

УДК 629.7.018.4.054

Математическая модель модуля массовой скорости воздушного потока в негерметизированных отсеках самолета

В.Н. Николаев

ФАУ «Сибирский научно-исследовательский институт авиации им. С.А. Чаплыгина»

Mathematical model of an airflow mass velocity module in the unpressurized aircraft compartment

V.N. Nikolayev

Chaplygin Siberian Scientific Research Institute of Aviation

Обеспечение надежности бортового оборудования — одна из задач проектирования приборных негерметизированных отсеков самолета. Для ее решения изучают тепловое состояние отсеков самолета, используя математические модели их теплового состояния. Математические модели теплового состояния отсеков включают в себя теплофизические характеристики их элементов, в том числе массовую скорость воздушного потока (произведение его плотности и скорости перемещения). Проведено исследование модуля массовой скорости воздушного потока в негерметизированных отсеках двух маневренных самолетов на основе результатов летных испытаний. Для построения математической модели модуля массовой скорости воздушного потока выполнен анализ явлений, вызывающих перемещение воздушного потока в приборных отсеках. Показано, что модуль массовой скорости воздушного потока зависит как от параметров режима полета, так и от теплофизических параметров воздушного потока за бортом. Параметрическая идентификация математической модели проведена методом Бройдена — Флетчера — Гольдфарба — Шэнно для режима полета самолета на разгон. Для измерения модуля массовой скорости воздушного потока разработан оригинальный преобразователь. Аналитически определено и экспериментально доказано оптимальное соотношение геометрических параметров термоанометра. Выполнена оценка динамических и статических погрешностей измерения модуля на основе построения математических моделей нестационарного конвективно-радиационного теплообмена преобразователя в отсеке самолета.

EDN: LROQGE, <https://elibrary/lroqge>**Ключевые слова:** математическая модель, массовая скорость, воздушный поток, термоанометр, динамическая и статическая погрешности, негерметизированные отсеки самолета

Ensuring reliability of the onboard equipment is one of the challenges in designing the unpressurized aircraft instrument compartments. To address this challenge, thermal state of the aircraft compartments is studied using mathematical models of their thermal state. Mathematical models of the compartment thermal state incorporate their elements thermo-physical characteristics and include the air mass velocity (product of the air density and velocity). The paper presents results of studying the air mass velocity modulus in the unpressurized compartments of two maneuverable aircraft based on the flight test results. To construct a mathematical model of the air mass velocity modulus, phenomena causing air motion in the instrument compartments are analyzed. The paper shows that the air mass

velocity modulus depends on both the flight mode parameters and the air thermophysical parameters outboard. Mathematical model parametric identification uses the Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno method for the aircraft acceleration mode. An original transducer is developed for measuring the air mass velocity modulus. Optimal ratio of the hot-wire anemometer geometric parameters is analytically determined and experimentally proven. The paper assesses dynamic and static errors in the modulus measurement using mathematical models of the transient convective-radiative heat transfer within the aircraft transducer compartment.

EDN: LROQGE, <https://elibrary/lroqge>

Keywords: mathematical model, mass velocity, airflow, hot-wire anemometer, dynamic and static errors, unsealed aircraft compartments

Обеспечение надежности бортового оборудования — одна из актуальных задач проектирования приборных негерметизированных отсеков самолета, для решения которой изучают их тепловое состояние, используя математические модели.

В отсеках самолетов, как правило, имеет место конвективно-радиационный теплообмен [1]. Тепловой поток теплопроводностью через узлы крепления бортового оборудования к конструкциям отсеков мал по сравнению с конвективной и радиационной составляющими полного теплового потока [2]. Условия теплообмена определяются следующими физическими параметрами: температурой воздушного потока (ВП), температурой поверхностей конструкций отсеков и бортового оборудования, коэффициентами теплоотдачи этих поверхностей и др.

Известно [3], что коэффициенты теплоотдачи перечисленных поверхностей не всегда можно рассчитать в рассматриваемых условиях: критериальные соотношения получены только для тел простой геометрической формы в сравнительно свободном окружающем пространстве. Для нестационарных условий теплообмена имеются данные по определению коэффициентов теплоотдачи поверхностей каналов простой геометрической формы [4–6].

Работы по измерению и использованию этих коэффициентов теплоотдачи α при стендовых испытаниях также неизвестны: разработанные α -меры [7] и методы, описанные в трудах [8–10], пока не позволяют определять коэффициенты теплоотдачи для рассматриваемых условий [3]. Коэффициенты теплоотдачи определяются в основном характерными размерами поверхностей, видом их обтекания потоком, теплофизическими характеристиками ВП и массовой скоростью ВП (произведением плотности ВП ρ_{air} и скорости течения ВП W_{air}). Анализ результатов расчетов коэффициентов

теплоотдачи поверхностей конструкций отсеков и бортового оборудования показывает, что они не всегда зависят от направления ВП [4].

Цель статьи — разработка математической модели модуля массовой скорости ВП от параметров режима полета для изучения теплового состояния отсеков самолета.

Постановка задачи. Отсеки летательного аппарата представляют собой ограниченные объемы планера самолета, в которых расположены десятки и сотни блоков бортового оборудования, разделенных воздушными прослойками.

Для построения аналитической зависимости модуля массовой скорости ВП от параметров режима полета необходимо провести анализ следующих явлений, вызывающих перемещение ВП в приборных отсеках:

- вытекание ВП из системы обеспечения теплового режима бортового оборудования;
- перетекание ВП в отсеках под действием сил инерции при неустановившемся движении самолета;
- свободной конвекции при избыточной температуре конструкции отсеков и бортового оборудования;
- перетекание ВП снаружи внутрь отсеков и обратно.

Анализ процессов перетекания ВП в приборном отсеке. Степень влияния перечисленных явлений на модуль массовой скорости ВП будем определять на основе результатов летных испытаний на маневренных самолетах.

Влияние первого явления на модуль массовой скорости ВП определяли путем сравнения реальных значений массовой скорости ВП в отсеках с массовой скоростью от ВП, вытекающей из системы обеспечения теплового режима блоков бортового оборудования и определяемой массовым расходом ВП G_{stm} .

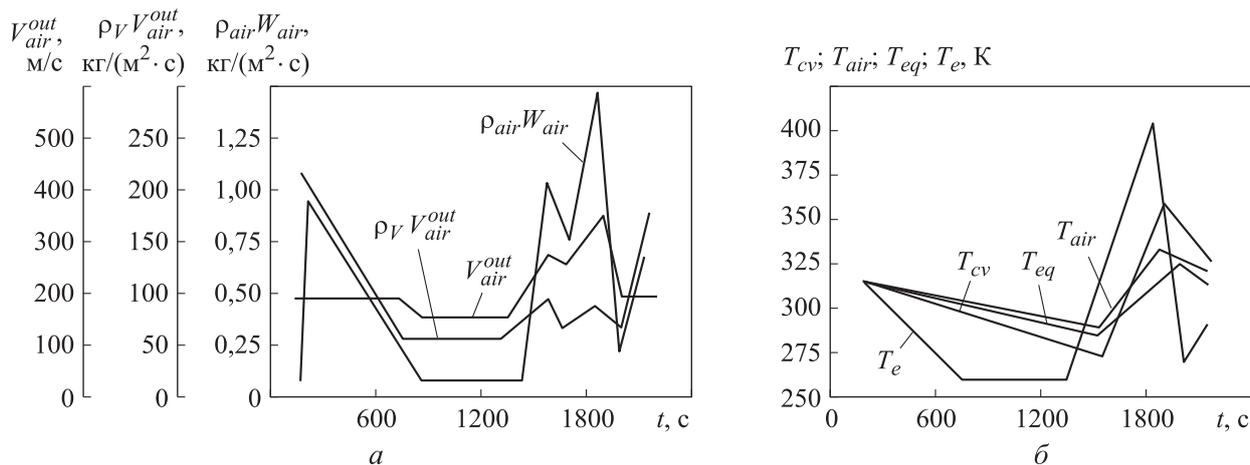


Рис. 1. Зависимости параметров режима полета, ВП за бортом и в приборном отсеке в зоне размещения блока № 5 маневренного самолета № 1 для режима полета на разгон от времени t : ρ_V — плотности ВП за бортом; V_{air}^{out} — воздушной скорости полета; W_{air} и ρ_{air} — скорости перемещения ВП и плотности ВП в отсеке; T_e — температуры восстановления; T_{cv} — среднееобъемной температуры обшивки; T_{air} — температуры ВП в отсеке; T_{eq} — температуры поверхности исследуемого блока

На основании анализа компоновок приборных отсеков маневренного самолета можно заключить, что коэффициент их заполнения, равный отношению суммарного объема бортового оборудования в отсеке к объему отсека, $k_{\beta} = 0,2 \dots 0,4$, а значит, суммарная площадь каналов перетекания ВП в отсеках $F_{ch} = 1 \dots 3 \text{ м}^2$. Поэтому модуль массовой скорости ВП в отсеках

$$J_W = G_{stm} / F_{ch} \ll 0,1 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с}),$$

но в отдельных случаях (рис. 1) $J_W = 1,5 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$. Следовательно, это явление нельзя считать значимым.

Влияние перетекания ВП в отсеках под действием сил инерции также не является значимым: значения модуля массовой скорости ВП в установившемся и неустойчивом движении самолета при прочих равных условиях (равных параметрах режима полета) совпадают в пределах погрешности измерений (см. рис. 1) и почти не зависят от абсолютного ускорения $|a_V|$ самолета.

Влияние свободной конвекции на модуль массовой скорости ВП оценивали также при фиксированных значениях $\rho_V M$ и $\rho_V M^2$ (где M — число Маха), но различных значениях избыточной температуры поверхностей конструкций отсеков и бортового оборудования и теплофизических характеристик ВП отсеках. Анализ зависимостей J_W от произведения чисел Грасгофа и Прандтля $(Gr Pr)_s$ при фиксированных значениях $\rho_V M$ и $\rho_V M^2$ показал, что значения модуля массовой скорости ВП не за-

висят от произведения $(Gr Pr)_s$. Произведение $(Gr Pr)_s$ определяет коэффициент теплоотдачи поверхностей при свободной конвекции и характеризует скорость перемещения ВП, находящейся в тепловом пограничном слое этих поверхностей [11]. Следовательно, это явление нельзя считать определяющим. Перемещение ВП в приборных отсеках вследствие ее перетекания через щели обшивки внутрь отсеков и обратно является наиболее вероятным.

Так, результаты испытаний в закабинном отсеке маневренного самолета № 2 показали, что перетекание ВП снаружи отсека внутрь и обратно происходит при изменении высоты полета самолета почти без запаздывания: статические давления внутри отсека и снаружи различаются максимум на 10%. Перемещение ВП внутри отсеков обусловлено как перепадом давления внутри и снаружи отсеков при изменении статического давления ВП за бортом, так и неравномерным распределением давления по наружной поверхности обшивки.

Поэтому модуль массовой скорости ВП зависит и от параметров режима полета, и от теплофизических параметров ВП за бортом.

Определение модуля массовой скорости ВП в летных испытаниях. Исследование модуля массовой скорости ВП на маневренном самолете проводили в закабинном приборном отсеке. Для измерения температуры и модуля массовой скорости ВП использовали оригинальные преобразователи модуля массовой скорости ВП типа ДС-Н.

Преобразователь модуля массовой скорости ВП в летных испытаниях. Конструктивная схема преобразователя модуля массовой скорости ВП типа ДС-Н приведена на рис. 2. Так как в преобразователе использован термоанемометрический принцип с термокомпенсацией, он содержит два чувствительных элемента: термометр и термоанемометр. Выбор геометрических и теплофизических параметров конструктивных элементов преобразователя и оценивание достоверности измерений проводили на основании результатов анализа методических погрешностей. К ним относят погрешность от направления перемещения ВП, динамическую и статическую погрешности в условиях конвективно-радиационного теплообмена, погрешности от влияния влажности и вибрации, а также погрешности измерения температуры ВП, на изменение которой вводят поправку.

Для устранения зависимости результатов измерений известных термоанемометров в виде закрепленной на выводах прямой тонкой проволоки от направления перемещения ВП необходимо выбрать такую форму термоанемометра, чтобы среднеинтегральные значения их теплоотдачи при постоянной по величине, но различной по направлению массовой скорости ВП были близки к постоянным. То есть должно выполняться условие

$$\int_0^{l_s} Q(l) dl = \text{const}, \quad (1)$$

где $Q(l)$ — тепловой поток, проходящий через поверхность термоанемометра; l_s — длина термоанемометра.

Наиболее простой и технологически выполнимой формой термоанемометра, удовлетворяющей рассмотренным условиям, является форма спирали, которая характеризуется такими геометрическими параметрами, как шаг p_s (рис. 3), радиус r_s и число витков n_s .

Оптимальное соотношение геометрических параметров спирали получали аналитическим путем, используя следующие параметрические уравнения:

$$x_s = t_s; \quad (2)$$

$$y_s = r_s \sin \omega t_s; \quad (3)$$

$$z_s = r_s \cos \omega t_s, \quad (4)$$

где ω — частота, $\omega = 2\pi/p_s$.

Значения радиуса r_s и шага p_s спирали в уравнениях (2)–(4) выбирали из условия (1).

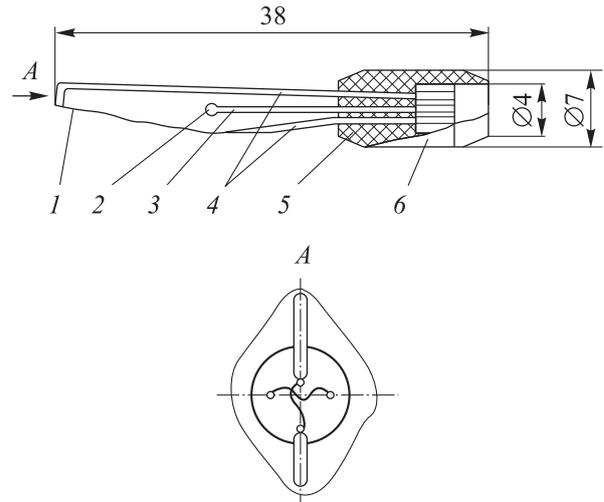


Рис. 2. Конструктивная схема преобразователя модуля массовой скорости ВП типа ДС-Н: 1 и 4 — термометр и его выводы; 2 и 3 — термоанемометр и его выводы; 5 — вставка; 6 — гайка

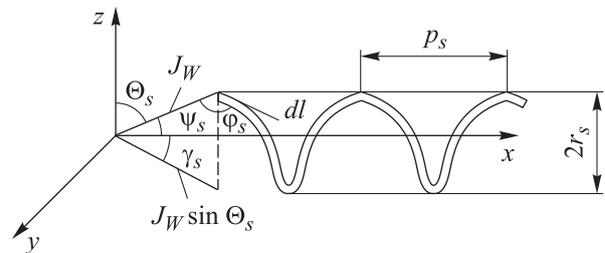


Рис. 3. Геометрическая модель термоанемометра

Тепловой поток $Q(l)$ при всех прочих равных условиях является функцией от эффективной массовой скорости ВП [12]

$$J_{Wef} = J_W \sqrt{\sin^2 \varphi_s(l) + E_s^2 \cos^2 \varphi_s},$$

где φ_s — угол между направлением перемещения ВП и участком чувствительного элемента; E_s — коэффициент, зависящий от массовой скорости ВП, J_W (с уменьшением J_W значение E_s возрастает), $E_s = 0, 1 \dots 0, 3$.

Тогда тепловой поток

$$Q(l) = f \left(J_W \sqrt{\sin^2 \varphi_s(l) + E_s^2 \cos^2 \varphi_s(l)} \right). \quad (5)$$

Раскладывая выражение (5) в степенной ряд по $\cos^2 \varphi_s$, получаем

$$Q(l) = \sum_{k_s=0}^{k_s=\infty} H_{2k_s} \cos^{2k_s} \varphi_s(l), \quad (6)$$

где H_{2k_s} — коэффициенты, не зависящие от угла φ_s , $H_{2k_s} = H_0, H_2, H_4, \dots$

После подстановки формулы (6) в соотношение (1) и преобразований имеем

$$\int_0^{l_s} Q(l) dl = \sum_{k_s=0}^{k_s=\infty} l_s H_{2k_s} \langle \cos^{2k_s} \varphi_s(l) \rangle. \quad (7)$$

Здесь $\langle \cos^{2k_s} \varphi_s(l) \rangle$ — среднее значение $2k_s$ -й степени $\cos \varphi_s(l)$ на одном витке спирали,

$$\langle \cos^{2k_s} \varphi_s(l) \rangle = \frac{1}{l_s} \int_0^{l_s} \cos^{2k_s} \varphi_s(l) dl,$$

где

$$dl = dt_s \sqrt{1 + (\omega r_s)^2}. \quad (8)$$

Направление перемещения ВП задавали двумя углами Θ_s и γ_s (см. рис. 3), через которые $\cos \varphi_s$ выражали соотношением

$$\cos \varphi_s = \frac{\sin \Theta_s \cos \gamma_s + \omega r_s \cos \omega t_s + \sin \Theta_s \sin \gamma_s}{\sqrt{1 + (\omega r_s)^2}} - \frac{\omega r_s \sin \omega t_s \cos \Theta_s}{\sqrt{1 + (\omega r_s)^2}}. \quad (9)$$

Анализ выражения (7) позволяет заключить, что первым членом ряда, зависящим от углов Θ_s и γ_s , является $l_s H_2 \langle \cos^2 \varphi_s \rangle$ (член $l_s H_0 \langle \cos^0 \varphi_s \rangle = l_s H_0$, т. е. не зависит от Θ_s и γ_s).

Чтобы проанализировать второй член ряда $l_s H_2 \langle \cos^2 \varphi_s \rangle$, в него надо подставить выражения (8) и (9), и от полученного соотношения взять интеграл:

$$l_s H_2 \langle \cos^2 \varphi_s \rangle = \frac{H_2 \pi}{\omega \sqrt{1 + (\omega r_s)^2}} \left[2 \sin^2 \Theta_s \cos^2 \gamma_s + (\omega r_s)^2 \sin^2 \Theta_s \sin^2 \gamma_s + (\omega r_s)^2 \cos^2 \Theta_s \right]. \quad (10)$$

Правая часть уравнения (10) не будет зависеть от углов Θ_s и γ_s , если $(\omega r_s)^2 = 2$:

$$l_s H_2 \langle \cos^2 \varphi_s \rangle = \frac{2 H_2 \pi}{\omega \sqrt{1 + (\omega r_s)^2}}.$$

Следовательно, значения радиуса r_s и шага p_s спирали, соответствующие выражению $(\omega r_s)^2 = 2$, будут оптимальными, т. е. при радиусе спирали, равном четвертой части ее шага, теплоотдача термоанемометра в различных направлениях обтекания постоянной по величине массовой скорости ВП будет близка к постоянной.

Числовые значения геометрических и теплофизических параметров термоанемометра следует определять согласно следующим требованиям:

- термоанемометр, введенный в ВП, должен быть настолько мал, чтобы вызываемое им

возмущение картины перетекания ВП было минимальным;

- для исключения охлаждающего воздействия крепления термоанемометра длина проволоки спирали должна быть больше 200 диаметров проволоки [12];

- материал проволоки спирали, по сравнению с другими термометрическими материалами, должен иметь наибольшую механическую прочность, что позволит изготавливать термоанемометр с малыми значениями теплоемкости и теплоотдающей поверхности;

- температурный коэффициент электрического сопротивления материала проволоки должен быть достаточно высоким;

- материал проволоки в паре с медью, являющейся основным материалом для соединительных проводов и выводов термоанемометра, должен развивать незначительную термоэлектродвижущую силу.

Руководствуясь перечисленными требованиями, выбрали термоанемометр из вольфрамовой проволоки диаметром 6 мкм со следующими геометрическими параметрами спирали: $p_s = 0,5$ мм; $r_s = 0,15$ мм; $n_s = 3$.

Экспериментальные исследования показали, что доверительные интервалы погрешностей преобразователя ДС-Н не превышают $\pm 35\%$ при доверительной вероятности $\beta = 0,95$. Приведенные оценки погрешностей получены для разработанного преобразователя с термоанемометром. Оптимальные соотношения диаметров и шагов спирали, определенные аналитическим путем, составили 1:2. При отклонениях соотношений от оптимального значения погрешности J_Ω , J_ψ возрастают, причем погрешность увеличивается более чем в 2 раза. Это подтверждают результаты аналитического определения оптимальной формы термоанемометра.

Динамическая и статическая погрешности измерения модуля массовой скорости ВП. Динамическую и статическую погрешности измерения модуля массовой скорости ВП оценивали на основе построения математических моделей нестационарного конвективно-радиационного теплообмена преобразователя в отсеке самолета.

Математическое моделирование позволило найти изменение температуры термоанемометра от нестационарности конвективно-радиационного теплообмена, а также от количественных различий интенсивности теплообме-

на в реальных условиях и при тарировке термоанемометра. По найденным изменениям температуры определяли названные погрешности.

Математические модели термоанемометра имеют следующий вид [13]:

- при реальных условиях

$$\begin{aligned} & C_{sen} T_{t\ sen} + \alpha_{sen}(t) F_{sen} [T_{an}(t) - T_{air}(t)] + \\ & + c_0 \varepsilon_{sencv} F_{sencv} \left\{ \left[\frac{T_{an}(t)}{100} \right]^4 - \left[\frac{T_{incv}(t)}{100} \right]^4 \right\} + \\ & + c_0 \varepsilon_{seneq} F_{seneq} \left\{ \left[\frac{T_{an}(t)}{100} \right]^4 - \left[\frac{T_{eq}(t)}{100} \right]^4 \right\} + \\ & + I_{an}^2 R_{an}(t) = 0; \end{aligned} \quad (11)$$

- при тарировке

$$\begin{aligned} & \alpha_{sen}(t) F_{sen} [T_{ancl}(t) - T_{air}(t)] + \\ & + c_0 \varepsilon_{cl} F_{cl} \left\{ \left[\frac{T_{ancl}(t)}{100} \right]^4 - \left[\frac{T_{cl}(t)}{100} \right]^4 \right\} + \\ & + I_{an}^2 R_{an}(t) = 0, \end{aligned} \quad (12)$$

где C_{sen} — теплоемкость преобразователя; α_{sen} и F_{sen} — коэффициент теплоотдачи и площадь теплоотдающей поверхности преобразователя при конвективном теплообмене; T_{an} и T_{ancl} — температура термоанемометра при реальных условиях и тарировке; c_0 — постоянная Стефана — Больцмана; ε_{sencv} — приведенный коэффициент черноты излучения преобразователя и внутренней поверхности обшивки; F_{sencv} — площадь взаимной поверхности излучения преобразователя и внутренней поверхности обшивки; T_{incv} — температура внутренней поверхности обшивки; ε_{seneq} — приведенный коэффициент черноты излучения преобразователя и окружающего оборудования; F_{seneq} — площадь взаимной поверхности излучения преобразователя и окружающего преобразователь оборудования; T_{eq} — температура поверхности окружающего преобразователь оборудования; I_{an} — электрический ток, протекающий по чувствительным элементам; R_{an} — сопротивление чувствительных элементов; ε_{cl} — приведенный коэффициент черноты излучения преобразователя при тарировке; F_{cl} — взаимная поверхность излучения преобразователя и окружающих поверхностей при тарировке; T_{cl} — температура окружающих термоанемометр поверхностей при тарировке.

Уравнения (11) и (12) при определенных упрощениях с учетом критериальных соотно-

шений для коэффициентов теплоотдачи преобразователя α_{sen} можно привести к следующему виду:

$$\begin{aligned} & T'_{t\ sen} + \vartheta_1 J_{air}^{\vartheta_2}(t) [T_{an} - T_{air}(t)] + \\ & + \vartheta_3 \left\{ \left[\frac{T_{an}}{100} \right]^4 - \left[\frac{T_{incv}(t)}{100} \right]^4 \right\} + \\ & + \vartheta_4 \left\{ \left[\frac{T_{an}}{100} \right]^4 - \left[\frac{T_{eq}(t)}{100} \right]^4 \right\} + I_{an}^2 R_{an}(t) = 0; \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} & \vartheta_1 J_{air}^{\vartheta_2}(t) [T_{ancl} - T_{air}] + \vartheta_5 \left\{ \left[\frac{T_{ancl}}{100} \right]^4 - \left[\frac{T_{cl}(t)}{100} \right]^4 \right\} + \\ & + I_{an}^2 R_{an}(t) = 0, \end{aligned} \quad (14)$$

где $\vartheta_1, \dots, \vartheta_5$ — параметры математической модели; J_{air} — модуль массовой скорости ВП.

В общем виде уравнения (13), (14) можно записать как

$$\begin{aligned} & Y = F(Y, t, \Theta); \\ & Y(0) = Y_0, \end{aligned} \quad (15)$$

где Θ — вектор параметров модели, $\Theta = (\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3, \vartheta_4, \vartheta_5)^T$.

Получение достоверных значений параметров модели расчетным путем не представляется возможным. Поэтому оценим их путем параметрической идентификации по данным летных экспериментов (см. рис. 1) и тарировки.

Для численного решения системы (15) использован метод Розенброка второго порядка аппроксимации, согласно которому вычисление решения на одном шаге численного интегрирования происходит следующим образом [14]:

$$Y_{n+1} = Y_n + \xi k_1 + (1 + \xi) k_2;$$

$$[I - \xi h F_y(Y_n, t_n, \Theta)] k_1 = h F(Y_n, t_n + \xi h, \Theta);$$

$$[I + \xi h F_y(Y_n, t_n, \Theta)] k_2 = h F(Y_n + \xi k_1, t_n + 2\xi h, \Theta);$$

$$\xi = 1 - 1/2^{0.5},$$

где k_1, k_2 — коэффициенты; h — шаг интегрирования; I — единичная матрица; F_y — матрица Якоби системы (15).

Задачу оценивания параметров решали путем минимизации суммы квадратов невязок между измеренными в ходе испытаний значениями температур и соответствующими значениями температур, полученными в ходе расчета по уравнениям модели. При этом использовали квазиньютоновский метод минимизации Бройдена — Флетчера — Гольдфарба — Шэнно, со-

гласно которому очередное направление поиска определяется из системы уравнений

$$B^k S^k = -d f(\Theta^k), \quad (16)$$

где B^k — оценка матрицы вторых производных в текущей точке Θ^k ; df — градиент функции f .

Для вычисления градиента минимизируемой функции необходимо иметь производные от решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений по параметрам, называемым функциями чувствительности. В программном обеспечении функции чувствительности вычисляли в результате одновременного решения системы (15) и системы обыкновенных дифференциальных уравнений, которая получается из нее в результате дифференцирования по параметрам и имеет вид

$$\begin{aligned} Y_v(0) &= F_y Y_v + F_v; \\ Y_v(0) &= 0. \end{aligned} \quad (17)$$

При этом использовали экономичный алгоритм вычисления функции чувствительности, предложенный в работе [14].

Значения полученных параметров математической модели (13), (14) приведены в таблице.

Динамическая и статическая погрешности определяли разностью значений температуры термоанемометра в реальных условиях и при тарировке. Входящие в уравнения (3) и (4) значения температур T_{cv} , T_{air} , T_{eq} и модуля массовой скорости ВП J_{air} принимали соответствующими результатам летного эксперимента летательного аппарата для режимов, пропорциональных режимам программ летных ресурсных испытаний. Доверительные интервалы рассматриваемых погрешностей массовой скорости ВП в диапазоне 0,2...50,0 кг/(м²·с) составили $\pm 1 \cdot 10^{-2}$ кг/(м²·с) при доверительной вероятности 0,95.

Погрешность измерения модуля массовой скорости ВП от вибрации. Для определения влияния гармонической вибрации преобразо-

Параметры математической модели (13), (14)

Параметр	Значение
ϑ_1	0,1164
$\vartheta_2, \vartheta_3, \text{К} \cdot \text{м}^2 / \text{Дж}$	0,054276
$\vartheta_4, \text{с}^{-1} [\text{кг} / (\text{м}^2 \cdot \text{с})]^{-\vartheta_5}$	0,3182
ϑ_5	0,4663

вателей на погрешность измерений модуля массовой скорости в стенд для моделирования ВП переменной температуры и плотности УВП-2 был встроен электродинамический вибратор типа 2 ÜJE 20/С фирмы Prodera s.a.

Погрешность от влияния вибрации ΔJ_f определяли при массовой скорости ВП $J_w = 0,3; 0,6; 0,9; 1,5; 2,7$ кг/(м²·с), действующей массовой виброскорости $J_f = 0 \dots 0,6$ кг/(м²·с) и частоте $f_{an} = 5; 14; 20; 45; 100$ Гц по следующему выражению:

$$\Delta J_f = J_{an} - J_w,$$

где J_{an} — результаты измерений преобразователей.

Температура ВП T_{air} составляла около 290 К, а давление ВП p_{air} — примерно $101 \cdot 10^5$ Па. Максимальное значение погрешности от вибрации, принятой по нормам для зоны двигателей, которое наблюдалось при массовой скорости ВП $J_w = 0,3$ кг/(м²·с), массовой виброскорости $J_f = 0,4$ кг/(м²·с) и частоте $f_{an} = 14$ Гц, составило $\Delta J_f = 0,2$ кг/(м²·с). При вибрации, принятой по нормам для зоны приборных отсеков $J_w = 0,3$ кг/(м²·с), $J_f = 0,1$ кг/(м²·с) и частоте $f_{an} = 14$ Гц максимальное значение погрешности $\Delta J_f = 0,02$ кг/(м²·с).

Результаты исследования модуля массовой скорости ВП на маневренном самолете в кабинальном приборном отсеке приведены на рис. 1.

Математическая модель модуля массовой скорости ВП. В общем случае распределение давления по наружной поверхности обшивки определяется массовой скоростью и динамическим давлением свободного потока за бортом, его направлением обтекания обшивки, числом Маха M и другими функциями и критериями динамического подобия [15].

На основе изучения результатов летных испытаний маневренного самолета № 1 (см. рис. 1) можно заключить, что в полетах модуль массовой скорости ВП зависит от функций $\rho_v M$ и $\rho_v M^2$.

На земле при включенных двигателях с функцией $\rho_v M \leq 0,05$ кг/м³ модуль массовой скорости ВП в отсеке маневренного самолета № 1 составил 0,65 кг/(м²·с), а в случае его движения по земле при $0,05 < \rho_v M < 0,25$ кг/м³ — 0,2 кг/(м²·с). У маневренного самолета № 2 при $\rho_v M < 0,25$ кг/м³ модуль массовой скорости ВП в отсеке $J_w = 0,65$ кг/(м²·с).

Кроме того, анализ экспериментальных данных показал, что форма зависимостей модуля массовой скорости ВП и функций $\rho_V M$ и $\rho_V M^2$ для чисел Маха в интервалах $0,2 < M < 1,0$ и $1,0 \leq M \leq M_{\max}$ близка к линейной.

Из условия неразрывности рассчитанного модуля массовой скорости ВП при переходе через $M = 1,0$, т. е. значения J_W , вычисленные для чисел Маха $0,2 < M < 1,0$ и $1,0 \leq M \leq M_{\max}$ на различных высотах полета при числе $M = 1,0$, должны совпадать. Анализ показал, что это условие выполняется, если коэффициенты зависимости для чисел Маха $0,2 < M < 1,0$ и $1,0 \leq M \leq M_{\max}$ будут иметь одни и те же численные значения.

Поэтому зависимости должны иметь вид при $0,2 \leq M < 1,0$

$$J_W(t) = \vartheta_{j_0} + \vartheta_{j_1} \rho_V(t) M(t); \quad (18)$$

при $1,0 \leq M \leq M_{\max}$

$$J_W(t) = \vartheta_{j_0} + \vartheta_{j_1} \rho_V(t) M^2(t) \quad (19)$$

и вместе с уже упомянутыми условиями

$$J_W(t) = \begin{cases} J_{W1} & \text{при } \rho_V M \leq 0,05; \\ J_{W2} & \text{при } 0,05 < \rho_V M < 0,25 \end{cases} \quad (20)$$

являются математической моделью массовой скорости ВП от параметров режима полета, а $\vartheta_{j_0}, \vartheta_{j_1}$ — коэффициентами зависимости.

Параметрическую идентификацию математической модели (18)–(20) проводили методом минимизации Бройдена — Флетчера — Гольдфарба — Шэнно (16), (17). Коэффициенты зависимости (18)–(20) модуля массовой скорости ВП для режима полета на разгон (см. рис. 1) составили

$$\vartheta_{j_0} = -0,22 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с}); \quad \vartheta_{j_1} = 1,62 \text{ м}/\text{с},$$

ограничения зависимости приняли равными

$$J_{W1} = 0,65 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с}); \quad J_{W2} = 0,2 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с}).$$

Анализ функций распределения остатков по наиболее эффективному критерию согласия Колмогорова — Смирнова [16], показал, что они описываются нормальным законом с доверительной вероятностью $\beta = 0,01 \dots 0,84$. В качестве обобщенной характеристики остатков

приняли произведение P_{Drstf} квантиля нормированного нормального распределения $t_\beta = 1,96$ при доверительной вероятности $\beta = 0,95$ на среднее квадратическое отклонение остатков. Значения произведений при режимах полета $P_{Drstf} = 0,32 \dots 0,36 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$ незначительно превышают произведения квантиля нормированного нормального распределения $t_\beta = 1,96$ при доверительной вероятности $\beta = 0,95$ на среднее квадратическое отклонение погрешности измерения модуля массовой скорости ВП $P_{jW} = 0,3 \text{ кг}/(\text{м} \cdot \text{с})$.

Следовательно, зависимости (18)–(20) можно считать адекватными реальным значениям модуля массовой скорости ВП в рассматриваемой точке приборного отсека маневренного самолета.

Выводы

1. Разработана математическая модель модуля массовой скорости ВП для негерметизированных отсеков маневренных самолетов. Проведена проверка адекватности математической модели.

2. Предложен оригинальный преобразователь для измерения модуля массовой скорости ВП в негерметизированных отсеках. Аналитически определено оптимальное соотношение геометрических параметров термоанемометра. Экспериментально доказано, что при радиусе спирали, равном четвертой части шага спирали, теплоотдача термоанемометра при различных направлениях обтекания постоянной по величине массовой скорости ВП будет близка к постоянной.

3. Оценены динамическая и статическая погрешности измерения модуля массовой скорости ВП на основе построения математических моделей нестационарного конвективно-радиационного теплообмена преобразователя в отсеке самолета.

4. Для параметрической идентификации математической модели предложено использовать квазиньютоновский метод Бройдена — Флетчера — Гольдфарба — Шэнно, а для решения прямой задачи (жесткой системы обыкновенных дифференциальных уравнений) — неявный метод Розенброка второго порядка.

Литература

- [1] Gusev S., Nikolaev V. Mathematical modeling of the device for determining aircraft hydraulic system parameters. *IEEE APEIE*, 2023, pp. 1140–1143, doi: <https://doi.org/10.1109/APEIE59731.2023.10347727>
- [2] Малоземов В.В. Математическое моделирование тепловых процессов малогабаритной бортовой аппаратуры. *Вестник МАИ*, 2010, т. 17, № 1, с. 55–61.
- [3] Gusev S., Nikolaev V. On the influence of random environmental factors on heat transfer processes in aircraft. *Numer. Analys. Appl.*, 2024, vol. 17, no. 2, p. 132–139, doi: <https://doi.org/10.1134/S1995423924020034>
- [4] Кошкин В.К., Калинин Э.К., Дрейцер Г.А. и др. *Нестационарный теплообмен*. Москва, Машиностроение, 1973. 327 с.
- [5] Патанкар С.В. *Численное решение задач теплопроводности и конвективного теплообмена при течении в каналах*. Москва, Изд-во МЭИ, 2003. 310 с.
- [6] Цирельман Н.М. *Теория и прикладные задачи тепломассопереноса*. Уфа, Изд-во УГАТУ, 2002. 108 с.
- [7] Декуша Л.В., Грищенко Т.Г., Геращенко О.А. и др. Устройство для определения локальных коэффициентов теплоотдачи методом теплометрического моста. *Промышленная теплотехника*, 1981, т. 3, № 1, с. 24–28.
- [8] Пилипенко Н.В. Динамический метод измерения эффективных температур и коэффициентов теплоотдачи в псевдооживленных слоях. *Приборы*, 2004, № 10, с. 37–39.
- [9] Пилипенко Н.В., Зеленская М.Г. Методика восстановления нестационарного теплового потока и коэффициентов теплоотдачи с помощью датчика Гардона. *Научно-технический вестник ИТМО*, 2006, № 8, с. 81–86.
- [10] Колмаков А.В. *Тепломассоперенос. Теория, прогноз и управление*. Томск, Изд-во Томский университет, 2007. 148 с.
- [11] Дульнев Г.Н. *Теория тепло- и массообмена*. Санкт-Петербург, ИТМО, 2012. 195 с.
- [12] Хинце И.О. *Турбулентность, ее механизм и теория*. Москва, Физматгиз, 1963. 680 с.
- [13] Gusev S., Nikolaev V. Statistical simulation of the hypersonic aircraft pressurized compartment and surface cooling system thermal state. *AIP Conf. Proc.*, 2019, vol. 2125, no. 1, art. 030087, doi: <https://doi.org/10.1063/1.5117469>
- [14] Гусев С.А., Демидов Г.В. *Алгоритм идентификации параметров жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений*. Новосибирск, ВЦ СО АН СССР, 1983. 17 с.
- [15] Фабрикант Н.Я. *Аэродинамика. Общий курс*. Москва, Наука, 1964. 814 с.
- [16] Химмельблау Д. *Анализ процессов статистическими методами*. Москва, Мир, 1973. 957 с.

References

- [1] Gusev S., Nikolaev V. Mathematical modeling of the device for determining aircraft hydraulic system parameters. *IEEE APEIE*, 2023, pp. 1140–1143, doi: <https://doi.org/10.1109/APEIE59731.2023.10347727>
- [2] Malozemov V.V. Mathematical modeling of heat processes of miniature onboard equipment. *Vestnik MAI [Aerospace MAI Journal]*, 2010, vol. 17, no. 1, pp. 55–61. (In Russ.).
- [3] Gusev S., Nikolaev V. On the influence of random environmental factors on heat transfer processes in aircraft. *Numer. Analys. Appl.*, 2024, vol. 17, no. 2, p. 132–139, doi: <https://doi.org/10.1134/S1995423924020034>
- [4] Koshkin V.K., Kalinin E.K., Dreytser G.A. et al. *Nestatsionarnyy teploobmen [Non-stationary heat exchange]*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1973. 327 p. (In Russ.).
- [5] Patankar S.V. *Computation of conduction and duct flow heat transfer*. CRC Press, 2017. 370 p. (Russ. ed.: *Chislennoe reshenie zadach teploprovodnosti i konvektivnogo teploobmena pri techenii v kanalakh*. Moscow, Izd-vo MEI Publ., 2003. 310 p.)
- [6] Tsirelman N.M. *Teoriya i prikladnye zadachi teplomassoperenosa [Theory and applied problems of heat and mass transfer. and applied problems of heat and mass transfer]*. Ufa, Izd-vo UGATU Publ., 2002. 108 p. (In Russ.).

- [7] Dekusha L.V., Grishchenko T.G., Gerashchenko O.A. et al. Device for determination of local coefficients heat transfer coefficients by the method of a thermometric bridge. *Promyshlennaya teplotekhnika*, 1981, vol. 3, no. 1, pp. 24–28. (In Russ.).
- [8] Pilipenko N.V. Dinamiches Dynamic method for measuring effective temperatures and heat transfer coefficients in fluidised beds. *Pribory*, 2004, no. 10, pp. 37–39. (In Russ.).
- [9] Pilipenko N.V., Zelenskaya M.G. Methodology of restoration of unsteady heat flow and heat transfer coefficients by means of the Gardon sensor. *Nauchno-tekhnicheskiy vestnik ITMO [Sci. Tech. J. Inf. Technol. Mech. Opt.]*, 2006, no. 8, pp. 81–86. (In Russ.).
- [10] Kolmakov A.V. *Teplomassoperenos. Teoriya, prognoz i upravlenie [Thermal mass transfer. Theory, forecast and control]*. Tomsk, Izd-vo Tomskiy universitet Publ., 2007. 148 p. (In Russ.).
- [11] Dulnev G.N. *Teoriya teplo- i massoobmena [Theory of heat and mass transfer]*. Sankt-Petersburg, ITMO Publ., 2012. 195 p. (In Russ.).
- [12] Hinze J.O. *Turbulence. An introduction to its mechanism and theory*. McGraw-Hill, 1959. 586 p. (Russ. ed.: *Turbulentnost, ee mekhanizm i teoriya*. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1963. 680 p.)
- [13] Gusev S., Nikolaev V. Statistical simulation of the hypersonic aircraft pressurized compartment and surface cooling system thermal state. *AIP Conf. Proc.*, 2019, vol. 2125, no. 1, art. 030087, doi: <https://doi.org/10.1063/1.5117469>
- [14] Gusev S.A., Demidov G.V. *Algoritm identifikatsii parametrov zhestkikh sistem obyknovennykh differentsialnykh uravneniy [Algorithm of identification of parameters of rigid systems of ordinary differential equations]*. Novosibirsk, VTs SO AN SSSR Publ., 1983. 17 p. (In Russ.).
- [15] Fabrikant N.Ya. *Aerodinamika. Obshchiy kurs [Aerodynamics. General course]*. Moscow, Nauka Publ., 1964. 814 p.
- [16] Himmelblau D.M. *Process analysis by statistical methods*. Wiley, 1970. 463 p. (Russ. ed.: *Analiz protsessov statisticheskimi metodami*. Moscow, Mir Publ., 1973. 957 p.)

Статья поступила в редакцию 12.12.2024

Информация об авторе

НИКОЛАЕВ Владимир Николаевич — доктор технических наук, главный научный сотрудник. ФАУ «Сибирский научно-исследовательский институт авиации им. С.А. Чаплыгина» (630051, Новосибирск, Российская Федерация, ул. Ползунова, д. 21, e-mail: nikvla50@mail.ru).

Information about the author

NIKOLAEV Vladimir Nikolaevich — Doctor of Science (Eng.), Chief Researcher. Chaplygin Siberian Scientific Research Institute of Aviation (630051, Novosibirsk, Russian Federation, Polzunova St., Bldg. 21, e-mail: nikvla50@mail.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Николаев В.Н. Математическая модель модуля массовой скорости воздушного потока в негерметизированных отсеках самолета. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2025, № 10, с. 47–56.

Please cite this article in English as:

Nikolayev V.N. Mathematical model of an airflow mass velocity module in the unpressurized aircraft compartment. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2025, no. 10, pp. 47–56.