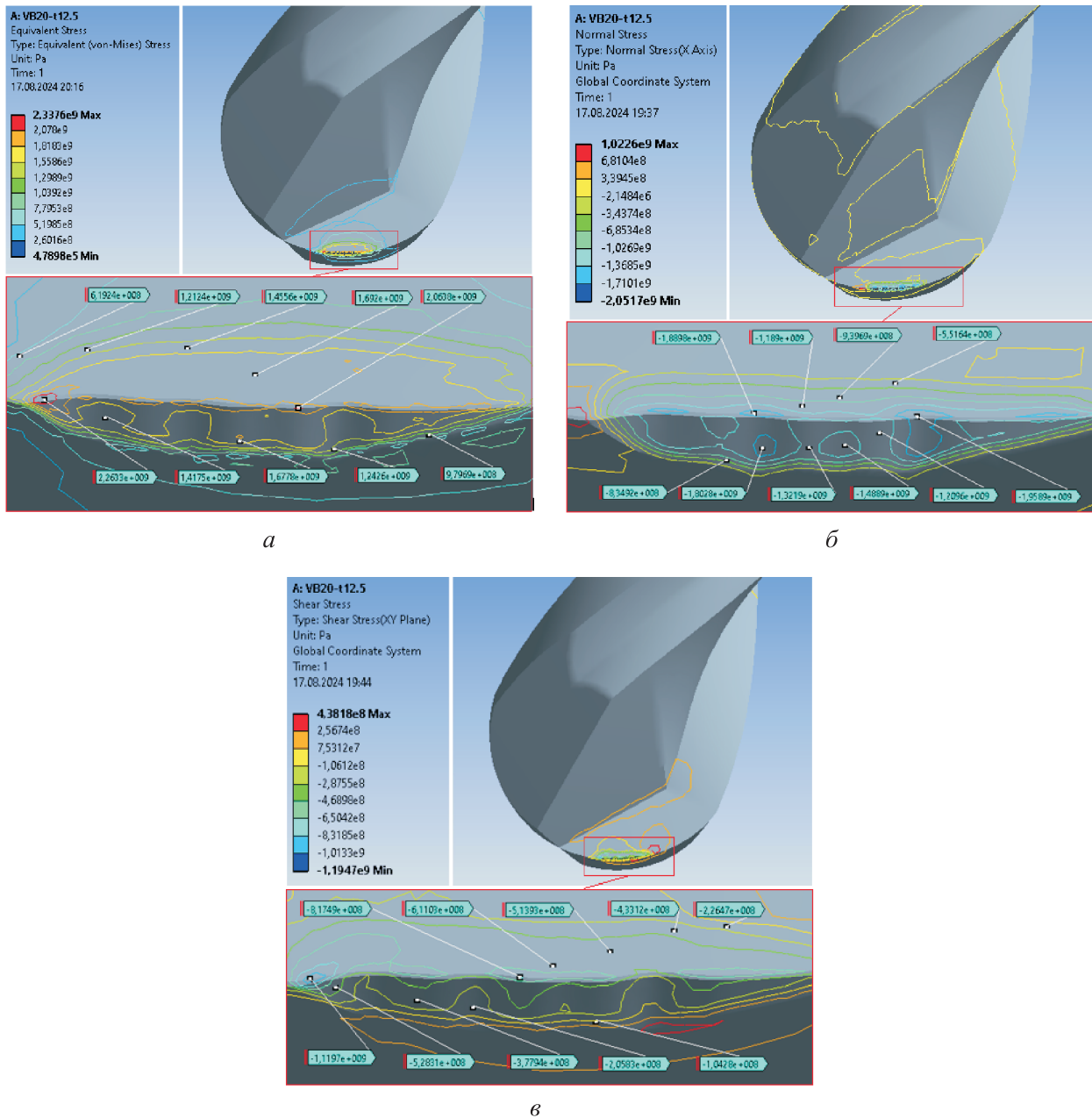


Рис. 7. Распределения эквивалентного $\sigma_{\text{экв}}$ (а), нормального $\sigma_{\text{норм}}$ (б) и касательного τ (в) напряжений, Па, в зоне износа режущей кромки КРФ

Этот критерий имеет высокую достоверность для случаев, когда инструментальный материал находится под действием напряжений растяжения. Но в рассматриваемой задаче вследствие достаточно большой нормальной составляющей силы резания в зоне износа задней поверхности КРФ ($N' = 655,3 \text{ Н}$) режущая кромка находится в состоянии всестороннего сжатия. Поэтому в данном случае нельзя применить критерий Г.С. Писаренко и А.А. Лебедева.

Для проверки прочности КРФ, находящейся в сжатом состоянии, можно использовать кри-

терий первой теории прочности [6, 15]. Согласно этому критерию, наибольшее нормальное напряжение $\sigma_{\text{норм}}^{\text{наиб}}$ по абсолютному значению не должно превышать допускаемое $[\sigma_{\text{норм}}]$:

$$\sigma_{\text{норм}}^{\text{наиб}} < [\sigma_{\text{норм}}]. \quad (3)$$

Выбранный твердосплавный инструмент Tungsten Carbide имеет предельную прочность на сжатие $[\sigma_{\text{норм}}] = 4500 \text{ МПа}$ [12]. Проверка условия (3) показала, что КРФ обладает достаточной прочностью $\sigma_{\text{норм}}^{\text{max}} = -2051 \text{ МПа}$.

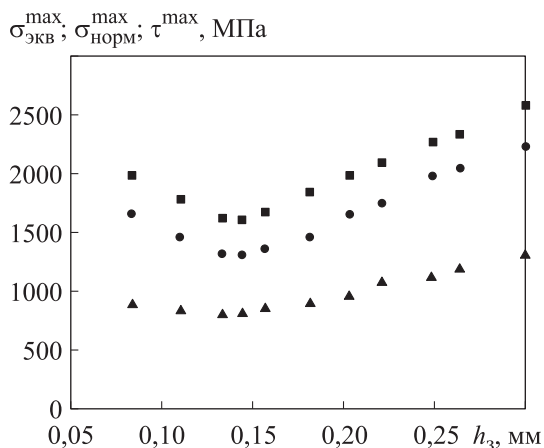


Рис. 8. Зависимости максимальных значений эквивалентного $\sigma_{\text{экв}}^{\text{max}}$ (■), нормального $\sigma_{\text{норм}}^{\text{max}}$ (●) и касательного τ^{max} (▲) напряжений в режущей кромке КРФ от ширины зоны износа задней поверхности h_3

По результатам анализа распределения нормального напряжения $\sigma_{\text{норм}}$ в зоне износа КРФ (см. рис. 7, б) установлено, что его наибольшие значения расположены не только в зоне округления режущей кромки, но и в зонах с большой шириной следа износа h_3 , т. е. зона интенсивного износа является областью опасного напряженного состояния.

В ходе исследования с учетом результатов расчета напряженного состояния инструмента при $h_3 = 0,262$ мм проведена проверка на прочность КРФ, начиная от ее состояния при $h_3 = 0,084$ мм до предельного значения $h_3 = 0,301$ мм при обработке с углом наклона $\theta = 20^\circ$.

Полученные графики (рис. 8) подтверждают предположение, что при небольшой ширине зоны износа задней поверхности КРФ (до $h_3 = 0,140$ мм) максимальные напряжения — эквивалентное $\sigma_{\text{экв}}^{\text{max}}$, нормальное $\sigma_{\text{норм}}^{\text{max}}$ и касательное τ^{max} — уменьшаются до наименьших значений. Дальнейший рост ширины зоны износа приводит к увеличению напряжений $\sigma_{\text{экв}}^{\text{max}}$, $\sigma_{\text{норм}}^{\text{max}}$, τ^{max} , снижению прочности КРФ и сокращению времени его дальнейшего использования с выбранным углом наклона.

Полученный результат полностью соответствует выводам, сделанным в работе [6], и подтверждает адекватность модели и предлагаемой методики расчета.

Зависимости максимальных значений эквивалентного, нормального и касательного напряжений от ширины износа задней по-

верхности и угла наклона КРФ. Применение методики расчета исследования напряженного состояния режущей кромки КРФ на основе экспериментальных данных позволило получить множество значений напряжений, возникающих в инструменте, при различных значениях ширины износа задней поверхности h_3 и угла наклона КРФ θ .

Предварительный анализ этих данных позволил предположить, что существует устойчивая связь между напряжениями в режущей кромке КРФ и величинами h_3 и θ . Для вывода таких зависимостей использовано эмпирическое выражение со степенными показателями

$$\sigma = C_0 h_3^a \theta^b, \tag{4}$$

где C_0, a, b — неизвестные коэффициенты.

После логарифмирования обеих частей уравнения (4) получено выражение

$$\ln \sigma = \ln C_0 + a \ln h_3 + b \ln \theta.$$

С учетом выражений $y = \ln \sigma$, $C = \ln C_0$, $x_1 = \ln h_3$, $x_2 = \ln \theta$ уравнение (4) приобретает вид

$$y = C + ax_1 + bx_2. \tag{5}$$

Коэффициенты C, a, b в новом линейном уравнении (5) можно определить путем множественного регрессионного анализа. В рассматриваемой задаче регрессионный анализ является двухфакторным: $x_1(h_3)$ и $x_2(\theta)$.

В качестве исходных данных для реализации двухфакторного регрессионного анализа использованы максимальные значения эквивалентного $\sigma_{\text{экв}}^{\text{max}}$, нормального $\sigma_{\text{норм}}^{\text{max}}$ и касательного τ^{max} напряжений в режущей кромке КРФ, приведенные в табл. 4.

Реализация общего множественного регрессионного анализа проведена с использованием метода наименьших квадратов [16, 17] путем выполнения известных преобразований.

Оценка практической значимости уравнения множественной регрессии выполнена с помощью критерия Фишера, сущность которого заключается в том, что наблюдаемое значение $F_{\text{расч}}$ должно превышать табличное $F_{\text{табл}}$, найденное для заданного уровня значимости $\alpha_\phi = 0,05$ и степеней свободы $k_1 = m$, $k_2 = n - m - 1$:

$$F_{\text{расч}} > F_{\text{табл}}; F_{\text{расч}} = \frac{R_{yx_1x_2x_3\dots x_n}^2}{1 - R_{yx_1x_2x_3\dots x_n}^2} \frac{n - m - 1}{m}. \quad (6)$$

Здесь m — число факторов в линейном уравнении регрессии; n — число наблюдений; $R_{yx_1x_2x_3\dots x_n}$ — коэффициент детерминации,

$$R_{yx_1x_2x_3\dots x_n} = \sqrt{\sum \beta_i r_{yx_i}}, \quad (7)$$

где β_i — стандартизованные коэффициенты регрессии; r_{yx_i} — коэффициенты парной и межфакторной корреляции.

В результате реализации двухфакторного регрессионного анализа определены коэффициенты C, a, b , входящие в состав линейного уравнения (5). После подстановки этих коэффициентов в уравнение (4) получены следующие зависимости:

$$\sigma_{\text{экр}}^{\text{max}} = 143,75h_3^{0,44}\theta^{-0,29}; \quad (8)$$

$$\sigma_{\text{норм}}^{\text{max}} = 204,45h_3^{0,39}\theta^{-0,14}; \quad (9)$$

$$\tau^{\text{max}} = 53,32h_3^{0,45}\theta^{-0,41}. \quad (10)$$

В качестве основных выходных показателей для оценки результатов регрессионного анализа приняты погрешность полученных функций $\varepsilon_{\text{регр}}$ (%), коэффициенты детерминации $R_{yx_1x_2}$ и наблюдаемая значимость $F_{\text{расч}}$. Погрешность $\varepsilon_{\text{регр}}$ определена путем сравнения напряжений $\sigma_{\text{экр}}^{\text{max}}$, $\sigma_{\text{норм}}^{\text{max}}$ и τ^{max} , вычисленных по регрессионным функциям (8)–(10), с исходными значениями. Значения коэффициентов детерминации $R_{yx_1x_2}$ и наблюдаемой значимости $F_{\text{расч}}$ определены по формулам (6) и (7). Значения показателей двухфакторного регрессионного анализа приведены в табл. 5.

Таблица 4

Максимальные значения эквивалентного, нормального и касательного напряжений при различных значениях ширины зоны износа и угла наклона КРФ

h_3 , мкм	θ , рад	$\sigma_{\text{экр}}^{\text{max}}$, МПа	$\sigma_{\text{норм}}^{\text{max}}$, МПа	τ^{max} , МПа	h_3 , мкм	θ , рад	$\sigma_{\text{экр}}^{\text{max}}$, МПа	$\sigma_{\text{норм}}^{\text{max}}$, МПа	τ^{max} , МПа
155	0,1475	2197	1793	895	240	0,5236	1897	1961	859
180	0,1475	2200	1856	928	271	0,5236	1988	2107	912
200	0,1475	2435	2069	996	129	0,6981	1443	1516	586
220	0,1475	2515	2282	1019	154	0,6981	1503	1435	631
240	0,1475	2698	2472	1135	182	0,6981	1520	1639	542
170	0,3491	1851	1475	900	211	0,6981	1769	1719	770
190	0,3491	1987	1662	971	240	0,6981	1802	1868	817
210	0,3491	2093	1753	1082	260	0,6981	1854	2000	776
244	0,3491	2270	1986	1131	158	0,8727	1257	1545	447
262	0,3491	2337	2052	1195	193	0,8727	1482	1611	515
140	0,5236	1598	1782	689	228	0,8727	1608	1612	550
177	0,5236	1625	1746	692	240	0,8727	1654	1739	570
200	0,5236	1727	1831	699	262	0,8727	1769	1862	588
220	0,5236	1845	1949	710	300	0,8727	1817	1770	599

Таблица 5

Значения показателей двухфакторного регрессионного анализа

Максимальное напряжение	Погрешность $\varepsilon_{\text{регр}}$, %	Коэффициент детерминации $R_{yx_1x_2}$	Наблюдаемая значимость $F_{\text{расч}}$
Эквивалентное	10,2	0,93	80,2
Нормальное	18,9	0,84	30,1
Касательное	19,5	0,87	39,3

Анализ выходных показателей показал, что у всех функций погрешность $\epsilon_{\text{рег}}$ не превышает 20 %, а наблюдаемая значимость $F_{\text{расч}}$ значительно больше, чем ее табличное значение $F_{\text{табл}} = 3,81$ [18]. На основании этого можно заключить, что применение двухфакторного регрессионного анализа для получения зависимости максимальных напряжений $\sigma_{\text{экв}}^{\text{max}}$, $\sigma_{\text{нор}}^{\text{max}}$, τ^{max} от параметров h_3 и θ обеспечивает высокую достоверность результатов расчетов, а функции (8)–(10) можно использовать на практике для исследования прочности КРФ.

Выводы

1. Предложенный в работе [3] подход к оценке напряженного состояния режущей части КРФ в зоне износа и разработанная на его основе методика расчета, позволяющая определять с большой достоверностью максимальные значения эквивалентных, нормальных и касательных напряжений, возникающих в процессе обработки деталей и оценивать возможность дальнейшего использования режущего инструмента.

2. Разработанная методика и результаты ее применения учитывают специфику фрезерования поверхностей концевым радиусным инструментом и полностью соответствуют выво-

дам авторов известных работ, полученных ранее при оценке характера распределения напряжений и состояния режущей части инструмента.

3. При анализе характера распределения напряжений в соответствии с конфигурацией зоны износа получена прямая зависимость напряжений от ее ширины. Напряжения уменьшаются с увеличением расстояния от режущей кромки по передней поверхности КРФ или ширины зоны износа задней поверхности, причем большие напряжения возникают в зоне округления режущей кромки инструмента, а в зонах контакта с заготовкой и стружкой являются сжимающими.

4. Результаты расчетов по разработанной методике и полученным закономерностям параметров оценки напряженного состояния режущей кромки КРФ в процессе ее износа от минимального значения до критического в полной мере соответствуют выводам, сделанным в работе [6].

5. Установлены зависимости максимальных значений эквивалентного, нормального и касательного напряжений в режущей кромке КРФ от ширины зоны износа задней поверхности и угла наклона инструмента, позволяющие рассчитывать напряжения при достижении критического износа, равного 0,3 мм.

Литература

- [1] Schulz H., Hock St. High-speed milling of dies and and technology. *CIRP Annals*, 1995, no 44, pp. 35–38, doi: <http://doi:10.1016/S0007-85060762270-7>
- [2] Вульф А.М. *Резание металлов*. Москва, Машиностроение, 1973. 496 с.
- [3] Пономарев Б.Б., Нгуен В.Д. Моделирование напряженного состояния концевой радиусной фрезы при формообразовании сложной поверхности. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2023, № 7, с. 64–76, doi: <https://doi.org/10.18698/0536-1044-2023-7-64-76>
- [4] Зорев Н.Н. *Исследование элементов механики процесса резания металлов*. Москва, Машгиз, 1952. 364 с.
- [5] Полетика Ф.М. *Контактные нагрузки на режущих поверхностях инструмента*. Москва, Машиностроение, 1969. 148 с.
- [6] Лоладзе Т.Н. *Прочность и износостойкость режущего инструмента*. Москва, Машиностроение, 1982. 320 с.
- [7] Bouzakisa K.D., Michailidisa N., Vidakisa N. et al. Optimization of the cutting edge radius of PVD coated inserts in milling considering film fatigue failure mechanisms. *Surf. Coat. Technol.*, 2000, vol. 133–134, pp. 501–507, doi: [https://doi.org/10.1016/S0257-8972\(00\)00971-3](https://doi.org/10.1016/S0257-8972(00)00971-3)
- [8] Wojciechowski S., Twardowski P. Tool life and process dynamics in high speed ball end milling of hardened steel. *Procedia CIRP*, 2012, vol. 1, pp. 289–294, doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.procir.2012.04.052>
- [9] *Общемашиностроительные нормативы времени и режимов резания для нормирования работ, выполняемых на универсальных и многоцелевых moulds — cutting conditions станках с числовым программным управлением*. Ч. 2. Москва, Экономика, 1990. 473 с.

- [10] Пономарев Б.Б., Нгуен В.Д. Повышение работоспособности инструмента при формообразовании поверхностей концевыми радиусными фрезами. *Металлообработка*, 2024, № 2, с. 3–15.
- [11] Бетанели А.И. *Прочность и надежность режущего инструмента*. Тбилиси, Сабчота Сакартвело, 1973. 304 с.
- [12] Moxnes J., Teland J.A., Skriudalen S. Development of material models for semi-brittle materials like tungsten carbide. *8th Int. Conf. on Processing and Manufacturing of Advanced Materials*, 2010, pp. 2–51.
- [13] Федосьев В.И. *Сопротивление материалов*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. 590 с.
- [14] Остафьев В.А. *Расчет динамической прочности режущего инструмента*. Москва, Машиностроение, 1979. 168 с.
- [15] Козлов В.Н., Чжан Ц. Влияние вида нагружения на расчет внутренних напряжений в режущем клине. *Известия ТулГУ. Технические науки*, 2017, № 8–2, с. 88–94.
- [16] Касьянов В.А. *Эконометрика*. Екатеринбург, УГТУ–УПИ, 2008. 200 с.
- [17] Гмурман В.Е. *Теория вероятностей и математическая статистика*. Москва, Высшая школа, 2002. 479 с.
- [18] Table of critical values of F distribution. In: *Engineering statistics handbook*. National Institute of Standards and Technology, 2005, p. 5.

References

- [1] Schulz H., Hock St. High-speed milling of dies and moulds — cutting conditions and technology. *CIRP Annals*, 1995, no 44, pp. 35–38, doi: <http://doi:10.1016/S0007-85060762270-7>
- [2] Vulf A.M. *Rezanie metallov* [Cutting of metals]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1973. 496 p. (In Russ.).
- [3] Ponomarev B.B., Nguen V.D. Stress state simulation of the radial end milling cutter at shaping the complex surfaces. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroenie* [BMSTU Journal of Mechanical Engineering], 2023, no. 7, pp. 64–76, doi: <https://doi.org/10.18698/0536-1044-2023-7-64-76> (in Russ.).
- [4] Zorev N.N. *Issledovanie elementov mekhaniki protsessa rezaniya metallov* [Investigation of elements of mechanics of metal cutting process]. Moscow, Mashgiz Publ., 1952. 364 p. (In Russ.).
- [5] Poletika F.M. *Kontaktnye nagruzki na rezhushchikh poverkhnostyakh instrumenta* [Contact loads on cutting tool surfaces]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1969. 148 p. (In Russ.).
- [6] Loladze T.N. *Prochnost i iznosostoykost rezhushchego instrumenta* [Strength and wear resistance of cutting tools]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1982. 320 p. (In Russ.).
- [7] Bouzakisa K.D., Michailidisa N., Vidakisa N. et al. Optimization of the cutting edge radius of PVD coated inserts in milling considering film fatigue failure mechanisms. *Surf. Coat. Technol.*, 2000, vol. 133–134, pp. 501–507, doi: [https://doi.org/10.1016/S0257-8972\(00\)00971-3](https://doi.org/10.1016/S0257-8972(00)00971-3)
- [8] Wojciechowski S., Twardowski P. Tool life and process dynamics in high speed ball end milling of hardened steel. *Procedia CIRP*, 2012, vol. 1, pp. 289–294, doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.procir.2012.04.052>
- [9] *Obshchemashinostroitelnye normativy vremeni i rezhimov rezaniya dlya normirovaniya robot, vypolnyaemykh na universalnykh i mnogotselevykh stankakh s chislovyim programmnyim upravleniem*. Ch. 2 [General machine-building standards of time and cutting modes for standardisation of works performed on universal and multi-purpose numerically controlled machine tools. P. 2]. Moscow, Ekonomika Publ., 1990. 473 p. (In Russ.).
- [10] Ponomarev B.B., Nguen V.D. Improvement of tool working capacity during surface shaping by radius end mills. *Metallrobrabotka* [Metalworking], 2024, no. 2, pp. 3–15. (In Russ.).
- [11] Betaneli A.I. *Prochnost i nadezhnost rezhushchego instrumenta* [Durability and reliability of cutting tools]. Tbilisi, Sabchota Sakartvelo Publ., 1973. 304 p. (In Russ.).
- [12] Moxnes J., Teland J.A., Skriudalen S. Development of material models for semi-brittle materials like tungsten carbide. *8th Int. Conf. on Processing and Manufacturing of Advanced Materials*, 2010, pp. 2–51. (In Russ.).

- [13] Fedosyev V.I. *Soprotivlenie materialov* [Strength of materials]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 1999. 590 p. (In Russ.).
- [14] Ostafyev V.A. *Raschet dinamicheskoy prochnosti rezhushchego instrumenta* [Calculation of the dynamic strength of cutting tools]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1979. 168 p. (In Russ.).
- [15] Kozlov V.N., Chzhan Ts. Influence of loading kind on internal stresses calculation in cutting wedge. *Izvestiya TulGU. Tekhnicheskie nauki* [News of the Tula State University. Technical Sciences], 2017, no. 8–2, pp. 88–94. (In Russ.).
- [16] Kasyanov V.A. *Ekonometrika* [Econometrics]. Ekaterinburg, UGTU–UPI Publ., 2008. 200 p. (In Russ.).
- [17] Gmurman V.E. *Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika* [Probability theory and mathematical statistics]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 2002. 479 p. (In Russ.).
- [18] Table of critical values of F distribution. In: *Engineering statistics handbook*. National Institute of Standards and Technology, 2005, p. 5.

Статья поступила в редакцию 09.10.2024

Информация об авторах

ПОНОМАРЕВ Борис Борисович — доктор технических наук, профессор кафедры «Технология и оборудование машиностроительных производств». Иркутский национальный исследовательский технический университет (664074, Иркутск, Российская Федерация, ул. Лермонтова, д. 83, e-mail: pusw@istu.edu).

НГУЕН Ван Дык — аспирант кафедры «Технология и оборудование машиностроительных производств». Иркутский национальный исследовательский технический университет (664074, Иркутск, Российская Федерация, ул. Лермонтова, д. 83, e-mail: vanduc021086@gmail.com).

Information about the authors

PONOMAREV Boris Borisovich — Doctor of Science (Eng.), Professor, Department of Technology and Equipment for Mechanical Manufacturing. Irkutsk National Research Technical University (664074, Irkutsk, Russian Federation, Lermontov St., Bldg. 83, e-mail: pusw@istu.edu).

NGUYEN Van Duc — Postgraduate, Department of Technology and Equipment for Mechanical Manufacturing. Irkutsk National Research Technical University (664074, Irkutsk, Russian Federation, Lermontov St., Bldg. 83, e-mail: vanduc021086@gmail.com).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Пономарев Б.Б., Нгуен Ван Дык. Расчет напряжений в зоне износа режущей части концевой радиусной фрезы. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2025, № 1, с. 61–75.

Please cite this article in English as:

Ponomarev B.B., Nguyen Van Duc. Computing stresses in the wear zone of a radius end mill cutter. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2025, no. 1, pp. 61–75.