

Машиностроение и машиноведение

УДК 531.8, 621.01

Анализ особых положений кинематических цепей сферических параллельных манипуляторов с линейными приводами

П.А. Ларюшкин¹, А.А. Хрестина², Ю.В. Синицына¹, А.С. Цыганова³

¹ МГТУ им. Н.Э. Баумана

² ФГБУН Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук

³ ООО «Эксперт-Ю»

Singularity analysis of the kinematic chains of parallel manipulators with the linear drives

P.A. Laryushkin¹, A.A. Khrestina², Yu.V. Sinitsyna¹, A.S. Tsyganova³

¹ Bauman Moscow State Technical University

² Mechanical Engineering Research Institute of the Russian Academy of Sciences

³ Expert-Yu LLC

Рассмотрены геометрические условия возникновения особых положений в кинематических цепях, которые можно использовать для синтеза сферических параллельных манипуляторов с линейными приводами. С помощью винтового исчисления проанализирован общий случай, описывающий девять возможных структур цепи, включающих в себя два вращательных шарнира, оси которых пересекают центр вращения, и плоскую диаду с приводной призматической парой. Показано, что для минимизации возможности попадания механизма в особые положения разного типа целесообразно использовать цепь, где диада связана непосредственно с основанием, а ее плоскость не проходит через центр вращения.

EDN: OZWYUP, <https://elibrary/ozwyup>

Ключевые слова: сферический параллельный манипулятор, особые положения, линейные приводы, плоская диада

The paper considers geometric conditions of the occurring special positions in the kinematic chains that could be used to synthesize spherical parallel manipulators with the linear drives. It applies the screw calculus to analyze a general case that describes nine possible chain structures including two rotary joints which axes intersect the center of rotation and a flat dyad with the driving prismatic pair. The paper shows that from the point of view of minimizing a possibility of the mechanism getting into the special positions of different types, it is advisable to use a chain, where the dyad is connected directly to the base, and its plane does not pass through the center of rotation.

EDN: OZWYUP, <https://elibrary/ozwyup>

Keywords: spherical parallel manipulator, special positions, linear drives, flat dyad

Известно [1], что параллельным манипулятором называют манипуляционный механизм, в котором выходное звено (ВЗ) соединено с основанием более чем одной кинематической цепью (далее цепь). По сравнению с последовательным манипулятором параллельный механизм имеет такие преимущества, как более высокие жесткость, точность позиционирования и скорость движения, меньшие масса подвижных частей и потребляемая энергия [2, 3].

Среди манипуляторов параллельной структуры особое место занимают механизмы, у которых число степеней свободы ВЗ меньше шести. К таким механизмам относятся поступательно-направляющие и сферические параллельные манипуляторы (СПМ). В последних ВЗ способно вращаться вокруг некоторой точки в пространстве, называемой центром вращения [4].

СПМ используют для ориентации антенн [5], оптических приборов и инструментов [6–8], а также в медицине [9, 10], где, как правило, предусмотрены повышенные требования к точности позиционирования. В определенных случаях, например, при значительном изменении температуры внешней среды, применение классических поворотных приводов может быть сопряжено с неудобствами. В такой ситуации зазоры в механических передачах привода поворота механизма ориентации с последовательной структурой также будут изменяться, что может привести к заклиниванию передачи или накоплению погрешности позиционирования. Применение параллельного механизма позволяет исключить накопление погрешности, но не решает потенциальную проблему заклинивания. Для ее устранения можно использовать линейные приводы.

Таким образом, синтез СПМ с линейными приводами представляется актуальной задачей. Важным аспектом синтеза является минимизация вероятности попадания в особые положения (ОП), где резко изменяется подвижность механизма.

Цель работы — решить задачу минимизации вероятности попадания в ОП для СПМ, цепи которых включают плоскую диаду с приводной призматической парой.

Возможные варианты структуры цепи. Одним из способов синтеза цепей, подходящих для использования в СПМ, является объединение подцепей с двухподвижным сферическим и

плоским типами движения [11]. В этом случае в цепи имеются две вращательные кинематические пары (шарниры), оси которых пересекают центр вращения. Эти пары совместно с присоединяемыми к ним звеньями представляют собой сферическую подцепь. Оставшаяся же часть цепи должна реализовывать плоское движение, т. е. разрешать два перемещения и одно вращение присоединяемого к ней звена. При этом кинематические винты, характеризующие три вращения цепи, являются линейно независимыми.

Линейную подцепь теоретически можно реализовать в виде группы Ассур второго класса второго порядка любого типа. Однако группа первого типа (диада RRR, где R обозначает вращательную пару) не подходит по условиям поставленной задачи, так как не содержит призматических пар, а значит, цепь не будет иметь линейного привода.

Использование групп четвертого и пятого типов, включающих в себя по две призматические пары, также не является оптимальным, поскольку пассивные призматические пары, как правило, требуют громоздких линейных направляющих для обеспечения адекватного восприятия нагрузки. Таким образом, наиболее подходящими являются группы второго (диада RRP, где P означает призматическую пару) или третьего (диада RPR) типа.

Исходя из изложенного, цепь СПМ будет иметь четыре вращательные кинематические пары R_1 , R_2 , R_3 и R_4 . Будем считать, что обозначения R_1 и R_2 всегда относятся к парам, оси которых пересекаются в центре вращения (точке O). Тогда пары R_3 и R_4 совместно с призматической парой P образуют плоскую диаду RRP (или PRR, что эквивалентно) или RPR.

Следовательно, будет существовать девять возможных вариантов структуры цепи, соответствующих данным условиям: (RPR)R'R', R'(RPR)R', R'R'(RPR), (PRR)R'R', R'(PRR)R', R'R'(PRR), (RRP)R'R', R'(RRP)R', (RRP)R'R'. Здесь и далее при обозначении структуры цепи порядок следования кинематических пар — от основания к ВЗ, скобки использованы для обозначения пар, образующих диаду, а штрихи — для обозначения пар, оси которых проходят через центр вращения. Подчеркивание помечает приводную пару. Примеры схем цепи с диадой RPR приведены на рис. 1.

Оставшиеся шесть вариантов цепи будут идентичны приведенному примеру с той раз-

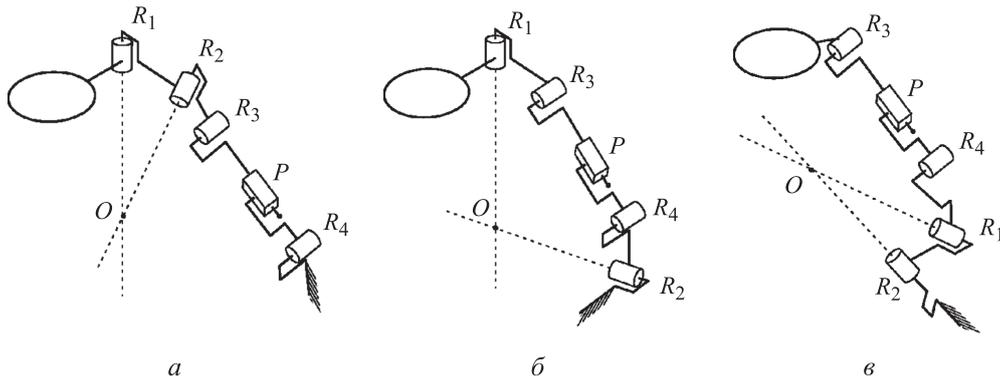


Рис. 1. Примеры схем цепи СПМ с диадой RPR:
 а — (RPR)R'R'; б — R'(RPR)R'; в — R'R'(RPR)

ницей, что вместо диады RPR в цепи будет использована диада RRP или PRR.

Определение силовых винтов цепи. Для выбранного типа цепи с учетом всех особенностей взаимного расположения пар (оси пар R_1 и R_2 проходят через точку O , а пары R_3 и R_4 входят в плоскую диаду, а значит, имеют параллельные оси, которые не проходят через точку O).

Единичные кинематические винты пар будут иметь следующие координаты:

$$\begin{aligned} \mathbf{t}_{R1} &= \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{s}}_{R1} \\ \mathbf{0}_3 \end{bmatrix}; \mathbf{t}_{R2} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{s}}_{R2} \\ \mathbf{0}_3 \end{bmatrix}; \mathbf{t}_{R3} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{s}}_{R3} \\ \boldsymbol{\rho}_{R3} \times \hat{\mathbf{s}}_{R3} \end{bmatrix}; \\ \mathbf{t}_{R4} &= \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{s}}_{R3} \\ \boldsymbol{\rho}_{R4} \times \hat{\mathbf{s}}_{R3} \end{bmatrix}; \mathbf{t}_P = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_3 \\ \hat{\mathbf{s}}_P \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\hat{\mathbf{s}}_{R1}$, $\hat{\mathbf{s}}_{R2}$, $\hat{\mathbf{s}}_{R3}$ и $\hat{\mathbf{s}}_P$ — единичные векторы, задающие оси пар R_1 , R_2 , R_3 и P соответственно; $\boldsymbol{\rho}_{R3}$ и $\boldsymbol{\rho}_{R4}$ — радиус-векторы, проведенные из точки O в точки R_3 и R_4 ; $\mathbf{0}_3$ — матрица размера 3×3 с нулевыми элементами.

Эти винты порождают линейное подпространство T шестимерного пространства \mathbb{R}^6 , которое характеризует перемещения ВЗ, разрешаемые цепью:

$$T = \text{span}(\mathbf{t}_{R1}, \mathbf{t}_{R2}, \mathbf{t}_{R3}, \mathbf{t}_{R4}, \mathbf{t}_P).$$

В общем случае подпространство T будет иметь размерность, равную пяти, т. е. на ВЗ будет накладываться одна связь. Ее можно описать единичным силовым винтом связи \mathbf{w}_{cb} , взаимным всем кинематическим винтам цепи:

$$\mathbf{t} \circ \mathbf{w}_{cb} = 0 \quad \forall \mathbf{t} \in T,$$

где символ « \circ » обозначает относительный момент кинематического и силового винтов.

Координаты силового винта связи можно найти, рассмотрев выражения для определения

координат кинематических винтов. Так, видно, что ненулевые векторные части кинематических винтов всегда линейно независимы. В то же время вектор $\hat{\mathbf{s}}_P$ всегда лежит в плоскости, заданной векторами $\boldsymbol{\rho}_{R3} \times \hat{\mathbf{s}}_{R3}$ и $\boldsymbol{\rho}_{R4} \times \hat{\mathbf{s}}_{R3}$, т. е. моментные части винтов \mathbf{t}_{R3} , \mathbf{t}_{R4} и \mathbf{t}_P линейно зависимы.

Так как указанной плоскости всегда перпендикулярен вектор $\hat{\mathbf{s}}_{R3}$, координаты силового винта связи будут следующими:

$$\mathbf{w}_{cb} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{s}}_{R3} \\ \mathbf{0}_3 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Согласно выражению (2), силовой винт связи рассматриваемой цепи является винтом нулевого параметра, а сама цепь накладывает на ВЗ связь, запрещающую линейное перемещение в направлении вектора $\hat{\mathbf{s}}_{R3}$.

Чтобы найти приводной силовой винт цепи, необходимо исключить из системы кинематических винтов винт приводной пары, а затем найти такой силовой винт, который будет взаимен всем оставшимся кинематическим винтам, но не будет принадлежать системе силовых винтов связи данной цепи. Для удобства анализа последнее условие без потери общности можно усилить до ортогональности приводного винта силовым винтам связи цепи [12].

Таким образом, приводной силовой винт \mathbf{w}_{np} рассматриваемой цепи будет задаваться следующим условием:

$$\begin{cases} \mathbf{t} \circ \mathbf{w}_{np} = 0 \quad \forall \mathbf{t} \in T_{\text{пас}}; \\ \mathbf{w}_{cb} \cdot \mathbf{w}_{np} = 0, \end{cases} \quad (3)$$

где $T_{\text{пас}} = \text{span}(\mathbf{t}_{R1}, \mathbf{t}_{R2}, \mathbf{t}_{R3}, \mathbf{t}_{R4})$ — линейное подпространство, порождаемое кинематическими винтами пассивных пар цепи.

Рассмотрим относительный момент винтов \mathbf{t}_{R1} и \mathbf{t}_{R2} с винтом $\mathbf{w}_{пр}$. Учитывая, что координаты винтов \mathbf{t}_{R1} и \mathbf{t}_{R2} определяются согласно выражению (1), из условия (3) получаем

$$\begin{cases} \mathbf{t}_{R1} \circ \mathbf{w}_{пр} = \hat{\mathbf{s}}_{R1} \cdot \mathbf{w}_{пр.м} + \mathbf{0}_3 \cdot \mathbf{w}_{пр.в} = \hat{\mathbf{s}}_{R1} \cdot \mathbf{w}_{пр.м} = 0; \\ \mathbf{t}_{R2} \circ \mathbf{w}_{пр} = \hat{\mathbf{s}}_{R2} \cdot \mathbf{w}_{пр.м} + \mathbf{0}_3 \cdot \mathbf{w}_{пр.в} = \hat{\mathbf{s}}_{R2} \cdot \mathbf{w}_{пр.м} = 0, \end{cases} \quad (4)$$

где $\mathbf{w}_{пр.м}$ и $\mathbf{w}_{пр.в}$ — моментная и векторная части винта $\mathbf{w}_{пр}$.

Из выражения (4) следует, что какой бы ни была векторная часть винта $\mathbf{w}_{пр}$, для равенства нулю относительных моментов $\mathbf{t}_{R1} \circ \mathbf{w}_{пр}$ и $\mathbf{t}_{R2} \circ \mathbf{w}_{пр}$ необходимо, чтобы его моментная часть была одновременно ортогональна векторам $\hat{\mathbf{s}}_{R1}$ и $\hat{\mathbf{s}}_{R2}$. Отсюда имеем

$$\mathbf{w}_{пр.м} = a \hat{\mathbf{s}}_{R1} \times \hat{\mathbf{s}}_{R2}, \quad (5)$$

где a — константа.

Рассмотрим относительный момент винтов \mathbf{t}_{R3} и \mathbf{t}_{R4} с винтом $\mathbf{w}_{пр}$. Из условия (3) получаем

$$\begin{cases} \mathbf{t}_{R3} \circ \mathbf{w}_{пр} = \hat{\mathbf{s}}_{R3} \cdot \mathbf{w}_{пр.м} + (\boldsymbol{\rho}_{R3} \times \hat{\mathbf{s}}_{R3}) \cdot \mathbf{w}_{пр.в} = 0; \\ \mathbf{t}_{R4} \circ \mathbf{w}_{пр} = \hat{\mathbf{s}}_{R3} \cdot \mathbf{w}_{пр.м} + (\boldsymbol{\rho}_{R4} \times \hat{\mathbf{s}}_{R3}) \cdot \mathbf{w}_{пр.в} = 0. \end{cases}$$

Ввиду равенства векторных частей рассматриваемых кинематических винтов запишем

$$(\boldsymbol{\rho}_{R3} \times \hat{\mathbf{s}}_{R3}) \cdot \mathbf{w}_{пр.в} = (\boldsymbol{\rho}_{R4} \times \hat{\mathbf{s}}_{R3}) \cdot \mathbf{w}_{пр.в}. \quad (6)$$

Пусть $\boldsymbol{\rho}_{34}$ — вектор, проведенный из R_3 в R_4 , т. е. $\boldsymbol{\rho}_{R4} = \boldsymbol{\rho}_{R3} + \boldsymbol{\rho}_{34}$. Тогда выражение (6) приобретает вид

$$(\boldsymbol{\rho}_{R3} \times \hat{\mathbf{s}}_{R3}) \cdot \mathbf{w}_{пр.в} = [(\boldsymbol{\rho}_{R3} + \boldsymbol{\rho}_{34}) \times \hat{\mathbf{s}}_{R3}] \cdot \mathbf{w}_{пр.в}.$$

Ввиду дистрибутивности векторного и скалярного произведений векторов относительно операции сложения получаем

$$\begin{aligned} & (\boldsymbol{\rho}_{R3} \times \hat{\mathbf{s}}_{R3}) \cdot \mathbf{w}_{пр.в} = \\ & = (\boldsymbol{\rho}_{R3} \times \hat{\mathbf{s}}_{R3}) \cdot \mathbf{w}_{пр.в} + (\boldsymbol{\rho}_{34} \times \hat{\mathbf{s}}_{R3}) \cdot \mathbf{w}_{пр.в}, \end{aligned}$$

а значит,

$$(\boldsymbol{\rho}_{34} \times \hat{\mathbf{s}}_{R3}) \cdot \mathbf{w}_{пр.в} = 0,$$

т. е. векторная часть приводного силового винта $\mathbf{w}_{пр}$ должна быть ортогональна вектору $\boldsymbol{\rho}_{34} \times \hat{\mathbf{s}}_{R3}$.

Из условия ортогональности винтов $\mathbf{w}_{св}$ и $\mathbf{w}_{пр}$

$$\mathbf{w}_{св} \cdot \mathbf{w}_{пр} = \hat{\mathbf{s}}_{R3} \cdot \mathbf{w}_{пр.в} + \mathbf{0}_3 \cdot \mathbf{w}_{пр.м} = \hat{\mathbf{s}}_{R3} \cdot \mathbf{w}_{пр.в} = 0$$

следует, что векторы $\mathbf{w}_{пр.в}$ и $\hat{\mathbf{s}}_{R3}$ ортогональны.

Таким образом, векторная часть винта $\mathbf{w}_{пр}$ должна быть одновременно ортогональна векторам $\boldsymbol{\rho}_{34} \times \hat{\mathbf{s}}_{R3}$ и $\hat{\mathbf{s}}_{R3}$, т. е.

$$\mathbf{w}_{пр.в} = b(\boldsymbol{\rho}_{34} \times \hat{\mathbf{s}}_{R3}) \times \hat{\mathbf{s}}_{R3},$$

где b — константа.

Используя свойства векторного произведения, а также учитывая тот факт, что в плоской диаде векторы $\boldsymbol{\rho}_{34}$ и $\hat{\mathbf{s}}_{R3}$ всегда ортогональны, запишем

$$\mathbf{w}_{пр.в} = b(\boldsymbol{\rho}_{34} \times \hat{\mathbf{s}}_{R3}) \times \hat{\mathbf{s}}_{R3} =$$

$$= b[\hat{\mathbf{s}}_{R3}(\hat{\mathbf{s}}_{R3} \cdot \boldsymbol{\rho}_{34}) - \boldsymbol{\rho}_{34}(\hat{\mathbf{s}}_{R3} \cdot \hat{\mathbf{s}}_{R3})] = -b\boldsymbol{\rho}_{34}. \quad (7)$$

Тогда в соответствии с выражениями (5) и (7) приводной силовой винт будет иметь координаты

$$\mathbf{w}_{пр} = \begin{bmatrix} -b\boldsymbol{\rho}_{34} \\ a\hat{\mathbf{s}}_{R1} \times \hat{\mathbf{s}}_{R2} \end{bmatrix}.$$

Как известно, координаты винтов можно определить только с точностью до некоторого множителя, поэтому важным является не численное значение неизвестных констант a и b , а соотношение между ними.

Поделив векторную и моментную части выражения для приводного силового винта на $-b\|\boldsymbol{\rho}_{34}\|$, получаем

$$\mathbf{w}_{пр} = \begin{bmatrix} \frac{-b\boldsymbol{\rho}_{34}}{-b\|\boldsymbol{\rho}_{34}\|} \\ \frac{a\hat{\mathbf{s}}_{R1} \times \hat{\mathbf{s}}_{R2}}{-b\|\boldsymbol{\rho}_{34}\|} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{s}}_{34} \\ -c\hat{\mathbf{s}}_{R1} \times \hat{\mathbf{s}}_{R2} \end{bmatrix},$$

где $\hat{\mathbf{s}}_{34}$ — единичный вектор, направленный вдоль отрезка R_3R_4 ; c — константа, заменяющая константы a и b .

Константу c можно найти из условия равенства нулю относительного момента $\mathbf{t}_{R3} \circ \mathbf{w}_{пр}$ или же момента $\mathbf{t}_{R4} \circ \mathbf{w}_{пр}$. Используя первый вариант, запишем

$$\mathbf{t}_{R3} \circ \mathbf{w}_{пр} = \hat{\mathbf{s}}_{R3} \cdot (-c\hat{\mathbf{s}}_{R1} \times \hat{\mathbf{s}}_{R2}) + (\boldsymbol{\rho}_{R3} \times \hat{\mathbf{s}}_{R3}) \cdot \hat{\mathbf{s}}_{34} = 0.$$

Отсюда имеем

$$c = \frac{(\boldsymbol{\rho}_{R3} \times \hat{\mathbf{s}}_{R3}) \cdot \hat{\mathbf{s}}_{34}}{(\hat{\mathbf{s}}_{R1} \times \hat{\mathbf{s}}_{R2}) \cdot \hat{\mathbf{s}}_{R3}}.$$

Тогда координаты приводного силового винта цепи будут следующими:

$$\mathbf{w}_{пр} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{s}}_{34} \\ -\frac{(\boldsymbol{\rho}_{R3} \times \hat{\mathbf{s}}_{R3}) \cdot \hat{\mathbf{s}}_{34}}{(\hat{\mathbf{s}}_{R1} \times \hat{\mathbf{s}}_{R2}) \cdot \hat{\mathbf{s}}_{R3}} \hat{\mathbf{s}}_{R1} \times \hat{\mathbf{s}}_{R2} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Вычислим параметр приводного силового винта. Согласно определению [1], параметр винта p равен скалярному произведению его векторной и моментной частей, отнесенному

к квадрату нормы векторной части. Используя выражение (8), получаем

$$p_{w_{пр}} = \frac{\hat{s}_{34} \cdot \left[-\frac{(\rho_{R3} \times \hat{s}_{R3}) \cdot \hat{s}_{34}}{(\hat{s}_{R1} \times \hat{s}_{R2}) \cdot \hat{s}_{R3}} \hat{s}_{R1} \times \hat{s}_{R2} \right]}{\|\hat{s}_{34}\|^2} = -\frac{(\rho_{R3} \times \hat{s}_{R3}) \cdot \hat{s}_{34}}{(\hat{s}_{R1} \times \hat{s}_{R2}) \cdot \hat{s}_{R3}} [\hat{s}_{34} \cdot (\hat{s}_{R1} \times \hat{s}_{R2})].$$

Таким образом, в общем случае винт $w_{пр}$ является винтом некоторого конечного параметра.

Анализ условий попадания в ОП. Существует несколько различных классификаций ОП, каждая из которых имеет свои достоинства и недостатки [13–15]. Будем использовать классификацию, предложенную в статье [16], так как в ней условия возникновения ОП сформулированы с применением винтового исчисления, как и в настоящей работе.

Указанная классификация включает в себя четыре типа ОП: ПС — характеризуется потерей степени свободы ВЗ; ПУ — соответствует возникновению неконтролируемой подвижности ВЗ в рамках изначально имевшихся у СПМ степеней свободы; ВС — описывает вырождение накладываемых на ВЗ связей, проявляющееся в появлении у него новой степени свободы; ПП характеризуется наличием подвижности промежуточных звеньев СПМ при неподвижных приводах и ВЗ.

ОП типа ПС возникает при линейной зависимости кинематических винтов хотя бы в одной из цепей, которая приводит к появлению новой связи, налагаемой этой цепью на ВЗ и

запрещающей его перемещение в рамках одной из степеней свободы, которыми оно должно обладать. Анализ выражения (1) показывает, что линейная зависимость кинематических винтов рассматриваемой цепи является теоретически возможной в нескольких случаях.

Первый случай возникновения ОП типа ПС — любые два из векторов \hat{s}_{R1} , \hat{s}_{R2} , \hat{s}_{R3} параллельны, причем ВЗ теряет возможность вращения вокруг оси, задаваемой векторным произведением непараллельных векторов (рис. 2). Силовой винт $w_{ПС}$ возникшей связи будет иметь бесконечный параметр и следующие координаты:

$$w_{ПС} = \begin{cases} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_3 \\ \hat{s}_{R1} \times \hat{s}_{R3} \end{bmatrix} = \pm \begin{bmatrix} \mathbf{0}_3 \\ \hat{s}_{R2} \times \hat{s}_{R3} \end{bmatrix} & \text{при } \hat{s}_{R1} = \pm \hat{s}_{R2}; \\ \begin{bmatrix} \mathbf{0}_3 \\ \hat{s}_{R1} \times \hat{s}_{R2} \end{bmatrix} = \pm \begin{bmatrix} \mathbf{0}_3 \\ \hat{s}_{R3} \times \hat{s}_{R2} \end{bmatrix} & \text{при } \hat{s}_{R1} = \pm \hat{s}_{R3}; \\ \begin{bmatrix} \mathbf{0}_3 \\ \hat{s}_{R2} \times \hat{s}_{R1} \end{bmatrix} = \pm \begin{bmatrix} \mathbf{0}_3 \\ \hat{s}_{R3} \times \hat{s}_{R1} \end{bmatrix} & \text{при } \hat{s}_{R2} = \pm \hat{s}_{R3}. \end{cases}$$

Равенство единичных векторов $\hat{s}_{R1} = \pm \hat{s}_{R2}$ является возможным, если диада расположена между парами R_1 и R_2 . При $\hat{s}_{R1} = \pm \hat{s}_{R3}$ пары R_1 и R_2 должны быть расположены между диадой и ВЗ, а при $\hat{s}_{R2} = \pm \hat{s}_{R3}$ — между диадой и основанием.

Второй случай возникновения ОП типа ПС — векторные произведения $\rho_{R3} \times \hat{s}_{R3}$ и $\rho_{R4} \times \hat{s}_{R3}$ равны. Для выполнения этого условия должны быть равны векторы ρ_{R3} и ρ_{R4} , а значит, пары R_3 и R_4 должны располагаться в одной точке, т. е. функционировать как одна вращательная пара, что невозможно.

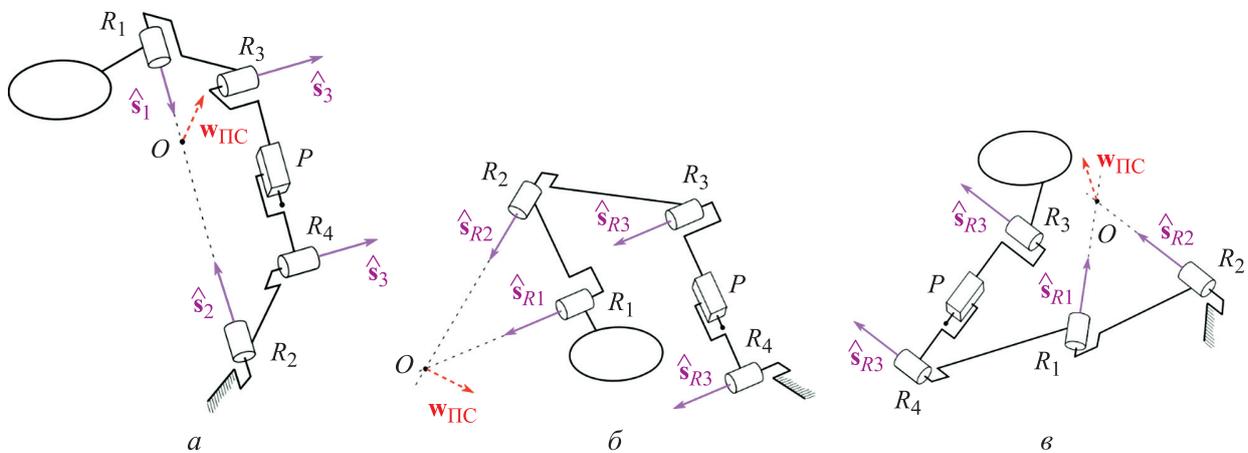


Рис. 2. Примеры схем цепей СПМ с диадой RPR в ОП типа ПС:

а — $\hat{s}_{R1} = \pm \hat{s}_{R2}$; б — $\hat{s}_{R1} = \pm \hat{s}_{R3}$; в — $\hat{s}_{R2} = \pm \hat{s}_{R3}$

Третий случай возникновения ОП типа ПС — разность векторных произведений $\rho_{R_3} \times \hat{s}_{R_3}$ и $\rho_{R_4} \times \hat{s}_{R_3}$ пропорциональна вектору \hat{s}_P . Это с учетом того, что $\rho_{R_4} = \rho_{R_3} + \rho_{34}$, означает, что векторное произведение $\rho_{34} \times \hat{s}_{R_3}$ пропорционально вектору \hat{s}_P . Данное условие выполняется в цепях с диадой \underline{PRR} или $RR\underline{P}$, если ось призматической пары перпендикулярна отрезку, соединяющему пары R_3 и R_4 . Соответственно, в цепях с диадой \underline{RPR} указанное условие является невыполнимым.

В рассматриваемом случае линейная комбинация кинематических винтов цепи всегда будет иметь моментную часть, пропорциональную вектору \hat{s}_P (либо в частном случае равную нулю). Тогда новая связь будет запрещать линейное перемещение в направлении, перпендикулярном данному вектору, а также линейной части силового винта связи — вектору \hat{s}_{R_3} , т. е. в направлении, задаваемом вектором \hat{s}_{34} (рис. 3).

Силовой винт, соответствующий возникшей связи, будет иметь нулевой параметр и координаты

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} \hat{s}_{34} \\ \mathbf{0}_3 \end{bmatrix}.$$

В СПМ такое перемещение должно быть заблокировано другими кинематическими цепями, т. е. рассматриваемая ситуация формально не соответствует ОП типа ПС. Тем не менее, может оказаться невозможным перемещение точки крепления цепи к ВЗ в направлении вектора \hat{s}_P , а значит, и некоторое вращение ВЗ. Однако при проектировании СПМ всегда будет возможность выбрать длины звеньев с запасом, чтобы для любого положения точки крепления цепи к ВЗ отрезок R_3R_4 никогда не был ортогонален оси призматической пары.

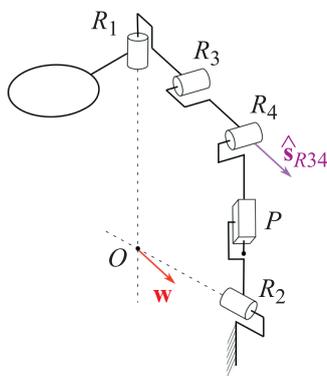


Рис. 3. Пример схемы цепи СПМ с диадой \underline{PRR} с возможным ограничением подвижности ВЗ

Таким образом, независимо от типа выбранной диады и ее расположения в цепи, нельзя исключить возможность попадания СПМ в ОП типа ПС при условии, что отсутствуют конструктивные ограничения, не допускающие сингулярных ориентаций ВЗ.

ОП типа ПУ соответствует случаю вырождения системы всех силовых винтов СПМ при условии, что система силовых винтов связи сама по себе остается невырожденной.

Первый случай возникновения ОП типа ПУ — равенство нулю моментной части хотя бы одного из приводных силовых винтов СПМ. Это возможно, если скалярное произведение $(\rho_{R_3} \times \hat{s}_{R_3}) \cdot \hat{s}_{34}$ равно нулю. Отсюда следует, что вектор \hat{s}_{34} должен находиться в плоскости, порожаемой векторами ρ_{R_3} и \hat{s}_{R_3} . Однако векторы ρ_{R_3} и \hat{s}_{34} всегда лежат в одной плоскости, перпендикулярной вектору \hat{s}_{R_3} . То есть указанное условие будет выполняться, если векторы ρ_{R_3} и \hat{s}_{34} коллинеарны, для чего прямая, проходящая через R_3 и R_4 , должна также проходить и через точку O .

Анализ выражения (8) показывает, что в этом случае ВЗ сможет при заблокированных приводах вращаться вокруг оси, которая перпендикулярна плоскости, задаваемой векторами $\hat{s}_{R_1} \times \hat{s}_{R_2}$ двух других цепей (рис. 4).

Полагая, что описанная конфигурация реализуется в первой из трех цепей СПМ, координаты кинематического винта нулевого параметра $\tau_{ПУ}$, характеризующего неконтролируемую подвижность ВЗ, будут следующими:

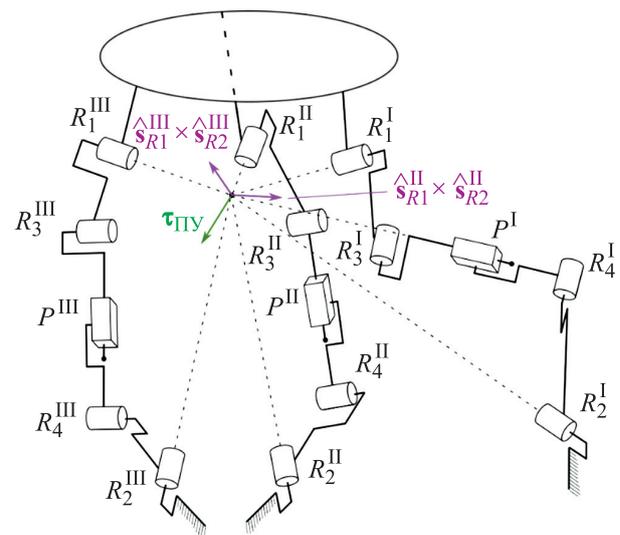


Рис. 4. Пример схемы цепи СПМ с диадой \underline{RPR} , находящегося в ОП типа ПУ (точка O лежит на прямой R_3R_4 первой цепи)

$$\tau_{\text{ПУ}} = \begin{bmatrix} (\hat{s}_{R_1}^{\text{II}} \times \hat{s}_{R_2}^{\text{II}}) \times (\hat{s}_{R_1}^{\text{III}} \times \hat{s}_{R_2}^{\text{III}}) \\ \mathbf{0}_3 \end{bmatrix}.$$

Здесь и далее римские цифры в верхних индексах указывают на номер цепи в составе СПМ.

Очевидно, что для реализации такого сценария точка O должна лежать в плоскости диады, что возможно, если между основанием и диадой есть хотя бы одна вращательная пара, или если диада соединена с основанием механизма, но точка O изначально лежит в ее плоскости. Соответственно, если плоская диада цепи присоединена к основанию так, чтобы точка O не лежала в ее плоскости, то попадание СПМ в ОП становится невозможным.

Второй случай возникновения ОП типа ПУ — коллинеарность векторов $\hat{s}_{R_1} \times \hat{s}_{R_2}$ любых двух цепей, что означает совпадение плоскостей OR_1R_2 этих цепей. Соответственно, неконтролируемым становится вращение ВЗ относительно оси, лежащей в данной плоскости и ортогональной вектору $\hat{s}_{R_1} \times \hat{s}_{R_2}$ третьей цепи (рис. 5).

Если совпадают плоскости OR_1R_2 цепей I и II, то неконтролируемая подвижность будет описываться кинематическим винтом со следующими координатами:

$$\tau_{\text{ПУ}} = \begin{bmatrix} (\hat{s}_{R_1}^{\text{I}} \times \hat{s}_{R_2}^{\text{I}}) \times (\hat{s}_{R_1}^{\text{III}} \times \hat{s}_{R_2}^{\text{III}}) \\ \mathbf{0}_3 \end{bmatrix} \infty \begin{bmatrix} (\hat{s}_{R_1}^{\text{II}} \times \hat{s}_{R_2}^{\text{II}}) \times (\hat{s}_{R_1}^{\text{III}} \times \hat{s}_{R_2}^{\text{III}}) \\ \mathbf{0}_3 \end{bmatrix}.$$

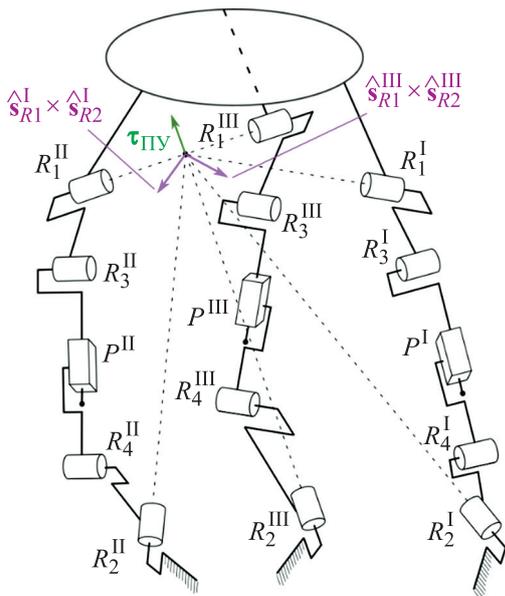


Рис. 5. Пример схемы цепи СПМ с диадой RPR, находящегося в ОП типа ПУ (плоскости OR_1R_2 цепей I и II совпадают)

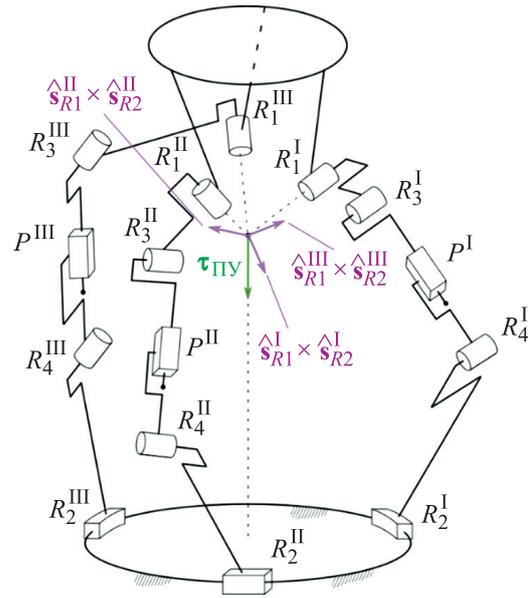


Рис. 6. Пример схемы СПМ с круговой направляющей, всегда находящегося в ОП типа ПУ (плоскости OR_1R_2 всех трех цепей пересекаются по общей прямой)

В общем случае избежать подобной ситуации не представляется возможным.

Третий случай возникновения ОП типа ПУ — моментные части приводных винтов всех цепей СПМ лежат в одной плоскости, что соответствует неконтролируемому вращению ВЗ вокруг оси, перпендикулярной этой плоскости. Данная ось должна лежать в плоскости, порожденной векторами \hat{s}_{R_1} и \hat{s}_{R_2} , т.е. в плоскости OR_1R_2 каждой цепи одновременно, а значит, указанные плоскости всех цепей должны пересекаться по общей прямой.

В этом случае кинематический винт неконтролируемого перемещения ВЗ будет иметь следующие координаты:

$$\tau_{\text{ПУ}} = \begin{bmatrix} (\hat{s}_{R_1}^{\text{I}} \times \hat{s}_{R_2}^{\text{I}}) \times (\hat{s}_{R_1}^{\text{II}} \times \hat{s}_{R_2}^{\text{II}}) \\ \mathbf{0}_3 \end{bmatrix} \infty \begin{bmatrix} (\hat{s}_{R_1}^{\text{I}} \times \hat{s}_{R_2}^{\text{I}}) \times (\hat{s}_{R_1}^{\text{III}} \times \hat{s}_{R_2}^{\text{III}}) \\ \mathbf{0}_3 \end{bmatrix} \infty \begin{bmatrix} (\hat{s}_{R_1}^{\text{II}} \times \hat{s}_{R_2}^{\text{II}}) \times (\hat{s}_{R_1}^{\text{III}} \times \hat{s}_{R_2}^{\text{III}}) \\ \mathbf{0}_3 \end{bmatrix}.$$

Таким образом, используя доступные варианты цепей, нельзя синтезировать СПМ с круговой направляющей, так как упомянутая прямая будет совпадать с осью направляющей (рис. 6). В общем же случае исключить описанную ситуацию невозможно.

ОП типа ВС характеризуется вырождением системы силовых винтов связей, что согласно выражению (2) является возможным, если хотя

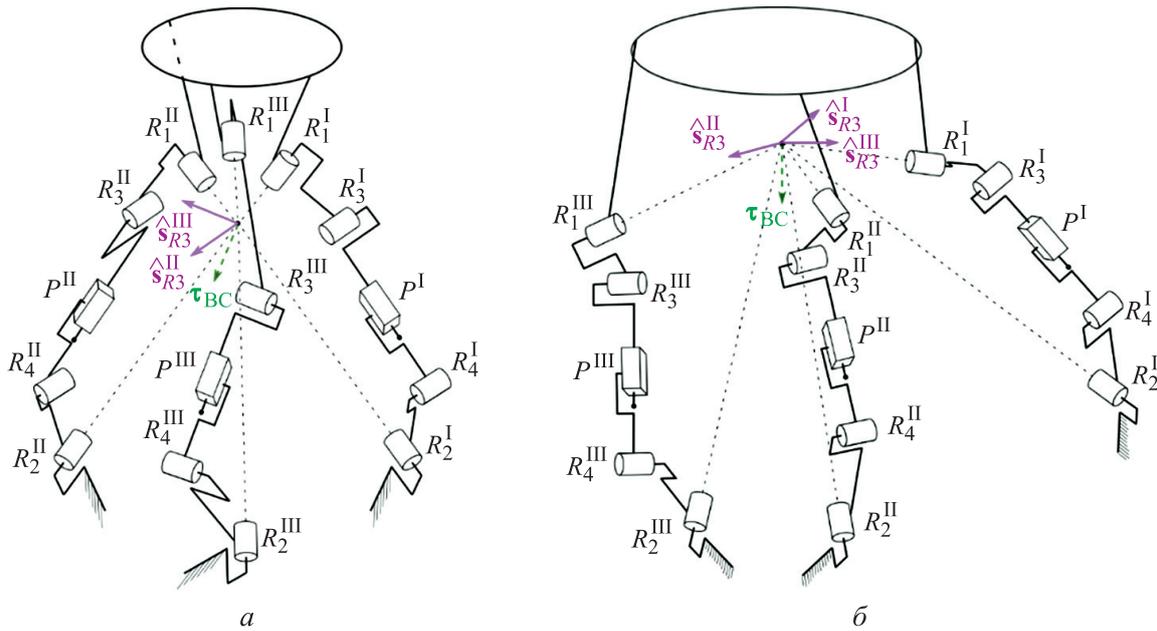


Рис. 7. Примеры схем СПМ с диадой RPR, находящегося в ОП типа BC:

а — плоскости диад цепей I и II параллельны; б — плоскости диад всех трех цепей пересекаются по общей прямой

бы в двух цепях векторы \hat{s}_{R3} коллинеарны, или если указанные векторы всех трех цепей лежат в одной плоскости.

В первом случае необходимо, чтобы плоскости диад двух цепей оказались параллельными, что возможно, если между диадой и основанием есть хотя бы одна вращательная пара. При этом ВЗ получит возможность неконтролируемого перемещения в направлении, ортогональном одновременно совпавшим векторам \hat{s}_{R3} и вектору \hat{s}_{R3} третьей цепи (рис. 7, а).

При совпадении указанных векторов в цепях I и II координаты кинематического винта бесконечного параметра τ_{BC} , описывающего неконтролируемое перемещение ВЗ, будут следующими:

$$\tau_{BC} = \begin{bmatrix} \hat{s}_{R3}^I \times \hat{s}_{R3}^{III} \\ \mathbf{0}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{s}_{R3}^{II} \times \hat{s}_{R3}^{III} \\ \mathbf{0}_3 \end{bmatrix}.$$

Во втором случае направление неконтролируемого перемещения ВЗ должно быть одновременно перпендикулярно вектору \hat{s}_{R3} в каждой из цепей, т. е. лежать в плоскости диады. Отсюда следует, что плоскости всех диад должны иметь общую прямую, вдоль которой и будет возможным указанное перемещение (рис. 7, б). Координаты кинематического винта неконтролируемого перемещения будут следующими:

$$\tau_{BC} = \begin{bmatrix} \hat{s}_{R3}^I \times \hat{s}_{R3}^{II} \\ \mathbf{0}_3 \end{bmatrix} \propto \begin{bmatrix} \hat{s}_{R3}^I \times \hat{s}_{R3}^{III} \\ \mathbf{0}_3 \end{bmatrix} \propto \begin{bmatrix} \hat{s}_{R3}^{II} \times \hat{s}_{R3}^{III} \\ \mathbf{0}_3 \end{bmatrix}.$$

Как и в первом случае, чтобы данное условие выполнялось, в каждой цепи между диадой и основанием должна быть хотя бы одна вращательная пара.

ОП типа III соответствует случаю возникновения линейной зависимости между кинематическими винтами пассивных пар цепи. На основе проведенного ранее анализа условий попадания СПМ в ОП типа ПС, можно заключить, что в такое ОП можно попасть, если векторы \hat{s}_{R1} и \hat{s}_{R2} коллинеарны. При этом вся цепь сможет вращаться вокруг общей оси пар R_1 и R_2 (рис. 8). Иными словами, попадание СПМ в ОП типа ПС при $\hat{s}_{R1} = \pm \hat{s}_{R2}$ будет означать его одновременное попадание в ОП типа ПП.

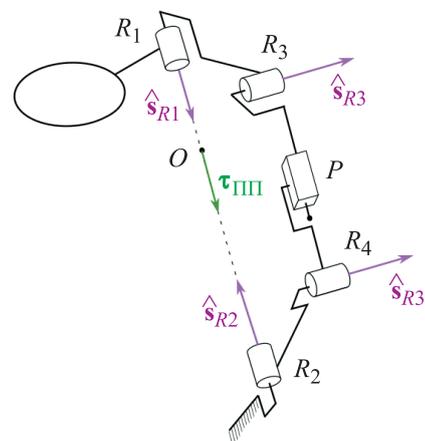


Рис. 8. Пример схемы цепи СПМ с диадой RPR, находящегося в ОП типа ПП

Координаты кинематического винта нулевого параметра $\tau_{\text{ПП}}$, описывающего вращение цепи, будут следующими:

$$\tau_{\text{ПП}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{s}}_{R1} \\ \mathbf{0}_3 \end{bmatrix} = \pm \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{s}}_{R2} \\ \mathbf{0}_3 \end{bmatrix}.$$

Выводы

1. Показано, что для минимизации вариантов попадания синтезируемого механизма в ОП целесообразно использовать цепи, где плоская диада присоединена непосредственно к основанию механизма, т. е. структуры $(\underline{RPR})R'R'$, $(\underline{PRR})R'R'$ или $(\underline{RRP})R'R'$. Такое решение позволяет полностью исключить попадание СПМ в ОП типов ВС и ПП, а также минимизировать количество возможных вариантов попадания в ОП типов ПС и ПУ при условии, что ни для одной цепи точка O не лежит в плоскости диады. Для исключения ОП типа ВС требуется, чтобы плоскости любых двух диад были непараллельными, а плоскости трех диад не пересекались по одной общей линии. В противном случае СПМ будет неработоспособным, так как всегда находится в ОП данного типа.

2. Установлено, что в реальном механизме целесообразно располагать привод как можно ближе к основанию. В связи с этим использова-

ние структуры цепи $(\underline{RRP})R'R'$ представляется нерациональным, так как привод призматической пары может быть расположен только на втором подвижном звене, что существенно увеличит инерцию механизма, а также потребует увеличения жесткости первого звена цепи. При анализе условий попадания СПМ в ОП типа ПС для обеспечения максимальной амплитуды поворота ВЗ при использовании плоской диады с двумя последовательно расположенными вращательными парами необходимо иметь достаточную длину звена, соединяющего эти пары. Соответственно, увеличение длины первого звена влечет за собой возрастание расстояния между приводом и основанием и, как следствие, повышение инерции цепи и всего механизма. Из двух оставшихся вариантов структуры цепи менее удачной представляется структура $(\underline{PRR})R'R'$, так как расположение призматической пары на основании означает необходимость ее консольного закрепления, что по сравнению с расположением призматической пары после вращательной увеличивает потенциальные изгибные нагрузки, воспринимаемые штоком реального приводного устройства.

3. Выявлено, что наиболее подходящей структурой для СПМ с тремя степенями свободы и линейными приводами является структура 3- $(\underline{RPR})R'R'$.

Литература

- [1] Глазунов В.А., Колискор А.Ш., Крайнев А.Ф. *Пространственные механизмы параллельной структуры*. Москва, Наука, 1991. 94 с.
- [2] Глазунов В.А. *Механизмы параллельной структуры и их применение*. Москва-Ижевск, ИКИ, 2018. 1036 с.
- [3] Merlet J.-P. *Parallel robots*. Springer, 2006. 402 p.
- [4] Glazunov V., Laryushkin P., Kheylo S. 3-DOF translational and rotational parallel manipulators. In: *New trends in mechanism and machine science*. Springer, 2013, pp. 199–207, doi: https://doi.org/10.1007/978-94-007-4902-3_21
- [5] Enferadi J., Shahi A. On the position analysis of a new spherical parallel robot with orientation applications. *Robot. Comput. Integr. Manuf.*, 2016, vol. 37, no. 4, pp. 151–161, doi: <https://doi.org/10.1016/j.rcim.2015.09.004>
- [6] Huang C., Gu J., Luo J. et al. Optimal design of a robotic eye based on spherical parallel mechanism by evolutionary strategy algorithm. *IEEE ICIA*, 2014, pp. 1008–1013, doi: <https://doi.org/10.1109/ICInfA.2014.6932797>
- [7] Palmieri G., Palpacelli M., Carbonari L. et al. Vision-based kinematic calibration of a small-scale spherical parallel kinematic machine. *Robot. Comput. Integr. Manuf.*, 2018, vol. 49, pp. 162–169, doi: <https://doi.org/10.1016/j.rcim.2017.06.008>
- [8] Li H., Luo J., Huang C. et al. Design and control of 3-DoF spherical parallel mechanism robot eyes inspired by the binocular vestibule-ocular reflex. *J. Intell. Robot. Syst.*, 2015, vol. 78, no. 3–4, pp. 425–441, doi: <https://doi.org/10.1007/s10846-014-0078-x>

- [9] Geonea I.D., Tarnita D., Pisla D. et al. Dynamic analysis of a spherical parallel robot used for brachial monoparesis rehabilitation. *Appl. Sci.*, 2021, vol. 11, no. 24, art. 11849, doi: <https://doi.org/10.3390/app112411849>
- [10] Valayil T.P., Tanev T.K. A 3UPS/S spherical parallel manipulator designed for robot-assisted hand rehabilitation after stroke. *Appl. Sci.*, 2024, vol. 14, no. 11, art. 4457, doi: <https://doi.org/10.3390/app14114457>
- [11] Karouia M., Hervé J.M. A family of novel orientational 3-DOF parallel robots. In: RoManSy 14. *Springer*, 2002, pp. 359–368, doi: https://doi.org/10.1007/978-3-7091-2552-6_38
- [12] Laryushkin P.A., Glazunov V.A. On the estimation of closeness to singularity for parallel mechanisms using generalized velocities and reactions. *Proc. 14th IFToMM World Congress*, 2015, pp. 286–291, doi: <https://doi.org/10.6567/IFToMM.14TH.WC.OS2.021>
- [13] Gosselin C.M., Angeles J. Singularity analysis of closed-loop kinematic chains. *IEEE Trans. Robot. Autom.*, 1990, vol. 6, no. 3, pp. 281–290, doi: <https://doi.org/10.1109/70.56660>
- [14] Zlatanov D., Fenton R.G., Benhabib B. A unifying framework for classification and interpretation of mechanism singularities. *J. Mech. Des.*, 1995, vol. 117, no. 4, pp. 566–572, doi: <https://doi.org/10.1115/1.2826720>
- [15] Zlatanov D., Fenton R.G., Benhabib B. Classification and interpretation of the singularities of redundant mechanisms. *ASME Design Engineering Technical Conferences*, 1998, paper no. DETC98/MECH-5896, V01BT01A019, doi: <https://doi.org/10.1115/DETC98/MECH-5896>
- [16] Ларюшкин П.А. Классификация и условия возникновения особых положений в механизмах параллельной структуры. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2017, № 1, с. 16–23, doi: <https://doi.org/10.18698/0536-1044-2017-1-16-23>

References

- [1] Glazunov V.A., Koliskor A.Sh., Kraynev A.F. *Prostranstvennyye mekhanizmy parallelnoy struktury* [Spatial parallel mechanisms]. Moscow, Nauka Publ., 1991. 94 p. (In Russ.).
- [2] Glazunov V.A. *Mekhanizmy parallelnoy struktury i ikh primeneniye* [Spatial parallel mechanisms and their application]. Moskva-Izhevsk, IKI, 2018. 1036 p. (In Russ.).
- [3] Merlet J.-P. Parallel robots. *Springer*, 2006. 402 p.
- [4] Glazunov V., Laryushkin P., Kheylo S. 3-DOF translational and rotational parallel manipulators. In: *New trends in mechanism and machine science*. Springer, 2013, pp. 199–207, doi: https://doi.org/10.1007/978-94-007-4902-3_21
- [5] Enferadi J., Shahi A. On the position analysis of a new spherical parallel robot with orientation applications. *Robot. Comput. Integr. Manuf.*, 2016, vol. 37, no. 4, pp. 151–161, doi: <https://doi.org/10.1016/j.rcim.2015.09.004>
- [6] Huang C., Gu J., Luo J. et al. Optimal design of a robotic eye based on spherical parallel mechanism by evolutionary strategy algorithm. *IEEE ICIA*, 2014, pp. 1008–1013, doi: <https://doi.org/10.1109/ICInfA.2014.6932797>
- [7] Palmieri G., Palpacelli M., Carbonari L. et al. Vision-based kinematic calibration of a small-scale spherical parallel kinematic machine. *Robot. Comput. Integr. Manuf.*, 2018, vol. 49, pp. 162–169, doi: <https://doi.org/10.1016/j.rcim.2017.06.008>
- [8] Li H., Luo J., Huang C. et al. Design and control of 3-DoF spherical parallel mechanism robot eyes inspired by the binocular vestibule-ocular reflex. *J. Intell. Robot. Syst.*, 2015, vol. 78, no. 3–4, pp. 425–441, doi: <https://doi.org/10.1007/s10846-014-0078-x>
- [9] Geonea I.D., Tarnita D., Pisla D. et al. Dynamic analysis of a spherical parallel robot used for brachial monoparesis rehabilitation. *Appl. Sci.*, 2021, vol. 11, no. 24, art. 11849, doi: <https://doi.org/10.3390/app112411849>
- [10] Valayil T.P., Tanev T.K. A 3UPS/S spherical parallel manipulator designed for robot-assisted hand rehabilitation after stroke. *Appl. Sci.*, 2024, vol. 14, no. 11, art. 4457, doi: <https://doi.org/10.3390/app14114457>
- [11] Karouia M., Hervé J.M. A family of novel orientational 3-DOF parallel robots. In: RoManSy 14. *Springer*, 2002, pp. 359–368, doi: https://doi.org/10.1007/978-3-7091-2552-6_38

- [12] Laryushkin P.A., Glazunov V.A. On the estimation of closeness to singularity for parallel mechanisms using generalized velocities and reactions. *Proc. 14th IFToMM World Congress*, 2015, pp. 286–291, doi: <https://doi.org/10.6567/IFToMM.14TH.WC.OS2.021>
- [13] Gosselin C.M., Angeles J. Singularity analysis of closed-loop kinematic chains. *IEEE Trans. Robot. Autom.*, 1990, vol. 6, no. 3, pp. 281–290, doi: <https://doi.org/10.1109/70.56660>
- [14] Zlatanov D., Fenton R.G., Benhabib B. A unifying framework for classification and interpretation of mechanism singularities. *J. Mech. Des.*, 1995, vol. 117, no. 4, pp. 566–572, doi: <https://doi.org/10.1115/1.2826720>
- [15] Zlatanov D., Fenton R.G., Benhabib B. Classification and interpretation of the singularities of redundant mechanisms. *ASME Design Engineering Technical Conferences*, 1998, paper no. DETC98/MECH-5896, V01BT01A019, doi: <https://doi.org/10.1115/DETC98/MECH-5896>
- [16] Laryushkin P.A. Classification and occurrence conditions of singularities in parallel mechanisms. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroenie* [BMSTU Journal of Mechanical Engineering], 2017, no. 1, pp. 16–23, doi: <https://doi.org/10.18698/0536-1044-2017-1-16-23> (in Russ.).

Статья поступила в редакцию 18.10.2024

Информация об авторах

ЛАРЮШКИН Павел Андреевич — доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Основы конструирования машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: pav.and.lar@gmail.com).

ХРЕСТИНА Арина Артуровна — аспирантка лаборатории «Теория механизмов и структуры машин». ФГБУН Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук (101000, Москва, Российская Федерация, Малый Харитоньевский переулок, д. 4, e-mail: gaynetdinova.arina@gmail.com).

СЕНИЦЫНА Юлия Владимировна — кандидат технических наук, доцент кафедры «Основы конструирования машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: js.werris@bmstu.ru).

ЦЫГАНОВА Анна Сергеевна — руководитель проекта отдела транспортного планирования. ООО «Эксперт-Ю» (117525, Москва, Российская Федерация, ул. Днепропетровская, д. 3, к. 5, e-mail: tsiganovaanna1@yandex.ru).

Information about the authors

LARUSHKIN Pavel Andreevich — Doctor of Science (Eng.), Associate Professor, Professor of Department of Machine Design Principles. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: pav.and.lar@gmail.com).

KHRESTINA Arina Arturovna — Postgraduate, Laboratory of Theory of Mechanisms and Structures of Machines. Mechanical Engineering Research Institute of the Russian Academy of Sciences (101990, Moscow, Russian Federation, Maly Kharitonyevsky Pereulok, Bldg. 4, e-mail: gaynetdinova.arina@gmail.com).

SINITSYNA Yulia Vladimirovna — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Department of Fundamentals of Machine Design. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: js.werris@bmstu.ru).

TSYGANOVA Anna Sergeevna — Project Supervisor, Department of Transportation Planning. Expert-Yu LLC (117525, Moscow, Russian Federation, Dnepropetrovskaya St., Bldg. 3, Block 5, e-mail: tsiganovaanna1@yandex.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Ларюшкин П.А., Хрестина А.А., Сеницына Ю.В., Цыганова А.С. Анализ особых положений кинематических цепей сферических параллельных манипуляторов с линейными приводами. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2025, № 7, с. 15–25.

Please cite this article in English as:

Laryushkin P.A., Khrestina A.A., SinitSYNA Yu.V., Tsyganova A.S. Singularity analysis of the kinematic chains of parallel manipulators with the linear drives. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2025, no. 7, pp. 15–25.