

УДК 004.896, 621.865.8

Исследование скорости сходимости алгоритма системы расширенный фильтр Калмана — адаптивный цифровой фильтр

П.А. Безмен

Юго-Западный государственный университет

The study of the convergence rate of the algorithm extended Kalman filter — adaptive digital filter system

P.A. Bezmen

South West State University

Важным фактором обработки информации, выполняемой бортовым вычислителем робота, является скорость сходимости применяемых в системе управления роботом рекуррентных алгоритмов оценивания и фильтрации данных. Рассмотрена скорость сходимости алгоритма работы системы расширенный фильтр Калмана — адаптивный цифровой фильтр (система РФК — АЦФ) в качестве цифрового фильтра входных детерминированных сигналов с целью выяснения возможности ее применения в робототехнике. Критериями определения скорости сходимости являются числа итераций работы алгоритма системы РФК — АЦФ, необходимых для достижения установившегося и медианного значений среднеквадратической ошибки ее работы. Выполнены оценка и сравнение результатов фильтрации сигналов, полученных с помощью системы РФК — АЦФ и аналогичных данных, определенных с использованием алгоритмов РФК и некоторых АЦФ. Для выявления влияния организации буферной памяти АЦФ системы РФК — АЦФ на результаты фильтрации сигнала и скорость сходимости алгоритма системы проведено моделирование ее работы с разным количеством ячеек буферной памяти АЦФ. Анализ результатов исследования показал, что к основным достоинствам алгоритма системы РФК — АЦФ относятся высокая скорость сходимости (только алгоритм РФК демонстрирует наибольшую скорость сходимости) и высокая эффективность подавления шума даже при его значительном уровне. Комбинация РФК и АЦФ в системе РФК — АЦФ позволяет компенсировать ошибки работы РФК, что способствует повышению точности оценки систем/процессов. Включение РФК в состав системы РФК — АЦФ дает возможность применять нелинейные, но линеаризуемые модели оцениваемых систем/процессов в системах управления роботами.

EDN: QZXTMB, <https://elibrary/qzxtmb>**Ключевые слова:** расширенный фильтр Калмана, адаптивный цифровой фильтр, скорость сходимости, робототехника, число итераций

An important aspect of the information processing performing by a robot onboard computer is the convergence rate of the recurrent algorithms for data estimation and filtering used in a robot control system. This paper focuses on examining the convergence rate of the extended Kalman filter–adaptive digital filter (EKF–ADF) system algorithm. It explores the system's performance as a digital filter for deterministic input signals, aiming to elucidate its potential applications in robotics. The criteria for determining the convergence rate are: the iterations' number of the EKF–ADF system algorithm which required to achieve a steady-

state value of the system operation results' mean squared error and the iterations' number of the EKF-ADF system algorithm which required to achieve a median value of the system operation results' mean squared error. This paper evaluates and compares the signal filtering outcomes achieved by the EKF-ADF system with those obtained using EKF algorithms and various adaptive digital filters. In order to determine the influence of the ADF buffer memory organization in the EKF-ADF system on the signal filtering results and the convergence rate of the system algorithm, a simulation of this system operation with a different number of ADF buffer memory cells was carried out. The study's findings indicate that the EKF-ADF system algorithm offers several key advantages, including a high convergence rate — exceeded only by the EKF algorithm itself — and effective noise suppression, even in the presence of substantial noise levels. By integrating the extended Kalman filter with the adaptive digital filter, the EKF-ADF system compensates for the errors associated with the extended Kalman filter's operation, thereby enhancing the accuracy of system and process estimations. Inclusion of the EKF in the EKF-ADF system makes it possible to use nonlinear, but linearizable, models of the systems/processes estimated in robot control systems.

EDN: QZXTMB, <https://elibrary/qzxtmb>

Keywords: extended Kalman filter, adaptive digital filter, convergence rate, robotics, iterations' number

При оценке состояния робототехнической системы ее подсистема управления опирается на данные, полученные от датчиков физических величин. Все результаты измерений, выполняемых датчиками, являются в большей или меньшей степени зашумленными и неточными, а процесс измерений имеет стохастический характер. Быстродействие обработки информации бортовым вычислителем робота зависит от скорости сходимости применяемых в системе управления роботом рекуррентных алгоритмов оценивания и фильтрации данных.

Предназначенные для работы с нелинейными системами фильтры Калмана [1–4], в частности расширенный (РФК) [5], получили широкое применение в робототехнике. В работах [6–8] описана система, включающая в себя РФК и адаптивный цифровой фильтр (АЦФ) (далее система РФК — АЦФ) с алгоритмом адаптации NLMS (Normalized Least Mean Squares) — алгоритмом нормализованных наименьших средних квадратов. Система РФК — АЦФ эффективно работает в условиях нестационарного входного сигнала [9–13] и обладает оптимальной вычислительной сложностью, что позволяет компенсировать ошибки функционирования РФК.

Цель работы — изучение скорости сходимости алгоритма работы системы РФК — АЦФ, используемой в качестве цифрового фильтра детерминированных входных сигналов.

Критериями определения скорости сходимости выбраны числа итераций работы алгоритма системы РФК — АЦФ, необходимых для

достижения установившегося и медианного значений среднеквадратической ошибки работы системы.

Для достижения поставленной цели оценивали и сравнивали результаты фильтрации сигналов системой РФК — АЦФ с таковыми, полученными по другим алгоритмам: РФК; АЦФ с алгоритмом адаптации LMS (Least Mean Squares) — алгоритмом наименьших средних квадратов [14]; АЦФ с алгоритмом адаптации NLMS; последовательной фильтрации сигнала, реализуемой сначала РФК, а затем АЦФ с алгоритмом адаптации NLMS.

Входными данными системы РФК — АЦФ является вектор наблюдений в момент дискретного времени k $\mathbf{z}(k)$, который содержит значение входного сигнала, подлежащего фильтрации (рис. 1).

Выходные данные РФК в системе РФК — АЦФ:

- $\hat{\mathbf{x}}(k|k-1)$ — вектор априорной оценки РФК состояния системы;
- $\hat{\mathbf{x}}(k|k)$ — вектор переменных апостериорной оценки РФК состояния системы (вектор выхода РФК), подлежащих компенсированию ошибки с помощью АЦФ.

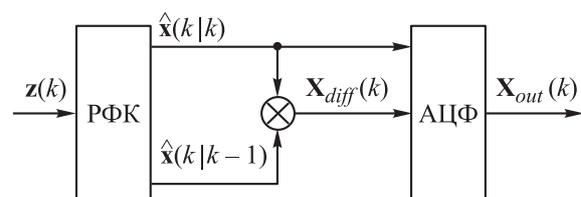


Рис. 1. Схема системы РФК — АЦФ

Входные данные АЦФ в системе РФК — АЦФ:

- $\hat{\mathbf{x}}(k|k)$ — вектор выхода РФК;
- $\mathbf{X}_{diff}(k)$ — вектор разности значений соответствующих элементов векторов $\hat{\mathbf{x}}(k|k-1)$ и $\hat{\mathbf{x}}(k|k)$.

Выходные данные АЦФ и системы РФК — АЦФ представляют собой вектор скомпенсированных значений оценки состояния системы $\mathbf{X}_{out}(k)$ — результат фильтрации входного сигнала.

АЦФ в системе РФК — АЦФ обладает буферной памятью (БП), которая хранит вектор отсчетов поступающего в АЦФ сигнала в момент времени k $\mathbf{x}(k)$. Эта память предназначена для накопления кадров вектора выхода РФК $\hat{\mathbf{x}}(k|k)$ во время работы АЦФ, что позволяет выполнять дальнейшую фильтрацию и последовательную настройку весовых коэффициентов АЦФ (рис. 2) [6, 7]. В состав БП входят основной и дополнительный разделы.

Основной раздел БП представляет собой вектор размера N с элементами — ячейками $x_1(k), \dots, x_N(k-N+1)$:

$$\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k-1) \\ \vdots \\ x_N(k-N+1) \end{bmatrix}.$$

Каждая ячейка БП имеет структуру вектора $\hat{\mathbf{x}}(k|k)$. Новый кадр $\hat{\mathbf{x}}(k|k)$ помещается в первый элемент — ячейку вектора основного раздела БП. При этом все ранее сохраненные кадры перемещаются на одну ячейку в сторону последней ячейки БП, а самый старый кадр,

находящийся в последней ячейке основного раздела, удаляется из БП. Такую организацию памяти называют методом FIFO (First In First Out — первым пришел — первым ушел) [15, 16].

Дополнительный раздел БП состоит из элементов — ячеек $d_1(k), \dots, d_M(k-M+1)$, который содержит M ячеек для предварительного накопления кадров входного сигнала (см. рис. 2). В этом случае основной раздел БП состоит из N ячеек: $x_1(k-M), \dots, x_N(k-M-N+1)$.

Дополнительный раздел БП также организован по методу FIFO: каждый новый кадр входного сигнала помещается в первую ячейку дополнительного раздела, смещая все хранившиеся в памяти предыдущие кадры на одну ячейку в направлении последней ячейки этого раздела, а кадр, находящийся в последней ячейке, вытесняется из дополнительного раздела и перемещается в первую ячейку основного раздела БП. Время запаздывания реакции АЦФ на входной сигнал можно увеличить использованием ячеек дополнительного раздела БП. Это дополнительное время запаздывания прямо пропорционально числу ячеек в данном разделе.

Методика исследования. Для исследования скорости сходимости алгоритма работы системы РФК — АЦФ проведен вычислительный эксперимент, в рамках которого выполнены численное моделирование и сравнительный анализ результатов работы алгоритмов следующих цифровых фильтров:

- РФК;
- АЦФ с алгоритмом адаптации LMS (далее LMS);

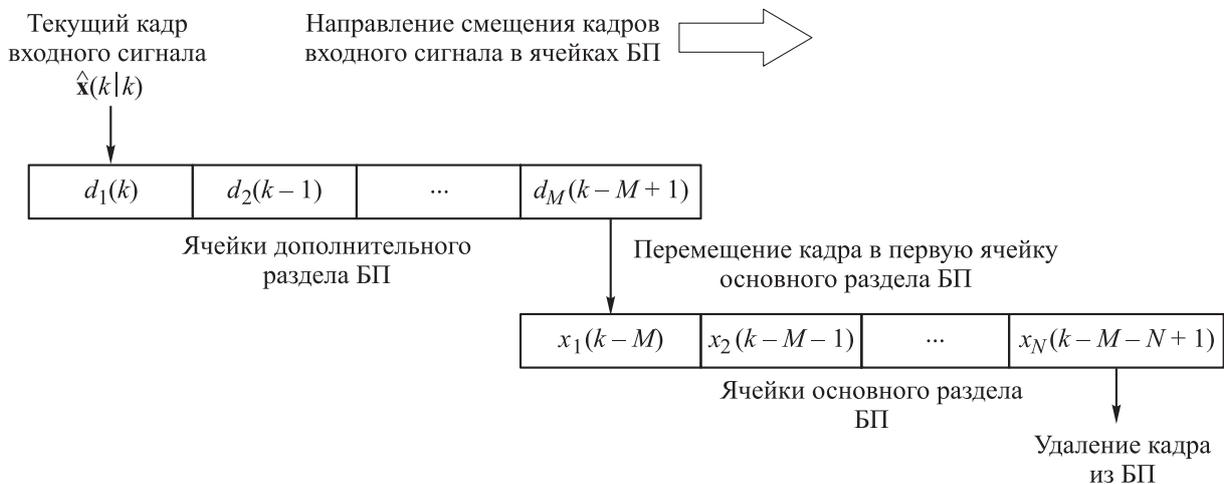


Рис. 2. Схема организации работы БП АЦФ при наличии ячеек дополнительного раздела БП

- АЦФ с алгоритмом адаптации NLMS (далее NLMS);
- последовательной фильтрации сигнала, реализуемой сначала РФК, а затем АЦФ с алгоритмом адаптации NLMS (далее РФК → NLMS);
- системы РФК — АЦФ с алгоритмом адаптации NLMS (далее РФК + NLMS).

Входными сигналами рассматриваемых фильтров являлись незашумленный единичный ступенчатый сигнал (далее единичный сигнал), описываемый единичной функцией Хевисайда $1(t)$ [17], и единичные сигналы с наложенным шумом. Единичные сигналы выбраны исходя из однозначности определения необходимого для достижения установившегося режима работы алгоритмов фильтров числа итераций (циклов) $K_{уст}$. За величину $K_{уст}$ принят номер итерации работы алгоритма фильтра, начиная с которой среднеквадратическая ошибка (MSE — Mean Squared Error) результатов работы фильтра не менялась или менялась менее чем на 1 % относительно максимального значения MSE, равного единице (при входном единичном сигнале).

Введем величину $K_{мед}$, которая определяется числом итераций, требуемых для достижения медианного значения MSE результатов работы цифрового фильтра. Значение $K_{мед}$ равно номеру итерации работы алгоритма фильтра, начиная с которой медианное значение MSE результатов фильтрации не менялось или менялось не более чем на 5 % относительно медианного значения MSE результатов работы фильтра, определенного исходя из значений MSE на всех итерациях алгоритма фильтра в условиях входного единичного сигнала (незашумленного или с наложенным шумом).

Значение MSE на протяжении N итераций алгоритма определяли как

$$J = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (S_i - Y_i)^2,$$

где S_i — значение незашумленного сигнала в момент времени i (момент времени i соответствует i -й итерации алгоритма фильтра); Y_i — значение сигнала на выходе фильтра в момент времени i .

На входы цифровых фильтров подавали единичные сигналы без шума и с наложенным белым шумом — равномерно распределенными случайными величинами, имеющими разные максимальные значения. Последние представляли собой уровни, выраженные в процентах от-

носительно уровня незашумленного сигнала: 10 % — дисперсия для непрерывной случайной величины $\sigma_n^2 = 0,0033$, дисперсия для дискретной случайной величины $\sigma_d^2 = 0,0366$, диапазон величин $-0,1 \dots 0,1$; 30 % — $\sigma_n^2 = 0,0300$, $\sigma_d^2 = 0,1300$, диапазон величин $-0,3 \dots 0,3$; 50 % — $\sigma_n^2 = 0,0833$, $\sigma_d^2 = 0,2500$, диапазон величин $-0,5 \dots 0,5$.

Для численного эксперимента использовали РФК со следующими параметрами: число переменных состояния $n = 2$, число переменных наблюдений $m = 2$, матрица динамики/эволюции системы J_{fx} размера $n \times n$ и матрица наблюдений/выхода системы J_{hx} размера $m \times n$ [7]. Таким образом, фильтруемый (входной) сигнал был элементом z_1 вектора наблюдений \mathbf{z} , а отфильтрованный (выходной) сигнал — элементом \hat{x}_1 вектора $\hat{\mathbf{x}}$ оценки состояния:

$$\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ 0 \end{bmatrix}; \mathbf{z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ 0 \end{bmatrix}; \mathbf{J}_{fx} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{J}_{hx} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

РФК рассматривали без учета влияния управляющих воздействий на систему.

Вектор выхода РФК являлся вектором оценки состояния

$$\hat{\mathbf{x}}(k|k) = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Для РФК задавали следующие ковариационные матрицы шума процесса \mathbf{Q} и шума измерений \mathbf{R} :

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 10^{-4} & 0 \\ 0 & 10^{-4} \end{bmatrix}; \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Значения элементов матриц \mathbf{Q} и \mathbf{R} устанавливали так, чтобы РФК максимально подавлял наложенный на единичный сигнал шум.

Помимо алгоритма РФК эти матрицы использовали в алгоритме последовательной фильтрации сигнала с помощью РФК и АЦФ, а также для реализации алгоритма РФК, входящего состав системы РФК — АЦФ.

Для АЦФ с LMS и NLMS число ячеек основного раздела БП N [6, 7] принято равным 30, ячейки дополнительного раздела БП не использовали.

Для алгоритмов LMS и NLMS в АЦФ шаг сходимости [6] задавали выражением

$$\mu = \frac{1}{1000(N + M)}.$$

Вектор весовых коэффициентов АЦФ с NLMS в момент времени k определяли как

$$\mathbf{w}(k) = \mathbf{w}(k-1) + \frac{2\mu}{\mathbf{x}^T(k)\mathbf{x}(k) + \varepsilon} \mathbf{e}(k)\mathbf{x}(k),$$

где $\mathbf{w}(k-1)$ — вектор весовых коэффициентов в момент времени $(k-1)$; $\mathbf{e}(k)$ — ошибка выхода АЦФ в момент времени k ; $\varepsilon = 0,2$ [6, 14].

Моделирование последовательной фильтрации сигнала РФК и АЦФ с NLMS, а также АЦФ системы РФК — АЦФ выполняли при указанных параметрах алгоритма адаптации NLMS.

Для изучения скорости сходимости алгоритма работы системы РФК — АЦФ также проводили вычислительный эксперимент с целью сравнения результатов работы этого алгоритма: при разном количестве ячеек основного раздела БП ($N = 2 \dots 1024$) и отсутствии дополнительного раздела БП; при разном количестве ячеек дополнительного раздела БП ($M = 1 \dots 80$) и количестве ячеек основного раздела БП $N = 30$.

На вход системы РФК — АЦФ подавали единичные сигналы без шума и с наложенным шумом разного уровня (10, 30 и 50 %).

Моделирование работы системы РФК — АЦФ с разным количеством ячеек БП проводили с теми же условиями и настройкой системы РФК — АЦФ, что и для проведения описанного вычислительного эксперимента.

При вычислениях применяли 80-битные переменные для хранения чисел с плавающей запятой. Работу всех фильтров моделировали с помощью набора библиотек программ «РФК-АЦФ-АРС» реализации системы управления состоянием объекта [18]. Результаты экспериментов обрабатывали с помощью программно-обеспечения MathWorks MATLAB.

Моделирование работы фильтров проводили с постоянным шагом (1 дискретный отсчет входного сигнала) в течение периода дискретных отсчетов $T = 10^5$. В ходе каждой итерации алгоритмов фильтров обрабатывался только один дискретный отсчет входного сигнала.

Для оценки результатов фильтрации сигнала использовали значения MSE, $K_{уст}$ и $K_{мед}$.

Результаты. Значения MSE, $K_{уст}$ и $K_{мед}$, полученные по результатам фильтрации единичных сигналов разными фильтрами, приведены в таблице. Установившееся и медианное значения MSE определяли на протяжении всего периода T моделирования работы фильтров. Они

соответствуют значениям MSE, достижимым при числе итераций $K_{уст}$ и $K_{мед}$.

Значения MSE, полученные по результатам моделирования фильтрации входного единичного сигнала с 50%-ным уровнем шума различными фильтрами приведены на рис. 3. Данный график позволяет оценить скорость сходимости алгоритмов фильтров при наличии шума во входном сигнале.

Зависимости медианных значений MSE, полученные по результатам моделирования работы системы РФК — АЦФ при фильтрации входного единичного сигнала без шума (0 %) и с наложенным шумом уровня 10, 30 и 50 % амплитуды незашумленного входного сигнала от количества ячеек БП АЦФ приведены на рис. 4, а и б.

По результатам моделирования работы системы РФК — АЦФ при тех же условиях численного эксперимента получены зависимости значений $K_{мед}$ от количества ячеек БП АЦФ (рис. 4, в и г).

Как видно из приведенных графиков, при входном единичном сигнале алгоритм РФК имеет самую высокую скорость сходимости среди рассмотренных алгоритмов цифровых фильтров. У системы РФК — АЦФ при фильтрации единичного сигнала скорость сходимости меньше, чем у РФК, но больше, чем у фильтров с алгоритмами LMS, NLMS и РФК → NLMS. Фильтр с алгоритмом последовательной фильтрации РФК → NLMS имеет самую низкую скорость сходимости.

В большинстве случаев в условиях работы с детерминированными сигналами алгоритм системы РФК — АЦФ по скорости сходимости занимает промежуточное положение между алгоритмами РФК и РФК → NLMS. Численный эксперимент показал, что при рассмотренных сходных условиях моделирования и исходя из значений чисел итерации $K_{уст}$ и $K_{мед}$ скорость сходимости алгоритма системы РФК — АЦФ как минимум в 2 раза больше, чем у алгоритма последовательной фильтрации РФК → NLMS. Наименьшим медианным значением MSE результатов фильтрации входного единичного сигнала обладает система РФК — АЦФ. Для всех рассмотренных алгоритмов фильтров значение числа итераций $K_{мед}$ уменьшается с увеличением уровня шума, накладываемого на входной единичный сигнал.

При различных вариантах организации работы БП системы РФК — АЦФ результаты

Значения MSE, $K_{уст}$ и $K_{мед}$, определенные по разным алгоритмам

Уровень шума, %	Алгоритм	Установившееся значение MSE	$K_{уст}$	Медианное значение MSE	$K_{мед}$
0	РФК	0,0099692	299	0	1486
0	LMS	0,0099860	1166	0	7090
0	NLMS	0,0099969	1396	0	8506
0	РФК → NLMS	0,0099986	1503	0	8613
0	РФК + NLMS	0,0098641	565	0	2710
10	РФК	0,0098700	295	0,0000080973	590
10	LMS	0,0099075	1103	0,0000597690	1883
10	NLMS	0,0097667	1337	0,0000592570	2078
10	РФК → NLMS	0,0099669	1518	0,0000079927	3549
10	РФК + NLMS	0,0099924	664	0,0000078490	1539
30	РФК	0,0099933	321	0,0000068901	506
30	LMS	0,0093592	1094	0,0008965200	1441
30	NLMS	0,0093862	1312	0,0006062300	1491
30	РФК → NLMS	0,0099320	1487	0,0000662960	2771
30	РФК + NLMS	0,0099599	622	0,0000658510	1405
50	РФК	0,0097303	322	0,0001995200	457
50	LMS	0,0099963	1062	0,0064652000	1177
50	NLMS	0,0094152	1188	0,0037756000	1330
50	РФК → NLMS	0,0099932	1392	0,0001992800	2436
50	РФК + NLMS	0,0098253	733	0,0001982200	903

фильтрации сигнала отличаются друг от друга. При малом числе ячеек основного раздела БП (малом количестве кадров входных данных и весовых коэффициентов) будет наблюдаться низкое подавление шума, наложенного на входной полезный сигнал. С увеличением ко-

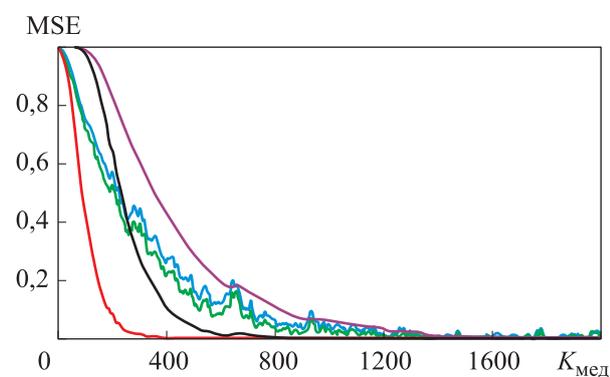


Рис. 3. Значения MSE, полученные по результатам фильтрации входного единичного сигнала с 50%-ным наложенным уровнем шума, при использовании разных алгоритмов: — РФК; — LMS; — NLMS; — РФК → NLMS; — РФК + NLMS

личества ячеек основного раздела БП улучшается и подавление шума входного сигнала. Число итераций $K_{мед}$ будет повышаться с ростом количества ячеек основного и дополнительного разделов БП АЦФ. Это заметно при наличии шума во входном сигнале. При отсутствии шума эта тенденция не столь очевидна и заметна при увеличении числа ячеек дополнительного раздела БП.

Большое количество кадров и весовых коэффициентов АЦФ не всегда обеспечивает высокое качество подавления шума, что не гарантирует существенную компенсацию ошибки РФК. При определенном количестве кадров и весовых коэффициентов достигается оптимальное качество подавления шума, но при увеличении этого количества эффект подавления может либо не увеличиваться, либо быть незначительным. Чем больше количество кадров входных данных и весовых коэффициентов АЦФ, тем выше требования к вычислительной мощности и объему оперативной памяти бортового компьютера робота.

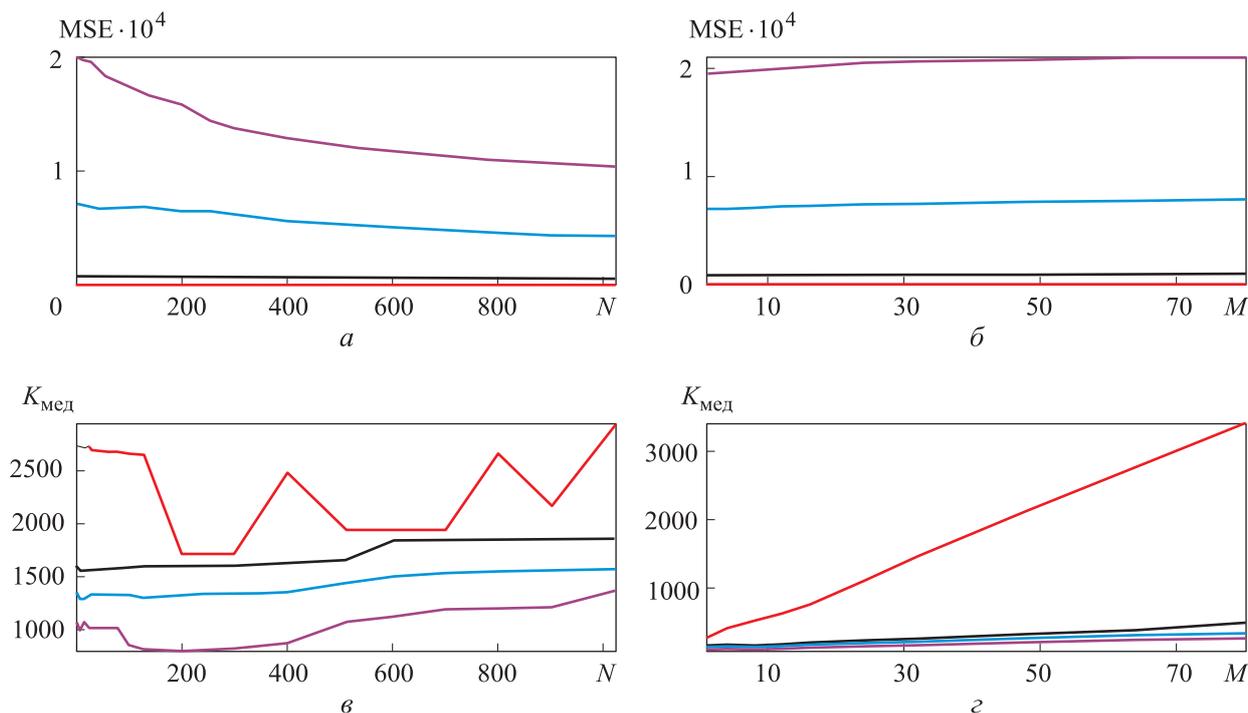


Рис. 4. Результаты моделирования работы системы РФК — АЦФ при фильтрации входного единичного сигнала с уровнем шума, равным 0 (—), 10 (—), 30 (—) и 50 % (—):
 а и в — зависимости медианного значения MSE и числа итераций $K_{\text{мед}}$ от количества ячеек основного раздела БП АЦФ N при отсутствии дополнительного раздела;
 б и г — зависимости медианного значения MSE и числа итераций $K_{\text{мед}}$ от количества ячеек дополнительного раздела БП АЦФ M при $N = 30$

С ростом количества ячеек дополнительного раздела БП уменьшается подавление шума, причем незначительное (по сравнению с числом ячеек основного раздела БП) количество данных ячеек в системе РФК — АЦФ позволяет добиться запаздывания выходного сигнала относительно входного.

Основной задачей является выбор оптимального количества кадров и весовых коэффициентов РФК — АЦФ, которые обеспечивают наилучшее подавление шума и скорость адаптации к входному сигналу. На скорость сходимости алгоритма работы системы РФК — АЦФ оказывает влияние не только количество ячеек БП, но и матрицы динамики/эволюции системы J_{f_x} и наблюдений/выхода системы J_{h_x} , а также ковариационные матрицы шума Q и R , подобранные исходя из значений дисперсий случайных величин, характеризующих действующий шум.

Выводы

1. Показано, что алгоритм системы РФК — АЦФ имеет преимущества перед другими алгоритмами рассмотренных цифровых фильтров. К основным из них можно отнести высокую скорость сходимости (только алгоритм РФК демонстрирует большую скорость сходимости) и высокую эффективность подавления шума даже при его значительном уровне.

2. АЦФ в составе системы РФК — АЦФ позволяет компенсировать ошибки работы РФК, что способствует повышению точности оценки систем/процессов.

3. Включение РФК в состав системы РФК — АЦФ дает возможность применять в системах управления роботами нелинейные, но линеаризуемые, модели оцениваемых систем/процессов.

Литература

[1] Urrea C., Agramonte R. Kalman filter: historical overview and review of its use in robotics 60 years after its creation. *J. Sens.*, 2021, vol. 2021, art. 9674015, doi: <https://doi.org/10.1155/2021/9674015>

- [2] Khodarahmi M., Maihami V. A review on Kalman filter models. *Arch. Computat. Methods Eng.*, 2023, vol. 30, no. 1, pp. 727–747, doi: <https://doi.org/10.1007/s11831-022-09815-7>
- [3] Lv M., Wei H., Fu X. et al. A loosely coupled extended Kalman filter algorithm for agricultural scene-based multi-sensor fusion. *Front. Plant Sci.*, 2022, vol. 13, art. 849260, doi: <https://doi.org/10.3389/fpls.2022.849260>
- [4] Feng S., Li X., Zhang S. et al. A review: state estimation based on hybrid models of Kalman filter and neural network. *Syst. Sci. Control. Eng.*, 2023, vol. 11, no. 1, art. 2173682, doi: <https://doi.org/10.1080/21642583.2023.2173682>
- [5] Schmidt S.F. Application of state-space methods to navigation problems. *Adv. Control Syst.*, 1966, vol. 3, pp. 293–340, doi: <https://doi.org/10.1016/B978-1-4831-6716-9.50011-4>
- [6] Безмен П.А. Исследование работы расширенного фильтра Калмана, дополненного адаптивным цифровым фильтром, для комплексирования данных системы управления мобильным роботом. *Известия Юго-Западного государственного университета*, 2020, т. 24, № 1, с. 68–89, doi: <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2020-24-1-68-89>
- [7] Безмен П.А. *Цифровой фильтр для нестационарных сигналов*. Патент РФ 2747199. Заявл. 05.07.2020, опубл. 29.04.2021.
- [8] Безмен П.А. Исследование работы системы расширенный фильтр Калмана — адаптивный цифровой фильтр в качестве фильтра нестационарных сигналов. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2024, № 10, с. 9–19. EDN: ONANWI
- [9] Somefun C.T., Daramola S.A., Somefun T.E. Advancements and applications of adaptive filters in signal processing. *JESA*, 2024, vol. 57, no. 5, pp. 1259–1272, doi: <https://doi.org/10.18280/jesa.570502>
- [10] Бычков Б.И., Романовский А.С., Хартов В.Я. Моделирование помехозащищенных речевых каналов для технических систем управления. *Радиооптика*, 2016, № 5, с. 11–25, doi: <https://doi.org/10.7463/rdopt.0516.0848125>
- [11] La Rosa A.B., Pereira P.T., Ücker P. et al. Exploring NLMS-based adaptive filter hardware architectures for eliminating power line interference in EEG signals. *Circuits Syst. Signal Process.*, 2021, vol. 40, no. 5, pp. 3305–3337, doi: <https://doi.org/10.1007/s00034-020-01620-6>
- [12] Khan A.A., Shah S.M., Raja M.A.Z. et al. Fractional LMS and NLMS algorithms for line echo cancellation. *Arab. J. Sci. Eng.*, 2021, vol. 46, no. 4, pp. 9385–9398, doi: <https://doi.org/10.1007/s13369-020-05264-1>
- [13] Kumar K., Pandey R., Karthik M.L.N.S. et al. Robust and sparsity-aware adaptive filters: a review. *Signal Process.*, 2021, vol. 189, art. 108276, doi: <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2021.108276>
- [14] Джиган В.И., Стемповский А.Л. LMS-алгоритм адаптивной фильтрации сигналов: первый или единственный для использования на практике? *Проблемы разработки перспективных микро- и нанoeлектронных систем*, 2014, № 4, с. 159–166.
- [15] Kruse R.L., Ryba A.J. *Data structures and program design in C++*. Prentice-Hall, 1999. 717 p.
- [16] Wang M. Design and implementation of asynchronous FIFO. *Appl. Comput. Eng.*, 2024, vol. 70, pp. 215–221, doi: <https://doi.org/10.54254/2755-2721/70/20241023>
- [17] Jianu M., Dăuș L. A note on the Heaviside step function. *Proc. 18th Workshop on mathematics, Computer Science and Technical Education*, 2021, vol. 4, pp. 31–38.
- [18] Безмен П.А. *Набор библиотек «РФК-АЦФ-АРС» реализации системы управления состоянием объекта*. Свид. о гос. рег. прог. для ЭВМ № 2022663792 РФ. Заявл. 01.07.2022, опубл. 20.07.2022.

References

- [1] Urrea C., Agramonte R. Kalman filter: historical overview and review of its use in robotics 60 years after its creation. *J. Sens.*, 2021, vol. 2021, art. 9674015, doi: <https://doi.org/10.1155/2021/9674015>
- [2] Khodarahmi M., Maihami V. A review on Kalman filter models. *Arch. Computat. Methods Eng.*, 2023, vol. 30, no. 1, pp. 727–747, doi: <https://doi.org/10.1007/s11831-022-09815-7>

- [3] Lv M., Wei H., Fu X. et al. A loosely coupled extended Kalman filter algorithm for agricultural scene-based multi-sensor fusion. *Front. Plant Sci.*, 2022, vol. 13, art. 849260, doi: <https://doi.org/10.3389/fpls.2022.849260>
- [4] Feng S., Li X., Zhang S. et al. A review: state estimation based on hybrid models of Kalman filter and neural network. *Syst. Sci. Control. Eng.*, 2023, vol. 11, no. 1, art. 2173682, doi: <https://doi.org/10.1080/21642583.2023.2173682>
- [5] Schmidt S.F. Application of state-space methods to navigation problems. *Adv. Control Syst.*, 1966, vol. 3, pp. 293–340, doi: <https://doi.org/10.1016/B978-1-4831-6716-9.50011-4>
- [6] Bezmen P.A. Investigation of the operation of the extended Kalman filter supplemented by an adaptive digital filter for integrating data from a mobile robot control system. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta* [Proceedings of the Southwest State University], 2020, vol. 24, no. 1, pp. 68–89, doi: <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2020-24-1-68-89> (in Russ.).
- [7] Bezmen P.A. *Tsifrovoy filtr dlya nestatsionarnykh signalov* [Digital filter for non-stationary signals]. Patent RU 2747199. Appl. 05.07.2020, publ. 29.04.2021. (In Russ.).
- [8] Bezmen P.A. Studying the extended Kalman filter — adaptive digital filter system operation as the non-stationary signal filter. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroyeniye* [BMSTU Journal of Mechanical Engineering], 2024, no. 10, pp. 9–19. EDN: ONANWI (in Russ.).
- [9] Somefun C.T., Daramola S.A., Somefun T.E. Advancements and applications of adaptive filters in signal processing. *JESA*, 2024, vol. 57, no. 5, pp. 1259–1272, doi: <https://doi.org/10.18280/jesa.570502>
- [10] Bychkov B.I., Romanovskiy A.S., Khartov V.Ya. Noise-free speech channel modeling for technical control systems. *Radiooptika* [Radio Engineering], 2016, no. 5, pp. 11–25, doi: <https://doi.org/10.7463/rdopt.0516.0848125> (in Russ.).
- [11] La Rosa A.B., Pereira P.T., Ücker P. et al. Exploring NLMS-based adaptive filter hardware architectures for eliminating power line interference in EEG signals. *Circuits Syst. Signal Process.*, 2021, vol. 40, no. 5, pp. 3305–3337, doi: <https://doi.org/10.1007/s00034-020-01620-6>
- [12] Khan A.A., Shah S.M., Raja M.A.Z. et al. Fractional LMS and NLMS algorithms for line echo cancellation. *Arab. J. Sci. Eng.*, 2021, vol. 46, no. 4, pp. 9385–9398, doi: <https://doi.org/10.1007/s13369-020-05264-1>
- [13] Kumar K., Pandey R., Karthik M.L.N.S. et al. Robust and sparsity-aware adaptive filters: a review. *Signal Process.*, 2021, vol. 189, art. 108276, doi: <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2021.108276>
- [14] Dzhigan V.I., Stempkovskiy A.L. LMS adaptive filtering algorithm: first or unique one for practical applications? *Problemy razrabotki perspektivnykh mikro- i nanoelektronnykh sistem* [Problems of advanced micro- and nanoelectronic systems development], 2014, no. 4, pp. 159–166. (In Russ.).
- [15] Kruse R.L., Ryba A.J. *Data structures and program design in C++*. Prentice-Hall, 1999. 717 p.
- [16] Wang M. Design and implementation of asynchronous FIFO. *Appl. Comput. Eng.*, 2024, vol. 70, pp. 215–221, doi: <https://doi.org/10.54254/2755-2721/70/20241023>
- [17] Jianu M., Dăuș L. A note on the Heaviside step function. *Proc. 18th Workshop on mathematics, Computer Science and Technical Education*, 2021, vol. 4, pp. 31–38.
- [18] Bezmen P.A. *Nabor bibliotek «RFK-ATsF-ARS» realizatsii sistemy upravleniya sostoyaniem obekta* [Set of “RFK-ACF-ARS” libraries for realization of the object state control system]. Software reg. cert. no. 2022663792 RU. Appl. 01.07.2022, publ. 20.07.2022. (In Russ.).

Статья поступила в редакцию 20.02.2025

Информация об авторе

БЕЗМЕН Петр Анатольевич — кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Механика, мехатроника и робототехника». Юго-Западный государственный университет (305040, Курск, Российская Федерация, ул. 50 лет Октября, д. 94, e-mail: pbezmen@yahoo.com).

Information about the author

BEZMEN Petr Anatolievich — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Mechanics, Mechatronics and Robotics. South West State University (305040, Kursk, Russian Federation, 50 let Oktyabrya St., Bldg. 94, e-mail: pbezmen@yahoo.com).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Безмен П.А. Исследование скорости сходимости алгоритма системы расширенный фильтр Калмана — адаптивный цифровой фильтр. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2025, № 9, с. 11–20.

Please cite this article in English as:

Bezmen P.A. The study of the convergence rate of the algorithm extended Kalman filter — adaptive digital filter system. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2025, no. 9, pp. 11–20.



Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана предлагает читателям монографию

«Технологические процессы лазерной поверхностной обработки»

Авторы: А.Г. Григорьянц, И.Н. Шиганов, А.И. Мисюров

В монографии в большом объеме рассмотрены лазерные технологические процессы обработки поверхностей металлических деталей и изделий. Описаны технологии лазерной термической обработки сталей, титановых, алюминиевых, медных и других сплавов. Показано влияние параметров режимов непрерывной и импульсной закалки на структуру и получаемые свойства поверхностей. Подробно представлен малоизвестный процесс импульсного ударного упрочнения материалов. Рассмотрены основы физики этого процесса, а также влияние параметров и условий обработки на остаточные напряжения, микроструктуру и механические свойства материала. Большое внимание уделено технологиям модифицирования поверхности лазерным легированием и наплавкой. Приведены результаты исследований и внедренных технологий нанесения порошков из тугоплавких материалов, карбидов и нитридов на поверхность сталей, чугунов и цветных металлов. Показано влияние технологических факторов на структуру, свойства и трещиностойкость нанесенных слоев. Даны физическое представление о процессе лазерного полирования металлических поверхностей различных материалов, а также технология его осуществления.

Для инженерно-технических работников, использующих технологические лазеры, а также для студентов высших учебных заведений машиностроительных специальностей.

По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.

Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;

press@bmstu.ru; <https://press.bmstu.ru>