

УДК 683.531.19

## Математическая модель для определения структурных параметров преформы криволинейного поперечного сечения

Р.С. Усмонов, М.Р. Ибрагимов

Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева — КАИ

## Mathematical model for determining the curved cross-sectional preform structural parameters

R.S. Usmonov, M.R. Ibragimov

Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev — KAI

■ Прогнозирование структурных и технологических параметров преформы криволинейного поперечного сечения играет важную роль в определении физико-механических характеристик изделия и изготовлении цилиндрических деталей с высоким качеством укладки слоев. Предложена математическая модель, позволяющая определять угол армирования в каждой точке преформы криволинейного поперечного сечения. Модель основана на разбиении криволинейного сечения преформы на отрезки и определении угла армирования в интервале, равном длине одного из них. Предложенная математическая модель проверена на примере расчета угла армирования преформ различного поперечного сечения: круглого, прямоугольного, квадратного, в виде усеченного конуса и правильного шестигранника. По результатам теоретического расчета установлено, что разработанная математическая модель позволяет точно прогнозировать теоретический угол армирования относительно его эмпирического значения.

**EDN:** WHCEXC, <https://elibrary/whcexc>

**Ключевые слова:** композиционные материалы, радиальное плетение, криволинейное сечение, математическая модель, угол армирования

■ Forecasting structural and technological parameters of a curvilinear cross-sectional preform plays an important role in determination of the product physical and mechanical characteristics and manufacture of the cylindrical parts with high quality of the layer stacking. The paper proposes a mathematical model that allows determining the reinforcement angle at each point of the curvilinear cross-sectional preform. The model is based on dividing the preform curvilinear cross-section into segments and determining the reinforcement angle in an interval equal to the length of one of them. The proposed mathematical model is tested using an example of computing the reinforcement angles of preforms with circular, rectangular and square cross-sections, mandrel in the form of a truncated cone and regular hexagon. Results of the theoretical computation are making it possible to state that the developed mathematical model allows accurate forecasting the theoretical reinforcement angle relative to its empirical value.

**EDN:** WHCEXC, <https://elibrary/whcexc>

**Keywords:** composite materials, radial weaving, curvilinear section, mathematical model, reinforcement angle

Современные и перспективные композиционные материалы (КМ) получили широкое применение в медицине [1, 2], робототехнике [3, 4] и авиастроительной промышленности [5, 6].

Основными преимуществами КМ над другими материалами являются [7] высокие прочность, жесткость, трещиностойкость, пластичность и усталостная прочность, способность поглощения энергии удара, демпфирование и термическая стабильность.

Метод изготовления преформы существенно влияет на конечные свойства КМ. В настоящее время существуют различные методы изготовления преформ: ручная и автоматизированная выкладки [8], намотка [9], препреговая технология [10], плетение [11] и 3D-ткачество [12].

Радиальное плетение — передовой метод производства изделий из КМ, заключающийся в создании плетеного слоя при одновременной подаче технологической оплетаемой оправки в зону плетения и вращении веретен. Структура и свойства будущей преформы зависят не только от скорости движения оправки и веретен, но и от других факторов, в частности от того, заряжено ли осевое направление армирования, которое формирует так называемую триаксиальную схему плетения. Такая структура обеспечивает повышенную ударопрочность, устойчивость к повреждениям и улучшенное армирование по толщине [13].

Метод радиального плетения имеет следующие основные достоинства [14]:

- возможность изготовления материала с высокой геометрической точностью;
- высокая устойчивость к деформационным разнонаправленным нагрузкам;
- изотропность или градиентность (при необходимости);
- сравнительно низкая трудоемкость технологического процесса.

Радиальным плетением можно получить преформы с цилиндрической и конической поверхностями, комбинированной поверхностью двойной кривизны, сечением в виде прямоугольника и т. д. Если режим плетения будет один и тот же, то на разных участках преформы ее параметры — степень площения ровинга, степень покрытия, коэффициент наполнения преформы и степень усадки — окажутся различными.

В то же время могут предъявляться особые требования, такие как постоянство параметра плетения на всех участках преформы, напри-

мер, угол армирования и толщина монослоя. Это требование можно выполнить, задавая на каждом участке индивидуальный режим плетения.

Одной из основных проблем технологии изготовления преформы методом радиального плетения является моделирование градиента свойств преформы криволинейного сечения, которое позволяет точно прогнозировать конечные свойства будущего изделия.

В научной литературе приведены различные подходы к разработке математической модели для прогнозирования угла армирования преформы криволинейного сечения. Большая часть работ направлена на прогнозирование угла армирования числовыми методами моделирования [15, 16] и методом конечных элементов [17]. Но эти работы не учитывают либо криволинейность поперечного сечения оправки, либо изменение формы поперечного сечения по всей длине технологической оправки.

Цель статьи — разработка математической модели для определения структурных параметров преформы криволинейного поперечного сечения.

Для решения поставленной цели необходимо выявить закономерности изменения структурных параметров преформы, провести эксперименты, позволяющие проверить достоверность выявленных закономерностей, выполнить экспериментальный анализ и проверку достоверности модели.

**Разработка математической модели.** *Ограничения математической модели.* Предлагаемая математическая модель процесса создания преформы биаксиального типа позволяет определять структурные свойства преформы в любой точке на поверхности рассматриваемого объекта. Математическая модель основана на разбиении криволинейного сечения преформы на отрезки и определении угла армирования в интервале, равном длине одного из них.

Достоверность математической модели проверена на углеродном волокне UMT49S-12K-EP. Однако работоспособность предлагаемой математической модели не зависит от типа армирующего материала.

Рассмотрена биаксиальная структура армирования. К ограничениям работоспособности математической модели можно отнести триаксиальную структуру армирования, так как в ней

присутствует осевое направление армирования, влияние которой не учитывалось при разработке математической модели.

**Параметры плетения.** Структурные свойства преформы зависят от таких параметров, как поверхностная масса, угол армирования, степень покрытия и коэффициент наполнения.

Будем определять только угол армирования в зависимости от технологических параметров плетения и формы поперечного сечения оправки.

Для получения математической модели выбраны следующие входные параметры (рис. 1):

- технологическая оправка, экстраполированная отрезками, представленными в виде функций  $y = a_n x_n + b_n$ ;

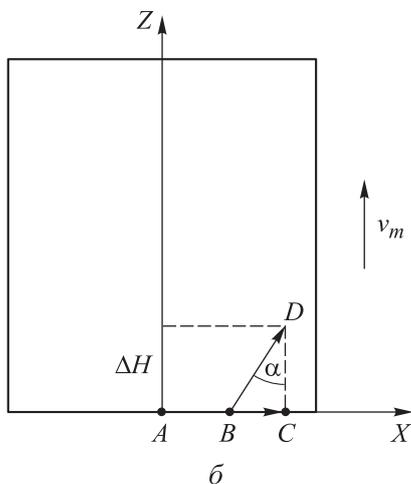
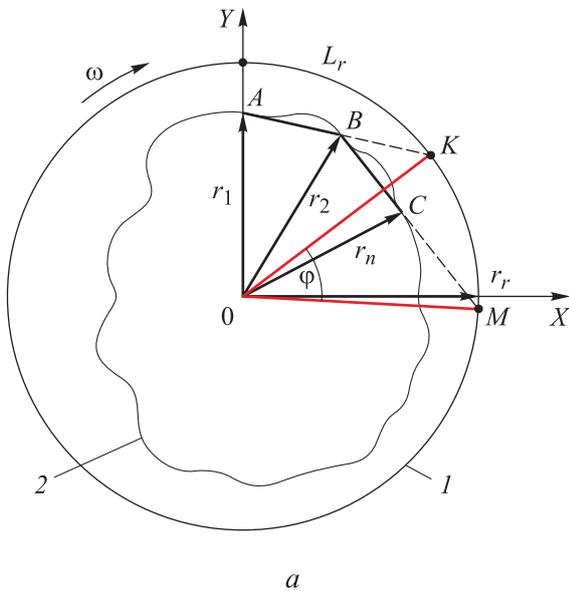


Рис. 1. Схемы криволинейного поперечного сечения в плоскости XY (а) и XZ (б):  
1 — кольцо, 2 — оправка

- угловая скорость веретен  $\omega$ , рад/с;
- теоретический угол армирования  $\alpha_{теор}$ ;
- средний радиус оправки

$$r_m = \frac{r_1 + r_2 + \dots + r_n}{n};$$

- радиус кольца  $r_r$ ;
- угол  $\phi$  между отрезками, соединяющими начало координат с точками пересечения прямых с окружностью с радиусом  $r_r$ ;
- длина дуги на сегменте кольца  $L_\phi$ , через которую проходит точка на поверхности армирующего материала при полной оплетке текущего отрезка;
- путь  $\Delta H$ , который пройдет технологическая оправка в направлении оси OZ при прохождении точки на армирующем материале сектора  $L_\phi$ ;
- время  $\Delta t$ ;
- линейная скорость движения технологической оправки в направлении оси Z  $v_m$ .

Математическая модель разработана на технологической базе комплекса радиального плетения HERZOG RF 1/144-100, а работа машины радиального плетения с манипулятором KUKA KRC 2.0 запрограммирована на угловую скорость 0,2327 рад/с. Рассматриваемая математическая модель работоспособна при любой угловой скорости и конфигурации машины радиального плетения.

**Алгоритм построения математической модели.** В качестве начала координат выбран центр окружности, описанной вокруг криволинейного сечения, при этом координаты центра кольца могут отличаться от координат центра сечения оправки на величину  $H_{0z}$ .

Алгоритм построения математической модели по определению структурных свойств преформ биаксиального типа включает в себя следующие этапы.

**Этап 1.** Определение формы технологической оправки согласно системе уравнений

$$\begin{cases} y = a_1 x_1 + b_1, & x_1 < x < x_2; \\ y = a_2 x_2 + b_2, & x_3 < x < x_4; \\ \vdots \\ y = a_n x_n + b_n, & x_m < x < x_{m+1}; \\ z = v_m t. \end{cases}$$

**Этап 2.** Определение координат точки пересечения луча с окружностью радиусом  $r_r$  (луч образован из точки A (рис. 2) и параллелен предыдущему отрезку AB) по выражениям



## Входные данные

Параметр	Значение
Угловая скорость $\omega$ , рад/с	0,2327
Теоретический угол армирования $\alpha_{\text{теор}}$ , град	45
Геометрические параметры поперечного сечения, мм:	
$a$	80
$b$	40
Радиус кольца $r_r$ , мм	75
Количество веретен $n$ , шт.	72
Сила натяжения волокон $T$ , Н	4,5
Параметры армирующего материала:	
плотность $\rho$ , г/см <sup>3</sup>	1,78
линейная плотность $\rho_l$ , г/км	759
количество филаментов $n_{\text{фи}}$ , шт.	12 000
диаметр филамента $D_{\text{фи}}$ , мкм	7

нейным поперечным сечением технологической оправки ( $d^2r/dxdy = \text{const}$ ). В случае создания преформы прямоугольного поперечного сечения  $d^2r/dxdy \neq \text{const}$  происходит трансформация угла армирования при переходе с одной грани на другую. Чем больше разница в длинах граней прямоугольника, тем больше отклонение углов армирования относительно этих граней. Поэтому целесообразно проверить работоспособность предложенной математической модели на примере процесса создания преформы прямоугольного поперечного сечения.

Теоретический расчет выполнен при входных данных, приведенных в таблице.

Следует отметить, что такие параметры, как степень площения ровинга, степень покрытия, коэффициент наполнения преформы и степень усадки, не участвуют при расчете по предложенной методике, но они влияют на структурные свойства преформы.

Согласно результатам расчета по разработанной методике, угол армирования на большой грани составил 48,49°, а на малой — 39,59° при соответствующих эмпирических углах армирования 48 и 41°. Погрешности измерений равны 1,02 и 3,44 % соответственно.

Данный подход позволяет разбить неправильное сечение на грани размером  $\Delta L$  (рис. 4), и тем самым определить угол армирования сечения любой сложности. К исключению можно отнести сечения с наличием глубоких впадин (рис. 5).

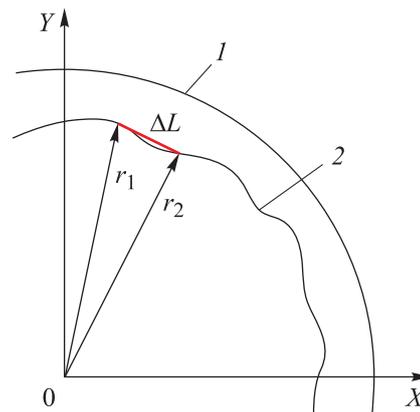


Рис. 4. Схема разделения неправильного сечения технологической оправки на грани: 1 — кольцо, 2 — технологическая оправка

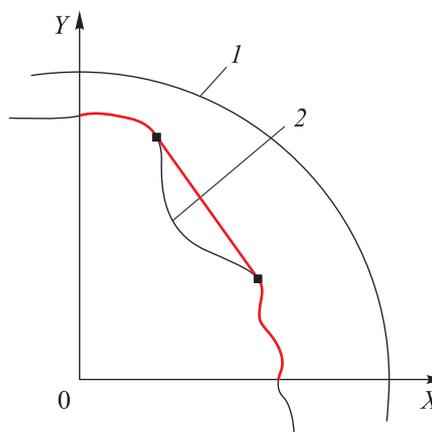


Рис. 5. Схема укладки волокна на оправку с глубокими впадинами: 1 — кольцо, 2 — технологическая оправка неправильного сечения

## Выводы

1. Предложена математическая модель для определения одного из структурных параметров преформы криволинейного сечения — угла армирования — в каждой точке ее поперечного сечения.

2. Предложенная модель позволяет точно определять угол армирования преформы с разной формой поперечного сечения по всей длине, но нуждается в совершенствовании с целью прогнозирования всех структурных параметров преформы.

3. Дальнейшие исследования будут направлены на изучение структурных свойств преформы и их влияния на несущие способности изделия из полимерных композиционных материалов.

## Литература

- [1] Scholz M.S., Blanchfield J.P., Bloom L.D. et al. The use of composite materials in modern orthopaedic medicine and prosthetic devices: a review. *Compos. Sci. Technol.*, 2011, vol. 71, no. 16, pp. 1791–1803, doi: <https://doi.org/10.1016/j.compscitech.2011.08.017>
- [2] Egbo M.K. A fundamental review on composite materials and some of their applications in biomedical engineering. *J. King Saud Univ. Eng. Sci.*, 2021, vol. 33, no. 8, pp. 557–568, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jksues.2020.07.007>
- [3] Ganguly S., Margel S. Fabrication and applications of magnetic polymer composites for soft robotics. *Micromachines*, 2023, vol. 14, no. 12, art. 2173, doi: <https://doi.org/10.3390/mi14122173>
- [4] Parmar H., Khan T., Tucci F. et al. Advanced robotics and additive manufacturing of composites: towards a new era in Industry 4.0. *Mater. Manuf. Process.*, 2022, vol. 37, no. 5, pp. 483–517, doi: <https://doi.org/10.1080/10426914.2020.1866195>
- [5] Parveez B., Kittur M.I., Badruddin I.A. et al. Scientific advancements in composite materials for aircraft applications: a review. *Polymers*, 2022, vol. 14, no. 22, art. 5007, doi: <https://doi.org/10.3390/polym14225007>
- [6] Zimmermann N., Wang P.H. A review of failure modes and fracture analysis of aircraft composite materials. *Eng. Fail. Anal.*, 2020, vol. 115, art. 104692, doi: <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2020.104692>
- [7] Gibson R.F. A review of recent research on mechanics of multifunctional composite materials and structures. *Compos. Struct.*, 2010, vol. 92, no. 12, pp. 2793–2810, doi: <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2010.05.003>
- [8] Zhang L., Wang X., Pei J. et al. Review of automated fibre placement and its prospects for advanced composites. *J. Mater. Sci.*, 2020, vol. 55, no. 17, pp. 7121–7155, doi: <https://doi.org/10.1007/s10853-019-04090-7>
- [9] Munro M. Review of manufacturing of fiber composite components by filament winding. *Polym. Compos.*, 1988, vol. 9, no. 5, pp. 352–359, doi: <https://doi.org/10.1002/pc.750090508>
- [10] Centea T., Grunenfelder L.K., Nutt S.R. A review of out-of-autoclave prepregs — material properties, process phenomena, and manufacturing considerations. *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.*, 2015, vol. 70, pp. 132–154, doi: <https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2014.09.029>
- [11] Patti A., Acierno D. Materials, weaving parameters, and tensile responses of woven textiles. *Macromol*, 2023, vol. 3, no. 3, pp. 665–680, doi: <https://doi.org/10.3390/macromol3030037>
- [12] Perera Y.S., Muwanwella R.M.H.W., Fernando P.R. et al. Evolution of 3D weaving and 3D woven fabric structures. *Fash. Text.*, 2021, vol. 8, art. 11, doi: <https://doi.org/10.1186/s40691-020-00240-7>
- [13] Melenka G.W., Ayranci C. Advanced measurement techniques for braided composite structures: a review of current and upcoming trends. *J. Compos. Mater.*, 2020, vol. 54, no. 25, pp. 3895–3917, doi: <https://doi.org/10.1177/0021998320903105>
- [14] Донецкий К.И., Караваев Р.Ю., Раскутин А.Е. и др. Свойства угле-и стеклопластиков на основе плетеных преформ. *Авиационные материалы и технологии*, 2016, № 4, с. 54–59, doi: <https://doi.org/10.18577/2071-9140-2016-0-4-54-59>
- [15] Samipour S.A., Batrakov V.V., Khaliulin V.I. Calculation and experimental method for ensuring the accuracy of the reinforcement angle of the preform made by radial braiding. *Russ. Engin. Res.*, 2018, vol. 38, no. 11, pp. 855–858, doi: <https://doi.org/10.3103/S1068798X18110138>
- [16] Wu Z., Shu Z., Kyosev Y. et al. Numerical prediction methodology for tow orientation on irregular mandrels with constant cross-sections. *J. Compos. Mater.*, 2019, vol. 53, no. 8, pp. 1067–1078, doi: <https://doi.org/10.1177/0021998318795033>
- [17] Li Y., Yan S., Yan Ye t al. High fidelity modeling of the braiding process for generating the realistic mesostructure of preforms in braided composites. *Polym. Compos.*, 2023, vol. 44, no. 5, pp. 2898–2909, doi: <https://doi.org/10.1002/pc.27289>

## References

- [1] Scholz M.S., Blanchfield J.P., Bloom L.D. et al. The use of composite materials in modern orthopaedic medicine and prosthetic devices: a review. *Compos. Sci. Technol.*, 2011, vol. 71, no. 16, pp. 1791–1803, doi: <https://doi.org/10.1016/j.compscitech.2011.08.017>
- [2] Egbo M.K. A fundamental review on composite materials and some of their applications in biomedical engineering. *J. King Saud Univ. Eng. Sci.*, 2021, vol. 33, no. 8, pp. 557–568, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jksues.2020.07.007>
- [3] Ganguly S., Margel S. Fabrication and applications of magnetic polymer composites for soft robotics. *Micromachines*, 2023, vol. 14, no. 12, art. 2173, doi: <https://doi.org/10.3390/mi14122173>
- [4] Parmar H., Khan T., Tucci F. et al. Advanced robotics and additive manufacturing of composites: towards a new era in Industry 4.0. *Mater. Manuf. Process.*, 2022, vol. 37, no. 5, pp. 483–517, doi: <https://doi.org/10.1080/10426914.2020.1866195>
- [5] Parveez B., Kittur M.I., Badruddin I.A. et al. Scientific advancements in composite materials for aircraft applications: a review. *Polymers*, 2022, vol. 14, no. 22, art. 5007, doi: <https://doi.org/10.3390/polym14225007>
- [6] Zimmermann N., Wang P.H. A review of failure modes and fracture analysis of aircraft composite materials. *Eng. Fail. Anal.*, 2020, vol. 115, art. 104692, doi: <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2020.104692>
- [7] Gibson R.F. A review of recent research on mechanics of multifunctional composite materials and structures. *Compos. Struct.*, 2010, vol. 92, no. 12, pp. 2793–2810, doi: <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2010.05.003>
- [8] Zhang L., Wang X., Pei J. et al. Review of automated fibre placement and its prospects for advanced composites. *J. Mater. Sci.*, 2020, vol. 55, no. 17, pp. 7121–7155, doi: <https://doi.org/10.1007/s10853-019-04090-7>
- [9] Munro M. Review of manufacturing of fiber composite components by filament winding. *Polym. Compos.*, 1988, vol. 9, no. 5, pp. 352–359, doi: <https://doi.org/10.1002/pc.750090508>
- [10] Centea T., Grunenfelder L.K., Nutt S.R. A review of out-of-autoclave prepregs – material properties, process phenomena, and manufacturing considerations. *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.*, 2015, vol. 70, pp. 132–154, doi: <https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2014.09.029>
- [11] Patti A., Acierno D. Materials, weaving parameters, and tensile responses of woven textiles. *Macromol*, 2023, vol. 3, no. 3, pp. 665–680, doi: <https://doi.org/10.3390/macromol3030037>
- [12] Perera Y.S., Muwanwella R.M.H.W., Fernando P.R. et al. Evolution of 3D weaving and 3D woven fabric structures. *Fash. Text.*, 2021, vol. 8, art. 11, doi: <https://doi.org/10.1186/s40691-020-00240-7>
- [13] Melenka G.W., Ayranci C. Advanced measurement techniques for braided composite structures: a review of current and upcoming trends. *J. Compos. Mater.*, 2020, vol. 54, no. 25, pp. 3895–3917, doi: <https://doi.org/10.1177/0021998320903105>
- [14] Donetskij K.I., Karavaev R.Yu., Raskutin A.E. et al. Properties of carbon fiber and fiberglass on the basis of braiding preforms. *Aviatsionnye materialy i tekhnologii* [Aviation Materials and Technologies], 2016, no. 4, pp. 54–59, doi: <https://doi.org/10.18577/2071-9140-2016-0-4-54-59> (in Russ.).
- [15] Samipour S.A., Batrakov V.V., Khaliulin V.I. Calculation and experimental method for ensuring the accuracy of the reinforcement angle of the preform made by radial braiding. *Russ. Engin. Res.*, 2018, vol. 38, no. 11, pp. 855–858, doi: <https://doi.org/10.3103/S1068798X18110138>
- [16] Wu Z., Shu Z., Kyosev Y. et al. Numerical prediction methodology for tow orientation on irregular mandrels with constant cross-sections. *J. Compos. Mater.*, 2019, vol. 53, no. 8, pp. 1067–1078, doi: <https://doi.org/10.1177/0021998318795033>
- [17] Li Y., Yan S., Yan Ye t al. Highfidelity modeling of the braiding process for generating the realistic mesostructure of preforms in braided composites. *Polym. Compos.*, 2023, vol. 44, no. 5, pp. 2898–2909, doi: <https://doi.org/10.1002/pc.27289>

## Информация об авторах

**УСМОНОВ Рамазон Собиржонович** — инженер кафедры производства летательных аппаратов. Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева — КАИ (420111, Казань, Российская Федерация, ул. Карла Маркса, д. 10, e-mail: ramazonusmanov@gmail.com).

**ИБРАГИМОВ Марат Ринатович** — инженер кафедры производства летательных аппаратов. Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева — КАИ (420111, Казань, Российская Федерация, ул. Карла Маркса, д. 10, e-mail: sw1ft1704200@mail.ru).

### Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Усмон Р.С., Ибрагимов М.Р. Математическая модель для определения структурных параметров преформы криволинейного поперечного сечения. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2025, № 9, с. 95–102.

### Please cite this article in English as:

Usmonov R.S., Ibragimov M.R. Mathematical model for determining the curved cross-sectional preform structural parameters. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2025, no. 9, pp. 95–102.

## Information about the authors

**USMONOV Ramazon Sobirzhonovich** — Engineer, Department of Aircraft Manufacture. Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev — KAI (420011, Kazan, Russian Federation, Karl Marx St., Bldg. 10, e-mail: ramazonusmanov@gmail.com).

**IBRAGIMOV Marat Rinatovich** — Engineer, Department of Aircraft Manufacture. Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev — KAI (420011, Kazan, Russian Federation, Karl Marx St., Bldg. 10, e-mail: sw1ft1704200@mail.ru).



Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана  
предлагает читателям учебное пособие

### «Физические основы материаловедения. Курс лекций»

Авторы: Ю.А. Курганова, Р.С. Фахуртдинов,  
Л.П. Фомина

Рассмотрены теоретические основы и прикладные аспекты материаловедения, предусмотренные образовательным стандартом, представлен широкий спектр конструкционных материалов. В конце каждого модуля приведены контрольные вопросы и задания для самоконтроля.

Учебное пособие разработано в соответствии с учебными планами и программой дисциплины «Физические основы материаловедения» МГТУ им. Н.Э. Баумана для студентов бакалавриата, обучающихся по направлению подготовки: 16.03.01 «Техническая физика», а также может представлять интерес для студентов всех специальностей, изучающих дисциплину «Материаловедение».

### По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.  
Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;  
press@bmstu.ru; <https://press.bmstu.ru>