

УДК 531.395:615.477

Построение моделей и систем управления сложных динамических систем на основе экспертных оценок и экспериментальных данных

И.А. Мещихин¹, С.С. Минков², С.С. Гаврюшин¹

¹ МГТУ им. Н.Э. Баумана

² ПАО «Институт электронных управляющих машин им. И.С. Брука»

Construction of models and control systems for the complex dynamic systems based on the expert assessments and experimental data

I.A. Meshchikhin¹, S.S. Minkov², S.S. Gavriushin¹

¹ Bauman Moscow State Technical University

² I.S. Bruk INEUM PJSC

Рассмотрена задача прогноза и обработки биомеханических сигналов протезных конструкций нижних конечностей с целью создания системы корпоративного управления их электронными коленными модулями. Проблема классического подхода в рамках теории управления сводится к отсутствию уравнения движения и при наличии гипотез о его виде стохастической природе его оценки. В то же время биомеханика как дисциплина содержит большой массив данных, гипотез и упрощенных моделей, которые дают возможность описать процесс походки. Предложен подход, основанный на механике Маркова, позволяющий построить модель динамики углов в коленном и тазобедренном суставах при походке человека, на основе нескольких источников данных.

EDN: ZCZROX, <https://elibrary/zczrox>

Ключевые слова: механика Маркова, биомеханика, протезные конструкции нижних конечностей, динамическая система

The paper considers a problem of forecasting and processing the biomechanical signals from the lower limb prosthetic structures to create a corporate control system for their electronic knee modules. The problem of classical approach within the control theory framework is reduced to the missing motion equation and with the hypotheses on its type at the stochastic nature of its assessment. At the same time, biomechanics as a discipline contains a large array of data, hypothesis and simplified models that make it possible to describe the gait process. The paper proposes an approach based on the Markov mechanics allowing construction of a model of the angles in the knee and hip joints dynamics in human gait based on the several data sources.

EDN: ZCZROX, <https://elibrary/zczrox>

Keywords: Markov mechanics, biomechanics, lower limb prosthetic structures, dynamic system

Проблема построения модели динамической системы по экспериментальным данным достаточно хорошо изучена [1]. В условиях отсутствия информации об уравнении движения, при наличии достаточного количества экспериментальных данных и/или экспертных оценок становятся актуальными статистические подходы к реконструкции и описанию поведения динамической системы (ДС).

Отсутствие необходимости описывать ДС в терминах перемещения и ее производных открывает возможность описания динамики ДС в более удобных в метрологическом смысле параметрах. Так, в соответствии с теоремой Ф. Такенса [2], можно описать ДС с конечным числом степеней свободы в лаговом пространстве [3], которое допускает конечно-элементную дискретизацию.

Для описания процесса походки под конечным элементом можно понимать ограниченное компактное множество сочетаний значений углов, угловых скоростей (обобщенных координат) или иных параметров, которое будем называть пространством признаков. На рис. 1 приведена схема измерения углов (угловых скоростей), в пространстве сочетаний которых описываются эволюция ДС и проекция фрагмента данных походки на плоскость углов в коленном (КС) α_k и тазобедренном (ТБС) α_t суставах, которую будем называть кинематическим портретом.

Тогда поведение (эволюцию) ДС можно описать как эволюцию вероятностей ее нахож-

дения в некотором узле конечно-элементного разбиения [4]. На рис. 1 характерный вид конечного элемента представлен областью e .

Пусть дан набор реализаций наблюдаемого сигнала, характеризующего походку человека, — углы КС и ТБС. Разобьем пространство признаков на конечные элементы и найдем такую матрицу M , которая минимизирует квадратичную ошибку невязки прогноза $\bar{P}(t+\Delta) = MP(t)$ и вероятности $P(t)$ для всех измеренных значений времени t .

Для возможности однозначного представления вероятности быть в некотором элементе в момент времени $t+\Delta$ в функции от распределения в момент времени t необходимым и достаточным условием является наличие функциональной зависимости точки в пространстве признаков $x(t+\Delta)$ от конечного числа признаков в момент времени t . Это возможно лишь при условии, что $x(t+\Delta)$ есть решение некоторой системы однородных обыкновенных уравнений.

Важно отметить, что, в отличие от эволюции обобщенных координат ДС эволюция их распределений всегда линейна по вероятности. Это следует из условия сохранения нормировки (сумма вероятностей равна единице) под действием оператора M для всех возможных разбиений пространства признаков [4]. Данный факт открывает перспективы по анализу свойств нелинейных ДС модальными методами.

При рассмотрении задачи с дискретным временем задачу можно свести к построению

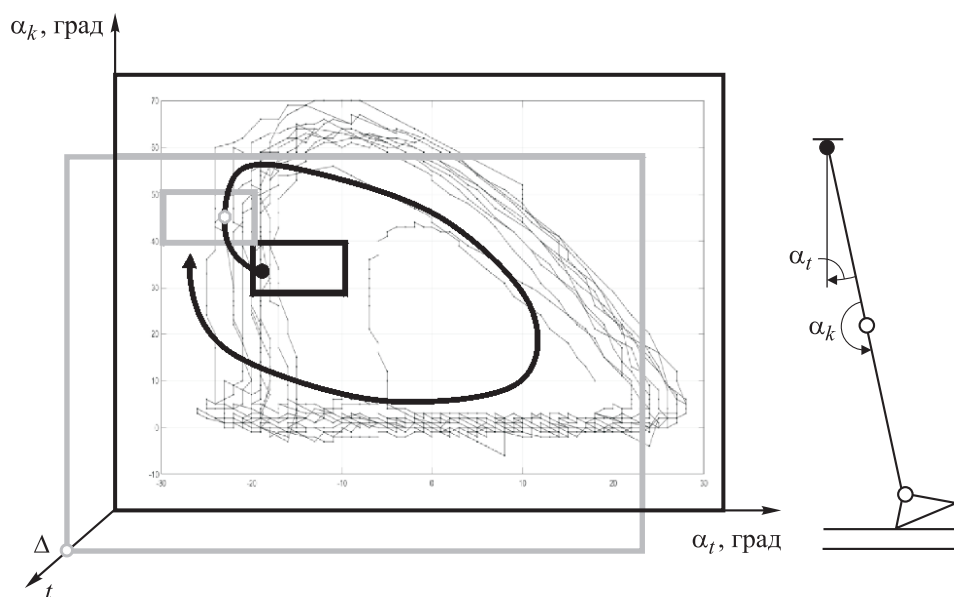


Рис. 1. Кинематический портрет походки на протезе с ампутацией

цепи Маркова [4], причем известно доказательство сходимости [5] по инвариантной мере [6] при стремлении к нулю размера конечных элементов. Одним из способов уточнить модель является учет экспертных оценок.

Цель работы — рассмотреть подходы к описанию ДС на основе различных источников информации о ее динамике на примере протеза нижней конечности.

Построение модели на основе экспертных оценок. Пусть закон эволюции ДС задан экспертной оценкой в виде графической зависимости угла в КС и ТБС (рис. 2). Выделим на этих графиках точками четыре характерных сочетания углов и представим закон изменения этих величин как последовательность перехода между точками-состояниями, которые описывают характерные сочетания углов. Характерная частота шага составляет 1 Гц.

Тогда экспертную оценку динамики (закона эволюции) ДС можно представить как граф в пространстве признаков, а граф — в виде цепи Маркова.

Пусть пространство признаков содержит следующие данные телеметрии: угол в КС, угол в ТБС, угловую скорость в ТБС и положение

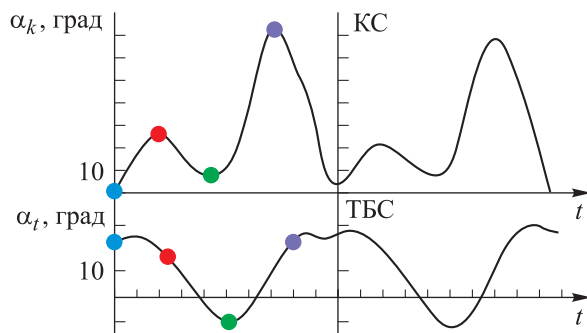


Рис. 2. Экспертное описание динамики походки без патологий

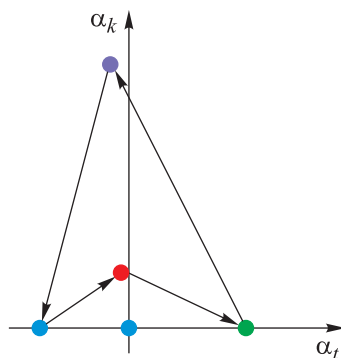


Рис. 3. Граф в пространстве признаков

золотника (влияющее на момент сопротивления в КС).

Известно [7], что существуют четыре характерных состояния и правила перехода между ними. Обозначим матрицу, описывающую эволюцию вероятности быть в одном из четырех состояний в момент времени $t + \Delta$ как функцию от вероятности быть в одном из четырех состояний в момент времени t через M_D .

Дополним каждое из четырех состояний 2^4 версиями при различных значениях угловой скорости и управления. Итоговая матрица содержит $4 \cdot 3^4 = 324$ состояний.

Из работы [8] известна качественная связь длины шага (и амплитуды углов в ТБС) с частотой шага (и угловой скоростью), а именно при росте длины шага увеличиваются амплитуды углов в КС и ТБС. Эту связь опишем матрицей M_{α_t} .

Также известна связь между углом поворота золотника коленного модуля и амплитуды углов в КС: чем больше угол золотника, тем больше момент сопротивления в коленном модуле и тем меньше амплитуда угла в КС.

Пусть управление принимает три состояния сопротивления: высокое, среднее и низкое. Опишем отклонение углов от среднего значения также тремя состояниями. Тогда связь параметра управления (угла золотника) и отклонений угловых скоростей от нормы можно описать таблицей условных вероятностей M_{α_t} и M_{α_k} .

Тогда представим модель следующим образом:

$$M = M_u \times M_w \times M_{\alpha_t} \times M_{\alpha_k} \times M_D,$$

где $\times$ — символ, обозначающий спаривание (определение этой операции будет дано далее) моделей ДС.

Операции над сеткой. Изменение сетки. Представление закона эволюции ДС как эволюции конечного числа состояний ДС предполагает отождествление траекторий внутри конечного элемента. Тогда прогноз ДС зависит от способа разбиения пространства ее признаков на множество конечных элементов (сетки).

Пусть динамика ДС на сетке 1 описана выражением

$$P_{\Delta 1} = M_1 P_1,$$

где $P_{\Delta 1}$ и P_1 — распределения вероятностей на элементах сетки 1 в моменты времени $t + \Delta$ и t ; M_1 — матрица Маркова.

И существует сетка 2. Тогда можно ввести операторы N_{21} и N_{12} , которые осуществляют сопоставление сетки $1 \rightarrow 2$ и $2 \rightarrow 1$ соответственно, а матрица $M_2 = N_{21}M_1N_{21}$ сопряжена операторами N_{21} и N_{12} .

Эквивалентность моделей M_2 и M_1 , т. е.

$$P_{n\Delta 1} = M_1^n P_1, P_{n\Delta 2} = M_2^n P_2 : P_{n\Delta 1} = N_{12}P_{n\Delta 2} \quad \forall n \in \mathbb{N},$$

возможна при выполнении условия

$$N_{21}N_{12} = E,$$

где E — единичная матрица.

Редукция. Пусть известна динамика процесса при трех значениях параметра u (например, управления). Тогда для постоянного управления матрицу M можно представить как

$$M = \begin{bmatrix} M_{u1} & 0 & 0 \\ 0 & M_{u2} & 0 \\ 0 & 0 & M_{u3} \end{bmatrix},$$

где M_{ui} — матрица Маркова процесса при условии, что параметр лежит в диапазоне $i = 1, 2, 3$.

Пусть известно, что параметр u принадлежит распределению Pu . Тогда можно понизить размерность $M = N_{21}M_1N_{21}$, причем

$$N_{21} = N_{12} = \begin{bmatrix} Pu_1 E \\ Pu_2 E \\ Pu_3 E \end{bmatrix},$$

т. е.

$$M = Pu_1 M_1 + Pu_2 M_2 + Pu_3 M_3.$$

Прямое произведение (спаривание). Пусть модель ДС представима произведением двух динамик. Так, динамику осциллятора можно описать как последовательность двух действий — поворота на угол $\theta \rightarrow \theta + \alpha$ и снижения радиуса $R \rightarrow \alpha R$.

Причем при некотором лаге Δ [9] матрица динамики поворота M_θ является перестановочной и в полярной системе координат повторяется на каждом радиусе i . Динамика изменения R M_R повторяется на каждом луче i из начала координат. Тогда существуют такие матрицы $N_{x\theta i}$, $N_{\theta ix}$ и N_{xRi} , N_{Rix} , что

$$M_{\theta 2d} = \sum N_{x\theta i} M_\theta N_{\theta ix} \text{ и } M_{R2d} = \sum N_{xRi} M_R N_{Rix},$$

а модель осциллятора можно выразить как

$$M = M_{R2d} M_{\theta 2d} \approx M_{\theta 2d} M_{R2d}.$$

Обозначим произведение матриц Маркова ДС как

$$M = M_\theta \times M_R.$$

Для некоторых ДС известен способ формирования непосредственно матриц парциальных систем M_k , для других имеется информация о характерных частотах и формах колебаний. Методы модального синтеза позволяют учесть эвристики [10], известные о динамике ДС при создании моделей.

Другой пример объединения возникает при изменении параметра ДС (управления, воздействия) по независимому от внутренних переменных закону.

Пусть есть две модели. Первая описывает динамику однородной ДС при внешнем воздействии (нагрузении или управлении) кусочно-постоянную на интервале Δ , вторая модель — динамику нагружения или управления. Тогда имеем

$$M = \begin{bmatrix} M_{X|A} P_E & M_{X|A} P_F \\ M_{X|B} P_J & M_{X|B} P_K \end{bmatrix} = M_X \times M_F.$$

Изменение лага. Представление непрерывного пространства множеством элементов конечной размерности приводит к потере информации о начальных условиях по мере эволюции ДС. Одним из способов, альтернативных к измельчению сетки, является выбор лага равным половине характерного периода колебаний ДС [11]. При необходимости описания эволюции ДС на интервале времени, меньшем лага, исходную ДС можно представить (при наличии полного базиса собственных векторов) как $M_D = V e^{\lambda \Delta} V^{-1}$ и записать для нового лага $\bar{M}_D = V e^{\lambda \Delta_1} V^{-1}$, где V — собственный вектор матрицы M_D .

Необходимо отметить, что положительность коэффициентов $\bar{M}_D$ не гарантирована. В этом случае вместо распределения вероятностей уместно говорить о распределении зарядов, а элементами обобщенной цепи Маркова являются условные заряды [12].

Тогда назовем обобщенной матрицей Маркова [13] с суммой по столбцу равной единице, но необязательно содержащую только положительные элементы с собственными значениями по модулю не больше единицы. Подобные обобщения моделей Маркова тесно связаны с оператором Купмана [14].

При исследовании детерминированных ДС, хоть и заданных множеством источников данных, предполагаем сходимость распределения при сгущении сетки к дельта-мере, а argmax как метод восстановления обобщений координаты по распределению.

Пусть

$$\mathbf{M}_D = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Тогда, зная период шага T , введем матрицу $\bar{\mathbf{M}}_D = \mathbf{V}^{4/T} \bar{\lambda} \mathbf{V}^{-1}$, которая описывает чередование фаз (рис. 3) с заданным периодом.

Причем угол в ТБС принимает значения

$$\langle At \rangle = (-30, -20, -10, -5, 0, 5, 10, 20, 30),$$

а угол в КС

$$\langle Ak \rangle = (0, 5, 10, 15, 20, 25, 50, 60, 70).$$

Матрицы, описывающие изменения каденса $\mathbf{M}_w$ и управления $\mathbf{M}_u$, определяются следующими выражениями:

$$\mathbf{M}_w = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{w^+|w^+} & \mathbf{P}_{w^+|w^0} & \mathbf{P}_{w^+|w^-} \\ \mathbf{P}_{w^0|w^+} & \mathbf{P}_{w^0|w^0} & \mathbf{P}_{w^0|w^-} \\ \mathbf{P}_{w^-|w^+} & \mathbf{P}_{w^-|w^0} & \mathbf{P}_{w^-|w^-} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{M}_u = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{u^+|u^+} & \mathbf{P}_{u^+|u^0} & \mathbf{P}_{u^+|u^-} \\ \mathbf{P}_{u^0|u^+} & \mathbf{P}_{u^0|u^0} & \mathbf{P}_{u^0|u^-} \\ \mathbf{P}_{u^-|u^+} & \mathbf{P}_{u^-|u^0} & \mathbf{P}_{u^-|u^-} \end{bmatrix},$$

где $\mathbf{P}_{w^i|w^j}$ — условная вероятность события w^i при условии реализации w^j ; $\mathbf{P}_{u^i|u^j}$ — условная вероятность события u^i при условии реализации u^j ; величины каденса w и сопротивления коленного модуля u принимают по три значения: w^+ , w^0 , w^- и u^+ , u^0 , u^- соответственно.

Матрицы отклонения по углам в ТБС $\mathbf{M}_{\alpha t}$ и КС $\mathbf{M}_{\alpha k}$ вычисляются как

$$\mathbf{M}_{\alpha t} = \begin{bmatrix} u^+ & u^0 & u^- \\ w^+ & \alpha t^+ & \alpha t^+ & \alpha t^+ \\ w^0 & \alpha t & \alpha t & \alpha t \\ w^- & \alpha t^- & \alpha t^- & \alpha t^- \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{M}_{\alpha k} = \begin{bmatrix} u^+ & u^0 & u^- \\ w^+ & \alpha t & \alpha t^+ & \alpha t^+ \\ w^0 & \alpha t^- & \alpha t & \alpha t^+ \\ w^- & \alpha t^- & \alpha t^- & \alpha t \end{bmatrix}.$$

Тогда условные вероятности матрицы Маркова определяются следующим образом:

$$P(w, u, \alpha t, \alpha k, d | w, u, \alpha t, \alpha k, d) = P(w | w) P(u | u) P(\alpha t | u, w) P(\alpha k | u, w) P(d | d),$$

где αt , αk — принимают по три значения (например, αt^+ имеет смысл увеличения по сравнению с нормой угла в ТБС); d — индекс фазы, принимающий четыре значения.

Обобщенная матрица Маркова в общем виде показана на рис. 4. Яркость цвета пропорциональна значению условной вероятности. Блоком A представлена подматрица $\mathbf{P}_{u^+|u^+}$, которая описывает эволюцию вероятностей за интервал времени Δ при условии $u = u^+$ в момент времени t и $u = u^+$ в момент времени $t + \Delta$. Блоку B соответствует матрица $\mathbf{P}_{u^0|u^0}$, блоку C — $\mathbf{P}_{u^-|u^-}$.

Динамика изменения угла в КС $Ak = \langle Ak \rangle \mathbf{P}^T$ приведена на рис. 5. Видно, что данные экспертной оценки и прогноза хорошо согласова-

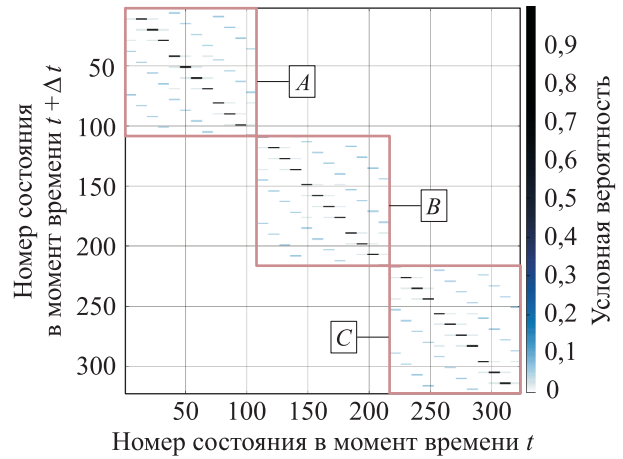


Рис. 4. Матрица Маркова для матриц перестановки $\mathbf{M}_D$ и $\mathbf{M}_w$

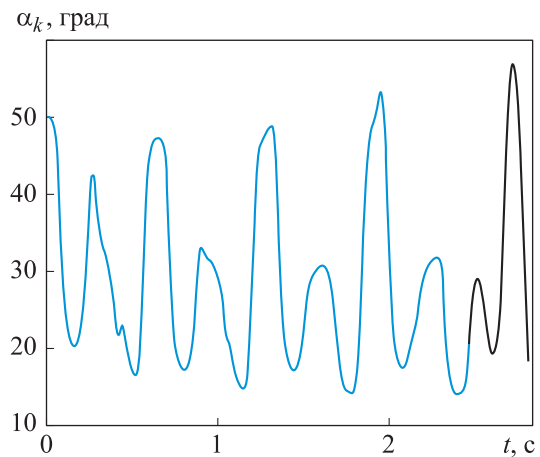


Рис. 5. Зависимости угла в КС α_k от времени t , полученные по результатам прогнозирования (—) и экспертной оценки (—)

ны, существует вариативность угла в КС, вызванная вариативностью частоты шага.

Модальный анализ ДС. Расчетные собственные значения обобщенной матрицы Маркова приведены на рис. 6, где Im и Re — мнимая и вещественная часть собственного значения.

Матрица $\mathbf{M}_D$ имеет собственные значения $\lambda_D = (1, \lambda_1, \bar{\lambda}_1, e)$, а матрицы $\mathbf{M}_w$ и $\mathbf{M}_u$ — $\lambda_w = (1, \lambda_2, \bar{\lambda}_2)$ и $\lambda_u = (1, 1, 1)$ соответственно. Используя свойства спаренных матриц, получаем собственные значения $\mathbf{M}_D \times \mathbf{M}_w \times \mathbf{M}_u$ и $\lambda = \lambda_D \times \lambda_w \times \lambda_u$.

Тогда в спектре ДС должны наблюдаться собственные значения группы A (по модулю равные единице) и группы B (по модулю равные e)

$$(1, e, \lambda_1, \lambda_1 \lambda_2, \lambda_1 \bar{\lambda}_2, \bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_1 \lambda_2, \bar{\lambda}_1 \bar{\lambda}_2, \lambda_2, \bar{\lambda}_2, \lambda_2 e, \bar{\lambda}_2 e)$$

с частотами

$$\left(0, \frac{2\pi}{\Delta(\text{angle}(\lambda_1))}, \frac{2\pi}{\Delta(\text{angle}(\lambda_1) + \text{angle}(\lambda_2))}, \frac{2\pi}{\Delta(\text{angle}(\lambda_2))} \right),$$

где angle — угол комплексного числа.

При $\mathbf{M}_{\alpha t} \times \mathbf{M}_{\alpha k}$ модель характеризуется наличием нулевых собственных значений.

Инвариантная мера (рассчитанная на основе собственного вектора, соответствующего собственному значению, равному единице) в координатах $\langle At \rangle - \langle Ak \rangle$ приведена на рис. 7. Яркость цвета пропорциональна вероятности (доля времени) нахождения в соответствующем состоянии.

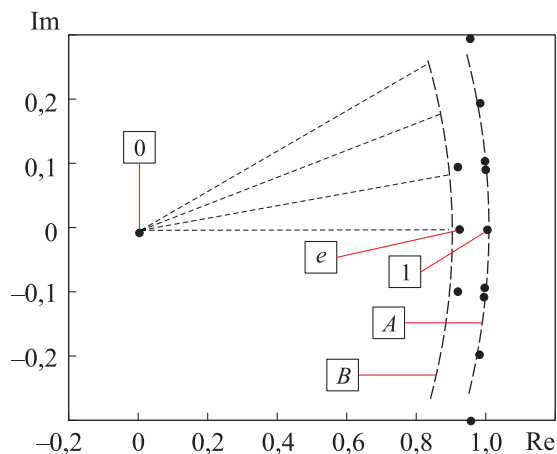


Рис. 6. Собственные значения обобщенной матрицы Маркова

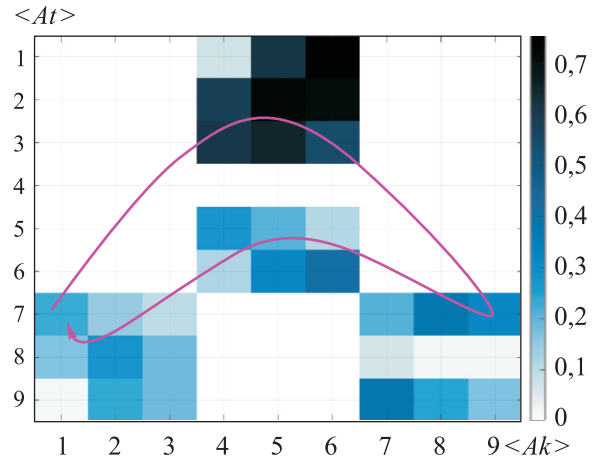


Рис. 7. Инвариантная мера в координатах $\langle At \rangle - \langle Ak \rangle$

Синтез априорной и апостериорной моделей.

Пусть известны две модели — априорная $\mathbf{M}_a$ и построенная по экспериментальным данным $\mathbf{M}_o$. Определим обновление априорной [15, 16] модели экспериментальными данными следующим образом:

$$\mathbf{M}_a = \mathbf{M}_a \alpha + (1 - \alpha) \mathbf{M}_o.$$

При $\alpha \in [0, 1]$ $\mathbf{M}$ — обобщенная матрица Маркова.

Определим расстояние [17] между моделями ДС $R(\mathbf{M}_a, \mathbf{M}_o)$ как среднее модулей собственных значений разности $\mathbf{M}_a - \mathbf{M}_o$. Пусть, как и в предыдущем примере, априорная модель составлена из системы данных экспертов, каждый из которых описывает динамику в различных пространствах.

Модель, построенная по данным телеметрии, описывает эволюцию сигнала на 36 элементах в координатах углов в КС и ТБС. Эвристическая модель описывает эволюцию на 324 элементах в четырехмерном пространстве признаков, среди которых углы, каденс (три состояния) и управление (три состояния). Путем редукции сократим число элементов эвристической модели, приняв фиксированными значения каденса и управления. Собственные значения рассогласования (ошибки) двух моделей при принятых среднем управлении и каденсе приведены на рис. 8.

Амплитуда собственного значения характеризует амплитуду ошибки, а угол обратно пропорционален частоте сигнала рассогласования.

Усредняя оператором N_i по элементам, имеющим равные координаты в проекции на соответствующих пространствах, составим про-

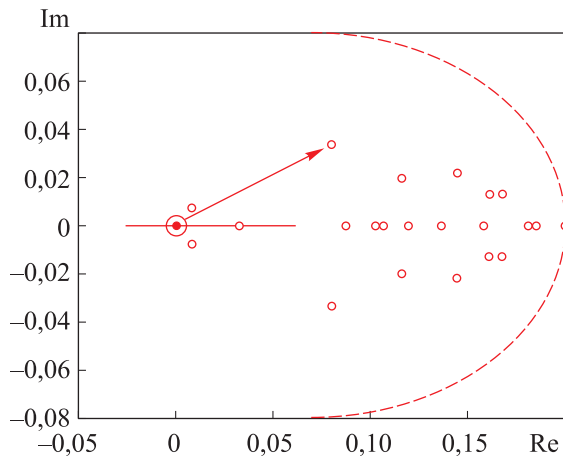


Рис. 8. Собственные значения (спектр) ошибки двух моделей при принятых среднем управлении и каденсе

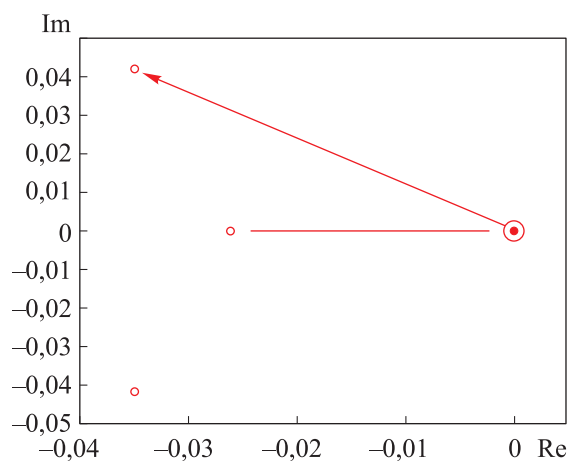


Рис. 9. Собственные значения (спектр) ошибки двух моделей, редуцированных по D

екции моделей $M_{oi} = N_i M_o N_i^T$, $M_{ai} = N_i M_a N_i^T$. При определении расстояния $R(M_{ai}, M_{oi})$ существует возможность валидировать соответствующего эксперта: оценить согласованность с экспериментальными данными и рассогласование моделей как $R(M_a, M_o)$.

Собственные значения разности моделей, редуцированных по D (цикл шага представлен как чередование четырех состояний [18]), приведены на рис. 9. Видно, что рассогласование по инвариантной мере (вещественное собственное значение) меньше, чем по моде, что может быть

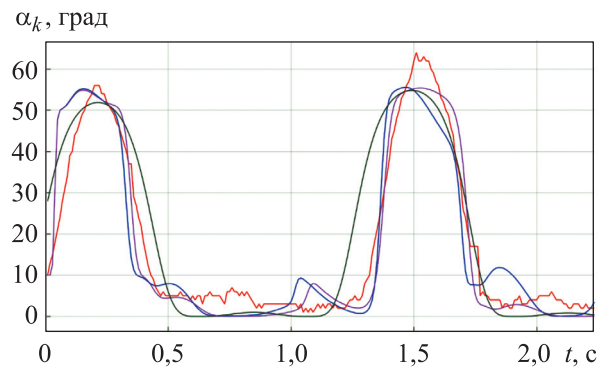


Рис. 10. Результаты прогнозирования угла в КС α_k , полученные с использованием телеметрии (—), экспериментальной (—), эвристической (—) и апостероидной (—) моделей

вызвано согласованностью траекторий, но наличием рассогласования по частоте. Также сравнение рис. 8 и 9 показывает, что динамика чередования фаз согласована с результатами эксперимента лучше, чем прочие эвристики.

Результаты прогнозирования угла в КС α_k , полученные с использованием различных моделей приведены на рис. 10.

Выводы

1. Современные задачи механики характеризуются исходными данными из множества источников, стохастической природой объекта моделирования и формулирования предельных состояний в терминах риска.

2. Представление ДС как закона эволюции вероятностей на множестве состояний позволяет описать в линейной форме широкий спектр ДС. Матричное представление закона эволюции ДС дает возможность учесть уравнение движения, эвристику описания и экспериментальные данные, а модальный подход к анализу полученных моделей — оценить согласованность различных моделей.

3. Применение разработанного подхода позволило реализовать модель коленного узла протеза, используемую в контуре системы управления, адаптивную к индивидуальным особенностям походки человека.

Литература

- [1] Suzuki Y., Togame K., Nakamura A. et al. A Markov chain approximation of switched Fokker–Planck equations for a model of on–off intermittency in the postural control during quiet standing. *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.*, 2023, vol. 126, art. 107488, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2023.107488>

- [2] Stark J., Broomhead D., Davies M. et al. Delay embeddings for forced systems. II. Stochastic forcing. *J. Nonlinear Sci.*, 2003, vol. 13, no. 6, pp. 519–577, doi: <https://doi.org/10.1007/s00332-003-0534-4>
- [3] Kushner H.J. et al. The Markov chain approximation method: introduction. In: Numerical methods for stochastic control problems in continuous time. *Springer*, 1992, pp. 67–88, doi: https://doi.org/10.1007/978-1-4684-0441-8_5
- [4] Каток А.Б., Хасселблат Б. *Введение в современную теорию динамических систем*. Москва, Факториал, 1999. 767 с.
- [5] Kushner H.J. Numerical methods for stochastic control problems in continuous time. *SIAM J. Control Optim.*, 1990, vol. 28, no. 5, pp. 999–1048, doi: <https://doi.org/10.1137/0328056>
- [6] Sauer T., Yorke J.A., Casdagli M. Embedology. *J. Stat. Phys.*, 1991, vol. 65, pp. 579–616, doi: <https://doi.org/10.1007/BF01053745>
- [7] Meshchikhin I.A., Minkov S.S., Lichkunov A.A. The Markov model of a dynamic system based on experimental data for control problems of bionic prostheses. *arXiv:2204.08429*, doi: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2204.08429>
- [8] Фарбер Б.С., ред. *Теоретические основы построения протезов нижних конечностей и коррекции движения*. Кн. 3. Ч. 2. Москва, ЦНИИПП, 1994. 301 с.
- [9] Мысливец М.Н., Мещихин И.А., Юрцев Л.Н. Методика непараметрического оценивания риска отказа систем виброизоляции. *Вестник Башкирского университета*, 2019, т. 24, no. 3, с. 542–550. EDN: GWOVDJ
- [10] Kirtley C. *Clinical gait analysis. Theory and practice*. Elsevier, 2006. 316 p.
- [11] Мещихин И.А., Гаврюшин С.С., Знайко Г.Г. Расчетное обоснование требований по точности к средству измерений на основе цепей Маркова. *Приборы*, 2021, no. 10, с. 49–54. EDN: ISFGPN
- [12] Ландкоф Н.С. *Основы современной теории потенциала*. Москва, Наука, 1966. 515 с.
- [13] Nikulchev E.V. Geometric method of reconstructing systems from experimental data. *Tech. Phys. Lett.*, 2007, vol. 33, no. 3, pp. 267–269, doi: <https://doi.org/10.1134/S1063785007030248>
- [14] Meshchikhin I.A., Gavriushin S.S. Methodology for the classification of human locomotion's and postures for the control system of a bionic prosthesis. In: Advances in intelligent systems and computing. Vol. 1402. *Springer*, 2020, pp. 91–100, doi: https://doi.org/10.1007/978-3-030-80478-7_11
- [15] Klus S., Koltai P., Schütte C. On the numerical approximation of the Perron-Frobenius and Koopman operator. *J. Comput. Dyn.*, 2016, vol. 3, no. 1, pp. 51–79, doi: <https://doi.org/10.3934/jcd.2016003>
- [16] Bogachev V., Kirillov A., Shaposhnikov S. Integrable solutions of the stationary Kolmogorov equation. *Dokl. Math.*, 2012, vol. 85, no. 3, pp. 309–314, doi: <https://doi.org/10.1134/S1064562412030027>
- [17] Аносов Д.В. *Дифференциальные уравнения. То решаем, то рисуем*. Москва, МЦНМО, 2008. 200 с.
- [18] Вологина В.С., Дюсенбаева А.А. Бионические протезы. *Scientist*, 2019, no. 3. URL: https://www.elibrary.ru/download/elibrary_41248653_39048898.pdf

References

- [1] Suzuki Y., Togame K., Nakamura A. et al. A Markov chain approximation of switched Fokker–Planck equations for a model of on–off intermittency in the postural control during quiet standing. *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.*, 2023, vol. 126, art. 107488, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2023.107488>
- [2] Stark J., Broomhead D., Davies M. et al. Delay embeddings for forced systems. II. Stochastic forcing. *J. Nonlinear Sci.*, 2003, vol. 13, no. 6, pp. 519–577, doi: <https://doi.org/10.1007/s00332-003-0534-4>
- [3] Kushner H.J. et al. The Markov chain approximation method: introduction. In: Numerical methods for stochastic control problems in continuous time. *Springer*, 1992, pp. 67–88, doi: https://doi.org/10.1007/978-1-4684-0441-8_5

- [4] Katok A.B., Khasselblat B. *Vvedenie v sovremennuyu teoriyu dinamicheskikh system* [Introduction to modern dynamical systems theory]. Moscow, Faktorial Publ., 1999. 767 p. (In Russ.).
- [5] Kushner H.J. Numerical methods for stochastic control problems in continuous time. *SIAM J. Control Optim.*, 1990, vol. 28, no. 5, pp. 999–1048, doi: <https://doi.org/10.1137/0328056>
- [6] Sauer T., Yorke J.A., Casdagli M. Embedology. *J. Stat. Phys.*, 1991, vol. 65, pp. 579–616, doi: <https://doi.org/10.1007/BF01053745>
- [7] Meshchikhin I.A., Minkov S.S., Lichkunov A.A. The Markov model of a dynamic system based on experimental data for control problems of bionic prostheses. *arXiv:2204.08429*, doi: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2204.08429>
- [8] Farber B.S., ed. *Teoreticheskie osnovy postroeniya protezov nizhnikh konechnostey i korrektsii dvizheniya*. Kn. 3. Ch. 2 [Theoretical bases of lower limb prosthesis construction and motion correction. Vol. 3. P. 2]. Moscow, TsNIIPP Publ., 1994. 301 p. (In Russ.).
- [9] Myslivets M.N., Meshchikhin I.A., Yurtsev L.N. The method of non-parametric evaluation of risk of failure of vibroisolation systems. *Vestnik Bashkirskogo universiteta*, 2019, vol. 24, no. 3, pp. 542–550. EDN: GWOVDJ (In Russ.).
- [10] Kirtley C. *Clinical gait analysis. Theory and practice*. Elsevier, 2006. 316 p.
- [11] Meshchikhin I.A., Gavryushin S.S., Znayko G.G. Computational justification of accuracy requirements for a measuring instrument based on Markov chains. *Pribory*, 2021, no. 10, pp. 49–54. EDN: ISFGPN (In Russ.).
- [12] Landkof N.S. *Osnovy sovremennoy teorii potentsiala* [Fundamentals of modern potential theory]. Moscow, Nauka Publ., 1966. 515 p. (In Russ.).
- [13] Nikulchev E.V. Geometric method of reconstructing systems from experimental data. *Tech. Phys. Lett.*, 2007, vol. 33, no. 3, pp. 267–269, doi: <https://doi.org/10.1134/S1063785007030248>
- [14] Meshchikhin I.A., Gavriushin S.S. Methodology for the classification of human locomotion's and postures for the control system of a bionic prosthesis. In: *Advances in intelligent systems and computing*. Vol. 1402. Springer, 2020, pp. 91–100, doi: https://doi.org/10.1007/978-3-030-80478-7_11
- [15] Klus S., Koltai P., Schütte C. On the numerical approximation of the Perron-Frobenius and Koopman operator. *J. Comput. Dyn.*, 2016, vol. 3, no. 1, pp. 51–79, doi: <https://doi.org/10.3934/jcd.2016003>
- [16] Bogachev V., Kirillov A., Shaposhnikov S. Integrable solutions of the stationary Kolmogorov equation. *Dokl. Math.*, 2012, vol. 85, no. 3, pp. 309–314, doi: <https://doi.org/10.1134/S1064562412030027>
- [17] Anosov D.V. *Differentsialnye uravneniya. To reshaem, to risuem* [Differential equations. Solving and drawing]. Moscow, MTsNMO Publ., 2008. 200 p. (In Russ.).
- [18] Vologina V.S., Dyusenbaeva A.A. Bionic prostheses. *Scientist*, 2019, no. 3. URL: https://www.elibrary.ru/download/elibrary_41248653_39048898.pdf (In Russ.).

Статья поступила в редакцию 09.01.2025

Информация об авторах

МЕЩИХИН Илья Александрович — старший преподаватель кафедры «Автоматизация технологических процессов и производств». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: meshch_i@ineum.ru).

МИНКОВ Станислав Сергеевич — кандидат физико-математических наук, научный сотрудник. ПАО «Институт электронных управляющих машин им. И.С. Брука» (119334, Москва, Российская Федерация, ул. Вавилова, д. 24, e-mail: stanislav.minkov@yandex.ru).

ГАВРЮШИН Сергей Сергеевич — доктор технических наук, профессор кафедры «Автоматизация технологических процессов и производств». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: gss@bmstu.ru).

Information about the authors

MESCHIKHIN Ilya Aleksandrovich — Senior Lecturer, Department of Automation of Technological Processes and Production. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: meshch_i@ineum.ru).

MINKOV Stanislav Sergeevich — Candidate of Science (Phys.-Math.), Researcher. I.S. Bruk INEUM PJSC (119334, Moscow, Russian Federation, Vavilova St., Bldg. 24, e-mail: stanislav.minkov@yandex.ru).

GAVRIUSHIN Sergey Sergeevich — Doctor of Science (Eng.), Professor, Department of Automation of Technological Processes and Productions. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: gss@bmstu.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Мещихин И.А., Минков С.С., Гаврюшин С.С. Построение моделей и систем управления сложных динамических систем на основе экспертных оценок и экспериментальных данных. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2025, № 4, с. 12–21.

Please cite this article in English as:

Meshchikhin I.A., Minkov S.S., Gavriushin S.S. Construction of models and control systems for the complex dynamic systems based on the expert assessments and experimental data. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2025, no. 4, pp. 12–21.



Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана предлагает читателям учебное пособие «Расчет и проектирование сетчатых композитных конструкций»

Авторы: А.В. Азаров, А.Ф. Разин

Рассмотрены вопросы, связанные с расчетом и проектированием сетчатых композитных конструкций, применяемых в ракетно-космической технике в качестве отсеков ракет-носителей, адаптеров полезной нагрузки, корпусов космических аппаратов и элементов разворачиваемых космических антенн.

Для студентов магистратуры, обучающихся по специальностям «Ракетные комплексы и космонавтика» (24.04.01) и «Материаловедение и технологии материалов» (22.04.01) на факультете «Специальное машиностроение» МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Пособие может быть полезно аспирантам, научным работниками инженерам в области разработки и изготовления композитных конструкций.

По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.
Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;
press@bmstu.ru; <https://press.bmstu.ru>