

Авиационная и ракетно-космическая техника

УДК 629.783

К вопросу осуществления маневров космическими аппаратами

В.В. Федянин, В.В. Шалай

ФГАОУ ВО «Омский государственный технический университет»

On the problem of a spacecraft maneuverability

V.V. Fedyanin, V.V. Shalay

Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education Omsk State Technical University

Рассмотрен вопрос выполнения маневров космическими аппаратами. Составлена математическая модель небесного тела и космического аппарата, находящегося в гравитационном поле Земли. Создано шесть видов изменения положения космического аппарата на орбите, что обеспечило возможность корректировки его местоположения в разных плоскостях. На основе составленной модели, разработаны алгоритм и программа для моделирования движения тел. С помощью программы исследованы четыре вида маневров: двух- и трехимпульсные, изменения наклона орбиты и увеличения высоты орбиты. Для увеличения высоты орбиты использован ионный двигатель малой мощности. Характеристики двигателя имели следующие значения: тяга — 0,001 Н, массовый расход — $52 \cdot 10^{-9}$ кг/с. Приведены расчетные выражения и построены диаграммы траекторий космического аппарата в ходе выполнения указанных маневров. Разработанная программа дает возможность анализа траектории космического аппарата с двигателями малой мощности.

EDN: GOSXQN, <https://elibrary/gosxqn>

Ключевые слова: изменение ориентации, местоположение космического аппарата, космический мусор, ионный двигатель, плазменный двигатель

The paper considers a problem of the spacecraft maneuverability. It compiles a mathematical model of the celestial body and a model of the spacecraft in the Earth's gravitational field. Six types of alteration in the spacecraft position in orbit are created making it possible to adjust its position in the different planes. Based on the compiled model, the paper develops an algorithm and a program to simulate the motion of bodies. Using the program makes it possible to study four types of maneuvers including the two-impulse, three-impulse, orbit inclination alteration and an increase in orbit altitude. The orbit altitude is increased using a low-power ion engine. The engine characteristics have the following parameters: thrust — 0.001 N, mass flow rate — $52 \cdot 10^{-9}$ kg/s. Computation expressions are given, and the diagrams of the spacecraft flight trajectories are constructed for these maneuvers. The developed program makes it possible to analyze flight trajectories when using the low-power engines.

EDN: GOSXQN, <https://elibrary/gosxqn>

Keywords: orientation alteration, spacecraft position, space debris, ion engine, plasma engine

Выполнение различных задач космическими аппаратами (КА) на орбите требует смены положения и траектории. Это может быть корректировка орбиты, управление полетом для научных исследований, избегание столкновений и другие операции. Следовательно, невозможно освоить космическое пространство без решения задач точного управления движением КА. Актуальность этой задачи обусловлена следующими причинами.

Во-первых, с учетом ограниченных запасов топлива на борту КА требуется поиск оптимальных маневров [1, 2].

Во-вторых, возрастающая плотность различных объектов, в том числе космического мусора на околоземных орбитах делает предупреждение столкновения достаточно важной задачей. В таких случаях необходимы алгоритмы маневрирования КА для уклонения от объектов [3].

В-третьих, актуальна проблема замусоривания околоземного пространства [4]. Для ее решения необходима разработка новых алгоритмов изменения положения с целью увода КА на более низкие орбиты и сжигание объектов в атмосфере. Следовательно, нужны расчет и моделирование траекторий буксирующего устройства, с помощью которого можно удалить крупные объекты с орбиты, которыми могут быть отработавшие спутники или ступени ракет-носителей. Для сбора достаточно мелких объектов разрабатываются различные технологии и средства, например, сети, гарпуны и электродинамические тросы. Все эти технические решения и технологии предполагают сложные маневры для захвата и утилизации объектов [5].

В космической механике существует большое множество различных маневров [6]. К основным из них можно отнести импульсные и маневры с постоянной тягой, например, созданные ионными и плазменными двигателями. Основные типы маневров включают в себя корректировку орбиты, изменение положения, переход с одной орбиты на другую и изменение плоскости орбиты. Для обеспечения изменения положения применяются реактивные двигатели. Двигатели с высокой тягой предназначены для высокоэнергетических маневров. Маломощные двигатели используются для коррекции орбиты [7].

Цель работы — создание универсального инструмента, способного моделировать различные траектории КА.

Составлены математическая модель и программа для обеспечения расчета положения КА. Эта модель позволяет выполнять расчеты орбитальных маневров КА, включая изменение орбиты, корректировку и изменение ориентации в пространстве.

Перейдем к теоретическому описанию модели и построению траекторий КА относительно Земли [8].

Построение модели. Рассмотрим возможность маневрирования КА на заданных орбитах [9]. Составим математическую модель небесного тела (далее тело) и КА. Разработаем алгоритм их взаимодействия на основе закона Ньютона о гравитации и законах движения.

Построим модель взаимодействия КА с Землей. Используя вектор гравитации от другого тела, получаем гравитационное ускорение

$$\mathbf{g} = -\frac{GM}{r^2} \hat{\mathbf{u}},$$

где G — гравитационная постоянная; M — масса другого тела; r — расстояние до другого тела; $\hat{\mathbf{u}}$ — единичный вектор в направлении другого тела (от центра притяжения к КА).

Если есть два тела массами m_1 и m_2 , которые имеют радиус-векторы $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$ в заданной системе координат, то вектор силы гравитации, действующей на второе тело со стороны первого, имеет вид

$$\mathbf{F}_{12} = -G \frac{m_1 m_2}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^2} \frac{\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|}. \quad (1)$$

Пусть имеются два тела, расположенные в точках $\mathbf{r}_1 = (x_1, y_1, z_1)$ и $\mathbf{r}_2 = (x_2, y_2, z_2)$, тогда вектор расстояния

$$\mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1).$$

Модуль вектора расстояния

$$|\mathbf{r}_{12}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}.$$

Отсюда единичный вектор

$$\hat{\mathbf{r}}_{12} = \frac{(x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}}. \quad (2)$$

После подстановки формулы (2) в выражение (1) получаем

$$\mathbf{F}_{12} = -G \frac{m_1 m_2}{|\mathbf{r}_{12}|^2} \hat{\mathbf{r}}_{12}.$$

Преобразуем абсолютные координаты, выровненные относительно единой центральной оси другого тела. Пусть (x, y, z) — исходные координаты, (x_0, y_0, z_0) — координаты другого тела и O_{ij} — элементы матрицы ориентации другого тела. Тогда новые координаты (x', y', z') определяются как

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} O_{11} & O_{12} & O_{13} \\ O_{21} & O_{22} & O_{23} \\ O_{31} & O_{32} & O_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ z - z_0 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Запишем выражение (3) в общем виде

$$\mathbf{r}' = \mathbf{O} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0),$$

где $\mathbf{r}'$ — вектор координат в локальной системе после поворота и смещения; $\mathbf{O}$ — матрица ориентации; $\mathbf{r}$ — вектор координат в глобальной исходной системе; $\mathbf{r}_0$ — вектор положения начала новой локальной системы координат в глобальной системе.

Таким образом, преобразование координат выполняется с помощью сдвига их начала к новому центру и вращения координатной системы согласно ориентации нового центра. Представленные преобразования позволяют выполнять анализ положения одного тела относительно другого и их взаимодействия.

Плотность атмосферы на заданной высоте над уровнем моря

$$\rho(h) = \rho_0 e^{\frac{R - (R+h)}{H}}.$$

Здесь h — высота над уровнем моря; ρ_0 — плотность атмосферы на уровне моря; R — радиус Земли; H — масштабная высота, соответствующая увеличению расстояния над уровнем моря, при котором атмосферное давление уменьшается в e раз,

$$H = \frac{K_B T}{mg},$$

где K_B — постоянная Больцмана; T — температура воздуха; m — средняя масса молекулы воздуха; g — ускорение силы тяжести.

Определяем ориентацию Земли с учетом ее вращения, для чего вычисляем угол ее поворота

$$\Theta = \frac{360\Delta t}{T_d},$$

где Δt — шаг времени расчета; T_d — продолжительность дня.

Следовательно, тело поворачивается на угол Θ вокруг оси вращения.

Определяем угловой радиус, который показывает, насколько большим объект кажется с определенной точки наблюдения,

$$\alpha = \arctg \frac{R}{d},$$

где d — расстояние от точки наблюдения до объекта.

Скорость полета тела с учетом его ускорения $\mathbf{a}$ за интервал времени расчета Δt имеет вид

$$\mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{a}\Delta t. \quad (4)$$

Тогда положение тела с учетом его скорости за интервал времени расчета определяется как

$$\mathbf{r} = \mathbf{r} + \mathbf{v}\Delta t. \quad (5)$$

Приведенное математическое описание учитывает гравитационное взаимодействие Земли и КА, скорость и положение тела в пространстве, положение тел относительно друг друга.

Разработаем математическую модель КА с возможностью взаимодействия с другими телами в пространстве. Найдем положение КА относительно другого объекта — Земли. Вектор положения текущего объекта относительно другого тела

$$\mathbf{r}_r = \mathbf{r} - \mathbf{r}_{об}, \quad (6)$$

где $\mathbf{r}$ и $\mathbf{r}_{об}$ — векторы положения КА и объекта (Земли).

Запишем выражение (6) в декартовых координатах

$$\mathbf{r}_r = (x - x_{об}, y - y_{об}, z - z_{об}). \quad (7)$$

Тогда, если есть два объекта — КА и Земля, то с помощью выражения (7) можно определить положение КА относительно Земли.

После определения этого положения находим скорость полета относительно другого объекта

$$\mathbf{v}_r = \mathbf{v} - \mathbf{v}_{об},$$

где $\mathbf{v}$ и $\mathbf{v}_{об}$ — векторы скорости КА и Земли соответственно.

Определяем модуль относительной скорости КА относительно Земли

$$|\mathbf{v}_r| = \sqrt{(v_x - v_{x_{об}})^2 + (v_y - v_{y_{об}})^2 + (v_z - v_{z_{об}})^2}, \quad (8)$$

где v_x , v_y , v_z и $v_{x_{об}}$, $v_{y_{об}}$, $v_{z_{об}}$ — компоненты скорости полета КА и Земли в направлении осей x , y , z соответственно.

С помощью выражения (8) можно оценить, насколько быстро КА движется относительно Земли.

Определяем расстояние от КА до центра Земли

$$|\mathbf{d}| = \sqrt{(x - x_{o6})^2 + (y - y_{o6})^2 + (z - z_{o6})^2}.$$

Тогда высота над поверхностью Земли

$$h = d - R,$$

где d — расстояние до центра тела.

По аналогии с выражением (1) находим единичный вектор положения КА относительно Земли

$$\hat{\mathbf{u}} = \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_{o6}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{o6}|}.$$

Далее следует преобразовать абсолютные координаты в координаты, выровненные относительно центральной оси. Центрирование относительно другого тела выполним по выражению (6).

Преобразуем абсолютные скорости по осям x, y, z в скорости, центрированные относительно другого тела, следующим образом:

$$\begin{pmatrix} v'_x \\ v'_y \\ v'_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} O_{11} & O_{12} & O_{13} \\ O_{21} & O_{22} & O_{23} \\ O_{31} & O_{32} & O_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_x - v_{x o6} \\ v_y - v_{y o6} \\ v_z - v_{z o6} \end{pmatrix}.$$

Гравитационное ускорение, создаваемое другим телом, имеет вид

$$\mathbf{g} = -\frac{GM}{d^2} \hat{\mathbf{u}}.$$

Рассмотрим возможность получения гравитационного ускорения в случае возмущения J_2 [10]. Это актуально для более точного описания гравитационного поля

$$p = \frac{3J_2 \mu R_{\oplus}^2}{2d^5},$$

где J_2 — второй зональный коэффициент гравитационного потенциала, характеризующий экваториальное выпячивание тела; μ — гравитационный коэффициент; $R_{\oplus}$ — средний радиус Земли.

Ускорение КА

$$\mathbf{a} = \left(\left[5 \frac{z^2}{|\mathbf{r}|^2} - 1 \right] x, \left[5 \frac{z^2}{|\mathbf{r}|^2} - 3 \right] z, \left[5 \frac{z^2}{|\mathbf{r}|^2} - 1 \right] y \right),$$

где x, y, z — компоненты вектора положения в направлении координат Земли; $\mathbf{r}$ — вектор по-

ложения КА относительно центра Земли в глобальной системе координат.

С учетом возмущения J_2 гравитационное ускорение имеет вид

$$\mathbf{g}_{J_2} = \mathbf{g} + \mathbf{a}p.$$

В случае возмущения добавляется дополнительная компонента к вектору гравитационного ускорения, что позволяет учесть отклонение формы Земли от идеальной сферы. Для моделирования идеального случая этот параметр можно не учитывать.

Скорость полета КА с учетом его ускорения за интервал времени расчета находим по выражению (4), а его положение — по формуле (5).

Определим типы ориентации КА в пространстве и используем их для обеспечения маневрирования [11]. Рассмотрим положение КА относительно Земли в зависимости от направления движения. Каждую ориентацию обозначим терминами «проградная», «ретроградная», «радиальная внутрь», «радиальная наружу», «нормаль» и «противонормаль».

Проградная ориентация — направление движения КА вдоль вектора скорости. Направление скорости полета совпадает с направлением движения КА, что можно описать как

$$\mathbf{v}_{\text{прог}} = \frac{\mathbf{v} - \mathbf{v}_{o6}}{|\mathbf{v} - \mathbf{v}_{o6}|}.$$

Ретроградная ориентация — направление движения КА навстречу вектору скорости полета КА:

$$\mathbf{v}_{\text{ретр}} = -\mathbf{v}_{\text{прог}}.$$

Радиальная ориентация внутрь — направление движения КА к центральному телу:

$$\mathbf{u}_{\text{рад.вн}} = \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_{o6}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{o6}|}.$$

Радиальная ориентация наружу — направление движения КА от центра тела к объекту вдоль линии радиуса:

$$\mathbf{u}_{\text{рад.нар}} = -\mathbf{u}_{\text{рад.вн}}.$$

Ориентация по нормали — направление движения КА перпендикулярно плоскости объекта в направлении орбитального углового момента:

$$\mathbf{v}_{\text{норм}} = \frac{(\mathbf{v} - \mathbf{v}_{o6}) \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}_{o6})}{|(\mathbf{v} - \mathbf{v}_{o6}) \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}_{o6})|}.$$

Ориентация противонормали противоположна ориентации по нормали, т. е. перпендикулярна орбитальной плоскости в противоположном направлении:

$$\mathbf{v}_{\text{пр.норм}} = -\mathbf{v}_{\text{норм}}.$$

Управление трехмерными трансформациями, такими как повороты объекта и его перемещение в пространстве реализовано с помощью формулы Родрига [12], которая позволяет вычислить поворот вектора вокруг оси $\mathbf{K}$ на угол Θ . Если ось поворота не нормализована, то ее необходимо нормализовать с помощью выражения

$$\mathbf{K} = \frac{\mathbf{K}}{|\mathbf{K}|}.$$

Матрица поворота вокруг единичного вектора $\mathbf{K}$ на угол Θ имеет вид

$$\mathbf{M}_{\text{rot}} = \mathbf{I} + \sin \Theta \mathbf{K} + (1 - \cos \Theta) \mathbf{K}^2, \quad (9)$$

где $\mathbf{I}$ — единичная матрица размера 3×3 ;

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0 & -k_z & k_y \\ k_z & 0 & -k_x \\ -k_y & k_x & 0 \end{bmatrix}.$$

Тогда получаем окончательное выражение для матрицы поворота вокруг единичного вектора $\mathbf{K}$ на угол Θ

$$\mathbf{M}_{\text{rot}} = \begin{pmatrix} k_x^2(1-c) + c & k_x k_y(1-c) - k_z s & k_x k_z(1-c) + k_y s \\ k_x k_y(1-c) + k_z s & k_y^2(1-c) + c & k_y k_z(1-c) - k_x s \\ k_x k_z(1-c) - k_y s & k_y k_z(1-c) + k_x s & k_z^2(1-c) + c \end{pmatrix},$$

где

$$c = \cos \Theta; \quad s = \sin \Theta.$$

Эта матрица имеет девять элементов, необходимых для описания вращения тела вокруг трех координатных осей. Это позволяет преобразовывать координаты точек или векторов из одной системы координат в другую с помощью линейного преобразования.

Остальные операции над векторами включают в себя сложение, вычитание, умножение на скаляр, скалярное, векторное и смешанное произведения. Для составленной модели $\mathbf{v}_1 = (x_1, y_1, z_1)$ и $\mathbf{v}_2 = (x_2, y_2, z_2)$ приведем следующие операции:

- сумма векторов

$$\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 = (x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2),$$

- разность векторов

$$\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2 = (x_1 - x_2, y_1 - y_2, z_1 - z_2);$$

- произведение вектора на скаляр

$$\mathbf{v}a = (xa, ya, za);$$

- векторное произведение

$$\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2 = (y_1 z_2 - z_2 y_1, z_1 x_2 - x_1 z_2, x_1 y_2 - y_1 x_1);$$

- скалярное произведение

$$\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2 = (x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2).$$

В предложенном теоретическом описании приведены основополагающие конструкции для создания модели движения КА относительно другого тела.

Создание программы для моделирования движения тел. Разработаем алгоритм и программу для моделирования движения КА и исследуем различные маневры [13]. Блок-схема программы для моделирования движения КА приведена на рис. 1.

Предлагаемая блок-схема дает общее представление о программе. Инициализация параметров модели начинается с установки шага времени расчета и общего времени симуляции. Затем определяются фундаментальные физические величины, и устанавливаются параметры атмосферы, ее плотность над уровнем моря и масштабная высота. Для Земли начальными условиями являются ее масса, радиус, положение, скорость полета, ориентация и угловая скорость, а для КА — масса, начальное положение и скорость полета. Дополнительно имеется возможность применения текстуры Земли для отображения реалистичного вида.

Рассмотрим три вида маневров [14]. Первый маневр — импульсный. Предполагаем, что приращение скорости полета изменяется мгновенно скачком в заданный момент времени. Такой маневр описывается выражением

$$\mathbf{v}_{\text{нов}} = \mathbf{v}_{\text{тек}} + \mathbf{n} \Delta v,$$

где $\mathbf{v}_{\text{нов}}$ и $\mathbf{v}_{\text{тек}}$ — обновленная и текущая скорости полета КА; $\mathbf{n}$ — направление маневра; Δv — величина изменения скорости полета.

Второй маневр реализован с постоянной тягой. В начале расчета ускорение имеет вид

$$a = \frac{F_T}{m}. \quad (10)$$

Здесь F_T — тяга двигателя КА; m — его масса,



Рис. 1. Блок-схема программы для моделирования движения КА

$$\dot{m} = m - \dot{m}\Delta t, \quad (11)$$

где $\dot{m}$ — массовый расход топлива.

Далее происходит обновление скорости полета КА

$$\mathbf{v}_{\text{нов}} = \mathbf{v}_{\text{тек}} + \mathbf{a}\Delta t. \quad (12)$$

Третий маневр реализован с постоянным ускорением. Вектор ускорения определяется как

$$\mathbf{a} = n\mathbf{a}, \quad (13)$$

где $\mathbf{n}$ — вектор ориентации направления ускорения; a — установленная скалярная величина ускорения.

Далее вычисляем величину изменения скорости полета

$$\Delta \mathbf{v} = \mathbf{a}\Delta t. \quad (14)$$

Для маневров с постоянными тягой и ускорением предусмотрена возможность установки продолжительности включения.

Таким образом, с помощью выражений (9)–(14) можно смоделировать движение КА, вклю-

чая вращение и выполнение маневров различного типа.

Моделирование маневров. Рассмотрим основные способы изменения местоположения КА [15]. В целях верификации сравним полученные результаты с данными, полученными с помощью программы General Mission Analysis Tool (GMAT), предназначенной для анализа космических миссий. Выполним проверку для трех основных маневров КА — двух- и трехимпульсных и изменения наклонения орбиты.

Двухимпульсный маневр КА для перехода на геостационарную орбиту. Используем проградную ориентацию КА. Первый Δv_1 и второй Δv_2 импульсы определяем по следующим выражениям:

$$\Delta v_1 = \sqrt{\frac{GM}{r_p}} \left(\sqrt{\frac{2r_a}{r_p + r_a}} - 1 \right);$$

$$\Delta v_2 = \sqrt{\frac{GM}{r_a}} \left(1 - \sqrt{\frac{2r_p}{r_p + r_a}} \right),$$

где M — масса Земли, r_p и r_a — радиусы перигея и апогея.

Начальная высота для выполнения маневра составляет 200 км, целевая высота — 35 786 км. Первый импульс $\Delta v_1 = 2,4565 \cdot 10^3$ м/с подается в момент времени $t = 0$ с (т. е. сразу после начала моделирования). Второй импульс $\Delta v_2 = 1,478 \cdot 10^3$ м/с поступает в момент времени $t_2 = 19\,600$ с. Так можно вывести КА на геостационарную орбиту. Приведем результаты расчета траекторий КА.

Результаты исследования двухимпульсного перехода КА на геостационарную орбиту показаны на рис. 2. Полное время расчета составило 171 980 с при шаге расчета $\Delta t = 10$ с. Увеличение шага расчета позволяет ускорить моделирование, однако при этом уменьшается его точность.

Биэллиптический (трехимпульсный) маневр КА для перехода на геостационарную орбиту [16]. Этот маневр, включающий в себя три импульса, бывает более эффективным, чем двухимпульсный. Предполагаем, что есть начальная орбита радиусом $r_1 = 200$ км, целевая орбита $r_2 = 1000$ км и промежуточная орбита с апоцентром $r_b = 5000$ км.

Первый импульс определяем по выражению

$$\Delta v_1 = \sqrt{\frac{2\mu}{r_1} - \frac{\mu}{a_1}} - \sqrt{\frac{\mu}{r_1}},$$

где μ — гравитационный параметр; a_1 — большая полуось первой эллиптической орбиты,

$$a_1 = \frac{r_1 + r_b}{2}.$$

Первый импульс переводит аппарат с круговой орбиты на эллиптическую, а следующий импульс на апоцентре r_2 — КА на вторую эллиптическую орбиту с перигентром r_b .

Второй импульс, необходимый для выполнения маневра, вычисляем как

$$\Delta v_2 = \sqrt{\frac{2\mu}{r_b} - \frac{\mu}{a_2}} - \sqrt{\frac{2\mu}{r_b} - \frac{\mu}{a_1}},$$

где

$$a_2 = \frac{r_2 + r_b}{2}.$$

Третий импульс, требуется на перигентре второй эллиптической орбиты в направлении против движения и переводит КА на целевую круговую орбиту радиусом r_2 :

$$\Delta v_3 = \sqrt{\frac{2\mu}{r_2} - \frac{\mu}{a_2}} - \sqrt{\frac{\mu}{r_2}}.$$

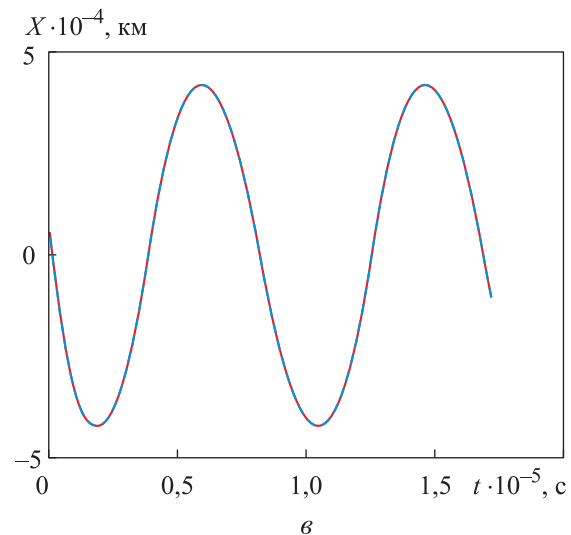
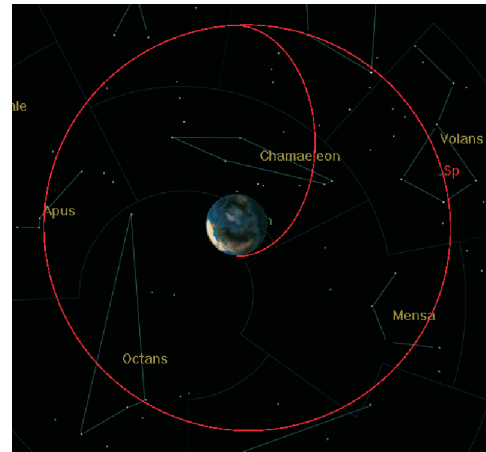
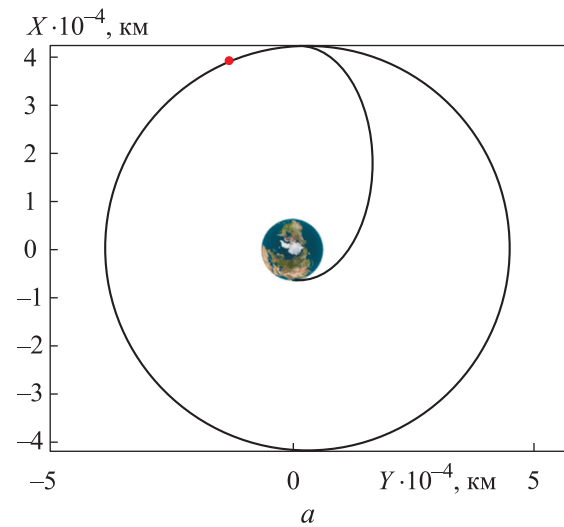
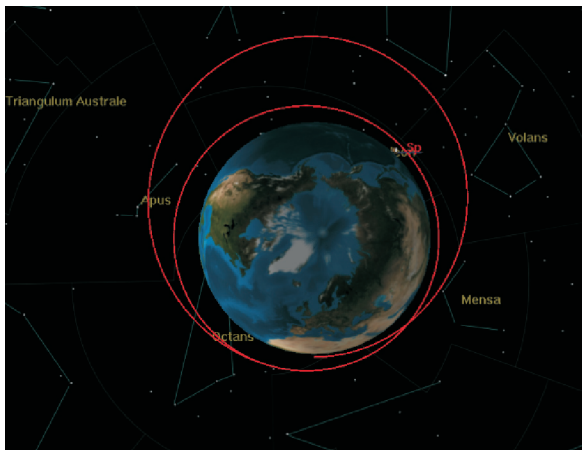
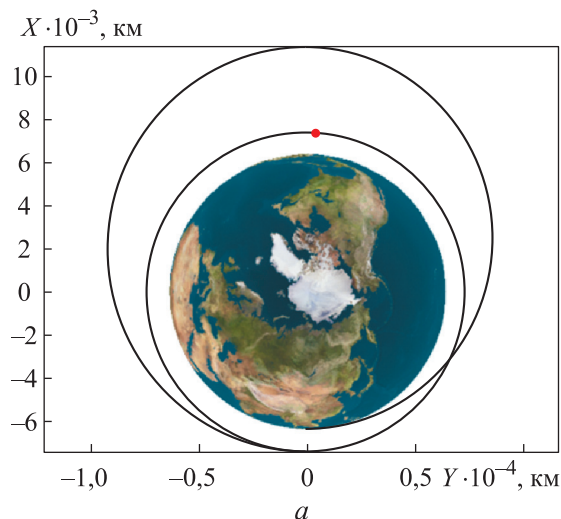


Рис. 2. Результаты исследования двухимпульсного перехода КА на геостационарную орбиту: а и б — данные моделирования и расчета в программе GMAT; в — результаты сравнения данных моделирования (---) и расчета в программе GMAT (—)



б

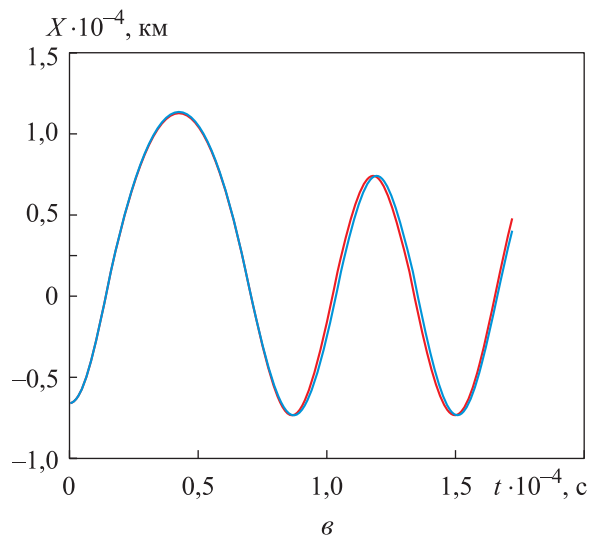


Рис. 3. Результаты исследования трехимпульсного перехода КА на геостационарную орбиту:
а и б — данные моделирования и расчета в программе GMAT;
в — результаты сравнения данных моделирования (—) и расчета в программе GMAT (—)

Для расчета времени подачи импульсов необходимо найти время полета по соответствующим участкам эллиптических орбит, что можно сделать, используя уравнения Кеплера. Предполагая, что первый маневр начинается в нулевой момент времени, получаем следующие выражения:

- для времени подачи второго импульса

$$t_2 = t_1 + \pi \sqrt{\frac{a_1^3}{\mu}};$$

- для времени подачи третьего импульса

$$t_3 = t_2 + \pi \sqrt{\frac{a_2^3}{\mu}}.$$

Так, с помощью формулы Кеплера для полета по орбите можно определить время по первой и второй эллиптическим орбитам.

Результаты моделирования трехимпульсного маневра приведены на рис. 3.

Выполнение такого маневра позволяет перевести КА на более высокую орбиту с использованием меньшего количества топлива.

Маневр изменения наклона орбиты КА. Такой маневр требует значительных затрат топлива, особенно при больших углах. Чтобы изменить плоскость орбиты необходимо повернуть вектор скорости полета КА относительно вектора положения.

Выполнение этого маневра будет наиболее эффективным при минимальной скорости полета КА. Как уже указывалось, выполнение чистого наклона орбиты КА требует больших затрат топлива, поэтому наименьшее его количество будет затрачено в точках (узлах), где орбита КА пересекает экваториальную плоскость. В этих точках скорость полета КА относительно экваториальной плоскости минимальна.

Предполагаем, что КА имеет наклонение Θ_1 , и есть необходимость изменить его на Θ_2 . Изменение наклона требуется проводить в одной из точек орбиты (в восходящем или нисходящем узле). Тогда угловое изменение можно вычислить как

$$\Delta\Theta = |\Theta_1 - \Theta_2|.$$

Определяем орбитальную скорость на текущей орбите

$$v = \sqrt{\frac{\mu}{r}}.$$

Находим импульс для изменения наклона орбиты

$$\Delta v = 2v \sin \frac{\Delta \Theta}{2}.$$

Предварительный расчет показал, что, если необходимо изменить наклонение орбиты на $\Theta = 60^\circ$, то для типового КА на низкой околоземной орбите потребуется импульс $\Delta v \approx 7500$ м/с.

Проведем моделирование и рассмотрим увод КА с экваториальной плоскости, а затем с произвольной орбиты.

Результаты исследования маневра изменения плоскости орбиты КА на угол $\Theta = 10^\circ$ приведены на рис. 4. Маневры выполняются в момент времени $t = 1000$ с.

Изначальная орбитальная скорость $v = 7788,483$ м/с, импульс для изменения наклона для изменения наклонения орбиты $\Delta v = 1357,6221$ м/с. Высота орбиты равна 200 км.

Тангенциальный маневр для увеличения высоты орбиты, при котором тяга двигателя направлена параллельно вектору скорости. Этот маневр наиболее эффективен для изменения высоты орбиты. Предполагаем, что есть КА массой 20 кг с установленным на борту ионным двигателем, имеющим следующие параметры: тяга $F_T = 0,001$ Н; массовый расход топлива $\dot{m} = 52 \cdot 10^{-9}$ кг/с. Высота начальной орбиты $r_1 = 35\,786$ км. Высота целевой орбиты $r_2 = 37\,000$ км. Ионный двигатель включается в перицентре орбиты, так как в этой точке скорость КА максимальная. Следовательно, эффект от ускорения будет наибольшим.

Скорость полета на орбитах определяем по выражениям

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{r_1}}; \quad v_2 = \sqrt{\frac{GM}{r_2}}.$$

Тогда необходимое изменение скорости Δv составит 44 м/с. Для нахождения времени работы ионного двигателя воспользуемся формулой Циолковского. Конечная масса после сгорания топлива

$$m_k = \frac{m_0}{e^{\left(\frac{\Delta v}{I_y g_0}\right)}},$$

где m_0 — начальная масса КА; I_y — удельный импульс; g_0 — ускорение свободного падения.

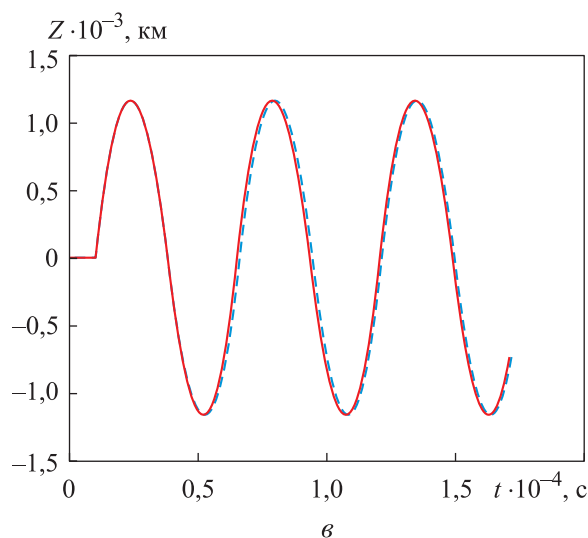
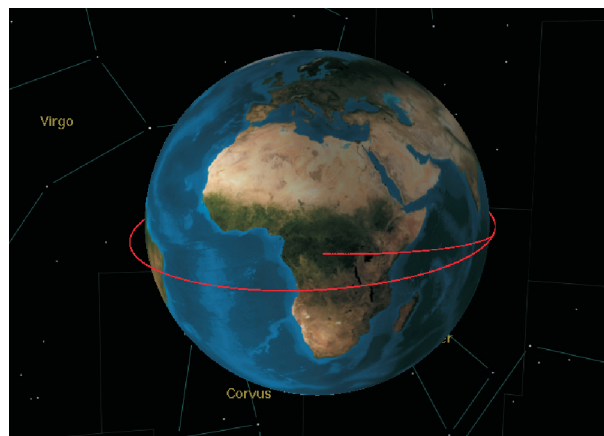
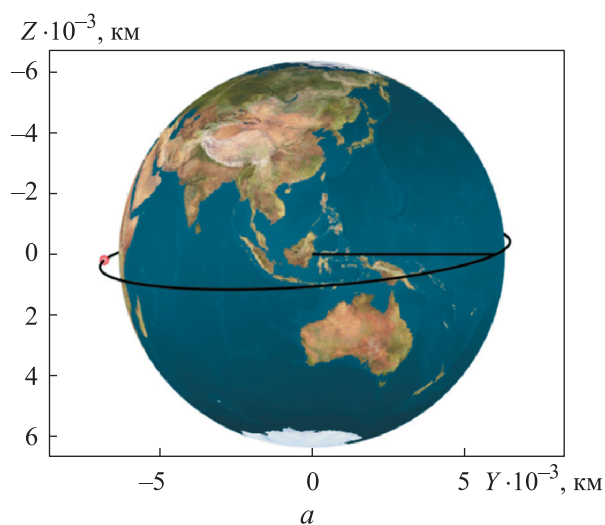


Рис. 4. Результаты исследования маневра изменения плоскости орбиты КА на угол $\Theta = 10^\circ$:
а и б — данные моделирования и расчета в программе GMAT;
в — результаты сравнения данных моделирования (---) и расчета в программе GMAT (—)

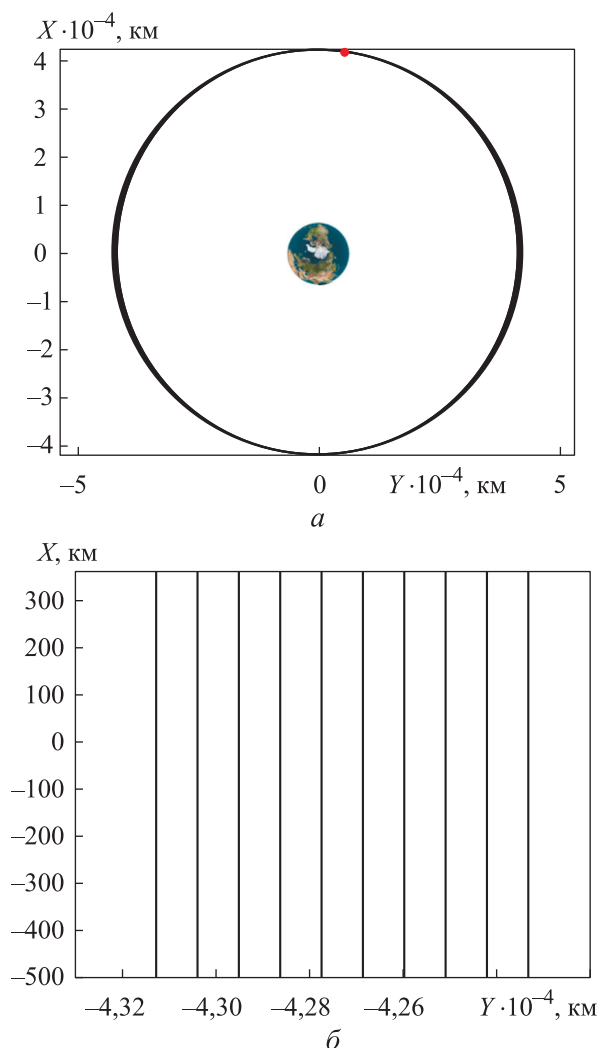


Рис. 5. Результаты моделирования тангенциального маневра с использованием ионного двигателя для перехода КА на более высокую орбиту: а — изменение орбиты; б — увеличение высоты орбиты в увеличенном масштабе

Время работы ионного двигателя

$$t_{\text{раб.дв}} = \frac{m_0 - \frac{m_0}{e^{\left(\frac{\Delta v}{I_{\text{Y}} g_0}\right)}}}{\dot{m}}$$

Масса израсходованного топлива составит 0,0457 кг, а время работы двигателя $t_{\text{раб.дв}} = 878\,907$ с (более 10 дней). Проведем моделирование такого маневра. Результаты моделирования тангенциального маневра с использованием ионного двигателя для перехода КА на более высокую орбиту приведены на рис. 5.

Следует отметить, что повышение скорости полета в перигентре приводит к увеличению высоты орбиты. В результате возрастания ускорения орбита становится эллиптической, а ее апоцентр смещается на высокую сторону. Тогда для выхода на круговую орбиту необходимо выполнить дополнительное включение ионного двигателя в апоцентре.

Выводы

1. Разработаны математическая модель и программа, позволяющие с достаточной точностью исследовать различные типы маневров. Это исследование в космической динамике позволит более эффективно управлять траекторией КА. С помощью реализованных функций можно моделировать большое число КА на орбитах, если имеется машина с высокой вычислительной мощностью. Кроме того, появляется возможность анализа траекторий КА с двигателями малой мощности: ионных, плазменных, абляционных и основанных на эффекте Холла.

2. Современные космические исследования требуют комплексного подхода к планированию и реализации маневров. Необходимо учитывать не только идеальные траектории, но и влияние сопротивления атмосферы, и неоднородность гравитационного поля Земли. Предлагаемый подход позволит повысить развитие технологий двигателестроения.

3. Эффективность орбитальных маневров напрямую связана с расчетами импульсов тяги и выбором времени их реализации.

Литература

- [1] Глушков А.В., Улыбышев С.Ю. Применение режима тактовой работы к двигательной установке для высокоточного орбитального маневрирования и переориентации космического аппарата. *Труды МАИ*, 2018, № 101. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=96960>
- [2] Баранов А.А., Гришко Д.А., Чернов Н.В. Облет низкоорбитальных объектов крупногабаритного космического мусора с их последовательным уводом на орбиту захоронения. *Наука и образование: научное издание*, 2016, № 4, с. 48–64. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=26537119>

- [3] Фадин И.А., Пирухин В.А., Исупов А.А. Алгоритм расчета погрешности оценки параметров движения космического объекта с использованием модификации метода космической триангуляции по избыточной измерительной информации. *Известия ТулГУ. Технические науки*, 2023, № 4, с. 45–51.
- [4] Назаренко Ю.В., Сафронов В.В. Проблема загрязнения космического пространства. *Актуальные проблемы авиации и космонавтики*, 2015, т. 2, № 11, с. 471–473.
- [5] Чувилкина Е.В., Хнырева Е.С. Исследование проблемы космического мусора в околоземном пространстве. *XVII Королевские чтения. Всерос. молодеж. науч. конф. с межд. участием*. Т. 1. Самара, Изд-во Самар. ун-та, 2023, с. 87.
- [6] Улыбышев Ю.П., Соколов А.В., Гунченко М.Ю. Баллистико-навигационное обеспечение полета космических аппаратов «ЯМАЛ-200». *Космическая техника и технологии*, 2023, № 4, с. 75–88.
- [7] Ячков И.В., Егоров А.Ю., Сапаров И.И. и др. Электродуговые микродвигатели в системах малых космических аппаратов, оптимизация их функциональности и повышение эффективности космических миссий. *Международный журнал гуманитарных и естественных наук*, 2023, № 12-5, с. 83–86, doi: <https://doi.org/10.24412/2500-1000-2023-12-5-83-86>
- [8] Curtis H.D. *Orbital mechanics for engineering students*. Butterworth-Heinemann, 2020. 780 p.
- [9] Белоконов И.В. *Комплекс методик повышения точности маневрирования наноспутника с двигательной установкой*. Дис. ... канд. техн. наук. Самара, Самарский ун-т, 2023. 119 с.
- [10] Pak D. *Linearized equations for J2 perturbed motion relative to an elliptical orbit*. Master thesis. San Jose State University, 2005. 108 p.
- [11] Левский М.В. Использование универсальных переменных в задачах оптимального управления ориентацией космических аппаратов. *Мехатроника, автоматизация, управление*, 2014, № 1, с. 53–59.
- [12] Голубев Ю.Ф. Алгебра кватернионов в кинематике твердого тела. *Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша РАН*, 2013, № 39. URL: <https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2013-39>
- [13] Салмин В.В., Петрухин К.В., Кветкин А.А. Моделирование процессов управления орбитами космических аппаратов с двигателями малой тяги. *ИТНТ-2018*. Самара, Новая техника, 2018, с. 2803–2812.
- [14] Баранов А.А. *Разработка методов расчета параметров маневров космических аппаратов в окрестностях круговой орбиты*. Дисс. ... док. физ.-мат. наук. Москва, ИПМ РАН, 2019. 304 с.
- [15] De Ruiter A.H., Damaren C., Forbes J.R. *Spacecraft dynamics and control. An introduction*. Wiley, 2012. 592 p.
- [16] Гордиенко Е.С., Ивашкин В.В. Анализ оптимального трехимпульсного перехода на орбиту искусственного спутника Луны. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2016, № 3, doi: <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2016-3-1472>

References

- [1] Glushkov A.V., Ulybyshev S.Yu. Application of the clock mode to the propulsion system for a spacecraft high-precision orbital maneuvering and reorientation. *Trudy MAI*, 2018, no. 101. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=96960> (in Russ.).
- [2] Baranov A.A., Grishko D.A., Chernov N.V. Flyby of large-size space debris objects situated at LEO with their successive de-orbiting. *Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie* [Science & Education of the Bauman MSTU], 2016, no. 4, pp. 48–64. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=26537119> (in Russ.).
- [3] Fadin I.A., Pirukhin V.A., Isupov A.A. Algorithm for calculating the error in estimating the parameters of the motion of a space object using a modification of the method of space triangulation by redundant measurement information. *Izvestiya TulGU. Tekhnicheskie nauki* [News of the Tula State University. Technical Sciences], 2023, no. 4, pp. 45–51. (In Russ.).

- [4] Nazarenko Yu.V., Safronov V.V. The problem of pollution of outer space. *Aktualnye problemy aviatsii i kosmonavтики*, 2015, vol. 2, no. 11, pp. 471–473. (In Russ.).
- [5] Chuvilkina E.V., Khnyreva E.S. [Study of space debris in near-Earth space]. *XVII Korolevskie chteniya. Vseros. molodezh. nauch. konf. s mezhd. uchastiem*. T. 1 [XVII Korolev readings. Russ. Youth Sci. Conf. with Int. Anticipation. Vol. 1]. Samara, Izd-vo Samar. un-ta Publ., 2023, pp. 87. (In Russ.).
- [6] Ulybyshev Yu.P., Sokolov A.V., Gunchenko M.Yu. Ballistic-navigation support of the Yamal-200 flight. *Kosmicheskaya tekhnika i tekhnologii* [Space Technique and Technologies], 2023, no. 4, pp. 75–88. (In Russ.).
- [7] Yachkov I.V., Egorov A.Yu., Saparov I.I. et al. Arc microthrusters in small spacecraft systems, optimization of their functionality, and enhancement of space missions' efficiency. *Mezhdunarodnyy zhurnal gumanitarnykh i estestvennykh nauk* [International Journal of Humanities and Natural Sciences], 2023, no. 12–5, pp. 83–86, doi: <https://doi.org/10.24412/2500-1000-2023-12-5-83-86> (in Russ.).
- [8] Curtis H.D. *Orbital mechanics for engineering students*. Butterworth-Heinemann, 2020. 780 p.
- [9] Belokonov I.V. *Kompleks metodik povysheniya tochnosti manevrirovaniya nanosputnika s dvigatelnoy ustanovkoy*. Dis. kand. tekhn. nauk [A set of techniques for improving the accuracy of manoeuvring a nanosatellite with a propulsion system. Kand. tech. sci. diss.]. Samara, Samarskiy un-t Publ., 2023. 119 p. (In Russ.).
- [10] Pak D. *Linearized equations for J2 perturbed motion relative to an elliptical orbit*. Master thesis. San Jose State University, 2005. 108 p.
- [11] Levskiy M.V. The use of universal variables in problems of optimal control concerning spacecrafts orientation. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie* [Mechatronics, Automation, Control], 2014, no. 1, pp. 53–59. (In Russ.).
- [12] Golubev Yu.F. Quaternion algebra in rigid body kinematics. *Preprinty IPM im. M.V. Keldysha RAN* [KIAM Preprint], 2013, no. 39. URL: <https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2013-39> (in Russ.).
- [13] Salmin V.V., Petrukhin K.V., Kvetkin A.A. [Modeling of control processes of spacecraft orbits with low-thrust engines]. *ITNT-2018*. Samara, Novaya tekhnika Publ., 2018, pp. 2803–2812. (In Russ.).
- [14] Baranov A.A. *Razrabotka metodov rascheta parametrov manevrov kosmicheskikh apparatov v okrestnostyakh krugovoy orbity*. Diss. dok. fiz.-mat. nauk [Development of methods for calculating parameters of spacecraft manoeuvres in the vicinity of a circular orbit. Doc. phys.-math. sci. diss.]. Moscow, IPM RAN Publ., 2019. 304 p. (In Russ.).
- [15] De Ruiter A.H., Damaren C., Forbes J.R. *Spacecraft dynamics and control. An introduction*. Wiley, 2012. 592 p.
- [16] Gordienko E.S., Ivashkin V.V. Analysis of optimal three-impulse transfer to an artificial lunar satellite orbit. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii* [Engineering Journal: Science and Innovation], 2016, no. 3, doi: <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2016-3-1472> (in Russ.).

Статья поступила в редакцию 25.07.2024

Информация об авторах

ФЕДЯНИН Виктор Викторович — кандидат технических наук, доцент кафедры «Электрическая техника». ФГАОУ ВО «Омский государственный технический университет» (644050, Омск, Российская Федерация, пр. Мира, д. 11, e-mail: vvfedyanin@omgtu.ru).

ШАЛАЙ Виктор Владимирович — доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Нефтегазовое дело, стандартизация и метрология». ФГАОУ ВО «Омский государственный технический университет» (644050, Омск, Российская Федерация, пр. Мира, д. 11, e-mail: shalay@omgtu.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Федянин В.В., Шалай В.В. К вопросу осуществления маневров космическими аппаратами. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2025, № 4, с. 91–103.

Please cite this article in English as:

Fedyanin V.V., Shalay V.V. On the problem of a spacecraft maneuverability. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2025, no. 4, pp. 91–103.

Information about the authors

FEDYANIN Viktor Viktorovich — Candidate Science (Eng.), Associate Professor, Electrical Engineering Department. Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education Omsk State Technical University (644050, Omsk, Russian Federation, Mir Ave., Bldg. 11, e-mail: vvfedyanin@omgtu.ru).

SHALAY Viktor Vladimirovich — Doctor of Science (Eng.), Professor, Head of Department of Oil and Gas Engineering, Standardization and Metrology. Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education Omsk State Technical University (644050, Omsk, Russian Federation, Mir Ave., Bldg. 11, e-mail: shalay@omgtu.ru).



Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана предлагает читателям учебное пособие И.А. Соболева «Геометрия космических полетов»

Изложены подходы к решению геометрических задач, наиболее часто встречающихся при проектировании космических аппаратов: определение взаимного положения космического аппарата и планеты, условий наблюдения с борта космического аппарата земной поверхности и космического аппарата с Земли, условий обеспечения коммуникации между космическим аппаратом и наземной станцией и т. д.

Для студентов, изучающих дисциплины «Проектирование и конструирование космических аппаратов», «Основы устройства космических аппаратов» направления подготовки «Ракетные комплексы и космонавтика», а также для инженеров, работающих в ракетно-космической отрасли.

По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.
Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;
press@bmstu.ru; <https://press.bmstu.ru>