

УДК 539.42: 629.7.02

Исследование остаточных напряжений кольцевых пластин, используемых в летательных аппаратах

Н.Л. Великанов, О.В. Шарков

Балтийский федеральный университет им. И. Канта

Study of residual stresses in the annular plates used in the aerial vehicles

N.L. Velikanov, O.V. Sharkov

Immanuel Kant Baltic Federal University

■ Применение в летательных аппаратах круглых пластин со вставками из различных материалов требует учета изменения полей остаточных напряжений и умения их рассчитывать. Рассмотрена биметаллическая кольцевая пластина с жестко закрепленным внутренним контуром. Разработан алгоритм расчета полей остаточных напряжений биметаллической кольцевой пластины с учетом свойств используемых материалов, геометрических параметров и условия ее закрепления. Приведены примеры вычисления остаточных напряжений при изменении размеров пластины и модуля упругости материала. Разработанный алгоритм можно использовать для трубных конструкций и пересечений труб с прямоугольными пластинами. Алгоритм позволяет инженерными методами с достаточной степенью точности проводить предварительные расчеты на стадии проектирования конструкций, которые можно представить в расчетной схеме как биметаллическую кольцевую пластину.

EDN: HMLJWF, <https://elibrary/hmljwf>**Ключевые слова:** авиационная техника, биметаллическая кольцевая пластина, напряженное состояние, математическая модель, натяг пластины

■ Using the round plates with inserts made of various materials in the aircraft requires considering alterations in the residual stress fields and an ability to compute them. The paper analyzes a bimetallic annular plate with the rigidly fixed internal contour. It develops an algorithm for computing the residual stress fields of a bimetallic annular plate taking into account properties of the materials used, geometric parameters and conditions of its fixation. The paper provides examples of computing stresses with an alteration in the plate size and the material elasticity modulus. The developed algorithm could be used for tubular structures and intersections of pipes with the rectangular plates. The algorithm allows engineering methods to carry out preliminary computation with a sufficient degree of accuracy at the design stage of structures that could be represented in a computation scheme as the bimetallic annular plate.

EDN: HMLJWF, <https://elibrary/hmljwf>**Keywords:** aircraft, bimetallic annular plate, stress state, mathematical model, plate tension

Конструктивные элементы в виде кольцевых пластин находят широкое применение в современной ракетной [1, 2] и авиационной [3–6] технике. К таким элементам относятся конструктивно неоднородные биметаллические кольцевые пластины, используемые в авиационной технике для упрощения конструкции, снижения массы и повышения ресурса ответственных узлов и деталей [7].

Часто в качестве расчетной выступает схема жесткого закрепления кольцевой пластины по внутреннему контуру [8–12], которую можно назвать пластиной с жесткой вставкой [13, 14].

В летательных аппаратах к расчетным можно отнести схемы: наружных кольцевых шпангоутов цилиндрических оболочек [15]; усиления трубопроводов гидросистем в местах их прохода через баки, нервюры и лонжероны [2, 4]; дисков рабочих колес авиационных насосов и компрессоров [6, 9, 16]; дисков турбин [5, 7, 9] и устройств крепления [3, 6] авиационных газотурбинных двигателей.

В зависимости от назначения биметаллические кольцевые пластины можно изготавливать различными методами — прессованием, литьем и наплавкой. При этом возникают остаточные напряжения (ОН), которые являются самоуравновешенными за счет пластической деформации материала, но под действием внешних нагрузок могут привести к появлению трещин или недопустимых деформаций [17–19].

Следует отметить, что к дискам компрессоров и турбин авиационных газотурбинных двигателей предъявляют повышенные требования по надежности [20].

Отличием напряженного состояния биметаллической пластины от такового в пластине из однородного материала [9, 11] является наличие границы изменения (скачка) напряжения вследствие различия механических характеристик материала.

Для круглых и кольцевых изотропных и ортотропных пластин из однородного материала имеются аналитические решения отдельных задач [21–28] методами теории упругости с использованием комплексных потенциалов и бесконечных рядов. Среди численных методов решения [29–33] можно отметить метод конечных элементов. Однако полученные результаты нельзя применить непосредственно к биметаллическим кольцевым пластинам.

Цель исследования — разработка алгоритма расчета полей ОН в биметаллической кольце-

вой пластине с учетом свойств используемых материалов, геометрических параметров и условий закрепления, опирающегося на существующие в теории упругости решения задач о вставке тел с натягом.

Расчетная схема и математическая модель. Определим ОН в круглой пластине с наружным радиусом R_1 , жестко закрепленной по внутреннему контуру радиусом R (рис. 1) при отсутствии внешних усилий.

В работе [34] получены математические зависимости для расчета нормальных и касательных ОН, возникающих в конструктивно однородных круглых пластинах, которые имеют концентрически расположенный жестко закрепленный внутренний контур и находятся под действием растягивающей равномерно распределенной нагрузки.

При установке на пластине по внешнему контуру радиуса R_1 кольца толщиной $(R_2 - R_1)$ происходит изменение картины распределения ОН. Особенно это заметно в случае изготовления пластины и кольца из разнородных материалов при нагреве конструкции вследствие их различной деформации.

Расчетная схема такой задачи сводится к задаче плоской теории упругости об упругом кольце с внутренним радиусом R_1 , в которую вставлена упругая круглая пластина, имеющая первоначально несколько больший радиус по сравнению с R_1 .

В предложении о том, что трение между кольцом и пластиной отсутствует, их взаимодействие сводится к нормальному давлению p на внутренний контур первого тела и внешний

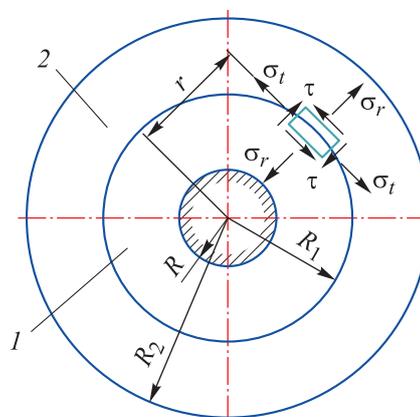


Рис. 1. Расчетная схема биметаллической кольцевой пластины:

1 — круглая пластина; 2 — наружное кольцо

контур второго [35]. Ввиду полной симметрии давление будет постоянным вдоль контура.

Решение такой задачи складывается из решения для пластины, соответствующего нормальным ОН — радиальным σ_r и окружным σ_t — и касательным ОН τ (см. рис. 1), и решения для кольца, находящегося под действием внутреннего давления.

Принимаем внутренний радиус кольца до деформации равным R_1 , а натяг — Δ . Тогда радиус пластины в недеформированном состоянии будет равен $(R_1 + \Delta)$. Натяг Δ является постоянной величиной, определяемой путем решения соответствующей термомеханической задачи или экспериментально.

После того, как пластина вложена в отверстие кольца, вдоль их общей границы должно выполняться условие

$$u_2 - u_1 = \Delta.$$

Здесь u_2 и u_1 — радиальные перемещения точек кольца и пластины,

$$u_2 = pR_1^2 \frac{(1-\mu_2)r^2 + (1+\mu_2)R_2^2}{rE_2(R_2^2 - R_1^2)}, \quad (1)$$

$$u_1 = \frac{p}{rE_1a_0} \left\{ (1-\mu_1) \left[(1+\mu_1)R_1^2 + (2-\mu_1)R^2 \right] r^2 + (1+\mu_1)R^2R_1^2 \right\}, \quad (2)$$

где r — текущий радиус; E_2 , E_1 и μ_2 , μ_1 — модули упругости и коэффициенты Пуассона материала кольца и пластины соответственно;

$$a_0 = (1-\mu_1)R^2 + (1+\mu_1)R_1^2.$$

Учитывая малость натяга Δ по сравнению с радиусом R_1 , принимаем $r = R_1$ и после подстановки выражений (1) и (2) в условие на контуре $u_2 - u_1 = \Delta$ получаем выражение для определения давления

$$p = \frac{\Delta E_1 E_2 a_0 (R_2^2 - R_1^2)}{R_1 \{ a_0 a_1 E_1 + E_2 (R_2^2 - R_1^2) [a(1-\mu_2) + 2R^2] \}}, \quad (3)$$

где

$$a_1 = (1-\mu_2)R_1^2 + (1+\mu_2)R_2^2.$$

Согласно данным работы [34], выражения для определения ОН, возникающих в пластине, находящейся под действием внешнего давления и имеющей недеформируемую вставку, имеют вид

$$\begin{cases} \sigma_{r1} = \frac{p}{a_0} \left[\frac{R^2 R_1^2}{r^2} - (1+\mu_2)R_1^2 - (2-\mu_2)R^2 \right]; \\ \sigma_{t1} = -\frac{p}{a_0} \left[\frac{R^2 R_1^2}{r^2} + (1+\mu_2)R_1^2 + (2-\mu_2)R^2 \right]; \\ \tau_1 = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Тогда ОН в кольце можно вычислить, подставив в систему (4) внешнее давление, найденное по формуле (3). Следовательно, ОН, возникающие в кольце, определяются выражениями

$$\begin{cases} \sigma_{r2} = \frac{pR_1^2 (r^2 - R_2^2)}{r^2 (R_2^2 - R_1^2)}; \\ \sigma_{t2} = \frac{pR_1^2 (r^2 + R_2^2)}{r^2 (R_2^2 - R_1^2)}; \\ \tau_2 = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Результаты расчета и обсуждение. На основании полученных математических моделей (3)–(5) исследовано влияние геометрических и конструктивных параметров биметаллической кольцевой пластины с жестко закрепленным внутренним контуром на возникающие в ней радиальные ОН σ_{r1} , σ_{r2} и окружные ОН σ_{t1} , σ_{t2} .

Для расчета использованы следующие геометрические параметры: радиус внутреннего контура пластины $R = 500$ мм; внешний радиус пластины $R_1 = 500 \dots 950$ мм; внешний радиус кольца $R_2 = 800 \dots 1000$ мм. Приняты материалы, применяемые в авиастроении [3]: для пластины — конструкционная сталь 45 (модуль упругости $E_1 = 2,1 \cdot 10^5$ МПа, коэффициент Пуассона $\mu_1 = 0,32$); для кольца — алюминиевый сплав Д19 (модуль упругости $E_2 = 0,7 \cdot 10^5$ МПа, коэффициент Пуассона $\mu_2 = 0,32$). Деформация (натяг) пластины $\Delta = 2,0$ мм.

Результаты расчета показаны на рис. 2, а–г, где полученные ОН отнесены к пределу текучести стали 45 $\sigma_T = 400$ МПа и указаны в безразмерном виде.

Зависимости относительных радиальных и окружных ОН в пластине σ_{r1}/σ_T , σ_{t1}/σ_T (зона I) и кольце σ_{r2}/σ_T , σ_{t2}/σ_T (зона II) от относительного текущего радиуса r/R при отношениях геометрических параметров $R_1/R = 1,5$ и $R_2/R = 2,0$ приведены на рис. 2, а. Видно, что радиальные ОН растут по модулю в пластине до границы с кольцом, претерпевают слом на границе и затем плавно уменьшаются, переходят нулевое значение и становятся положи-

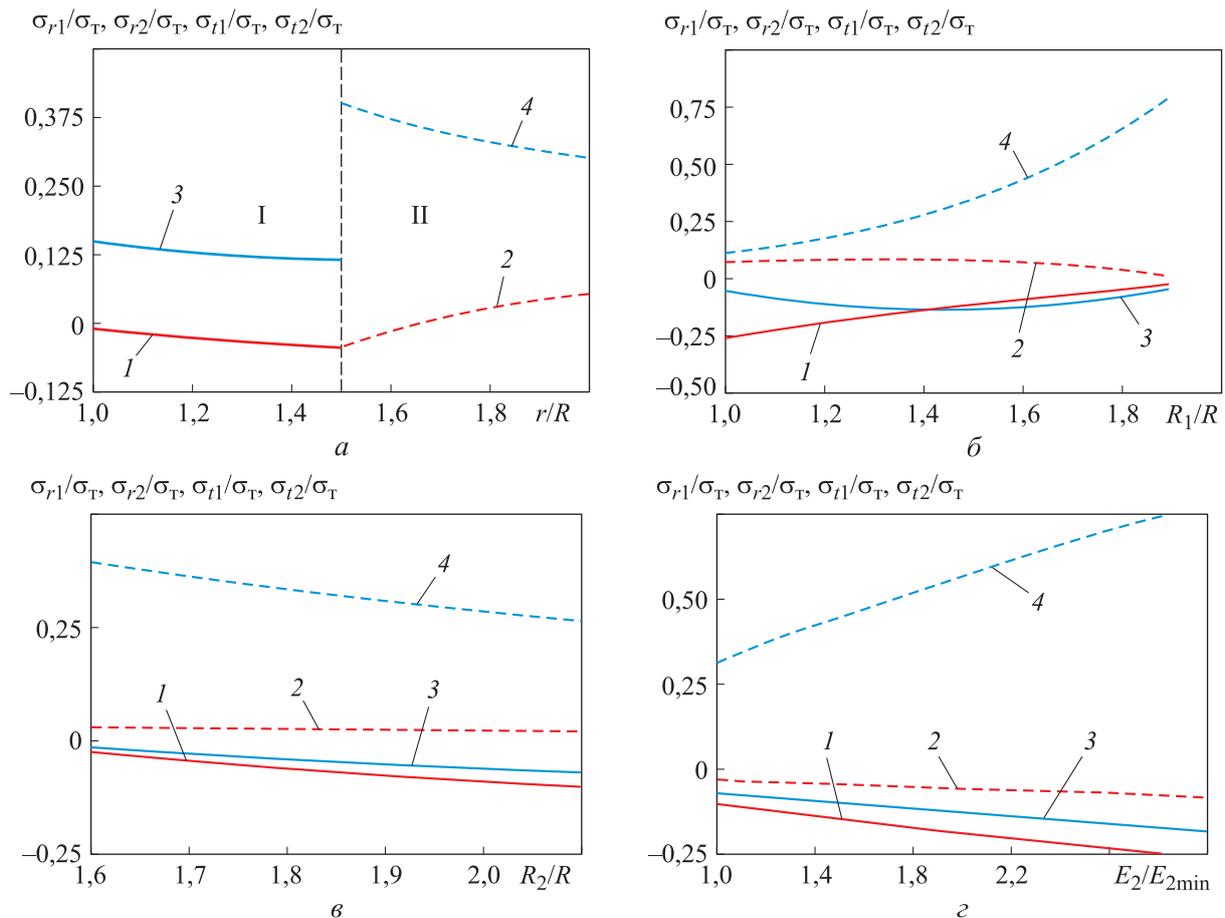


Рис. 2. Зависимости относительных радиальных ОН σ_{r1}/σ_T (1), σ_{r2}/σ_T (2) и окружных ОН σ_{t1}/σ_T (3), σ_{t2}/σ_T (4) от относительных параметров пластины: а — текущего радиуса r/R ; б и в — внешних радиусов пластины R_1/R и кольца R_2/R ; г — модуля упругости материала кольца E_2/E_{2min}

тельными. Окружные ОН совершают значительный скачок при переходе границы между пластиной и кольцом, а при приближении к внешней границе нелинейно падают.

Зависимости относительных радиальных и окружных ОН в пластине $\sigma_{r1}/\sigma_T, \sigma_{t1}/\sigma_T$ (в точке $r/R=1,1$) и кольце $\sigma_{r2}/\sigma_T, \sigma_{t2}/\sigma_T$ (в точке $r/R=1,9$) от относительного внешнего радиуса пластины R_1/R при отношении геометрических параметров $R_2/R=2,0$ ($R_2 = const$) приведены на рис. 2, б. Радиальные и окружные ОН в точке пластины и радиальные ОН в точке кольца снижаются, стремясь к нулю. Окружные ОН в точке кольца увеличиваются, так как его ширина уменьшается.

Зависимости относительных радиальных и окружных ОН в пластине $\sigma_{r1}/\sigma_T, \sigma_{t1}/\sigma_T$ (в точке $r/R=1,4$) и кольце $\sigma_{r2}/\sigma_T, \sigma_{t2}/\sigma_T$ (в точке $r/R=1,6$) от относительного внешнего

радиуса кольца R_2/R при отношении геометрических параметров $R_1/R=1,5$ ($R_1 = const$) приведены на рис. 2, в. Видно, что радиальные и окружные ОН в точках пластины и кольца уменьшаются, стремясь к постоянному значению.

Зависимости относительных радиальных и окружных ОН в пластине $\sigma_{r1}/\sigma_T, \sigma_{t1}/\sigma_T$ (в точке $r/R=1,4$) и кольце $\sigma_{r2}/\sigma_T, \sigma_{t2}/\sigma_T$ (в точке $r/R=1,8$) от относительного модуля упругости материала кольца E_2/E_{2min} ($E_{2min} = 0,7 \cdot 10^5$ МПа) при отношениях геометрических параметров $R_1/R=1,5$ и $R_2/R=2,0$ ($R_1 = const, R_2 = const$) приведены на рис. 2, г. Видно, что радиальные и окружные ОН в точке пластины и радиальные ОН в точке кольца уменьшаются, стремясь к постоянному значению. Окружные ОН в точке кольца существенно увеличиваются.

Выводы

1. Предложена математическая модель (1)–(5) определения ОН в биметаллической кольцевой пластине с жестко закрепленным внутренним контуром.

2. Модули упругости материала пластины и кольца и их соотношение значительно влияют на картину распределения ОН. Варьирование отношений размеров кольца и вставки, их упругими характеристиками и натягом позволяет создавать различные поля ОН.

3. Разработанный алгоритм дает возможность на стадии проектирования инженерных конструкций для авиационной и ракетной техники в виде кольцевых пластин, изготовленных из разнородных материалов, рассчитывать и моделировать поля ОН.

4. Полученные результаты могут быть применены не только к кольцевым пластинам, но и к другим инженерным конструкциям — двухслойным трубам, биметаллическим втулкам, для которых кольцевая жесткость внутреннего слоя значительно больше, чем у наружного.

Литература

- [1] Балабух Л.И., Алфутов Н.А., Усюкин В.И. *Строительная механика ракет*. Москва, Высшая школа, 1984. 391 с.
- [2] Баранов Д.А., Еленев В.Д. *Типовые решения в проектировании и конструировании элементов ракет-носителей*. Самара, СамГУ, 2020. 112 с.
- [3] Житомирский Г.И. *Конструкция самолетов*. Москва, Машиностроение, 2005. 406 с.
- [4] Сапожников В.М., Лагосюк Г.С. *Прочность и испытания трубопроводов гидросистем самолетов и вертолетов*. Москва, Машиностроение, 1973. 248 с.
- [5] Ахмедзянов А.М., ред. *Проектирование авиационных газотурбинных двигателей*. Москва, Машиностроение, 2000. 453 с.
- [6] Воскобойник М.С., Лагосюк Г.С., Миртов К.Д. и др. *Конструкция и прочность самолетов и вертолетов*. Москва, Транспорт, 1972. 440 с.
- [7] Викулин А.В., Кружалов А.Г. Перспективы совершенствования современных ГТД за счет применения биметаллических моноколес в охлаждаемых турбинах. *Авиационная промышленность*, 2021, № 2, с. 20–25.
- [8] Altenbach H., Bauer S., Eremeyev V.A. et al. Recent approaches in the theory of plates and plate-like structures. *Springer*, 2022. 305 p.
- [9] Reddy J.N. *Theory and analysis of elastic plates and shells*. CRC Press, 2006. 568 p.
- [10] Макаева Р.Х., Царева А.М., Каримов А.Х. Определение собственных частот и форм колебаний диска постоянной толщины, закрепленного в центре. *Известия высших учебных заведений. Авиационная техника*, 2008, № 1, с. 41–45.
- [11] Бояршинов С.В. *Основы строительной механики машин*. Москва, Машиностроение, 1973. 456 с.
- [12] Чижевский К.Г. *Расчет круглых и кольцевых пластин*. Ленинград, Машиностроение, 1977. 182 с.
- [13] Bazarenko N.A. Interaction of a hollow cylinder of finite length and a plate with a cylindrical cavity with a rigid insert. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 2010, vol. 74, no. 3, pp. 323–333.
- [14] Немировский Ю.В., Романова Т.П. Динамическое деформирование криволинейной пластины с жесткой вставкой. *Прикладная механика и техническая физика*, 2006, т. 47, № 2, с. 126–138.
- [15] Филиппов С.Б. Устойчивость цилиндрической оболочки, сопряженной с кольцевыми пластинами, под действием внешнего давления. *Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия*, 2021, т. 8, № 2, с. 282–294, doi: <https://doi.org/10.21638/spbu01.2021.208>
- [16] Евгеньев С.С., Петросян Г.Г., Футин В.А. Расчет осевых газодинамических сил, потерь на трение диска и перетекания в полуоткрытых рабочих колесах центробежных компрессоров. *Известия высших учебных заведений. Авиационная техника*, 2009, № 3, с. 17–23.
- [17] Махутов Н.А. *Деформационные критерии разрушения и расчет элементов конструкций на прочность*. Москва, Машиностроение, 1981. 272 с.

- [18] Потапов С.Д., Перепелица Д.Д. Исследование влияния остаточных напряжений в зоне расположения трещины на скорость ее роста при циклическом нагружении. *Вестник МАИ*, 2014, т. 21, № 1, с. 104–110.
- [19] Вассерман Н.Н., Ратчиев А.М. Особенности прогнозирования кинетики развития трещин в основных деталях ГТД. *Известия высших учебных заведений. Avиационная техника*, 2011, № 2, с. 8–11.
- [20] *Нормы прочности авиационных газотурбинных двигателей гражданской авиации*. Москва, ЦИАМ, 2004. 260 с.
- [21] Банщикова И.А. Напряженно-деформированное состояние и длительность до разрушения кольцевых пластин в условиях ползучести. *Вычислительная механика сплошных сред*, 2015, т. 8, № 4, с. 359–368.
- [22] Конев С.В., Михайлец В.Ф., Тефтелев И.Е. и др. Анализ особенностей напряженного состояния фланца намоточного устройства как кольцевой пластины. *Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И. Носова*, 2018, т. 16, № 3, с. 98–102, doi: <https://doi.org/10.18503/1995-2732-2018-16-3-98-102>
- [23] Скороход А.З. Оценка распределения внутренних напряжений кольцевых пластин при расчетах жаротрубных котлов. *Вестник БелГУТа: Наука и транспорт*, 2020, № 1, с. 64–67.
- [24] Герасимов С.И., Жилкин В.А., Косенюк В.К. Определение остаточных напряжений в тонких пластинах при совместном использовании методов граничных интегральных уравнений и голографической интерферометрии. *Известия Академии наук СССР. МТТ*, 1991, № 1, с. 185–191.
- [25] You L.H., Wang J.X., Tang B.P. Deformations and stresses in annular disks made of functionally graded materials subjected to internal and/or external pressure. *Meccanica*, 2009, vol. 44, no. 3, pp. 283–292, doi: <https://doi.org/10.1007/s11012-008-9174-y>
- [26] Tokovyy Y., Hung K.-M., Ma C.-C. Determination of stresses and displacements in a thin annular disk subjected to diametral compression. *J. Math. Sci.*, 2010, vol. 165, no. 3, pp. 342–354, doi: <https://doi.org/10.1007/s10958-010-9803-6>
- [27] Saadatfar M., Zarandi M.H. Deformations and stresses of an exponentially graded magneto-electro-elastic non-uniform thickness annular plate which rotates with variable angular speed. *Int. J. Appl. Mech.*, 2020, vol. 12, no. 5, art. 2050050, doi: <https://doi.org/10.1142/S1758825120500507>
- [28] Lebedev A.E., Kapranova A.B., Gudanov I.S. et al. Study of the influence of annular plate size on the stress-strain state of a vertical steel tank. *Chem. Petrol. Eng.*, 2021, vol. 57, no. 3-4, pp. 239–245, doi: <https://doi.org/10.1007/s10556-021-00924-x>
- [29] Зайдес С.А. Численное определение остаточных напряжений при охватывающем поверхностном пластическом деформировании. *Современные технологии. Системный анализ. Моделирование*, 2011, № S-4, с. 76–82.
- [30] Рыспаев Т.А., Чыныбаев М.К., Никишов Д.С. и др. Определение остаточных напряжений в сварных соединениях методом конечных элементов. *Материаловедение*, 2013, № 2, с. 52–57.
- [31] Ефимов А.В., Чеботаревский Ю.В., Павлов Д.Г. Определение остаточных напряжений в сплошной тонкой круглой диэлектрической пластине при локальном нагреве нестационарным внешним источником тепла. *Вестник Саратовского государственного технического университета*, 2005, № 3, с. 28–32.
- [32] Mattikalli A.C., Kurahatti R.V. Numerical method based parametric investigation of isotropic annular plate. *Mater. Today: Proc.*, 2020, vol. 27, no. 1, pp. 376–381, doi: <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2019.11.161>
- [33] Al-Abbas B.H., Hemzah S.A., Alyhya W.S. Finite difference derivation and finite element technique of annular plate buckling under axial and shear loads. *Int. J. Civ. Eng. Technol.*, 2018, vol. 9, no. 10, pp. 32–41.
- [34] Velikanov N.L., Koryagin S.I., Sharkov O.V. Stresses in circular plates with rigid elements. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2018, vol. 1015, no. 5, art. 052028, doi: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1015/5/052028>
- [35] Мухелишвили Н.И. *Некоторые основные задачи математической теории упругости*. Москва, Наука, 1966. 707 с.

References

- [1] Balabukh L.I., Alfutov N.A., Usyukin V.I. *Stroitel'naya mekhanika raket* [Construction mechanics of rockets]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1984. 391 p. (In Russ.).
- [2] Baranov D.A., Elenev V.D. *Tipovye resheniya v proektirovanii i konstruirovanii elementov raket-nositeley* [Typical solutions in design and construction of rocket-carrier elements]. Samara, SamGU Publ., 2020. 112 p. (In Russ.).
- [3] Zhitomirskiy G.I. *Konstruktsiya samoletov* [Design of aeroplanes]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2005. 406 p. (In Russ.).
- [4] Sapozhnikov V.M., Lagosyuk G.S. *Prochnost i ispytaniya truboprovodov gidrosistem samoletov i vertoletov* [Durability and testing of pipelines of hydraulic systems of aeroplanes and helicopters]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1973. 248 p. (In Russ.).
- [5] Akhmedzyanov A.M., ed. *Proektirovanie aviatsionnykh gazoturbinnnykh dvigateley* [Designing of aviation gas-turbine engines]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2000. 453 p. (In Russ.).
- [6] Voskoboynik M.S., Lagosyuk G.S., Mirtov K.D. et al. *Konstruktsiya i prochnost samoletov i vertoletov* [Design and strength of aeroplanes and helicopters]. Moscow, Transport Publ., 1972. 440 p. (In Russ.).
- [7] Vikulin A.V., Kruzhalov A.G. Prospects for improvement modern gas turbine engines due to application bimetal blisks in cooled turbines. *Aviatsionnaya promyshlennost* [Aviation Industry], 2021, no. 2, pp. 20–25. (In Russ.).
- [8] Altenbach H., Bauer S., Eremeyev V.A. et al. Recent approaches in the theory of plates and plate-like structures. *Springer*, 2022. 305 p.
- [9] Reddy J.N. *Theory and analysis of elastic plates and shells*. CRC Press, 2006. 568 p.
- [10] Makaeva R.Kh., Tsareva A.M., Karimov A.Kh. Determination of natural frequencies and vibration modes of a constant thickness centrally secured disk. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Aviatsionnaya tekhnika*, 2008, no. 1, pp. 41–45. (In Russ.). (Eng. version: *Russ. Aeronaut.*, 2008, vol. 51, no. 1, pp. 53–59, doi: <https://doi.org/10.3103/S1068799808010091>)
- [11] Boyarshinov S.V. *Osnovy stroitel'noy mekhaniki mashin* [Fundamentals of construction mechanics of machines.]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1973. 456 p. (In Russ.).
- [12] Chizhevskiy K.G. *Raschet kruglykh i koltsevykh plastin* [Calculation of circular and ring plates]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1977. 182 p. (In Russ.).
- [13] Bazarenko N.A. Interaction of a hollow cylinder of finite length and a plate with a cylindrical cavity with a rigid insert. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 2010, vol. 74, no. 3, pp. 323–333.
- [14] Nemirovskiy Yu.V., Romanova T.P. Dynamic deformation of a curved plate with a rigid insert. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika*, 2006, vol. 47, no. 2, pp. 126–138. (In Russ.). (Eng. version: *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2006, vol. 47, no. 2, pp. 254–265, doi: <https://doi.org/10.1007/s10808-006-0051-y>)
- [15] Filippov S.B. Buckling of the cylindrical shell joint with annular plates under external pressure. *Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta. Matematika. Mekhanika. Astronomiya* [Vestnik of Saint Petersburg University. Mathematics. Mechanics. Astronomy], 2021, vol. 8, no. 2, c. 282–294, doi: <https://doi.org/10.21638/spbu01.2021.208> (in Russ.).
- [16] Evgenyev S.S., Petrosyan G.G., Futin V.A. Calculation of axial gasodynamic forces, disk friction losses and overflow in semiopen impellers of centrifugal compressors. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Aviatsionnaya tekhnika*, 2009, no. 3, pp. 17–23. (In Russ.). (Eng. version: *Russ. Aeronaut.*, 2009, vol. 52, no. 3, pp. 319–326, doi: <https://doi.org/10.3103/S1068799809030106>)
- [17] Makhutov N.A. *Deformatsionnye kriterii razrusheniya i raschet elementov konstruktsiy na prochnost* [Deformation criteria of failure and strength calculation of structural elements]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1981. 272 p. (In Russ.).
- [18] Potapov S.D., Perepelitsa D.D. Research of influence of residual tension in the zone of the arrangement of the crack on the rate of its growth at cyclic loading. *Vestnik MAI* [Aerospace MAI Journal], 2014, vol. 21, no. 1, pp. 104–110. (In Russ.).
- [19] Vasserman N.N., Ratchiev A.M. Distinctive features of predicting the crack propagation kinetics in basic GTE parts. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Aviatsionnaya tekhnika*, 2011, no. 2, pp. 8–11. (In Russ.).

- [20] *Normy prochnosti aviatsionnykh gazoturbinnnykh dvigateley grazhdanskoj aviatsii* [Strength standards for civil aviation gas turbine engines]. Moscow, TsIAM Publ., 2004. 260 p. (In Russ.).
- [21] Bانشchikova I.A. The stress-strain state and duration to fracture of ring plates under creep conditions. *Vychislitel'naya mekhanika sploshnykh sred* [Computational Continuum Mechanics], 2015, vol. 8, no. 4, pp. 359–368. (In Russ.).
- [22] Konev S.V., Mikhaylets V.F., Teftelev I.E. et al. Analysis of the characteristic stress state of the coil flange as a circular plate. *Vestnik Magnitogorskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. G.I. Nosova* [Vestnik of Nosov Magnitogorsk State Technical University], 2018, vol. 16, no. 3, pp. 98–102, doi: <https://doi.org/10.18503/1995-2732-2018-16-3-98-102> (in Russ.).
- [23] Skorokhod A.Z. Assessment of internal voltage distribution of ring plates in calculation of heat pipe boilers. *Vestnik BelGUTA: Nauka i transport* [Bulletin of BSUT: Science and Transport], 2020, no. 1, pp. 64–67. (In Russ.).
- [24] Gerasimov S.I., Zhilkin V.A., Kosenyuk V.K. Determination of residual stresses in thin plates using the combined methods of boundary integral equations and holographic interferometry. *Izvestiya Akademii nauk SSSR. MTT*, 1991, no. 1, pp. 185–191. (In Russ.).
- [25] You L.H., Wang J.X., Tang B.P. Deformations and stresses in annular disks made of functionally graded materials subjected to internal and/or external pressure. *Meccanica*, 2009, vol. 44, no. 3, pp. 283–292, doi: <https://doi.org/10.1007/s11012-008-9174-y>
- [26] Tokovyy Y., Hung K.-M., Ma C.-C. Determination of stresses and displacements in a thin annular disk subjected to diametral compression. *J. Math. Sci.*, 2010, vol. 165, no. 3, pp. 342–354, doi: <https://doi.org/10.1007/s10958-010-9803-6>
- [27] Saadatfar M., Zarandi M.H. Deformations and stresses of an exponentially graded magneto-electro-elastic non-uniform thickness annular plate which rotates with variable angular speed. *Int. J. Appl. Mech.*, 2020, vol. 12, no. 5, art. 2050050, doi: <https://doi.org/10.1142/S1758825120500507>
- [28] Lebedev A.E., Kapranova A.B., Gudanov I.S. et al. Study of the influence of annular plate size on the stress-strain state of a vertical steel tank. *Chem. Petrol. Eng.*, 2021, vol. 57, no. 3-4, pp. 239–245, doi: <https://doi.org/10.1007/s10556-021-00924-x>
- [29] Zaydes S.A. Numeric definition of residual voltage at surface covering plastic deformation. *Sovremennye tekhnologii. Sistemnyy analiz. Modelirovanie* [Modern Technologies. System Analysis. Modeling], 2011, no. S-4, pp. 76–82. (In Russ.).
- [30] Ryspaev T.A., Chynybaev M.K., Nikishov D.S. et al. Determination of residual stresses in welded joints by finite element method. *Materialovedenie*, 2013, no. 2, pp. 52–57. (In Russ.).
- [31] Efimov A.V., Chebotarevskiy Yu.V., Pavlov D.G. Residual tension determination in a solid thin round dialectical plate at locally heating from no stationary external heat resource. *Vestnik Saratovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Bulletin of Saratov State Technical University], 2005, no. 3, pp. 28–32. (In Russ.).
- [32] Mattikalli A.C., Kurahatti R.V. Numerical method based parametric investigation of isotropic annular plate. *Mater. Today: Proc.*, 2020, vol. 27, no. 1, pp. 376–381, doi: <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2019.11.161>
- [33] Al-Abbas B.H., Hemzah S.A., Alyhya W.S. Finite difference derivation and finite element technique of annular plate buckling under axial and shear loads. *Int. J. Civ. Eng. Technol.*, 2018, vol. 9, no. 10, pp. 32–41.
- [34] Velikanov N.L., Koryagin S.I., Sharkov O.V. Stresses in circular plates with rigid elements. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2018, vol. 1015, no. 5, art. 052028, doi: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1015/5/052028>
- [35] Muskhelishvili N.I. *Nekotorye osnovnye zadachi matematicheskoy teorii uprugosti* [Some basic problems in the mathematical theory of elasticity]. Moscow, Nauka Publ., 1966. 707 p. (In Russ.).

Информация об авторах

ВЕЛИКАНОВ Николай Леонидович — доктор технических наук, профессор, профессор образовательного кластера «Институт высоких технологий». Балтийский федеральный университет им. И. Канта (236016, Калининград, Российская Федерация, ул. А. Невского, д. 14, e-mail: nvelikanov@kantiana.ru).

ШАРКОВ Олег Васильевич — доктор технических наук, доцент, профессор образовательного кластера «Институт высоких технологий». Балтийский федеральный университет им. И. Канта (236016, Калининград, Российская Федерация, ул. А. Невского, д. 14, e-mail: osharkov@kantiana.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Великанов Н.Л., Шарков О.В. Исследование остаточных напряжений кольцевых пластин, используемых в летательных аппаратах. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2025, № 4, с. 104–112.

Please cite this article in English as:

Velikanov N.L., Sharkov O.V. Study of residual stresses in the annular plates used in the aerial vehicles. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2025, no. 4, pp. 104–112.

Information about the authors

VELIKANOV Nikolay Leonidovich — Doctor of Science (Eng.), Professor, Professor of the Educational and Scientific Cluster “Institute of High Technologies”. Immanuel Kant Baltic Federal University (236016, Kaliningrad, Russian Federation, A. Nevsky St., Bldg. 14, e-mail: nvelikanov@kantiana.ru).

SHARKOV Oleg Vasilyevich — Doctor of Science (Eng.), Associate Professor, Professor of Educational and Scientific Cluster “Institute of High Technologies”. Immanuel Kant Baltic Federal University (236016, Kaliningrad, Russian Federation, A. Nevsky St., Bldg. 14, e-mail: osharkov@kantiana.ru).



Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана предлагает читателям учебное пособие «Навигационные акселерометры»

Автор С.Ф. Коновалов

Изложена теория навигационных акселерометров. Представлены конструктивные схемы акселерометров прямого преобразования и компенсационного типа, включая микромеханические приборы. Исследованы погрешности акселерометров, связанные с несовершенством их электромеханических узлов и электронных блоков.

Рассмотрены стенды и методики, используемые при испытаниях навигационных акселерометров. В приложении подробно описаны конструкция компенсационного акселерометра с кремниевым маятником (типа Si-flex), конструкция и особенности применения технологической оснастки для сборки прибора. В дополнительных материалах, размещенных на сайте кафедры «Приборы и системы ориентации, стабилизации и навигации» МГТУ им. Н.Э. Баумана, приведены: патент на акселерометр Si-flex (КА-400М, КА-800); комплект чертежей акселерометра; комплект чертежей технологической сборочной оснастки.

Для студентов специальностей, связанных с системами навигации и управления движением, также может представлять интерес для инженеров и научных работников, занимающихся проектированием и исследованием прецизионных электромеханических приборов.

По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.
Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;
press@bmstu.ru; <https://press.bmstu.ru>