

УДК 621.833:681

Расчет ударных импульсов в прямозубых зубчатых передачах большегрузных карьерных самосвалов

Н.Н. Ишин, А.М. Гоман, А.С. СкороходовГосударственное научное учреждение «Объединенный институт машиностроения
Национальной академии наук Беларуси»

Computing shock impulses in the spur gears of a heavy-duty quarry dump truck

N.N. Ishin, A.M. Goman, A.S. SkorokhodovState Scientific Institution "Joint Institute of Mechanical Engineering of the National
Academy of Sciences of Belarus"

Разработка научно-обоснованного метода и инструментальных средств вибрационно-импульсного диагностирования и вибромониторинга зубчатых передач трансмиссионных узлов сложных технических систем, позволяющих прогнозировать их остаточный ресурс в процессе эксплуатации, является актуальной задачей. Особое значение имеет диагностирование прямозубых зубчатых передач редукторов мотор-колес большегрузных карьерных самосвалов, так как их внезапные отказы сопровождаются большими экономическими потерями. Вследствие отклонения параметров зубчатого зацепления от номинальных значений имеет место ударное взаимодействие зубьев зубчатых передач. Ударные импульсы, возникающие при пересопрежении зубьев, определяют динамическую нагруженность, вибрацию и шум зубчатых передач. Параметры ударного импульса — форма (закон изменения ударной силы во времени), амплитуда и спектральные характеристики — связаны с дефектами зацепления и могут служить достоверными диагностическими признаками технического состояния зубчатой передачи. Решение задачи ударного взаимодействия зубьев построено на рассмотрении динамической модели зубчатых передач, учитывающей только крутильные колебания. При первоначальном контакте зубьев вдоль образующей ударное взаимодействие прямозубых колес рассмотрено как удар двух цилиндров с радиусами кривизны профилей зубьев шестерни и колеса на начальной фазе зацепления. При точечном контакте, вызванном бочкообразностью зубьев, определены радиусы главных кривизн боковых поверхностей соприкасающихся зубьев в начале линии зацепления и параметры площадки контакта. Связь между ударной силой и сближением соударяющихся зубьев найдена в соответствии с теорией контактных деформаций Герца. Получено нелинейное дифференциальное уравнение, устанавливающее зависимость между ударной силой и ускорением зубьев в их относительном движении в процессе удара, позволяющее определять параметры ударного импульса. Найденная экспериментальным путем линейная связь амплитуды ударного импульса (внутренней динамической нагрузки) и максимального виброускорения является основой для разработки методики расчета остаточного ресурса зубчатых приводных механизмов и корректной оценки их технического состояния при эксплуатации. Приведены результаты расчета параметров ударных импульсов при линейном и точечном первоначальных контактах зубьев в прямозубых зубчатых передачах планетарных редукторов мотор-колес большегрузных карьерных самосвалов.

EDN: LPLSBZ, <https://elibrary/lplsbz>

Ключевые слова: прямозубая зубчатая передача, карьерный самосвал, ударный импульс, остаточный ресурс, техническое состояние, диагностирование и вибромониторинг

Development of a scientifically substantiated method and tools for the vibration-pulse diagnostics and vibration monitoring the gear transmissions of a complex technical system unit is a relevant task making it possible to forecast the remaining resource in operation. Of particular importance is diagnostics of the spur gears in the motor-wheel gearboxes of the heavy-duty quarry dump trucks in operation, since their sudden failures are causing significant economic losses. Due to deviation in the gearing parameters from the nominal values, the impact interaction of the gear teeth occurs. Shock impulses arise during the teeth reengagement, and determine the gear dynamic loading, vibration and noise. The shock impulse parameters including the shape (law of the impact force alteration over time), amplitude and spectral characteristics, are closely related to the engagement defects, and could serve as the reliable diagnostic indicators of the gear technical condition. Solution to the problem of the teeth impact interaction is based on consideration of the gear dynamic model, taking into account only the torsional vibrations. At the initial teeth contact along the generatrix, the spur gear wheels impact interaction is considered as an impact of two cylinders with the curvature radii of the gear tooth profiles and the wheel at the initial of engagement phase. In the case of a point contact caused by the teeth barrel-shaped nature, the main curvatures radii of the contacting teeth lateral surfaces at the beginning of the engagement line and the parameters of the contact area are determined. Relationship between the impact force and convergence of the colliding teeth is found in accordance with the Hertz theory of contact deformations. Nonlinear differential equation is obtained establishing a relationship between the impact force and the teeth acceleration in their relative motion during the impact and making it possible to determine the impact pulse parameters. The experimentally found linear relationship between the shock pulse amplitude (internal dynamic load) and the maximum vibration acceleration is the basis for developing a methodology for computing residual life of the gear drive mechanisms and correct assessment of their technical condition in operation. The paper presents results of computing the shock pulse parameters for the teeth linear and point initial contacts in the spur gears of the planetary gearboxes installed in the heavy-duty quarry dump truck motor-wheels.

EDN: LPLSBZ, <https://elibrary/lplsbz>

Keywords: spur gear, quarry dump truck, shock pulse, residual life, technical condition, diagnostics and vibration monitoring

Анализ методов оценки технического состояния зубчатых приводных механизмов (таких как прогнозирование ресурса по массе частиц износа в масле, по потерям коэффициента полезного действия (КПД), изменению рабочей температуры наиболее нагруженных узлов и др.) [1–5] показал, что наиболее перспективными являются методы безразборного контроля их динамических характеристик путем мониторинга вибрационных характеристик [6–8]. Наличие корреляционной связи между амплитудами ударных импульсов и параметрами виброускорений, регистрируемых вибродатчиком, может служить основой для оценки остаточного ресурса зубчатых передач (ЗП).

Расчет параметров ударного импульса (максимальной ударной силы, времени удара и

формы) основан на теории упругого удара Герца [9, 10].

Динамические процессы, вызывающие вибрации в ЗП, достаточно полно исследованы на различных моделях возбуждения колебаний (ударной, кромочной, кинематической, параметрической, виброударной и др.) в работах М.Д. Генкина, В.К. Гринкевича, О.И. Косарева, В.Л. Дорофеева и других авторов [11–16]. Каждая из упомянутых моделей в той или иной степени отражает различные стороны процесса возбуждения вибраций и может быть использована при оценке технического состояния зубчатых приводных механизмов.

Удар зубчатых колес (ЗК) вызван мгновенным сообщением зубом шестерни зубу колеса некоторой избыточной скорости удара v_0 , ко-

торая зависит как от приведенной погрешности шага зацепления

$$\delta = \Delta t_0 + w_0, \quad (1)$$

так и от геометрических и скоростных параметров ЗП [6]:

$$v_0 = \omega_2 \sqrt{2\delta a_p}. \quad (2)$$

Здесь Δt_0 — превышение основного шага колеса над основным шагом шестерни; w_0 — сближение по нормали не ударяющейся пары зубьев в момент времени, соответствующий началу входа зуба в зацепление; ω_2 — угловая скорость колеса;

$$a_p = \rho_2 (\rho_1 + \rho_2) / \rho_1, \quad (3)$$

где ρ_2 — радиус кривизны профиля ведомого зуба в вершине; ρ_1 — радиус кривизны профиля ведущего зуба в теоретической точке начала зацепления.

Результаты экспериментального исследования динамической нагруженности прямозубых ЗК приведены на рис. 1 [17]. Как видно из полученных при тензометрировании осциллограмм, на проявление ударного взаимодействия зубьев в зацеплении — картину пересопряжения зубьев — существенно влияет рост нагрузки в зубчатом зацеплении T и частоты вращения ЗП n , приводящий к появлению ударных импульсов.

Так, при частоте вращения $n = 100 \text{ мин}^{-1}$ и нагрузке $T = 50 \text{ Н·м}$ картина пересопряжения зубьев содержит участки одно- и двухпарного сопряжения зубьев, что свойственно идеальному геометрическому характеру пересопряжения пары зубьев без учета их деформаций и дефектов изготовления. Ударные процессы в зубчатых зацеплениях, вызванные ростом нагрузки и частоты вращения ЗП, существенно искажают эту идеальную картину.

Применительно к проблемам вибродиагностики приводных механизмов задача ударного взаимодействия цилиндрических ЗК рассмотрена в работе Б.В. Павлова [18]. Значение ударного импульса в зубчатом зацеплении определено на основе теоремы Карно в предположении ударного взаимодействия абсолютно твердых тел. Такой подход не учитывал особенности деформирования зубьев в зоне площадки контакта. Тем самым не была решена одна из основных задач вибродиагностики ЗП — определение формы ударного импульса, позволяющего найти спектральные характеристики ударного импульса.

Установленная экспериментальным путем [19] линейная зависимость амплитуды ударного импульса (внутренней динамической нагрузки) $F_{\max}$ от максимального виброускорения $a_{\max}$ (рис. 2) положена в основу методики расчета остаточного ресурса ЗП [7, 20].

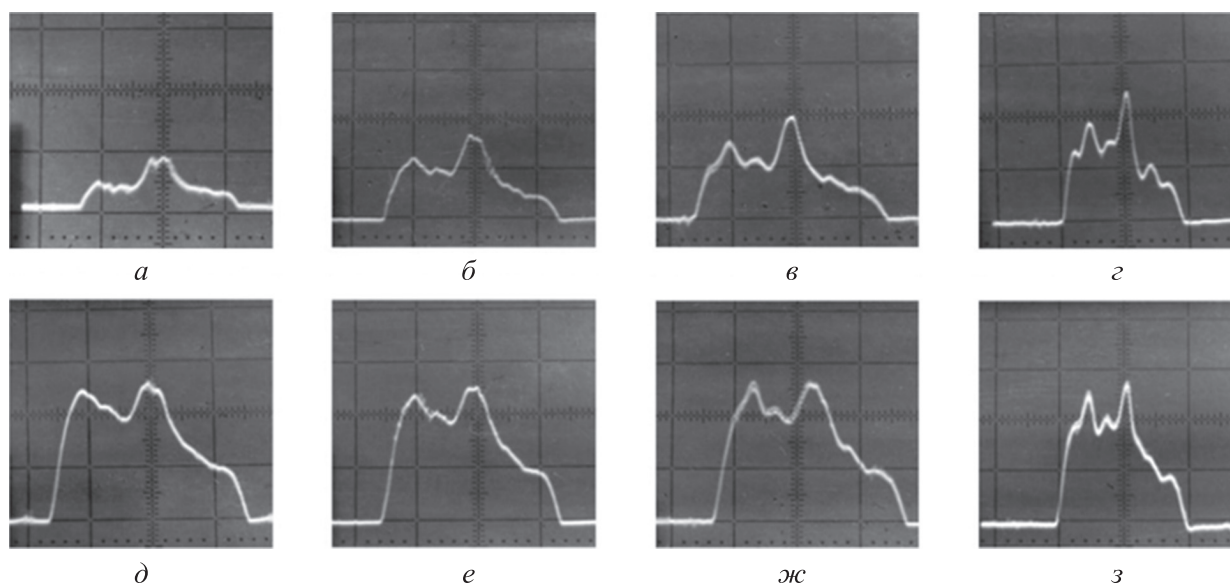


Рис. 1. Картина пересопряжения зубьев при различных значениях нагрузки в зубчатом зацеплении и частоты вращения ЗП:

a — $T = 50 \text{ Н·м}$, $n = 100 \text{ мин}^{-1}$; $б$ — $T = 50 \text{ Н·м}$, $n = 500 \text{ мин}^{-1}$;
 $в$ — $T = 50 \text{ Н·м}$, $n = 1000 \text{ мин}^{-1}$; $г$ — $T = 50 \text{ Н·м}$, $n = 1500 \text{ мин}^{-1}$;
 $д$ — $T = 100 \text{ Н·м}$, $n = 100 \text{ мин}^{-1}$; $е$ — $T = 100 \text{ Н·м}$, $n = 500 \text{ мин}^{-1}$;
 $ж$ — $T = 100 \text{ Н·м}$, $n = 1000 \text{ мин}^{-1}$; $з$ — $T = 100 \text{ Н·м}$, $n = 1500 \text{ мин}^{-1}$

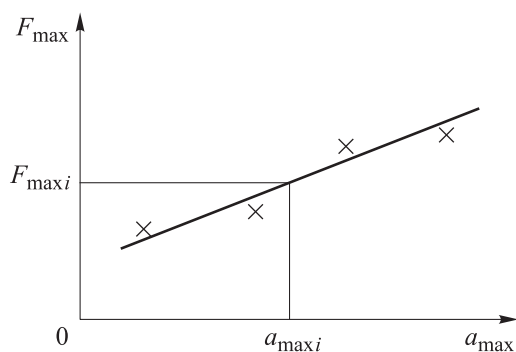


Рис. 2. Зависимость амплитуды ударного импульса $F_{\max}$ от максимального виброускорения $a_{\max}$

Цель работы — исследование ударного взаимодействия прямозубых ЗК как при первоначальном линейном контакте зубьев вдоль образующих, так и при точечном.

Научная новизна работы заключается в развитии методического подхода к расчету параметров ударных импульсов применительно к прямозубым цилиндрическим ЗК с точечным первоначальным контактом зубьев, позволяющему оценить эффективность применения продольной модификации профиля зуба (бочкообразность).

Первоначальный контакт зубьев вдоль образующих. Общеизвестной является динамическая модель ЗП, в которой рассматривают поперечные и крутильные колебания ЗК [16]. Принимают, что динамическая модель учитывает только крутильные колебания ЗК (обобщенные координаты φ_1 и φ_2) относительно равномерного вращения ЗК с постоянной угловой скоростью, вызванные погрешностями их изготовления и сборки. Предполагают, что внешние крутящие моменты — приложенный к ведущей шестерне движущий момент и действующий на колесо момент сопротивления — уравновешены моментами окружных сил, приложенных к ЗК в зоне сопряжения.

В момент соударения зубьев вследствие упругости материалов в зоне контакта зубья некоторое время продолжают двигаться навстречу друг другу с постепенно уменьшающейся до нуля скоростью. Поэтому на нерасчетных участках контактирования зубьев в прямозубом зацеплении действуют периодические импульсы. Таким образом, на начальной фазе зацепления в момент ударного взаимодействия зубьев прямозубых ЗК контакт зубьев рассматривают как контакт двух цилиндров,

соприкасающихся вдоль образующих, с радиусами кривизны профилей зубьев шестерни ρ_1 и колеса ρ_2 .

С математической точки зрения рассматриваемая задача совпадает с задачей удара двух круговых цилиндров, оси которых параллельны и движутся с относительной скоростью v_0 , направленной по нормали к их осям. В момент времени $t = 0$ цилиндры радиусами ρ_1 и ρ_2 ударяются вдоль образующей (рис. 3).

Ударная сила F и ускорение зубьев $d^2 x_3 / dt^2$ в их относительном движении в процессе удара связаны дифференциальным уравнением [20]

$$\frac{d^2 x_3}{dt^2} = -\frac{F}{\mu_{\text{пр}}}. \quad (4)$$

Здесь x_3 — сближение цилиндров вследствие местного сжатия в зоне контакта; $\mu_{\text{пр}}$ — приведенная масса ЗК,

$$\mu_{\text{пр}} = \frac{\mu_1 \mu_2}{\mu_1 + \mu_2}, \quad (5)$$

где μ_1 и μ_2 — массы шестерни и колеса, приведенные к радиусам основных окружностей r_{b1} и r_{b2} , $\mu_1 = I_1 / r_{b1}^2$, $\mu_2 = I_2 / r_{b2}^2$ (I_1 и I_2 — моменты инерции шестерни и колеса).

Связь между контактной ударной силой F и сближением x_3 двух цилиндров, изготовленных из одного материала, в соответствии с теорией Герца при начальном касании тел по образующей, принята такой же, как и при статическом нагружении двух цилиндров [21]

$$x_3 = \frac{\eta F}{\pi b_w} \left(\ln \frac{4\rho_1 \rho_2}{b_k^2} + 0,814 \right), \quad (6)$$

где η — константа материала ЗК; b_w — ширина зубчатого венца; b_k — полуширина площадки контакта [21],

$$b_k = 2 \sqrt{\frac{\eta F}{\pi b_w} \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}}. \quad (7)$$

После подстановки выражения (7) в формулу (6) и преобразований соотношение, связы-

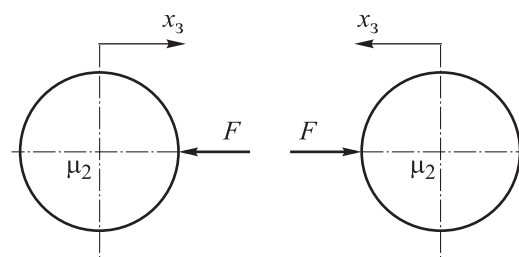


Рис. 3. Схема удара двух цилиндров

вающее контактную ударную силу и сближение зубьев ЗК вследствие местного сжатия в зоне линейного контакта, приобретает вид

$$x_3 = -\frac{\eta F}{\pi b_w} \ln \frac{\eta e^{-0,814} F}{\pi b_w (\rho_1 + \rho_2)}.$$

В момент наибольшего сближения соприкасающихся зубьев относительная скорость $\dot{x}_3$ равна нулю, а ударная сила достигает максимального значения $F_{л\max}$ [6] и определяется из соотношения

$$F_{л\max}^2 \ln \frac{\eta F_{л\max}}{\pi b_w (\rho_1 + \rho_2) e^{0,314}} = \frac{\pi b_w \mu_{\text{пр}}}{\eta} v_0^2. \quad (8)$$

Уравнение (8) относительно $F_{л\max}$ решают методом последовательных приближений. Каждое последующее приближение $F_{л\max}^{i+1}$ вычисляют через предыдущее $F_{л\max}^i$ по рекуррентной формуле

$$F_{л\max}^{i+1} = v_0 \sqrt{-\frac{\pi b_w \mu_{\text{пр}}}{\eta \ln \frac{\eta F_{л\max}^i}{\pi b_w (\rho_1 + \rho_2) e^{0,314}}}}. \quad (9)$$

Время упругого удара определяют по выражению [22]

$$T_{\text{л}} = \frac{2v_0 \mu_{\text{пр}}}{F_{л\max}} \left[2S_0 + \frac{S_1}{\tau} + \frac{S_2}{\tau^2} + \frac{S_3}{\tau^3} \right], \quad (10)$$

где τ — безразмерная величина,

$$\tau = \frac{\pi b_w v_0^2 \mu_{\text{пр}}}{\eta F_{л\max}^2}; \quad (11)$$

$$S_0 = 1,571; \quad S_1 = 1,089; \quad S_2 = 0,031; \quad S_3 = 0,003.$$

Диагностирование ЗП большегрузных карьерных самосвалов БЕЛАЗ. В работе [23] на основании исследования причин простоев карьерных самосвалов БЕЛАЗ-75131, проведенного на шести разрезах ОАО «УК Кузбассразрезуголь», отмечено, что наиболее частым по числу и существенным экономическим потерям от простоев техники является отказ редукторов мотор-колес (РМК). Основной причиной аварийного выхода РМК из строя служат высокие статические и динамические нагрузки, обуславливающие интенсивный износ, выкрашивание и поломки ЗК и подшипников планетарных РМК.

Кинематическая схема планетарного РМК самосвалов БЕЛАЗ приведена на рис. 4. Установленные в ступицах задних ведущих колес самосвала РМК являются двухрядными планетарными

с прямозубыми ЗК. Причем первый ряд представляет собой планетарную передачу, оси сателлитов (с числом зубьев z_2) которой подвижные, второй ряд — простую передачу с неподвижными осями сателлитов с числом зубьев z_5 . Число сателлитов в каждом ряду $n_w = 3$.

Отличительной особенностью РМК является то, что в качестве ведомого звена выступают центральные ЗК (ЦЗК) с числом зубьев z_3 и z_6 , жестко связанные между собой ободом колеса b . Поэтому угловые скорости обода b и ЦЗК равны между собой:

$$\omega_b = \omega_{z_3} = \omega_{z_6}.$$

Угловые скорости водила h и ЦЗК с числом зубьев z_4 также равны между собой: $\omega_h = \omega_4$.

Передаточное отношение РМК

$$U = \frac{\omega_{z_1}}{\omega_b} = -\left(\frac{z_3}{z_1} + \frac{z_6}{z_4} + \frac{z_3}{z_1} \frac{z_6}{z_4} \right),$$

Внезапные отказы РМК сопровождаются большими экономическими потерями. Это вызывает необходимость разработки методов оценки технического состояния и остаточного ресурса крупногабаритных прямозубых ЗП планетарных РМК электромеханических трансмиссий большегрузных карьерных самосвалов БЕЛАЗ в эксплуатации.

Предлагаемый подход, рассматривающий первоначальный контакт зубьев вдоль образующих, нельзя применить к ЗК планетарных РМК с широким венцом ($b_w/m > 7$, где m — нормальный модуль) при работе ЗП с перекосами осей. В случае превышения максимально допустимого значения угла перекоса пятно контакта в зубчатом зацеплении выходит на

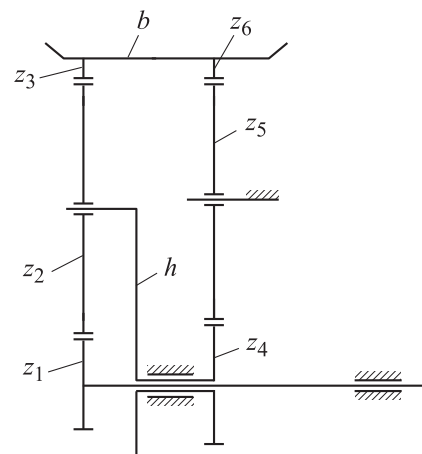


Рис. 4. Кинематическая схема планетарного РМК самосвалов БЕЛАЗ

торцовую кромку зуба, которая передает его небольшим участком действующую в зацеплении нагрузку. Это является одной из главных причин выхода из строя ЗП [24].

Для устранения кромочного контакта можно использовать продольную модификацию профиля зуба (бочкообразность).

Первоначальный контакт зубьев — точечный.

При наличии бочкообразности зубьев контакт соударяющихся зубьев в начальный момент является точечным. В процессе деформирования зубьев площадка контакта представляет собой эллипс, большая a и малая b полуоси которого определяются выражениями [25]

$$a = n_a \sqrt[3]{\frac{3 \eta F}{2 \chi}}; \quad b = n_b \sqrt[3]{\frac{3 \eta F}{2 \chi}},$$

где n_a и n_b — коэффициенты, входящие в состав выражений для полуосей эллиптической площадки контакта и наибольшего давления [25]; χ — сумма главных кривизн боковых поверхностей соприкасающихся зубьев в начале линии зацепления, $\chi = k_{11} + k_{12} + k_{21} + k_{22}$.

Ударная сила и сближение соприкасающихся зубьев при точечном контакте связаны соотношением

$$F = \alpha_3 (x_3)^{3/2}. \quad (12)$$

Здесь α_3 — коэффициент, зависящий от кривизны поверхностей зубьев в точке контакта и от свойств материала,

$$\alpha_3 = 1,886 (\eta \sqrt{\chi} n_8^{3/2})^{-1}, \quad (13)$$

где n_8 — коэффициент.

Значения коэффициентов n_a , n_b и n_8 определяют по таблицам [25], используя параметр

$$\theta = \frac{1}{k_{11} + k_{12} + k_{21} + k_{22}} \left[(k_{11} - k_{12})^2 + (k_{21} - k_{22})^2 + 2(k_{11} - k_{12})(k_{21} - k_{22}) \cos 2\omega \right]^{1/2}, \quad (14)$$

где ω — угол между плоскостями главных кривизн k_{11} и k_{21} .

Образующая боковой поверхности вершины бочкообразного зуба имеет форму дуги окружности (рис. 5). Радиус кривизны этой дуги (AB)

$$R_6 \approx \frac{b_w^2}{8\Delta}, \quad (15)$$

где Δ — стрела сегмента, характеризующая бочкообразность.

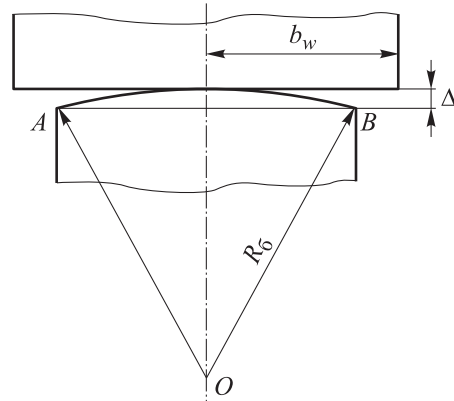


Рис. 5. Схема точечного контакта зубьев при наличии бочкообразности

Чтобы найти главные кривизны боковых поверхностей соприкасающихся зубьев ЗК, в начале линии зацепления необходимо определить радиусы кривизн боковых поверхностей в этой точке. Радиус кривизны ведомого зуба в начале зацепления (в вершине зуба) [26]

$$\rho_2 = \frac{m z_2 \cos \alpha_t}{2} \operatorname{tg} \alpha_{a2}, \quad (16)$$

где m — модуль зубьев; z_2 — число зубьев колеса; α_t — угол профиля; α_{a2} — угол профиля зуба в точке на окружности вершин ЗК.

Радиус кривизны боковой поверхности бочкообразного зуба шестерни в начале зацепления

$$\rho_1 = \frac{m}{2} (z_1 + z_2) \sin \alpha_t - \rho_2.$$

Радиус образующей боковой поверхности вершины зуба колеса

$$R_c \rightarrow \infty.$$

Главные кривизны сопряженных профилей зубьев бочкообразной шестерни в начале линии зацепления

$$k_{11} = \frac{1}{\rho_1}; \quad k_{12} = \frac{1}{R_6}.$$

Главные кривизны сопряженных профилей зубьев колеса в начале линии зацепления

$$k_{21} = \frac{1}{\rho_2}; \quad k_{22} = \frac{1}{R_c} = 0.$$

Плоскости главных кривизн сопряженных поверхностей зубьев шестерни k_{11} и колеса k_{21} совпадают, поэтому угол между плоскостями

кривизн k_{11} и k_{12} $\omega = 0$, а $\cos 2\omega = 1$. Сумма главных кривизн боковых поверхностей соприкасающихся зубьев в начале линии зацепления

$$\chi = k_{11} + k_{12} + k_{21} + k_{22} = \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} + \frac{1}{R_6}. \quad (17)$$

Из выражения (12) следует, что сближение зубьев ЦК связано с ударной силой F следующим образом:

$$x_3 = \left(\frac{F}{\alpha_3} \right)^{2/3}. \quad (18)$$

Интегрирование уравнения (4) с учетом выражения (18) позволяет определить параметры ударного импульса. Интегрирование проведено в работе [9].

Максимальная ударная сила точечного контакта

$$F_{T \max} = \alpha^{2/5} \left(\frac{5}{4} \mu_{np} v_0^2 \right)^{3/5}. \quad (19)$$

Время удара

$$T_T = 2,9432 \left(\frac{5m_{np}}{4\alpha} \right)^{2/5} v_0^{-1/5}. \quad (20)$$

Пример расчета параметров ударного импульса эвольвентной прямозубой ЗП ЦЗК — спутник второй ступени РМК карьерного самосвала БЕЛАЗ. Для расчета использованы следующие исходные данные: числа зубьев ЦЗК $z_4 = 22$ и спутника $z_5 = 29$; модуль $m = 0,01$ м; ширина венца ЦЗК $b_{w4} = 0,164$ м и спутника $b_{w5} = 0,143$ м; бочкообразность зуба ЦЗК $\Delta = 0,25 \cdot 10^{-3}$ м; массы ЦЗК $\mu_4 = 53,8$ кг и спутника $\mu_5 = 45$ кг; коэффициенты смещения ЦЗК $x_4 = 0,71$ и спутника $x_5 = 0,671$; угол зацепления исходного контура $\alpha = 20^\circ$; угол наклона $\beta = 0$; степень точности ЗП по ГОСТ 1643–81 — 8; окружная скорость ЦЗК (при скорости движения самосвала $v = 15$ км/ч) $v_{t4} = 1,21$ м/с; межосевое расстояние $a_w = 0,267$ м; окружная сила в зацеплении ЦЗК — спутник на делительном диаметре ЦЗК $F_{t4} = 105\,639$ Н; радиус колеса самосвала $r_k = 1,43$ м; наиболее вероятностное превышение основного шага колеса над основным шагом шестерни $\Delta t_0 = 43$ мкм; КПД РМК $\eta_{РМК} = 0,93$.

Расчет скорости кромоного удара. Определяем сближение по нормали не ударяющейся пары зубьев

$$w_0 = \frac{F_{t4}}{c} = 3,9 \cdot 10^{-5} \text{ м},$$

где c — жесткость сопряженной пары на изгиб, $c = Gb_{w4}$ (G — удельная срединная жесткость зубьев, $G = 1,65 \cdot 10^{10}$ Па).

Из выражения

$$\text{inv } \alpha_w = \frac{2(x_4 + x_5) \text{tg } \alpha}{z_4 + z_5} + \text{inv } \alpha = 0,0346$$

находим угол зацепления $\alpha_w = 26,167^\circ$.

Диаметр основной окружности спутника

$$d_{b5} = mz_5 \cos \alpha = 0,2725 \text{ м}.$$

Диаметр вершин зуба зубьев спутника

$$d_{a5} = mz_5 + 2m(1 + x_5) = 0,3234 \text{ м}.$$

Угол профиля зуба в точках по окружности вершин

$$\alpha_{a5} = \arccos \frac{d_{b5}}{d_{a5}} = 32,58^\circ.$$

Используя формулу (16), определяем радиус кривизны зуба спутника в начале зацепления (в вершине зуба)

$$\rho_2 = \frac{mz_2 \cos \alpha}{2} \text{tg } \alpha_{a5} = 0,087 \text{ м}.$$

Сумма радиусов кривизны шестерни и колеса равна длине линии зацепления ЗП:

$$\rho_1 + \rho_2 = a_w \sin \alpha_w = 0,1177 \text{ м}.$$

Радиус кривизны профиля шестерни в теоретической точке начала зацепления

$$\rho_1 = a_w \sin \alpha_w - \rho_2 = 0,0307 \text{ м}.$$

Согласно формуле (3), $a_p = 0,3335$ м.

Угловая скорость обода колеса самосвала

$$\omega_k = \frac{v}{3,6r_k} = 2,91 \text{ с}^{-1}.$$

Угловая скорость спутника

$$\omega_5 = \frac{\omega_k z_6}{z_5} = 8,33 \text{ с}^{-1}.$$

Согласно формуле (1), погрешность шага зацепления $\delta = 82 \cdot 10^{-6}$ м.

Используя выражение (2), получаем скорость кромоного удара

$$v_0 = \omega_5 \sqrt{2\delta a} = 0,062 \text{ м/с}.$$

Расчет параметров ударного импульса при первоначальном контакте зубьев вдоль образующих. Для исследуемых ЗК масса шестерни $\mu_1 \approx \mu_1/2 = 26,9$ кг, а масса колеса $\mu_2 \approx \mu_2/2 = 22,5$ кг. Подставляя значения μ_1 и μ_2 в формулу (5), получаем приведенную массу $\mu_{пр} = 12,25$ кг.

Зная коэффициент Пуассона материала ЗК $\nu = 0,3$ и модуль упругости $E = 2,06 \cdot 10^{11}$ Па, вычисляем константу материала

$$\eta = 2(1 - \nu^2)/E = 0,883 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}.$$

После подстановки в выражение (8) значений соответствующих величин уравнение принимает вид

$$F_{л\max}^2 \ln(1,064 \cdot 10^{-10} F_{л\max}) = -2,75 \cdot 10^9.$$

Решая это уравнение методом последовательных приближений (9), получаем ударную силу $F_{л\max} = 14\,329$ Н.

Согласно формуле (11), безразмерная величина

$$\tau = 13,38.$$

По формуле (10) рассчитываем время удара

$$T_{л} = 1,709 \cdot 10^{-4} \text{ с}.$$

Расчет параметров ударного импульса при первоначальном точечном контакте зубьев. По формуле (15) определяем радиус кривизны дуги бочкообразного зуба ЦЗК (рис. 5)

$$R_6 = 13,4 \text{ м}.$$

Используя выражение (17), находим сумму главных кривизн боковых поверхностей соприкасающихся зубьев в начале линии зацепления

$$\chi = 44,14 \text{ м}^{-1}.$$

При $\omega = 0$ по формуле (14) получаем

$$\theta = \frac{k_{11} - k_{12} + k_{21} - k_{22}}{\chi} = 0,997.$$

Для $\theta = 0,997$ коэффициент $n_8 = 0,283$ [24]. По формуле (13) находим коэффициент $\alpha_3 = 2,135 \cdot 10^{11} \text{ Н} \cdot \text{м}^{-3/2}$.

Максимальная ударная сила при первоначальном точечном контакте зубьев, рассчитанная по формуле (19), $F_{т\max} = 6218$ Н.

Время удара, определенное по выражению (20), $T_{т} = 4,49 \cdot 10^{-4} \text{ с}$.

Таким образом, применение профильной модификации профиля зуба (бочкообразности)

центральной шестерни второй ступени РМК карьерного самосвала БЕЛАЗ приводит к уменьшению максимальной ударной силы в 2,3 раза и возрастанию времени удара в 2,63 раза.

Как показали расчеты [22], с достаточно большой степенью точности в первом приближении форму ударного импульса взаимодействующих ЗП можно описать полуволной синусоиды

$$F = F_{л\text{,т} \max} \sin \frac{\pi}{T_{л\text{,т}}} t, \quad 0 \leq t \leq T_{л\text{,т}},$$

где $F_{л\text{,т} \max}$ — максимальная ударная сила при первоначальном линейном или точечном контакте зубьев; $T_{л\text{,т}}$ — время удара при первоначальном линейном или точечном контакте зубьев.

Выводы

1. Выполнен расчет ударного взаимодействия прямозубых ЗК как при первоначальном линейном контакте зубьев вдоль образующих, так и при точечном. Расчет проведен с целью определения формы ударного импульса, позволяющей найти его спектральные характеристики, амплитуду и длительность. Рассмотрена динамическая модель ЗП, получено нелинейное дифференциальное уравнение, устанавливающее на основе теории контактных деформаций Герца связь между ударной силой и сближением зубьев ЗК вследствие местного сжатия в зоне контакта.

2. Научная новизна работы заключается в развитии методического подхода к расчету параметров ударных импульсов применительно к прямозубым цилиндрическим ЗК с точечным первоначальным контактом зубьев, позволяющему оценить эффективность применения продольной модификации профиля зуба (бочкообразность).

3. Показано, что применение профильной модификации в крупногабаритных прямозубых ЗК планетарных РМК карьерных самосвалов БЕЛАЗ приводит к уменьшению максимальной ударной силы в зубчатом зацеплении более чем в 2 раза.

4. Изложенная методика расчета параметров ударного импульса является ключевой процедурой для установления предельных уровней вибраций РМК при оценке его остаточного ресурса в эксплуатации методами вибродиагностики.

Литература

- [1] Кудреватых А.В., Ащеулов А.С., Ащеулова А.С. Сравнительная характеристика процесса износа редукторов экскаваторов и карьерных самосвалов. *Горное оборудование и электромеханика*, 2020, № 5, с. 51–56, doi: <https://doi.org/10.26730/1816-4528-2020-5-51-56>
- [2] Хорешок А.А., Стенина Н.А., Кудреватых А.В. и др. Методика определения рационального коэффициента использования грузоподъемности карьерных автосамосвалов. *Горное оборудование и электромеханика*, 2020, № 1, с. 3–9, doi: <https://dx.doi.org/10.26730/1816-4528-2020-1-3-9>
- [3] Кудреватых А.В., Ащеулов А.С., Ащеулова А.С. Методика определения технического состояния редукторов мотор-колеса автосамосвалов БелАЗ по параметрам масла. *Вестник Кузбасского государственного технического университета*, 2020, № 1, с. 49–55, doi: <https://dx.doi.org/10.26730/1999-4125-2020-1-49-55>
- [4] Кудреватых А.В., Фурман А.С., Ащеулов А.С. и др. Методы диагностирования фактического технического состояния редуктора мотор-колеса БелАЗ. *Вестник Кузбасского государственного технического университета*, 2021, № 2, с. 23–28, doi: <https://doi.org/10.26730/1999-4125-2021-2-23-28>
- [5] Хорешок А.А., Кудреватых А.В., Ащеулов А.С. и др. Увеличение ходимости редукторов мотор-колес карьерных самосвалов методом внедрения контроля фактического технического состояния. *Горные науки и технологии*, 2021, № 6, с. 267–276, doi: <https://doi.org/10.17073/2500-0632-2021-4-267-276>
- [6] Ишин Н.Н. *Динамика и вибромониторинг зубчатых передач*. Минск, Беларус. навука, 2013. 432 с.
- [7] СТБ 2579-2020. Надежность в технике. *Вибрационный контроль состояния прямозубых передач приводов технически сложных изделий. Оценка остаточного ресурса*. Минск, Госстандарт, 2021. 20 с.
- [8] Хекл М., Мюллер Х.А., ред. *Справочник по технической акустике*. Ленинград, Судостроение, 1980. 440 с.
- [9] Бидерман В.Л. *Теория механических колебаний*. Москва, Высшая школа, 1980. 408 с.
- [10] Пановко Я.Г. *Основы прикладной теории колебаний и удара*. Москва, Либроком, 2015. 272 с.
- [11] Кравченко И.Ф., Единолич А.Б., Яковлев В.А. и др. Экспериментальные и теоретические результаты исследования авиационных зубчатых передач для двигателей пятого и шестого поколений. *Авиационно-космическая техника и технология*, 2008, № 8, с. 129–134.
- [12] Косарев О.И. *Вибровозбуждение и динамические процессы в цилиндрических зубчатых колесах*. Автореф. ... дисс. док. тех. наук. Москва, Ин-т машиноведения, 1997. 47 с.
- [13] Barzdaitis M., Mažeika P. Diagnostics practice of heavy duty high speed gear transmissions. *Meckanika*, 2010, vol. 81, no. 1, pp. 58–61.
- [14] Генкин М.Д., Соколова А.Г. *Виброакустическая диагностика машин и механизмов*. Москва, Машиностроение, 1987. 282 с.
- [15] Lbeck N., Morton B., Hess A. et al. Modeling and simulation of vibration signatures in propulsion subsystems. *IEEE Aerospace Conf.*, 2006, doi: <https://doi.org/10.1109/AERO.2006.1656081>
- [16] Диментберг Ф.М., Колесников К.С., ред. *Вибрации в технике. Справочник*. Т. 3. Москва, Машиностроение, 1980. 544 с.
- [17] Берестнев О.В., Гоман А.М., Ишин Н.Н. *Аналитические методы механики в динамике приводов*. Минск, Навука і тэхніка, 1992. 237 с.
- [18] Павлов В.Б. *Акустическая диагностика механизмов*. Москва, Машиностроение, 1971. 223 с.
- [19] Берестнев О.В., Антонюк В.Е., Ишин Н.Н. и др. *Комплексный контроль и повышение качества зубчатых приводных механизмов для машиностроения*. Минск, БелГИСС, 2009. 115 с.
- [20] Ишин Н.Н., Гоман А.М., Скороходов А.С. Вибромониторинг технического состояния трансмиссионных систем мобильных машин. *Известия высших учебных вузов. Машиностроение*, 2015, № 11, с. 21–28, doi: <http://dx.doi.org/10.18698/0536-1044-2015-11-21-28>

- [21] Биргер И.А., Шорр Б.Ф., Иосилевич Г.Б. *Расчет на прочность деталей машин*. Москва, Машиностроение, 1993. 640 с.
- [22] Ишин Н.Н., Гоман А.М., Скороходов А.С. Исследование параметров ударного импульса в зубчатом зацеплении прямозубых цилиндрических зубчатых колес. *Механика машин, механизмов, материалов*, 2011, № 3, с. 19–23.
- [23] Хорешок А.А., Кудреватых А.В. Метод комплексного диагностирования редукторов мотор-колес карьерных автосамосвалов в условиях предприятий ОАО «УК Кузбассразрезуголь». *Горная промышленность*, 2010, № 5, с. 60–64.
- [24] Старжинский В.Е., Ишин Н.Н., Гоман А.М. и др. Расчет предельного угла перекося цилиндрических зубчатых колес. *Известия ТулГУ. Технические науки*, 2011, № 5–2, с. 176–190.
- [25] Фролов К.В., ред. *Машиностроение. Детали машин. Трение, износ, смазка. Энциклопедия*. Т. IV-1. Москва, Машиностроение, 1995. 864 с.
- [26] ГОСТ 16532–70. *Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчет геометрии*. Москва, Издательство стандартов, 1983. 43 с.

References

- [1] Kudrevatykh A.V., Ashcheulov A.S., Ashcheulova A.S. The wear phenomena comparative characteristics of excavators and dump trucks gearboxes. *Gornoe oborudovanie i elektromekhanika* [Mining Machines and Automatics], 2020, no. 5, pp. 51–56, doi: <https://doi.org/10.26730/1816-4528-2020-5-51-56> (in Russ.).
- [2] Khoreshok A.A., Stenina N.A., Kudrevatykh A.V. et al. Method for determining the rational utilization factor of the load capacity of quarry dump trucks. *Gornoe oborudovanie i elektromekhanika* [Mining Machines and Automatics], 2020, no. 1, pp. 3–9, doi: <https://dx.doi.org/10.26730/1816-4528-2020-1-3-9> (in Russ.).
- [3] Kudrevatykh A.V., Ashcheulov A.S., Ashcheulova A.S. Procedure for determining the technical condition of motor-wheel gear of BELAZ dump trucks by oil parameters. *Vestnik Kuzbasskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Bulletin of the Kuzbass State Technical University], 2020, no. 1, pp. 49–55, doi: <https://dx.doi.org/10.26730/1999-4125-2020-1-49-55> (in Russ.).
- [4] Kudrevatykh A.V., Furman A.S., Ashcheulov A.S. et al. Methods for diagnosing the actual technical condition of the BELAZ wheel motor gearbox. *Vestnik Kuzbasskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Bulletin of the Kuzbass State Technical University], 2021, no. 2, pp. 23–28, doi: <https://doi.org/10.26730/1999-4125-2021-2-23-28> (in Russ.).
- [5] Khoreshok A.A., Kudrevatykh A.V., Ashcheulov A.S. et al. Increasing life of pit dump truck motor-wheel gearboxes by introducing the monitoring of the actual technical condition. *Gornye nauki i tekhnologii* [Mining Science and Technology (Russia)], 2021, no. 6, pp. 267–276, doi: <https://doi.org/10.17073/2500-0632-2021-4-267-276> (in Russ.).
- [6] Ishin N.N. *Dinamika i vibromonitoring zubchatykh peredach* [Dynamics and vibration monitoring of gears]. Minsk, Belarus. Navuka Publ., 2013. 432 p. (In Russ.).
- [7] STB 2579-2020. *Nadezhnost v tekhnike. Vibratsionnyy kontrol sostoyaniya pryamozubykh peredach privodov tekhnicheskii slozhnykh izdeliy. Otsenka ostatocnogo resursa* [RB standard 2579-2020. Reliability in technics. Vibration monitoring of the condition of spur gears of drives of technically complex products. Estimation of residual resource]. Minsk, Gosstandart Publ., 2021. 20 p. (In Russ.).
- [8] Müller G., Möser M. *Taschenbuch der Technischen Akustik*. Springer, 1975. 536 p. (Russ. ed.: *Spravochnik po tekhnicheskoy akustike*). Leningrad, Sudostroenie Publ., 1980. 440 p.)
- [9] Biderman V.L. *Teoriya mekhanicheskikh kolebaniy* [Theory of mechanical vibrations]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1980. 408 p. (In Russ.).
- [10] Panovko Ya.G. *Osnovy prikladnoy teorii kolebaniy i udara* [Fundamentals of applied theory of vibrations and impact]. Moscow, Librokom Publ., 2015. 272 p. (In Russ.).
- [11] Kravchenko I.F., Edinovich A.B., Yakovlev V.A. et al. Experimental and theoretical results of research of aviation gears for the fifth and sixth generation engines. *Aviatsionno-kosmicheskaya tekhnika i tekhnologiya*, 2008, no. 8, pp. 129–134. (In Russ.).

- [12] Kosarev O.I. *Vibrovozbuzhdenie i dinamicheskie protsessy v tsilindricheskikh zubchatykh kolesakh*. Avtoref. diss. dok. tekhn. nauk [Vibration excitation and dynamic processes in the spur gear wheels. Abs. doc. tech. sci. diss.]. Moscow, In-t mashinovedeniya Publ., 1997. 47 p. (In Russ.).
- [13] Barzdaitis M., Mažeika P. Diagnostics practice of heavy duty high speed gear transmissions. *Mechanika*, 2010, vol. 81, no. 1, pp. 58–61.
- [14] Genkin M.D., Sokolova A.G. *Vibroakusticheskaya diagnostika mashin i mekhanizmov* [Vibroacoustic diagnostics of machines and mechanisms.]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1987. 282 p. (In Russ.).
- [15] Lbeck N., Morton B., Hess A. et al. Modeling and simulation of vibration signatures in propulsion subsystems. *IEEE Aerospace Conf.*, 2006, doi: <https://doi.org/10.1109/AERO.2006.1656081>
- [16] Dimentberg F.M., Kolesnikov K.S., eds. *Vibratsii v tekhnike. Spravochnik*. T. 3 [Vibrations in technology. Handbook. Vol. 3]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1980. 544 p. (In Russ.).
- [17] Berestnev O.V., Goman A.M., Ishin N.N. *Analiticheskie metody mekhaniki v dinamike privodov* [Analytical methods of mechanics in dynamics of drives]. Minsk, Navuka i tekhnika Publ., 1992. 237 p. (In Russ.).
- [18] Pavlov V.B. *Akusticheskaya diagnostika mekhanizmov* [Acoustic diagnostics of mechanisms]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1971. 223 p. (In Russ.).
- [19] Berestnev O.V., Antonyuk V.E., Ishin N.N. et al. *Kompleksnyy kontrol i povyshenie kachestva zubchatykh privodnykh mekhanizmov dlya mashinostroeniya* [Complex control and quality improvement of gear drive mechanisms for mechanical engineering.]. Minsk, BELGISS Publ., 2009. 115 p. (In Russ.).
- [20] Ishin N.N., Goman A.M., Skorokhodov A.S. Vibrating monitoring technical condition of the transmission systems of mobile machines. *Izvestiya vysshikh uchebnykh vuzov. Mashinostroenie* [BMSTU Journal of Mechanical Engineering], 2015, no. 11, pp. 21–28, doi: <http://dx.doi.org/10.18698/0536-1044-2015-11-21-28> (in Russ.).
- [21] Birger I.A., Shorr B.F., Iosilevich G.B. *Raschet na prochnost detaley mashin* [Strength calculation of machine parts]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1993. 640 p. (In Russ.).
- [22] Ishin N.N., Goman A.M., Skorokhodov A.S. Investigation of the parameters of the shock pulse in the spur gears gearing. *Mekhanika mashin, mekhanizmov, materialov* [Mechanics of Machines, Mechanisms and Materials], 2011, no. 3, pp. 19–23. (In Russ.).
- [23] Khoreshok A.A., Kudrevatykh A.V. Method for comprehensive diagnostic evaluation of motor-in-wheel gearboxes of dump trucks (OAO UK Kuzbassrazrezugol case study). *Gornaya promyshlennost* [Russian Mining Industry], 2010, no. 5, pp. 60–64. (In Russ.).
- [24] Starzhinskiy V.E., Ishin N.N., Goman A.M. et al. Calculation of the limiting corner of the warp cylindrical cogwheels. *Izvestiya TulGU. Tekhnicheskie nauki* [News of the Tula State University. Technical Sciences], 2011, no. 5–2, pp. 176–190. (In Russ.).
- [25] Frolov K.V., ed. *Mashinostroenie. Detali mashin. Trenie, iznos, smazka. Entsiklopediya*, T. IV-1 [Mechanical engineering. Machine parts. Friction, wear, lubrication. Encyclopedia. Vol. IV-1]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1995. 864 p. (In Russ.).
- [26] GOST 16532–70. *Peredachi zubchatye tsilindricheskie evolventnye vneshnego zatsepleniya. Raschet geometrii* [Cylindrical involute external gear pairs. Calculation of geometry]. Moscow, Izdatelstvo standartov Publ., 1983. 43 p. (In Russ.).

Статья поступила в редакцию 01.04.2025

Информация об авторах

ИШИН Николай Николаевич — доктор технических наук, доцент, начальник научно-технического центра «Карьерная техника». Государственное научное учреждение «Объединенный институт машиностроения Национальной академии наук Беларуси» (220072, Минск, Республика Беларусь, Академическая ул., д. 12, e-mail: nik_ishin@mail.ru).

ГОМАН Аркадий Михайлович — кандидат технических наук, доцент, начальник отдела динамического анализа и вибродиагностики машин научно-технического центра «Карьерная техника». Государственное научное учреждение «Объединенный институт машиностроения Национальной академии наук Беларуси» (220072, Минск, Республика Беларусь, Академическая ул., д. 12, e-mail: arcady.mih@tut.by).

СКОРОХОДОВ Андрей Станиславович — кандидат технических наук, доцент, ведущий научный сотрудник отдела динамического анализа и вибродиагностики машин научно-технического центра «Карьерная техника». Государственное научное учреждение «Объединенный институт машиностроения Национальной академии наук Беларуси» (220072, Минск, Республика Беларусь, Академическая ул., д.12, e-mail: skanst@yandex.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Ишин Н.Н., Гоман А.М., Скороходов А.С. Расчет ударных импульсов в прямозубых зубчатых передачах большегрузных карьерных самосвалов. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2025, № 5, с. 10–21.

Please cite this article in English as:

Ishin N.N., Goman A.M., Skorokhodov A.S. Computing shock impulses in the spur gears of a heavy-duty quarry dump truck. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2025, no. 5, pp. 10–21.

Information about the authors

ISHIN Nikolay Nikolaevich — Doctor of Science (Eng.), Associate Professor, Head of the Scientific and Technical Center “Quarry Machinery”. State Scientific Institution “Joint Institute of Mechanical Engineering of the National Academy of Sciences of Belarus” (220072, Minsk, Republic of Belarus, Akademicheskaya St., Bldg 12, e-mail: nik_ishin@mail.ru).

GOMAN Arkadiy Mikhailovich — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Head of Department of Dynamic Analysis and Vibration Diagnostics, Scientific and Technical Center of Quarry Machinery. State Scientific Institution “Joint Institute of Mechanical Engineering of the National Academy of Sciences of Belarus” (220072, Minsk, Republic of Belarus, Akademicheskaya St., Bldg. 12, e-mail: arcady.mih@tut.by).

SKOROKHODOV Andrey Stanislavovich — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Leading Researcher, Department of Dynamic Analysis and Vibration Diagnostics, Scientific and Technical Center “Quarry Machinery”. State Scientific Institution “Joint Institute of Mechanical Engineering of the National Academy of Sciences of Belarus” (220072, Minsk, Republic of Belarus, Akademicheskaya St., Bldg. 12, e-mail: skanst@yandex.ru).