

Машиностроение и машиноведение

УДК 534.113

Дисперсионные характеристики и частотно-зависимое затухание изгибных волн, распространяющихся в балке, лежащей на вязкоупругом основании^{*}

В.И. Ерофеев, А.В. Леонтьева, И.С. Царев

Институт проблем машиностроения РАН — филиал ФГБНУ «Федеральный исследовательский центр
Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова Российской академии наук»

Dispersion characteristics and frequency-dependent attenuation of the bending waves propagating in a beam lying on the viscoelastic base

V.I. Erofeev, A.V. Leonteva, I.S. Tsarev

Mechanical Engineering Research Institute of the RAS — Branch of Federal Research Center A.V. Gaponov-Grekhov
Institute of Applied Physics of the Russian Academy of Sciences

Рассмотрена бесконечная балка, лежащая на деформируемом основании и совершающая изгибные колебания. Такая идеализация допустима, если на границах балки находятся оптимальные демпфирующие устройства, т. е. параметры граничного закрепления таковы, что падающие на него возмущения не отражаются. Это позволило рассматривать модель балки без учета граничных условий, а вибрации, распространяющиеся по ней, — как бегущие изгибные волны. Предполагалось, что деформируемое основание сформировано из реологического материала Фойхта — Кельвина, состоящего из параллельно расположенных элементов: упругого (пружины) и вязкого (демпфера). Полное напряжение этого материала равно сумме напряжений в вязком и упругом элементах, испытывающих одинаковые деформации. Срединная линия балки принята нерастяжимой. Для решения задачи использована бегущая гармоническая волна, имеющая действительную частоту и комплексное волновое число. Действительная часть волнового числа характеризует постоянную распространения, с помощью которой вычисляют фазовую и групповую скорости волны, а мнимая часть — показатель экспоненциального закона, по которому волна затухает. Определены дисперсионные характеристики изгибной волны и закономерности ее частотно-зависимого затухания при различных значениях безразмерного параметра, заданного как отношение коэффициента вязкости деформируемого основания к коэффициенту его жесткости.

EDN: BHLXDW, <https://elibrary/bhlxdw>

Ключевые слова: бесконечная балка, вязкоупругое основание, изгибная волна, дисперсионные характеристики, частотно-зависимое затухание

^{*} Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (Грант № 20-19-00613).

The paper considers an infinite beam lying on the deformable foundation and performing the bending vibrations. Such an idealization is acceptable, if the optimal damping devices are positioned at the beam boundaries, i.e. the boundary fixing parameters are those that do not reflect the disturbances incident on it. This makes it possible to consider the beam model without taking into account the boundary conditions, and vibrations propagating along it could be considered as the traveling bending waves. The paper assumes that the deformable foundation is formed from the Voigt-Kelvin rheological material containing parallel connection of the elastic (spring) and viscous (damper) elements. This material total stress is equal to the stresses sum in the viscous and elastic elements exposed to the identical deformations. The beam midline is assumed to be inextensible. Solution to the problem could be obtained in a form of the traveling harmonic wave with real frequency and the complex wave number. The wave number real part characterizes the propagation constant, using which the wave phase and group velocities are computed, and the imaginary part is the exponential law index attenuating the wave. The paper determines the flexural wave dispersion characteristics and regularities in its frequency-dependent attenuation for different values of the dimensionless parameter specified as the damping coefficient ratio to the deformable foundation rigidity.

EDN: BHLXDW, <https://elibrary/bhlxdw>

Keywords: infinite beam, viscoelastic foundation, flexural wave, dispersion characteristics, frequency-dependent attenuation

Многие элементы машиностроительных конструкций, в частности несущих движущиеся нагрузки (путевая структура, контактный провод), рассматривают как одномерную распределенную систему (балку, струну), взаимодействующую с деформируемым основанием [1–8].

В работе [9] показано, что балка на отдельных упругих креплениях, расположенных через равные промежутки друг от друга, функционирует аналогично балке на упругом основании. Точность этой аналогии зависит как от изгибной жесткости балки, так и от коэффициента упругости крепления и расстояния, на которое они удалены друг от друга.

Деформируемое основание обычно задают линейно-упругим (основанием Фусса — Винклера [10, 11], Пастернака [12]) или упругоинерционным [13], что позволяет учитывать различные особенности его сопротивления силовому воздействию.

Цель работы — изучение распространения изгибных волн в балке, лежащей на вязкоупругом основании.

Рассмотрим бесконечную балку (модель Бернулли — Эйлера), лежащую на деформируемом основании и совершающую изгибные колебания. Предполагаем, что деформируемое основание сформировано из реологического материала Фойхта — Кельвина [14], представляющего собой систему из параллельно расположенных элементов: упругого (пружины с коэффициентом жесткости h) и вязкого (демпфера с коэффициентом вязкости ν). Полное

напряжение этого материала равно сумме напряжений в вязком и упругом элементах, испытывающих одинаковые деформации. Срединную линию балки принимаем нерастяжимой, что возможно при относительно малых амплитудах изгибных колебаний [15].

Балку можно считать бесконечной, если на ее границах находятся оптимальные демпфирующие устройства, т. е. параметры граничного крепления таковы, что падающие на него возмущения не будут отражаться. В работах [16, 17] на основе точных решений модельных задач для упругих систем обосновано существование согласованных концевых гасителей различных видов колебаний, не дающих отраженных возмущений в системе. Это позволяет рассматривать модель балки без учета граничных условий, а вибрации, распространяющиеся по ней, — как бегущие изгибные волны.

Уравнение динамики изучаемой системы имеет вид

$$\rho F \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + EJ \frac{\partial^4 U}{\partial x^4} + hU + \nu \frac{\partial U}{\partial t} = 0, \quad (1)$$

где ρ — плотность материала; F — площадь поперечного сечения балки; $U(x, t)$ — поперечное перемещение срединной линии балки; t — время; E — модуль Юнга; J — осевой момент инерции сечения.

Введем безразмерные переменные

$$z = x^4 \sqrt{\frac{h}{EJ}}, \quad \tau = t \sqrt{\frac{h}{\rho F}}$$

и запишем уравнение (1) в виде

$$\frac{\partial^2 V}{\partial \tau^2} + \frac{\partial^4 V}{\partial z^4} + V + a \frac{\partial V}{\partial \tau} = 0, \quad (2)$$

где $V = U/U_0$ (U_0 — перемещение, начиная с которого возникает необходимость учета растяжимости срединной линии балки); a — параметр, характеризующий отношение коэффициента вязкости деформируемого основания к коэффициенту его жесткости,

$$a = \frac{\nu}{\sqrt{\rho F h}}.$$

Решение уравнения (2) будем искать в виде бегущей гармонической волны

$$V = A e^{i(\Omega \tau - K z)} + A^* e^{-i(\Omega \tau - K z)}, \quad (3)$$

где A — комплексная амплитуда волны, $A = A_0 e^{i\varphi}$ (A_0 — действительная часть комплексной амплитуды); i — мнимая единица; φ — фаза изгибной волны, $\varphi(z, \tau) = \Omega \tau - K z$; Ω — частота волны, $\Omega = 2\pi/T$ (T — период волны); K — волновое число, $K = 2\pi/\Lambda$ (Λ — длина волны); A^* — величина, комплексно-сопряженная к A .

Согласно выражениям (2) и (3), частота и волновое число изгибной волны, распространяющейся в балке, лежащей на вязкоупругом основании, связаны соотношением

$$-\Omega^2 + K^4 + 1 + i\Omega a = 0. \quad (4)$$

Из выражения (4) следует, что волновое число должно быть комплексным [18]

$$K = K_1 + iK_2, \quad (5)$$

где K_1 и K_2 — действительная и мнимая части волнового числа.

Комплексная величина волнового числа означает, что волна имеет постоянную распространения K_1 (через которую вычисляют фазовую Ω/K_1 и групповую $d\Omega/dK_1$ скорости [19]) и затухает по экспоненциальному закону с показателем K_2 .

Подставляя выражение (5) в дисперсионное уравнение (4) и выделяя его действительную и мнимую части, получаем систему алгебраических уравнений

$$\begin{cases} -\Omega^2 + (K_1^2 - K_2^2)^2 - 4K_1^2 K_2^2 + 1 = 0; \\ 4K_1 K_2 (K_1^2 - K_2^2) + \Omega a = 0. \end{cases} \quad (6)$$

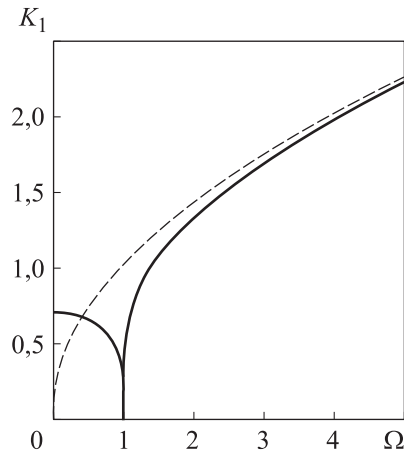


Рис. 1. Зависимость действительной части волнового числа K_1 от частоты изгибной волны Ω , распространяющейся в балке, при параметре $a = 0$

По результатам численного решения системы уравнений (6) построены зависимости волновых чисел от частоты изгибной волны при различных значениях параметра a .

Зависимость действительной части волнового числа изгибной волны, распространяющейся в балке, лежащей на упругом основании при полном отсутствии его демпфирующих свойств, т. е. при параметре $a = 0$, приведена на рис. 1. Видно, что диапазон частоты изгибной волны $\Omega = 0 \dots 1$ является зоной непропускания, и волновой характер могут иметь лишь возмущения, у которых частота изгибной волны больше единицы. На этом и последующих рисунках для сравнения показана частотная зависимость волнового числа изгибной волны, распространяющейся в балке, не взаимодействующей с деформируемым основанием (штриховая линия). В этом случае зона непропускания отсутствует, и волновой характер могут иметь возмущения любой частоты.

Зависимости действительной K_1 , мнимой K_2 частей волнового числа и их отношения K_2/K_1 от частоты изгибной волны Ω , распространяющейся в балке, при параметре $a = 0,08, 0,25, 1,00, 2,00$ и $10,00$ приведены на рис. 2, а–д. Видно, что уже при малых (отличных от нуля) значениях параметра a зона непропускания исчезает.

С увеличением параметра a кривая действительной части волнового числа распрямляется — скачок при частоте изгибной волны, равной единице, постепенно исчезает, а график продолжает стремительный рост при повышении Ω . Отношение мнимой части волнового числа к действительной K_2/K_1 не превышает

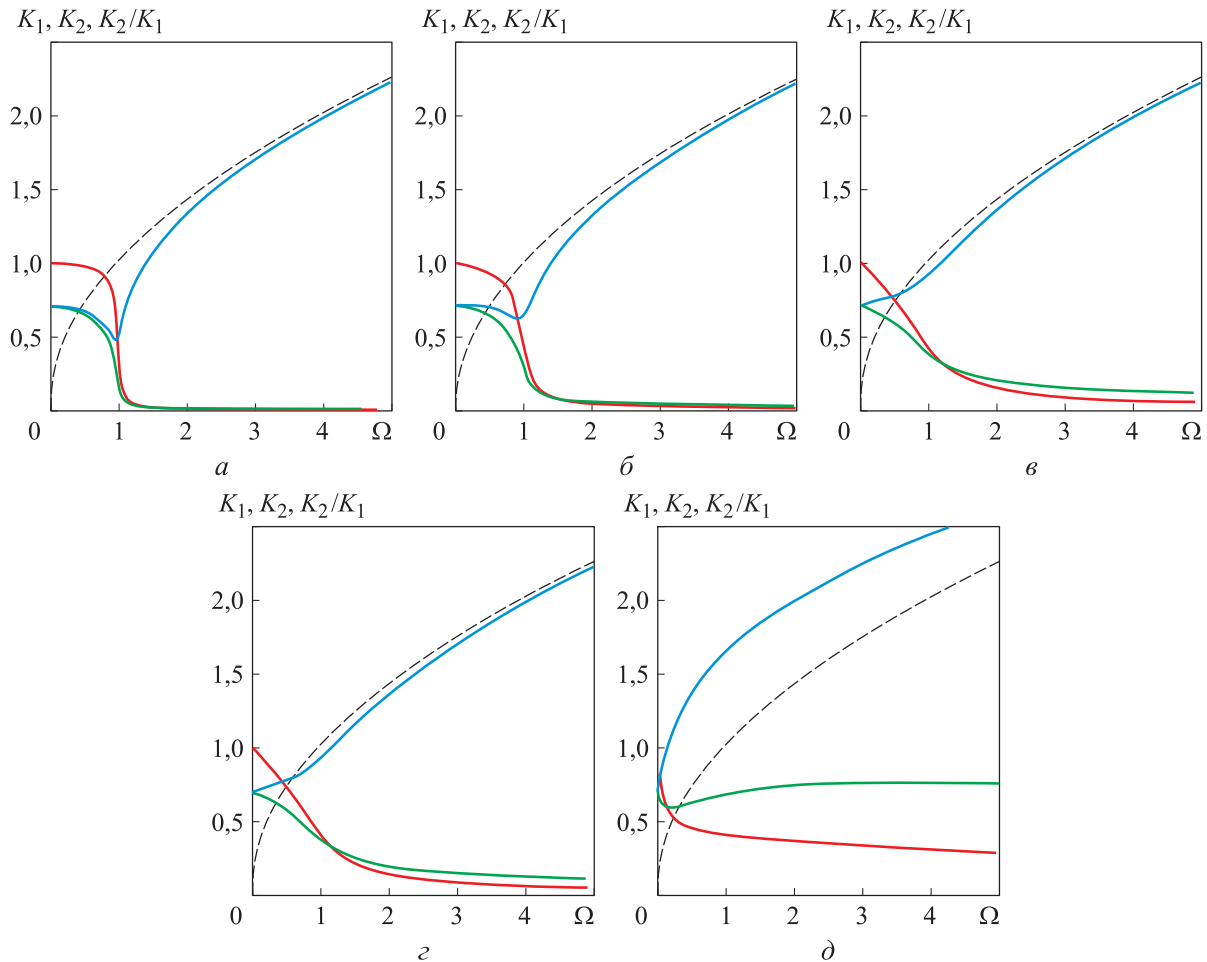


Рис. 2. Зависимости действительной K_1 (—), мнимой K_2 (—) частей волнового числа и отношения K_2/K_1 (—) от частоты изгибной волны Ω , распространяющейся в балке, при параметре $a = 0,08$ (а), $0,25$ (б), $1,00$ (в), $2,00$ (г) и $10,00$ (д)

единицы и постепенно уменьшается при возрастании частоты изгибной волны вместе с мнимой частью волнового числа. С возрастанием параметра a наблюдается тенденция к росту мнимой части волнового числа.

Следует отметить, что процессы, описываемые моделью балки Бернулли — Эйлера, лишь весьма условно можно считать волновыми. Уравнение (1) не описывает формирование движущегося фронта волны, отделяющего деформированную зону балки от недеформированной. Оно не является уравнением гиперболического типа по терминологии, принятой в математической физике [20]; фазовая и групповая скорости возмущений растут пропорционально $\sqrt{\Omega}$ и при бесконечном возрастании частоты изгибной волны стремятся к бесконечности.

Волновой во всем частотном диапазоне является балка модели Тимошенко, где скорости распространения волн при бесконечных частотах

остаются конечными [15]. Считаем, что анализ дисперсионных характеристик и частотно-зависимого затухания изгибных волн, распространяющихся в балке Тимошенко, лежащей на вязкоупругом основании, представляет интерес и заслуживает отдельного исследования.

Следует отметить, что результаты решения некоторых актуальных задач динамики и устойчивости балок можно найти в работах [21–23].

Выводы

1. Изгибные волны, распространяющиеся в балке, лежащей на вязкоупругом основании, обладают дисперсией фазовой скорости и частотно-зависимым затуханием.

2. При нулевой вязкости основания дисперсионная зависимость содержит зону непропускания, и волновой характер могут иметь лишь возмущения, частоты которых превышают вычисляемую критическую частоту.

3. Даже при малых отличных от нуля значениях вязкости основания зона непропускания исчезает, и волновой характер могут иметь возмущения любой частоты, а бегущие изгибные волны являются затухающими.

Литература

- [1] Филиппов А.П., Кохманюк С.С., Воробьев Ю.С. *Воздействие динамических нагрузок на элементы конструкций*. Киев, Наукова думка, 1974. 176 с.
- [2] Кохманюк С.С., Янютин В.Г., Романенко Л.Г. *Колебания деформируемых систем при импульсных и подвижных нагрузках*. Киев, Наукова думка, 1980. 231 с.
- [3] Fryba L. *Vibration of solids and structures under moving loads*. London, Thomas Telford, 1999. 494 p.
- [4] Весницкий А.И. *Волны в системах с движущимися границами и нагрузками*. Москва, Физматлит, 2001. 320 с.
- [5] Анисимов В.Н., Литвинов В.Л. *Резонансные свойства механических объектов с движущимися границами*. Самара, Изд-во СамГТУ, 2009. 139 с.
- [6] Иванченко И.И. *Динамика транспортных сооружений*. Москва, Наука, 2011. 574 с.
- [7] Метрикин А.В., Веричев С.Н., Вострухов А.В. *Фундаментальные задачи высокоскоростного наземного транспорта*. LAP Lambert Academic Publ., 2014. 200 с.
- [8] Литвинов В.Л., Анисимов В.Н. *Математическое моделирование и исследование колебаний одномерных механических систем с движущимися границами*. Самара, Изд-во СамГТУ, 2017. 150 с.
- [9] Ellington J.P. The beam discrete elastic supports. *Bulletin of the International Railway Congress Association*, 1957, vol. 34, no. 12, p. 933–941.
- [10] Фусс Н.И. Опыт теории о сопротивлении, причиняемом дорогами всякого рода четырехколесным и двухколесным повозкам с определением обстоятельств, при которых одна из сих повозок полезнее других. В: *Академические сочинения, выбранные из первого тома Деяний Императорской академии наук*. Ч. 1. Санкт-Петербург, 1801, с. 373–422.
- [11] Winkler E. *Die Lehre von der Elastizität und Festigkeit mit besonderer Rücksicht auf ihre Anwendung in der Technik*. Prague, Dominicus, 1868. 388 p.
- [12] Пастернак П.Л. *Основы нового метода расчета фундаментов на упругом основании при помощи двух коэффициентов постели*. Москва, Стройиздат, 1954. 56 с.
- [13] Ерофеев В.И., Колесов Д.А., Лисенкова Е.Е. Особенности генерации волн источником, движущимся по одномерной гибкой направляющей, лежащей на упруго-инерционном основании. *Акустический журнал*, 2016, т. 62, № 6, с. 639–647, doi: <https://doi.org/10.7868/S0320791916060058>
- [14] Фролов К.В., ред. *Вибрации в технике*. Т. 1. *Колебания линейных систем*. Москва, Машиностроение, 1999. 504 с.
- [15] Ерофеев В.И., Кажаяв В.В., Семерикова Н.П. *Волны в стержнях. Дисперсия. Диссипация. Нелинейность*. Москва, Физматлит, 2002. 208 с.
- [16] Весницкий А.И., Милосердова И.В. Согласованный торцевой гаситель изгибных колебаний балки. *Акустический журнал*, 1995, т. 41, № 4, с. 572–575.
- [17] Весницкий А.И. *Избранные труды по механике*. Нижний Новгород, Наш дом, 2010. 248 с.
- [18] Раевский А.С., Раевский С.Б. *Комплексные волны*. Москва, Радиотехника, 2010. 223 с.
- [19] Герасимов С.И., Ерофеев В.И., Солдатов И.Н. *Волновые процессы в сплошных средах*. Саров, РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2012. 258 с.
- [20] Тихонов А.Н., Самарский А.А. *Уравнения математической физики*. Москва, Наука, 1977. 736 с.
- [21] Герасимов С.И., Ерофеев В.И. Расчет изгибно-крутильных колебаний рельсовой направляющей ракетного трека. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2016, № 3, с. 25–27.
- [22] Радин В.П., Чирков В.П., Позняк Е.В. и др. Устойчивость стержня с упругим шарниром при нагружении распределенной неконсервативной нагрузкой. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2023, № 5, с. 3–13, doi: <http://dx.doi.org/10.18698/0536-1044-2023-5-3-13>

- [23] Овчинников В.Ф., Капитанов Д.В., Глазова Е.Г. Влияние внешней кубической вязкости на динамику консольного стержня, нагруженного следящей силой. *Проблемы прочности и пластичности*, 2024, т. 86, № 1, с. 83–93, doi: <https://doi.org/10.32326/1814-9146-2024-86-1-83-93>

References

- [1] Filippov A.P., Kokhmanyuk S.S., Vorobyev Yu.S. *Vozdeystvie dinamicheskikh nagрузок na elementy konstruktsiy* [Impact of dynamic loads on structural elements]. Kiev, Naukova dumka Publ., 1974. 176 p. (In Russ.).
- [2] Kokhmanyuk S.S., Yanyutin V.G., Romanenko L.G. *Kolebaniya deformiruemyykh sistem pri impulsnykh i podvizhnykh nagрузkakh* [Fluctuations of deformable systems under impulse and mobile loads]. Kiev, Naukova dumka Publ., 1980. 231 p. (In Russ.).
- [3] Fryba L. *Vibration of solids and structures under moving loads*. London, Thomas Telford, 1999. 494 p.
- [4] Vesnitskiy A.I. *Volny v sistemakh s dvizhushchimisya granitsami i nagрузkami* [Waves in systems with moving boundaries and loads]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2001. 320 p. (In Russ.).
- [5] Anisimov V.N., Litvinov V.L. *Rezonansnye svoystva mekhanicheskikh obektov s dvizhushchimisya granitsami* [Resonance properties of mechanical objects with moving boundaries]. Samara, Izd-vo SamGTU Publ., 2009. 139 p. (In Russ.).
- [6] Ivanchenko I.I. *Dinamika transportnykh sooruzheniy* [Dynamics of transport facilities]. Moscow, Nauka Publ., 2011. 574 p. (In Russ.).
- [7] Metrikin A.V., Verichev S.N., Vostrukhov A.V. *Fundamentalnye zadachi vysokoskorostnogo nazemnogo transporta* [Fundamental problems of high-speed land transport]. LAP Lambert Academic Publ., 2014. 200 p. (In Russ.).
- [8] Litvinov V.L., Anisimov V.N. *Matematicheskoe modelirovanie i issledovanie kolebaniy odnomernykh mekhanicheskikh sistem s dvizhushchimisya granitsami* [Mathematical modelling and study of vibrations of one-dimensional mechanical systems with moving boundaries.]. Samara, Izd-vo SamGTU Publ., 2017. 150 p. (In Russ.).
- [9] Ellington J.P. The beam discrete elastic supports. *Bulletin of the International Railway Congress Association*, 1957, vol. 34, no. 12, pp. 933–941.
- [10] Fuss N.I. Opyt teorii o soprotivlenii, prichinyaemom dorogami vsyakogo roda chetyrehkolesnym i dvukhkolesnym povozkam s opredeleniem obshchikh usloviy, pri kotorykh odna iz sikh povozok poleznee drugikh [Experience of the theory of resistance caused by roads to all kinds of four-wheeled and two-wheeled carriages with determination of circumstances in which one of these carriages is more useful than others]. V: *Akademicheskie sochineniya, vybrannyye iz pervogo toma Deyaniy Imperatorskoy akademii nauk*. Ch. 1 [In: Academic works selected from the first volume of the Acts of the Imperial Academy of Sciences.]. Sankt-Petersburg, 1801, pp. 373–422. (In Russ.).
- [11] Winkler E. *Die Lehre von der Elastizität und Festigkeit mit besonderer Rücksicht auf ihre Anwendung in der Technik*. Prague, Dominicus, 1868. 388 p.
- [12] Pasternak P.L. *Osnovy novogo metoda rascheta fundamentov na uprugom osnovanii pri pomoshchi dvukh koeffitsientov posteli* [Basics of a new method for calculating foundations on an elastic base using two bedding factors]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1954. 56 p. (In Russ.).
- [13] Erofeev V.I., Kolesov D.A., Lisenkova E.E. Features of wave generation by a source moving along a one-dimensional flexible guide lying on an elastic-inertial foundation. *Akusticheskiy zhurnal*, 2016, vol. 62, no. 6, pp. 639–647, doi: <https://doi.org/10.7868/S0320791916060058> (in Russ.). (Eng. version: *Acoust. Phys.*, 2016 vol. 62, no. 6, pp. 643–650, doi: <https://doi.org/10.1134/S1063771016060051>)
- [14] Frolov K.V., ed. *Vibratsii v tekhnike*. T. 1. *Kolebaniya lineynykh sistem* [Vibrations in engineering. Vol. 1. Vibrations of linear systems]. Moscow, Mashinostroyeniye Publ., 1999. 504 p. (In Russ.).
- [15] Erofeev V.I., Kazhaev V.V., Semerikova N.P. *Volny v sterzhnyakh. Dispersiya. Dissipatsiya. Nelineynost* [Waves in rods. Dispersion. Dissipation. Nonlinearity]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2002. 208 p. (In Russ.).

- [16] Vesnitskiy A.I., Miloserdova I.V. Matched end damper of flexural vibrations of a beam. *Akusticheskiy zhurnal*, 1995, vol. 41, no. 4, pp. 572–575. (In Russ.).
- [17] Vesnitskiy A.I. *Izbrannye trudy po mekhanike* [Selected works on mechanics]. Nizhny Novgorod, Nash dom Publ., 2010. 248 p. (In Russ.).
- [18] Raevskiy A.S., Raevskiy S.B. *Kompleksnye volny* [Complex waves]. Moscow, Radiotekhnika Publ., 2010. 223 p. (In Russ.).
- [19] Gerasimov S.I., Erofeev V.I., Soldatov I.N. *Volnovye protsessy v sploshnykh sredakh* [Wave processes in solid medium]. Sarov, RFYaTs-VNIEF Publ., 2012. 258 p. (In Russ.).
- [20] Tikhonov A.N., Samarskiy A.A. *Uravneniya matematicheskoy fiziki* [Equations of mathematical physics]. Moscow, Nauka Publ., 1977. 736 p. (In Russ.).
- [21] Gerasimov S.I., Erofeev V.I. Calculation of flexural-and-torsional vibrations of a rocket track rail. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin*, 2016, no. 3, pp. 25–27. (In Russ.). (Russ. ed.: *J. Mach. Manuf. Reliab.*, 2016, vol. 45, no. 3, pp. 211–213, doi: <https://doi.org/10.3103/S1052618816030055>)
- [22] Radin V.P., Chirkov V.P., Poznyak E.V. et al. Stability of a rod with the elastic joint exposed to distributed non-conservative load. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroyeniye* [BMSTU Journal of Mechanical Engineering], 2023, no. 5, pp. 3–13, doi: <http://dx.doi.org/10.18698/0536-1044-2023-5-3-13> (in Russ.).
- [23] Ovchinnikov V.F., Kapitanov D.V., Glazova E.G. Influence of external cubic viscosity on the dynamics of a cantilever rod loaded with a tracking force. *Problemy prochnosti i plastichnosti* [Problems of Strength and Plasticity], 2024, vol. 86, no. 1, pp. 83–93, doi: <https://doi.org/10.32326/1814-9146-2024-86-1-83-93> (in Russ.).

Статья поступила в редакцию 04.07.2024

Информация об авторах

ЕРОФЕЕВ Владимир Иванович — доктор физико-математических наук, профессор, директор. Институт проблем машиностроения РАН — филиал ФГБНУ «Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова Российской академии наук» (603024, Нижний Новгород, Российская Федерация, ул. Белинского, д. 85, e-mail: erof.vi@yandex.ru).

ЛЕОНТЬЕВА Анна Викторовна — кандидат технических наук, старший научный сотрудник. Институт проблем машиностроения РАН — филиал ФГБНУ «Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова Российской академии наук» (603024, Нижний Новгород, Российская Федерация, ул. Белинского, д. 85, e-mail: aleonav@mail.ru).

ЦАРЕВ Иван Сергеевич — аспирант. Институт проблем машиностроения РАН — филиал ФГБНУ «Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова Российской академии наук» (603024, Нижний Новгород, Российская Федерация, ул. Белинского, д. 85, e-mail: tsarev_ivan97@mail.ru).

Information about the authors

EROFEEV Vladimir Ivanovich — Doctor of Science (Phys.-Math.), Professor, Director. Mechanical Engineering Research Institute of the RAS — Branch of the Federal Research Center A.V. Gaponov-Grekhov Institute of Applied Physics of the Russian Academy of Sciences (603024, Nizhny Novgorod, Russian Federation, Belinsky St., Bldg. 85, e-mail: erof.vi@yandex.ru).

LEONTEVA Anna Viktorovna — Candidate of Science (Eng.), Senior Researcher. Mechanical Engineering Research Institute of the RAS — Branch of Federal Research Center A.V. Gaponov-Grekhov Institute of Applied Physics of the Russian Academy of Sciences (603024, Nizhny Novgorod, Russian Federation, Belinsky St., Bldg. 85, e-mail: aleonav@mail.ru).

TSAREV Ivan Sergeevich — Postgraduate. Mechanical Engineering Research Institute of the RAS — Branch of Federal Research Center A.V. Gaponov-Grekhov Institute of Applied Physics of the Russian Academy of Sciences (603024, Nizhny Novgorod, Russian Federation, Belinsky St., Bldg. 85, e-mail: tsarev_ivan97@mail.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Ерофеев В.И., Леонтьева А.В., Царев И.С. Дисперсионные характеристики и частотно-зависимое затухание изгибных волн, распространяющихся в балке, лежащей на вязкоупругом основании. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2025, № 3, с. 30–36.

Please cite this article in English as:

Erofeev V.I., Leonteva A.V., Tsarev I.S. Dispersion characteristics and frequency-dependent attenuation of the bending waves propagating in a beam lying on the viscoelastic base. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2025, no. 3, pp. 30–36.