

УДК 629.7.023:539.3

# Исследование устойчивости анизогридных круговых цилиндрических оболочек при комбинированном нагружении поперечной силой и внутренним давлением

**Л.П. Железнов**

ФАУ «СибНИА имени С.А. Чаплыгина»

## Investigation of the stability of anisogrid circular cylindrical shells under combined loading by transverse force and internal pressure

**L.P. Zheleznov**

Chaplygin Siberian Scientific Research Institute of Aviation

Исследована устойчивость анизогридной круговой цилиндрической оболочки, выполненной из композиционного материала, при поперечном изгибе с внутренним давлением. Исследование проведено на основе методики, реализующей метод конечных элементов для решения задач прочности и устойчивости дискретно-подкрепленных цилиндрических оболочек, выполненных из композиционного материала, с учетом моментности и нелинейности их докритического напряженно-деформированного состояния. Определено влияние нелинейности деформирования, жесткости подкрепляющего набора, угла наклона подкреплений, толщины обшивки и внутреннего давления на критические нагрузки потери устойчивости оболочки.

**EDN:** ATJPEN, <https://elibrary/atjpen>

**Ключевые слова:** поперечный изгиб, внутреннее давление, круговая цилиндрическая оболочка, нелинейное деформирование, устойчивость оболочки, метод конечных элементов

The research results were obtained on the basis of a technique developed by the authors that implements the finite element method for solving problems of strength and stability of discretely reinforced cylindrical shells made of composite material, taking into account the momentarity and nonlinearity of their subcritical stress-strain state. The finite elements of cylindrical composite shells of natural curvature developed by the authors on the basis of the Timoshenko hypothesis are used, in approximating the displacements of which their rigid displacements (displacements of finite elements as a solid body) are explicitly highlighted. Critical loads are determined in the process of solving a geometrically nonlinear problem using the matrix triangulation method and the Sylvester criterion. The shapes of shells deformed in the subcritical state and their shapes with loss of stability are also calculated. The stability under transverse bending with internal pressure of an anisogrid circular cylindrical shell made of a composite material is investigated. The influence of the nonlinearity of deformation, the stiffness of the reinforcement set, the angles of laying reinforcements and the thickness of the shell and the internal pressure on the critical loads of the loss of stability of the shell has been clarified.

EDN: ATJPEN, <https://elibrary/atjpen>

**Keywords:** transverse bending, internal pressure, cylindrical composite shells, nonlinear deformation, stability, finite element method, internal pressure

Анизотридные конструкции летательных аппаратов, являющиеся частным случаем сетчатых конструкций, нашли широкое применение в авиационной и ракетно-космической отраслях [1–3]. Композитные анизотридные конструкции изготавливают методом непрерывной намотки углеродных волокон, а металлические — фрезерованием.

Наибольшее распространение такие конструкции получили при проектировании ракет [4, 5], меньшее — фюзеляжей самолетов [6, 7], что обусловлено более простыми формами поверхностей элементов ракеты и, соответственно, более простой технологией их изготовления.

Значительный вклад в разработку анизотридных конструкций внесла школа В.В. Васильева [8]. Большая часть работ посвящена прочности таких конструкций [9–13], реже — устойчивости [4, 14–16], что весьма важно для оценки их несущей способности.

Тем не менее методы расчета на прочность и устойчивость анизотридных композитных конструкций с учетом нелинейности исходного напряженно-деформированного состояния (НДС) в условиях неоднородного неосесимметричного нагружения развиты недостаточно.

Цель работы — исследование влияния внутреннего давления на устойчивость анизотридной цилиндрической оболочки при поперечном изгибе.

Для решения задачи прочности и устойчивости анизотридных композитных цилиндрических оболочек при поперечном изгибе с внутренним давлением использованы методы конечных элементов и линеаризации Ньютона — Канторовича.

Основные соотношения для конечного элемента цилиндрической оболочки, выполненной из полимерного композиционного материала, алгоритмы решения задачи ее прочности и устойчивости в условиях нелинейного исходного НДС опубликованы в работах [17–20].

**Исследование нелинейного деформирования и устойчивости отсека фюзеляжа самолета при поперечном изгибе с внутренним давлением.** В качестве объекта исследования выбрана подкрепленная продольным и поперечным

наборами круговая цилиндрическая оболочка, близкая по форме и размерам поперечного сечения к самолету Ту-204, находящаяся под действием приложенной к ее свободному краю краевой поперечной силы  $Q$  и внутреннего избыточного давления  $q = 0,15$  МПа. Нагруженный край оболочки подкреплен жестким в своей плоскости шпангоутом.

Действие поперечной силы заменим статически эквивалентными ей касательными усилиями  $T_3 = QS/J$ , где  $S$  — статический момент отсеченной части поперечного сечения оболочки,  $J$  — момент инерции площади поперечного сечения относительно горизонтальной плоскости симметрии оболочки. Основные характеристики геометрических параметров оболочки и материалов их изготовления, граничные условия приведены в работе [16].

Оболочка длиной  $L = 2000$  мм и радиусом  $R = 2000$  мм подкреплена равностоящим подкрепляющим набором (прямоугольного поперечного сечения) (рис. 1).

Все расчеты выполнены для случая внутреннего расположения подкреплений относительно обшивки оболочки. Варианты укладки монослоев в обшивке оболочки приведены в табл. 1, где  $h$  — толщина обшивки.

Рассмотрены несколько вариантов жесткостных характеристик (табл. 2) и угла наклона (табл. 3) подкреплений стрингеров, где  $a_p$  и  $b_p$  — высота и ширина подкреплений;  $J_p$  — жесткость подкрепляющего набора,  $J_p = b_p a_p^3 / 12$ .

Приняты следующие обозначения:

$$k_\tau = Q^*/Q_0; \quad \underline{k}_\tau = Q^*/\underline{Q}_0.$$

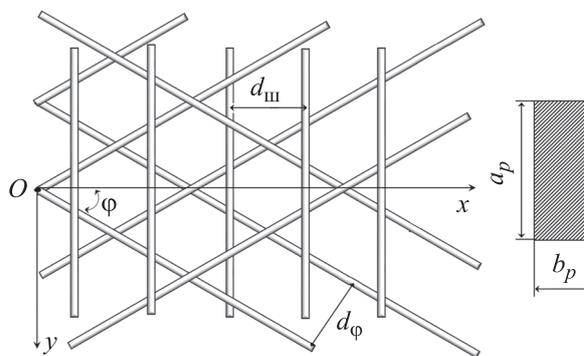


Рис. 1. Схема расположения подкреплений в оболочке

Здесь  $Q^*$  — критическое значение поперечной силы;  $Q_0$  и  $\underline{Q}_0$  — верхние критические значения поперечной силы для неподкрепленных металлических оболочек толщиной  $h$  и  $h_p$ ,

$$Q_0 = \pi RCS_b; \quad \underline{Q}_0 = \pi RC\underline{S}_b,$$

где  $C = 0,953$ ;

$$S_b = 0,74 \frac{Eh}{(1-\nu^2)^{5/8}} \left(\frac{h}{R}\right)^{5/4} \left(\frac{R}{L}\right)^{1/2};$$

$$\underline{S}_b = 0,74 \frac{Eh_p}{(1-\nu^2)^{5/8}} \left(\frac{h_p}{R}\right)^{5/4} \left(\frac{R}{L}\right)^{1/2};$$

$$h_p = h + \sum_{i=1}^3 a_{pi} b_{pi} / d_{pi}$$

( $E$  и  $\nu$  — модуль упругости и коэффициент Пуассона металлической оболочки;  $a_{pi}$ ,  $b_{pi}$  и  $d_{pi}$  — высота, ширина и шаг  $i$ -го подкрепления [21]).

Значения параметра  $k_\tau$  для линейного и нелинейного исходных НДС композитной оболочки при различных значениях толщины ее обшивки, жесткости подкрепляющего набора  $J_p$  и угла наклона подкреплений  $\varphi$  (см. табл. 3) приведены в табл. 4.

Из табл. 4 следует, что критические значения параметра  $k_\tau$  существенно зависят как от жесткости подкрепляющего набора, так и от толщины оболочки и угла наклона подкреплений. По мере увеличения жесткости  $J_p$  параметр  $k_\tau$  растет, причем интенсивность его возрастания снижается независимо от толщины обшивки оболочки. С ростом толщины оболочки  $h$  параметр  $k_\tau$  значительно уменьшается (почти в 9 раз). При увеличении угла наклона подкреплений параметр  $k_\tau$  возрастает, но не так существенно, как при росте жесткости подкрепляющего набора (в 1,5 раза), независимо от толщины и жесткости подкреплений.

Влияние нелинейности исходного НДС оболочки на параметр критической нагрузки  $k_\tau$  определяется выражением

$$\Delta = \frac{k_{\tau n} - k_{\tau l}}{k_{\tau l}} \cdot 100 \%,$$

где индекс « $n$ » соответствует нелинейному исходному НДС оболочки, а индекс « $l$ » — линейному.

Результаты исследования влияния нелинейности исходного НДС композитной оболочки на параметр  $k_\tau$  при различных значениях тол-

Таблица 1

## Варианты укладки монослоев обшивки

Вариант	Укладка	$h$ , мм
1	0°, 90°, 90°, 0°	0,768
2	0°, 90°, ±45°, 90°, 0°	1,152
3	0°, 90°, ±45°, 0°, ±45°, 90°, 0°	1,728
4	0°, 90°, 0°, 0°, ±45°, ±45°, 0°, 0°, 90°, 0°	2,304

Таблица 2

## Приведенные характеристики подкреплений

Вариант	$a_p$ , мм	$b_p$ , мм	$J_p$ , мм <sup>4</sup>
1 (C <sub>1</sub> )	0	0	0
2 (C <sub>2</sub> )	10	5	417
3 (C <sub>3</sub> )	15	5	1406
4 (C <sub>4</sub> )	20	5	3333
5 (C <sub>5</sub> )	25	5	6510
6 (C <sub>6</sub> )	30	5	11 250

Таблица 3

## Значения угла наклона и шага расположения подкреплений

Вариант	$\varphi$ , град	$d_\varphi$ , мм	$d_{ш}$ , мм
1	±20	295,21	431,57
2	±25	284,72	336,86
3	±30	272,07	272,07
4	±35	257,34	224,33
5	±40	240,66	187,20
6	±45	222,14	157,08
7	±50	201,94	131,81

щины ее обшивки  $h$ , жесткости подкрепляющего набора  $J_p$  и угла наклона подкреплений  $\varphi$  приведены табл. 5.

Из табл. 5 следует, что у всех вариантов композитной оболочки нелинейность исходного НДС приводит к снижению параметра  $k_\tau$ . Влияние нелинейности на параметр  $k_\tau$  является незначительным (не более 4 %).

Влияние внутреннего давления на параметр  $k_\tau$  определяется как

$$\Delta_1 = \frac{k_\tau - k_\tau^0}{k_\tau^0} \cdot 100 \%,$$

где индекс «0» указывает на отсутствие внутреннего давления ( $q = 0$ ).

Таблица 4

Значения параметра  $k_t$  для линейного и нелинейного исходных НДС композитной оболочки

$J_p, \text{мм}^4$	Параметр $k_t$ при угле наклона подкреплений $\varphi$ , град						
	20	25	30	35	40	45	50
<i>При толщине обшивки <math>h = 0,768</math> мм</i>							
0	100,3/103,5	100,3/103,5	100,3/103,5	100,3/103,5	100,3/103,5	100,3/103,5	100,3/103,5
417	140,5/138	147,5/144,9	147,5/152,2	154,8/152,2	154,8/152,2	162,6/159,8	162,6/152,2
1406	172,7/178,3	181,4/187,2	190,4/196,5	200/206,4	210/206,4	210/216,7	220,5/216,7
3333	215,8/212,1	226,6/233,8	249,8/245,5	262,3/257,8	275,4/270,7	275,4/284,2	289,2/284,2
6510	258,8/267,1	285,4/280,5	299,6/309,2	330,3/324,7	346,9/340,9	364,2/358	364,2/375,9
11 250	312,6/307,3	344,7/338,8	361,9/373,5	399/392,2	419/432,4	439,9/432,4	461,9/454
<i>При толщине обшивки <math>h = 1,152</math> мм</i>							
0	39,9/39,2	39,9/39,2	39,9/39,2	39,9/39,2	39,9/39,2	39,9/39,2	39,9/39,2
417	59,9/58,9	62,9/61,8	62,9/64,9	66,1/68,2	69,4/68,2	69,4/68,2	69,4/68,2
1406	75,9/74,6	79,7/78,3	83,7/82,2	87,8/86,3	92,2/90,7	92,2/95,2	96,8/95,2
3333	92,8/100,5	102,3/100,5	107,4/105,5	112,8/116,4	118,4/122,2	124,3/122,2	130,5/128,3
6510	113,6/117,2	125,2/123,1	138/135,7	144,9/142,5	152,2/149,6	159,8/157,1	167,8/164,9
11 250	140,5/138	147,5/152,2	162,6/167,8	179,3/176,2	188,2/185,0	197,6/194,2	207,5/204,0
<i>При толщине обшивки <math>h = 1,728</math> мм</i>							
0	17,5/17,2	17,5/17,2	17,5/17,2	17,5/17,2	17,5/17,2	17,5/17,2	17,5/17,2
417	25,5/26,4	26,8/27,7	28,2/27,7	29,6/29,1	29,6/29,1	29,6/29,1	31/29,1
1406	32,8/33,9	34,5/35,6	36,2/37,4	38/39,2	39,9/41,2	41,9/41,2	41,9/41,2
3333	41,5/40,8	43,6/45	48,1/47,2	50,5/49,6	53/54,7	55,6/54,7	58,4/57,4
6510	51,8/50,9	57,1/56,1	59,9/61,8	66,1/64,9	69,4/68,2	72,8/71,6	72,8/75,2
11 250	62/60,9	68,4/67,2	75,4/74,1	79,2/77,8	83,1/85,8	87,3/90,1	91,6/90,1
<i>При толщине обшивки <math>h = 2,304</math> мм</i>							
0	9,6/9,9	9,6/9,9	9,6/9,9	9,6/9,9	9,6/9,9	9,6/9,9	9,6/9,9
417	14,1/13,9	14,8/14,6	15,6/15,3	15,6/16,1	16,3/16,1	16,3/16,1	16,3/16,1
1406	18,1/17,8	19/19,6	19,9/20,6	20,9/21,6	22/21,6	23,1/22,7	23,1/22,7
3333	22,6/23,3	24,9/24,5	26,2/27	28,8/28,4	30,3/29,8	30,3/31,3	31,8/31,3
6510	28,2/29,2	31,1/30,6	34,3/33,8	36,1/35,4	37,9/37,2	39,7/39,1	41,7/41
11 250	33,9/35	37,4/38,6	41,2/40,5	43,3/44,7	47,7/46,9	50,1/49,2	50,1/51,7

*Примечание.* В числителе дроби указаны значения для линейного исходного НДС, в знаменателе — для нелинейного.

Таблица 5

Результаты исследования влияния нелинейности исходного НДС композитной оболочки на параметр  $k_t$ 

$J_p, \text{мм}^4$	Параметр нелинейности $\Delta$ , %, при угле наклона подкреплений $\varphi$ , град						
	20	25	30	35	40	45	50
<i>При толщине обшивки <math>h = 0,768</math> мм</i>							
0	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2
417	-1,7	-1,7	3,2	-1,7	-1,7	-1,7	-6,4
1406	3,2	3,2	3,2	3,2	-1,7	3,2	-1,7
3333	-1,7	3,2	-1,7	-1,7	-1,7	3,2	-1,7
6510	3,2	-1,7	3,2	-1,7	-1,7	-1,7	3,2
11 250	-1,7	-1,7	3,2	-1,7	3,2	-1,7	-1,7

Окончание табл. 5

$J_p, \text{мм}^4$	Параметр нелинейности $\Delta$ , %, при угле наклона подкреплений $\varphi$ , град						
	20	25	30	35	40	45	50
<i>При толщине обшивки <math>h = 1,152</math> мм</i>							
0	-1,7	-1,7	-1,7	-1,7	-1,7	-1,7	-1,7
417	-1,7	-1,7	3,2	3,2	-1,7	-1,7	-1,7
1406	-1,7	-1,7	-1,7	-1,7	-1,7	3,2	-1,7
3333	8,4	-1,7	-1,7	3,2	3,2	-1,7	-1,7
6510	3,2	-1,7	-1,7	-1,7	-1,7	-1,7	-1,7
11 250	-1,7	3,2	3,2	-1,7	-1,7	-1,7	-1,7
<i>При толщине обшивки <math>h = 1,728</math> мм</i>							
0	-1,7	-1,7	-1,7	-1,7	-1,7	-1,7	-1,7
417	3,2	3,2	-1,7	-1,7	-1,7	-1,7	-6,4
1406	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	-1,7	-1,7
3333	-1,7	3,2	-1,7	-1,7	3,2	-1,7	-1,7
6510	-1,7	-1,7	3,2	-1,7	-1,7	-1,7	3,2
11 250	-1,7	-1,7	-1,7	-1,7	3,2	3,2	-1,7
<i>При толщине обшивки <math>h = 2,304</math> мм</i>							
0	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2
417	-1,7	-1,7	-1,7	3,2	-1,7	-1,7	-1,7
1406	-1,7	3,2	3,2	3,2	-1,7	-1,7	-1,7
3333	3,2	-1,7	3,2	-1,7	-1,7	3,2	-1,7
6510	3,2	-1,7	-1,7	-1,7	-1,7	-1,7	-1,7
11 250	3,2	3,2	-1,7	3,2	-1,7	-1,7	3,2

Таблица 6

**Результаты исследования влияния внутреннего давления на параметр  $k$ , для линейного и нелинейного исходных НДС композитной оболочки**

$J_p, \text{мм}^4$	Параметр $\Delta_1$ , при угле наклона подкреплений $\varphi$ , град					
	20	25	30	35	40	45
<i>При толщине обшивки <math>h = 0,768</math> мм</i>						
417	621/623	522/494	412/439	364/366	321/322	301/302
1406	307/326	252/251	204/218	175/189	162/162	138/149
3333	182/179	143/153	132/130	110/108	100/98	82/89
6510	116/133	106/102	78/92	78/74	70/66	61/58
11250	87/88	79/71	62/63	54/55	47/55	47/41
<i>При толщине обшивки <math>h = 1,152</math> мм</i>						
417	481/467	402/390	333/345	293/303	274/266	239/232
1406	253/252	205/204	177/176	151/150	139/138	117/127
3333	154/176	130/127	109/106	89/96	80/87	72/69
6510	103/109	84/81	75/72	67/64	59/56	52/49
11250	75/73	58/65	51/57	51/50	44/42	37/36
<i>При толщине обшивки <math>h = 1,728</math> мм</i>						
417	391/403	324/335	285/275	249/240	217/209	187/180

Окончание табл. 6

$J_p, \text{мм}^4$	Параметр $\Delta_1$ , при угле наклона подкреплений $\phi$ , град					
	20	25	30	35	40	45
1406	203/212	175/183	137/157	126/133	115/122	105/101
3333	129/120	98/110	88/90	80/73	71/73	63/64
6510	89/84	80/75	63/67	55/51	48/51	48/44
11250	66/58	51/51	51/44	37/37	37/37	30/37
<i>При толщине обшивки <math>h = 2,304</math> мм</i>						
417	331/321	291/282	255/247	206/214	192/185	165/159
1406	180/173	154/160	131/136	109/114	99/94	90/85
3333	112/126	102/95	83/86	74/69	66/69	58/61
6510	80/83	63/66	63/58	48/51	41/43	41/37
11250	58/61	43/54	43/39	36/39	36/33	36/33

*Примечание.* В числителе дроби указаны значения для линейного исходного НДС, в знаменателе — для нелинейного.

Таблица 7

**Значения параметра  $k_\tau$  для линейного и нелинейного исходных НДС композитной оболочки**

$J_p, \text{мм}^4$	Параметр $k_\tau$ при угле наклона $\phi$ , град						
	20	25	30	35	40	45	50
<i>При толщине обшивки <math>h = 0,768</math> мм</i>							
0	100,30/103,50	100,30/103,50	100,30/103,50	100,30/103,50	100,30/103,50	100,30/103,50	100,30/103,50
417	49,34/48,50	47,76/46,94	43,65/45,05	41,46/40,75	37,02/36,39	34,16/33,57	29,39/27,51
1406	41,34/42,67	39,18/40,44	36,78/37,96	34,12/35,22	31,21/30,67	26,69/27,55	23,43/23,03
3333	37,22/36,58	34,74/35,85	33,70/33,13	30,76/30,23	27,65/27,18	23,23/23,97	20,01/19,67
6510	33,54/34,62	32,50/31,94	29,67/30,62	28,09/27,61	24,94/24,51	21,72/21,34	17,57/18,14
11250	31,43/30,90	30,18/29,67	27,31/28,18	25,61/25,18	22,52/23,24	19,42/19,09	16,34/16,06
<i>При толщине обшивки <math>h = 1,152</math> мм</i>							
0	39,9/39,22	39,90/39,22	39,90/39,22	39,90/39,22	39,90/39,22	39,90/39,22	39,90/39,22
417	28,35/27,87	27,97/27,49	26,1/26,93	25,34/26,16	24,34/23,93	21,96/21,59	19,46/19,13
1406	26,66/26,20	25,80/25,36	24,76/24,34	23,52/23,12	22,05/21,67	19,38/20,00	17,51/17,21
3333	25,05/27,15	25,09/24,66	23,70/23,30	22,14/22,85	20,39/21,05	18,46/18,14	16,34/16,06
6510	24,24/25,02	23,99/23,58	23,50/23,10	21,67/21,30	19,69/19,36	17,57/17,27	15,31/15,05
11250	24,23/23,81	22,61/23,33	21,94/22,64	21,02/20,66	18,9/18,57	16,67/16,38	14,36/14,11
<i>При толщине обшивки <math>h = 1,728</math> мм</i>							
0	17,52/17,22	17,52/17,22	17,52/17,22	17,52/17,22	17,52/17,22	17,52/17,22	17,52/17,22
417	15,1/15,59	15,14/15,63	15,10/14,84	14,96/14,70	13,98/13,74	12,92/12,7	12,36/11,56
1406	15,53/16,03	15,33/15,81	15,01/15,49	14,58/15,05	14,01/14,45	13,27/13,04	11,75/11,55
3333	16,04/15,76	15,61/16,11	15,83/15,56	15,14/14,88	14,29/14,75	13,29/13,06	12,11/11,90
6510	16,60/16,32	16,78/16,49	16,01/16,53	15,87/15,60	14,79/14,54	13,55/13,32	11,57/11,94
11250	16,75/16,46	16,77/16,48	16,64/16,35	15,54/15,27	14,32/14,77	12,96/13,37	11,47/11,27
<i>При толщине обшивки <math>h = 2,304</math> мм</i>							
0	9,60/9,91	9,60/9,91	9,60/9,91	9,60/9,91	9,60/9,91	9,60/9,91	9,60/9,91
417	9,42/9,26	9,54/9,37	9,61/9,44	9,17/9,46	9,12/8,96	8,55/8,41	7,93/7,79

Окончание табл. 7

$J_p, \text{мм}^4$	Параметр $k_\tau$ при угле наклона $\varphi$ , град						
	20	25	30	35	40	45	50
1406	10,09/9,92	10,07/10,4	10/10,32	9,85/10,16	9,61/9,44	9,26/9,11	8,37/8,23
3333	10,69/11,04	11,08/10,89	10,85/11,2	11,07/10,88	10,63/10,45	9,59/9,90	8,92/8,77
6510	11,46/11,83	11,75/11,55	11,96/11,75	11,47/11,28	10,88/10,69	10,16/9,98	9,30/9,14
11250	11,91/12,29	12,11/12,49	12,20/11,99	11,58/11,96	11,41/11,21	10,52/10,34	9,06/9,34

Примечание. В числителе дроби указаны значения для линейного исходного НДС, в знаменателе — для нелинейного.

Результаты исследования влияния внутреннего давления на параметр  $k_\tau$  для линейного и нелинейного исходных НДС композитной оболочки при различных значениях толщины ее обшивки  $h$ , жесткости подкрепляющего набора  $J_p$  и угла наклона подкреплений  $\varphi$  приведены в табл. 6.

Как следует из табл. 6, влияние внутреннего давления на параметр  $k_\tau$  зависит от жесткости подкрепляющего набора, а также от угла наклона подкреплений и толщины обшивки. Внутреннее давление значительно повышает критические значения поперечной силы: максимально на 620 % при  $h = 0,768$  мм,  $J_p = 417$  мм<sup>4</sup> и  $\varphi = 20^\circ$ ; минимально на 33 % при  $h = 2,304$  мм,  $J_p = 11\,250$  мм<sup>4</sup> и  $\varphi = 50^\circ$ . С увеличением толщины обшивки и жесткости подкреплений влияние внутреннего давления значительно снижается (почти в 6 раз) и практически не зависит от угла наклона подкреплений  $\varphi$ .

Значения параметра  $k_\tau$  для линейного и нелинейного исходных НДС композитной оболочки при различных значениях толщины ее обшивки  $h$ , жесткости подкрепляющего набора  $J_p$  и угла наклона подкреплений  $\varphi$  приведены в табл. 7.

Как следует из табл. 7, параметр  $k_\tau$  зависит от жесткости подкрепляющего набора, толщины обшивки  $h$  и угла наклона подкреплений. С ростом жесткости подкреплений значения параметра  $k_\tau$  неоднозначны: снижаются при малой толщине обшивки ( $h < 1,152$  мм) и повышаются при других значениях  $h$ . Увеличение толщины обшивки приводит к уменьшению параметра  $k_\tau$ . Это обусловлено тем, что значение критической поперечной силы  $Q_0$  пропорционально квадрату приведенной толщины оболочки  $h_p$ .

Зависимости параметра  $k_\tau$  от жесткости подкрепляющего набора  $J_p$  для линейного и нели-

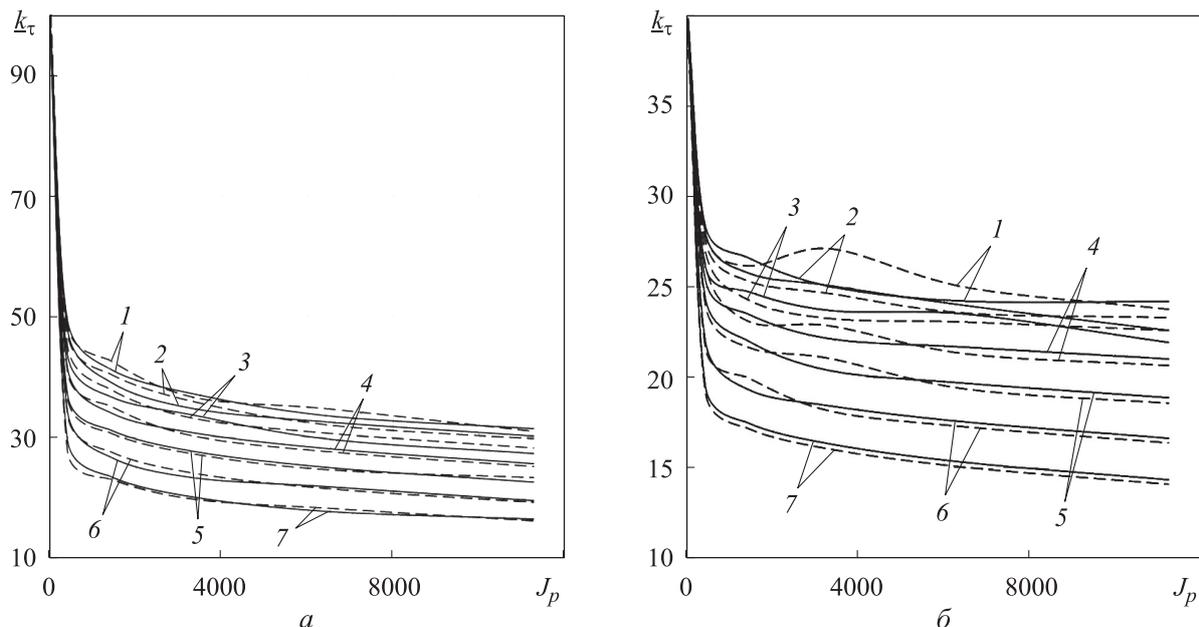


Рис. 2 (начало). Зависимости параметра  $k_\tau$  от жесткости подкрепляющего набора  $J_p$  для линейного (—) и нелинейного (---) исходных НДС композитной оболочки с обшивкой толщиной  $h = 0,768$  (а), 1,152 (б) при различных значениях угла наклона подкреплений

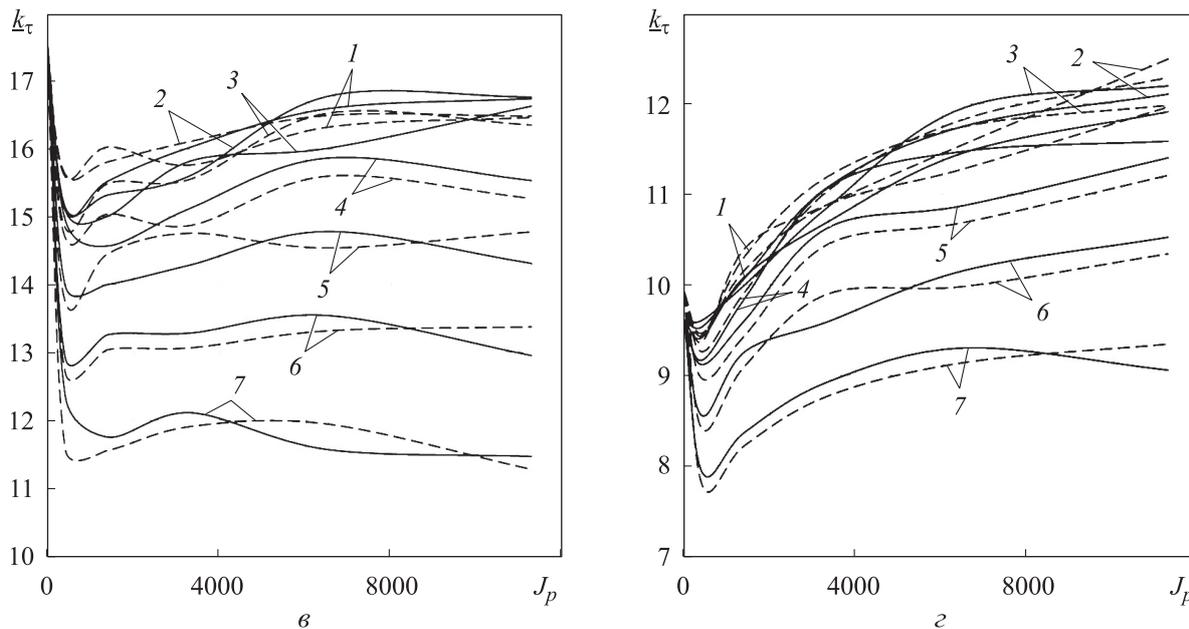


Рис. 2 (окончание). Зависимости параметра  $k_{\tau}$  от жесткости подкрепляющего набора  $J_p$  для линейного (—) и нелинейного (---) исходных НДС композитной оболочки с обшивкой толщиной  $h = 1,728$  (а) и  $2,304$  мм (з) при различных значениях угла наклона подкреплений

нейного исходных НДС композитной оболочки при различных значениях толщины ее обшивки  $h$  и угла наклона подкреплений  $\varphi$  приведены на рис. 2. Номера кривых соответствуют вариантам, указанным в табл. 3.

Видно, что нелинейность исходного НДС композитной оболочки в основном снижает значения параметра нагрузки  $k_{\tau}$ . Влияние нелинейности на параметр  $k_{\tau}$  в большинстве случаев является незначительным (3...5%). С увеличением толщины обшивки  $h$  параметр  $k_{\tau}$  уменьшается до 50% относительно значений для оболочки с меньшей толщиной обшивки ( $h = 0,768$  мм). Это обусловлено тем, что выражение для параметра  $k_{\tau}$  содержит параметр  $Q_0$ , напрямую зависящий от приведенной толщины оболочки  $h_p$ .

Результаты расчета металлической оболочки разной толщины  $h$  с теми же параметрами  $a_p$  и  $b_p$  поперечного сечения подкреплений — зависимости параметра  $k_{\tau}$  от жесткости подкрепляющего набора  $J_p$  приведены на рис. 3. Подкрепления в этом случае ортогональны линиям главных кривизн оболочки, т. е. она рассматривается как конструктивно-ортогортронная.

Видно, что увеличение жесткости подкреплений приводит к повышению параметра  $k_{\tau}$ , причем наиболее значительно при  $J_p < 1000$  мм<sup>4</sup>. Влияние нелинейности исходного НДС метал-

лической оболочки на параметр  $k_{\tau}$  является незначительным.

Зависимости параметра  $\bar{k}_{\tau}$  (отношения параметра критической нагрузки  $k_{\tau}$  композитной оболочки к такому же параметру металлической конструктивно-ортогортронной оболочки  $k_{\tau 1}$ ) ( $\bar{k}_{\tau} = k_{\tau}/k_{\tau 1}$ ) с теми же характеристиками попе-

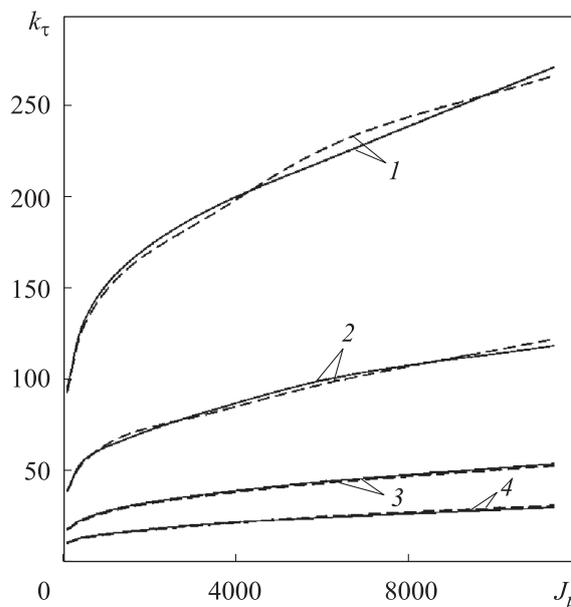


Рис. 3. Зависимости параметра  $k_{\tau}$  от жесткости подкрепляющего набора  $J_p$  для линейного (—) и нелинейного (---) исходных НДС металлической оболочки толщиной  $h = 0,768$  (1),  $1,152$  (2),  $1,728$  (3) и  $2,304$  мм (4)

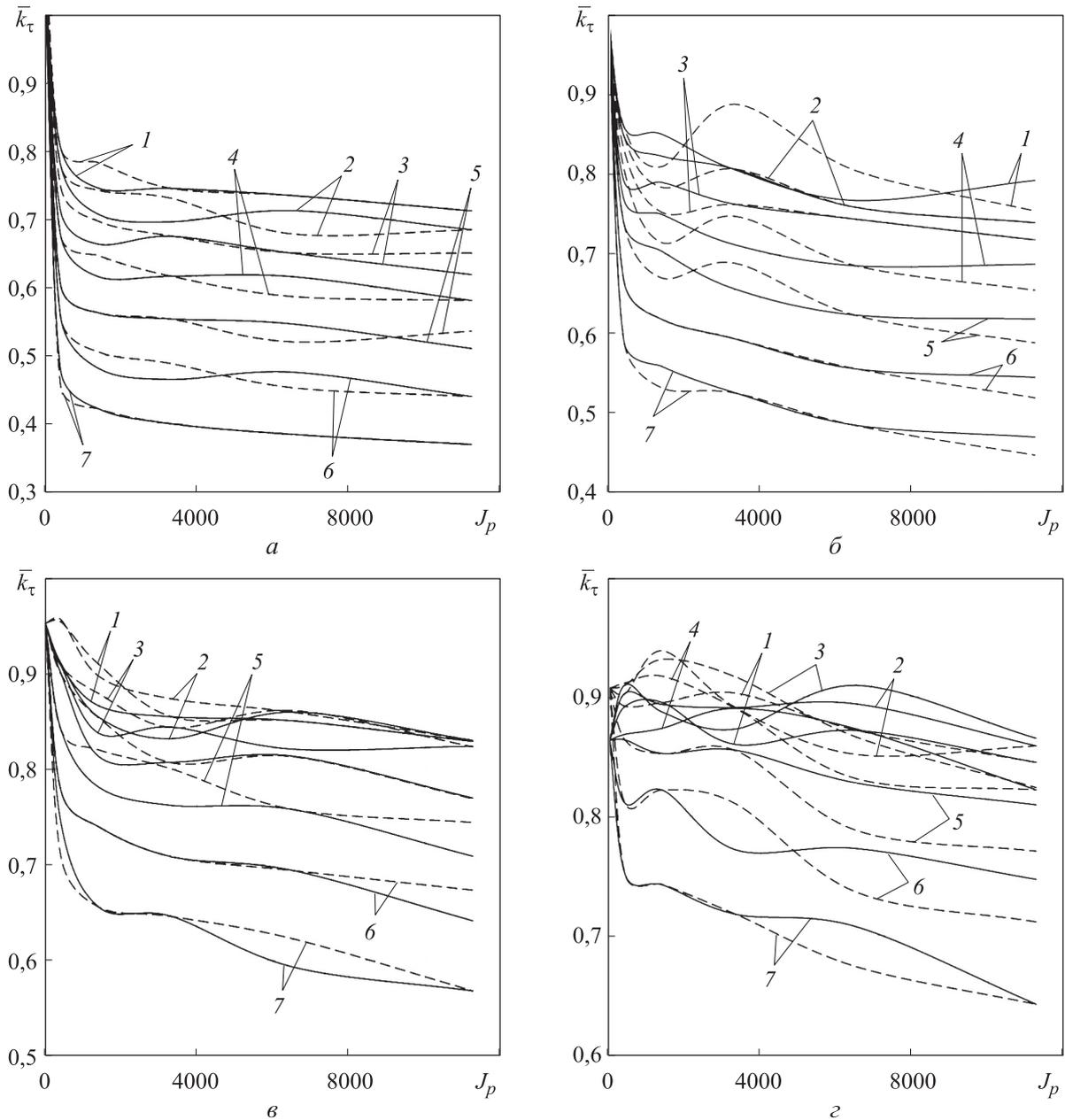


Рис. 4. Зависимости параметра  $\bar{k}_\tau$  от жесткости подкрепляющего набора  $J_p$  для линейного (—) и нелинейного (---) исходных НДС оболочки толщиной  $h = 0,768$  (а),  $1,152$  (б),  $1,728$  (в) и  $2,304$  мм (г) при различных значениях угла наклона подкреплений

речного сечения подкреплений, но с ортогональным расположением стрингеров и шпангоутов) от жесткости подкрепляющего набора  $J_p$  при различных значениях толщины  $h$  и угла наклона подкреплений  $\varphi$  приведены на рис. 4. Номера кривых соответствуют вариантам, указанным в табл. 3.

Видно, что увеличение жесткости подкрепляющего набора ведет к снижению параметра  $\bar{k}_\tau$ . Наиболее существенные изменения параметра  $\bar{k}_\tau$  наблюдаются лишь в диапазоне жест-

кости подкрепляющего набора  $J_p = 0 \dots 3000 \text{ мм}^4$ . Влияние нелинейности исходного НДС оболочки в большинстве случаев составляет 3...10%. Критические нагрузки для композитных оболочек ниже, чем для металлических.

Зависимости параметра  $k_\tau$  от толщины обшивки композитной оболочки  $h$  при угле наклона подкреплений  $\varphi = \pm 20^\circ$  и различных значениях жесткости подкрепляющего набора  $J_p$  приведены на рис. 5. Номера кривых соответствуют вариантам, указанным в табл. 2.

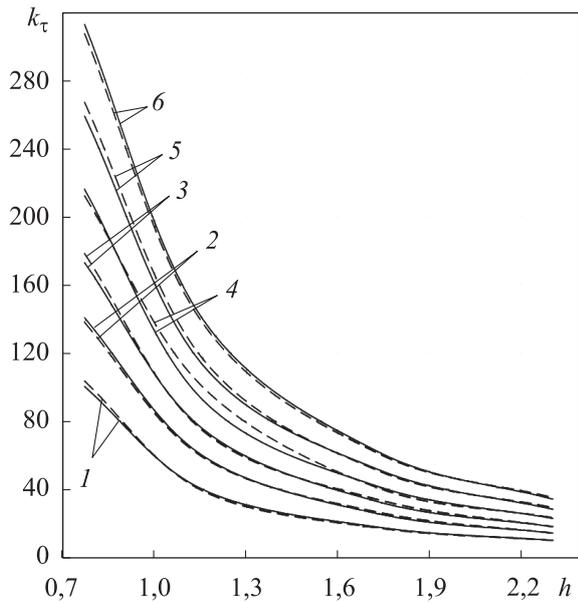


Рис. 5. Зависимости параметра  $k_t$  от толщины обшивки  $h$  для линейного (—) и нелинейного (---) исходных НДС композитной оболочки при различных значениях жесткости подкрепляющего набора

Видно, что с увеличением толщины обшивки  $h$  параметр нагрузки  $k_t$  существенно снижается. Нелинейность также приводит к уменьшению параметра  $k_t$  при всех значениях толщины обшивки  $h$ . Влияние нелинейности исходного НДС оболочки в большинстве случаев расчета незначительное.

Результаты исследования влияния внутреннего давления на параметр  $k_t$  для линейного и нелинейного исходных НДС композитной оболочки при угле наклона подкреплений  $\varphi = 30^\circ$  и различных значениях толщины обшивки  $h$  и жесткости подкрепляющего набора  $J_p$  приведены в табл. 8.

Из табл. 8 следует, что влияние внутреннего давления на параметр  $k_t$  зависит как от жесткости подкреплений, так и от толщины обшивки. С увеличением толщины оболочки и уменьшением жесткости подкреплений параметр  $k_t$  снижается. Параметр  $k_t$  практически линейно зависит от внутреннего давления  $q$ , которое его повышает. Нелинейность исходного НДС оболочки, как правило, приводит к незначительному уменьшению параметра  $k_t$  (3...5 %).

Таблица 8

Результаты исследования влияния внутреннего давления на параметр  $k_t$  для линейного и нелинейного исходных НДС композитной оболочки

$J_p, \text{мм}^4$	Параметр $k_t$ при внутреннем давлении $q, \text{МПа}$			
	0	0,10	0,15	0,20
<i>При толщине обшивки <math>h = 0,768 \text{ мм}</math></i>				
417	6,84/7,04	32,02/31,47	43,60/42,90	53,06/52,15
1406	9,72/10,06	27,61/28,50	35,03/36,15	42,58/43,94
3333	12,25/12,15	24,76/25,55	30,57/31,55	37,16/36,52
6510	13,38/13,44	23,56/24,31	28,26/27,77	32,71/32,15
11 250	14,21/14,60	22,43/22,04	26,01/25,56	28,67/29,59
<i>При толщине обшивки <math>h = 1,152 \text{ мм}</math></i>				
417	5,08/5,11	19,93/19,59	26,10/25,65	31,72/31,18
1406	7,54/7,43	18,62/19,22	23,58/23,18	28,66/28,17
3333	9,58/9,54	18,46/18,15	22,57/22,19	26,13/25,68
6510	11,29/11,32	17,93/18,50	21,32/20,95	24,68/24,26
11 250	12,25/12,15	17,74/18,31	19,90/20,53	23,03/22,64
<i>При толщине обшивки <math>h = 1,768 \text{ мм}</math></i>				
417	3,31/3,33	11,42/11,22	14,38/14,84	17,48/18,04
1406	5,08/5,08	11,68/12,05	14,30/14,75	17,38/17,08
3333	7,08/6,89	12,52/12,30	14,36/14,82	16,62/17,15
6510	8,28/8,35	12,84/13,26	15,25/14,99	16,81/17,35
11 250	9,78/9,59	13,23/13,00	15,09/14,83	16,64/16,35

Окончание табл. 8

$J_p, \text{мм}^4$	Параметр $k_\tau$ при внутреннем давлении $q$ , МПа			
	0	0,10	0,15	0,20
При толщине обшивки $h = 2,304$ мм				
417	2,28/2,30	7,32/7,20	9,15/8,99	11,13/10,94
1406	3,66/3,69	7,88/7,74	9,52/9,83	11,57/11,38
3333	5,00/5,08	8,86/8,71	10,34/10,16	11,96/11,76
6510	6,48/6,27	9,56/9,40	10,85/10,66	11,96/12,34
11 250	7,55/7,25	10,16/9,99	11,06/11,42	12,20/12,59

*Примечание.* В числителе дроби указаны значения для линейного исходного НДС, в знаменателе — для нелинейного.

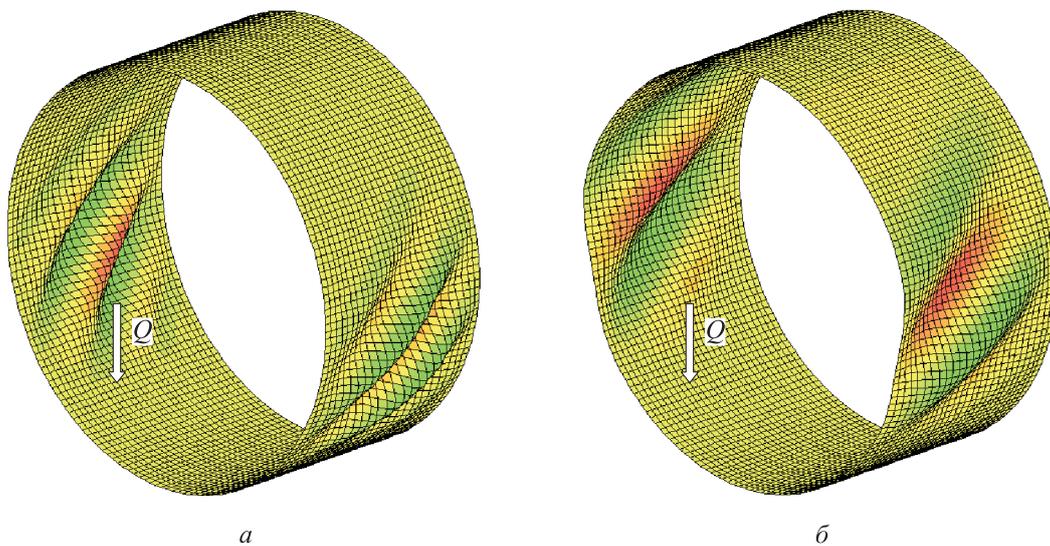


Рис. 6. Формы потери устойчивости при малой (а) и большой (б) жесткости подкреплений

Формы потери устойчивости композитной оболочки при толщине обшивки  $h = 1,152$  мм и угле наклона подкреплений  $\varphi = 30^\circ$  для варианта подкрепления  $C_1$  (см. табл. 2) приведены на рис. 6, а, для варианта подкрепления  $C_4$  — на рис. 6, б. Оболочка теряет устойчивость на боковой поверхности в виде наклонных продольных складок под действием максимального касательного усилия. С уменьшением жесткости подкреплений (вариант  $C_1$ ) число волн по окружности оболочки увеличивается.

## Выводы

1. Параметр критической нагрузки  $k_\tau$  существенно зависит от толщины обшивки и жесткости подкрепляющего набора. С увеличением толщины обшивки значения параметра  $k_\tau$  существенно снижаются.

2. Нелинейность исходного НДС оболочки оказывает незначительное влияние на параметр  $k_\tau$  (3...5 %) и в основном приводит к его снижению.

3. С увеличением угла наклона подкреплений в исследованном диапазоне ( $20...50^\circ$ ) наблюдается практически линейный рост параметра критической нагрузки  $k_\tau$ .

4. Наличие внутреннего давления вызывает существенное (до 620 %) повышение параметра критической нагрузки.

5. У металлической оболочки критические значения параметра нагрузки выше, чем у композитных. Но с учетом того, что у нее в 2 раза меньше плотность материала, можно предположить, что в некоторых случаях композитная оболочка в весовом отношении будет выгоднее металлической.

## Литература

- [1] Васильев В.В., Барынин В.А., Разин А.Ф. и др. Анизогридные композитные сетчатые конструкции — разработка и приложение к космической технике. *Композиты и наноструктуры*, 2009, № 3, с. 38–50.
- [2] Белоновская И.Д., Кольга В.В., Ярков И.С. и др. Параметрический анализ анизогридного корпуса космического аппарата для очистки орбиты от космического мусора. *Сибирский аэрокосмический журнал*, 2021, т. 22, № 1, с. 94–105.
- [3] Лопатин А.В., Москвичев В.В., Бузов А.Е. Решение задач механики анизогридных сетчатых цилиндрических корпусов космических аппаратов. *Прикладная механика и техническая физика*, 2021, т. 62, № 5, с. 131–144, doi: <https://doi.org/10.15372/PMTF20210514>
- [4] Ковальчук Л.М., Бурнышева Т.В. Анализ напряженно-деформированного состояния и устойчивости трансформируемой конструкции при осевом сжатии и кручении. В: *Актуальные проблемы авиации и космонавтики. Сб. мат. X Межд. науч.-практ. конф.* Т. 1. Красноярск, СибГУ, 2024, с. 351–353.
- [5] Равковская Е.В., Каледин В.О. Оценка параметров напряженно-деформированного состояния волоконанизогридной сетчатой конструкции. *Научно-технический вестник Поволжья*, 2013, № 6, с. 397–401.
- [6] Левченков М.Д., Дубовиков Е.А., Миргородский Ю.С., Фомин Д.Ю., Шаныгин А.Н. Весовая эффективность сетчатой конструкции с нерегулярной структурой для отсека фюзеляжа пассажирского самолета. *Вестник Московского авиационного института*, 2023, т. 30, № 4, с. 98–108.
- [7] Васильев В.В., Разин А.Ф., Никитюк В.А. Анизогридная композитная сетчатая секция фюзеляжа пассажирского самолета. *Композиты и наноструктуры*, 2013, № 3, с. 5–14.
- [8] Васильев В.В. *Механика конструкций из композитных материалов*. Москва, Машиностроение, 1988. 271 с.
- [9] Склезнев А.А., Червяков А.А., Агапов И.Г. Решение задачи оптимизации в целях проектирования сетчатой структуры из полимерных композиционных материалов с наружной обшивкой. *Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации*, 2022, т. 25, № 4, с. 70–82, doi: <https://doi.org/10.26467/2079-0619-2022-25-4-70-82>
- [10] Склезнев А.А., Бабичев А.А. К вопросу расчета жесткостных характеристик сетчатых композитных конструкций с металлическими обшивками. *Вестник МАИ*, 2022, т. 29, № 2, с. 220–227, doi: <https://doi.org/10.34759/vst-2022-2-220-227>
- [11] Азиков Н.С., Зинин А.В., Гайдаржи Ю.В. Анализ сетчатых композитных оболочек с учетом краевого эффекта. *Проблемы машиностроения и автоматизации*, 2022, № 4, с. 116–127, doi: [https://doi.org/10.52261/02346206\\_2022\\_4\\_116](https://doi.org/10.52261/02346206_2022_4_116)
- [12] Голушко С.К., Семисалов Б.В. Численное моделирование деформирования анизогридных конструкций с применением высокоточных схем без насыщения. *Математическое моделирование и численные методы*, 2015, № 6, с. 23–45.
- [13] Бурнышева Т.В., Штейнбрехер О.А., Ульянов А.Д. Особенности задания граничных условий при моделировании сетчатых анизогридных конструкций. *Вестник Южно-Уральского государственного университета. Сер. Математическое моделирование и программирование*, 2018, т. 11, № 1, с. 137–144, doi: <https://doi.org/10.14529/mmp180112>
- [14] Лопатин А.В., Нестеров В.А. Анализ устойчивости анизогридных композитных сетчатых конических оболочек. *Решетневские чтения*, 2011, т. 1, с. 77–78.
- [15] Железнов Л.П. Весовая эффективность изогридных композитных круговых цилиндрических оболочек при изгибе моментом. *Ученые записки ЦАГИ*, 2023, № 6, с. 88–101.
- [16] Железнов Л.П. Нелинейное деформирование и устойчивость анизогридных круговых цилиндрических оболочек при чистом изгибе и внутреннем давлении. *Известия вузов. Авиационная техника*, 2024, № 1, с. 3–15.
- [17] Бойко Д.В., Железнов Л.П., Кабанов В.В. Нелинейное деформирование и устойчивость овальных цилиндрических оболочек при поперечном изгибе с внутренним давлением. *ПМТФ*, 2006, т. 47, № 3, с. 119–125.
- [18] Бойко Д.В., Железнов Л.П., Кабанов В.В. Исследование нелинейного деформирования и устойчивости овальных цилиндрических оболочек при комбинированном нагру-

- жении изгибающим и крутящим моментами. *Известия ВУЗов. Авиационная техника*, 2007, № 3, с. 3–8.
- [19] Бойко Д.В., Железнов Л.П., Кабанов В.В. Нелинейное деформирование и устойчивость дискретно-подкрепленных овальных цилиндрических композитных оболочек при поперечном изгибе и внутреннем давлении. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2014, № 6, с. 23–30.
- [20] Железнов Л.П. Исследование влияния порядка укладки монослоев на устойчивость композитной цилиндрической оболочки. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2022, № 1, с. 71–81, doi: <http://dx.doi.org/10.18698/0536-1044-2022-1-71-81>
- [21] Кабанов В.В. *Устойчивость неоднородных цилиндрических оболочек*. Москва, Машиностроение, 1982. 253 с.

## References

- [1] Vasilyev V.V., Barynin V.A., Razin A.F. et al. Anisogrid composite lattice structures ñ development and space applications. *Kompozity i nanostruktury* [Composites and Nanostructures], 2009, no. 3, pp. 38–50. (In Russ.).
- [2] Belonovskaya I.D., Kolga V.V., Yarkov I.S. et al. Parametric analysis of the anisogrid body of the spacecraft for cleaning the orbit of space debris. *Sibirskiy aerokosmicheskiy zhurnal* [Siberian Aerospace Journal], 2021, vol. 22, no. 1, pp. 94–105. (In Russ.).
- [3] Lopatin A.V., Moskvichev V.V., Burov A.E. Solving the problems of mechanics of cylindrical anisogrid lattice bodies of spacecrafts. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika*, 2021, vol. 62, no. 5, pp. 131–144, doi: <https://doi.org/10.15372/PMTF20210514> (in Russ.). (Eng. version: *J. Appl. Mech. Tech. Phy.*, 2021, vol. 62, no. 5, pp. 816–827, doi: <https://doi.org/10.1134/S002189442105014X>)
- [4] Kovalchuk L.M., Burnysheva T.V. [Analysis of the stress-strain state and stability of the transformed structure under axial compression and torsion]. *Aktualnye problemy aviatsii i kosmonavтики. Sb. mat. X Mezhd. nauch.-prakt. konf. T. 1* [Actual Problems of Aviation and Cosmonautics. Proc. X Int. Sci.-Pract. Conf. Vol. 1]. Krasnoyarsk, SibGU Publ., 2024, pp. 351–353. (In Russ.).
- [5] Ravkovskaya E.V., Kaledin V.O. Assessment parameters stress-strain state fiber anisogrid mesh structures. *Nauchno-tekhnicheskiiy vestnik Povolzhya* [Scientific and Technical Volga Region Bulletin], 2013, no. 6, pp. 397–401. (In Russ.).
- [6] Levchenkov M.D., Dubovikov E.A., Mirgorodskiy Yu.S., Fomin D.Yu., Shanygin A.N. *Vesovaya effektivnost setchatoy konstruksii s neregulyarnoy strukturoy dlya otseka fyuzelyazha passazhirskogo samoleta*. [Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta], 2023, vol. 30, no 4, pp. 98–108.
- [7] Vasilyev V.V., Razin A.F., Nikityuk V.A. Anisogrid composite lattice fuselage section of a commercial aeroplane. *Kompozity i nanostruktury* [Composites and Nanostructures], 2013, no. 3, pp. 5–14. (In Russ.).
- [8] Vasilyev V.V. *Mekhanika konstruksiy iz kompozitnykh materialov* [Mechanics of structures made of composite materials]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1988. 271 p. (In Russ.).
- [9] Skleznev A.A., Chervyakov A.A., Agapov I.G. Solution of the optimization problem for the purpose of designing a lattice polymer composite structure with the outer skin. *Nauchnyy vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta grazhdanskoy aviatsii* [Civil Aviation High Technologies], 2022, vol. 25, no. 4, pp. 70–82, doi: <https://doi.org/10.26467/2079-0619-2022-25-4-70-82> (in Russ.).
- [10] Skleznev A.A., Babichev A.A. On stiffness characteristics computing of lattice composite structures with metal sheathing. *Vestnik MAI* [Aerospace MAI Journal], 2022, vol. 29, no. 2, pp. 220–227, doi: <https://doi.org/10.34759/vst-2022-2-220-227> (in Russ.).
- [11] Azikov N.S., Zinin A.V., Gaydarzhi Yu.V. Edge effect analysis in anisogrid composite shells. *Problemy mashinostroeniya i avtomatizatsii* [Engineering & Automation Problems], 2022, no. 4, pp. 116–127, doi: [https://doi.org/10.52261/02346206\\_2022\\_4\\_116](https://doi.org/10.52261/02346206_2022_4_116) (in Russ.).
- [12] Golushko S.K., Semisalov B.V. Numerical modeling of anisogrid structures deformation using schemes of high accuracy without saturation. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennyye metody* [Mathematical Modeling and Computational Methods], 2015, no. 6, pp. 23–45. (In Russ.).

- [13] Burnysheva T.V., Shteynbrekher O.A., Ulyanov A.D. Features of the boundary conditions in the modelling mesh designs. *Vestnik Yuzhno-Uralskogo gosudarstvennogo universiteta. Ser. Matematicheskoe modelirovanie i programmirovaniye* [Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mathematical Modelling, Programming and Computer Software], 2018, vol. 11, no. 1, pp. 137–144, doi: <https://doi.org/10.14529/mmp180112> (in Russ.).
- [14] Lopatin A.V., Nesterov V.A. Buckling analysis of anisogrid composite lattice conical shells. *Reshetnevskie chteniya* [Reshetnev Readings], 2011, vol. 1, pp. 77–78. (In Russ.).
- [15] Zheleznov L.P. Nonlinear deformation and stability of isogrid circular cylindrical shells under pure bending. *Uchenye zapiski TsAGI*, 2023, no. 6, pp. 88–101. (In Russ.).
- [16] Zheleznov L.P. Nonlinear deformation and stability of anisogrid circular cylindrical shells under pure bending and internal pressure. *Izvestiya vuzov. Aviatcionnaya tekhnika*, 2024, no. 1, pp. 3–15. (In Russ.). (Eng. version: *Russ. Aeronaut.*, 2024, vol. 67, no. 3, pp. 1–15, doi: <https://doi.org/10.3103/S106879982401001X>)
- [17] Boyko D.V., Zheleznov L.P., Kabanov V.V. Nonlinear deformation and stability of oval cylindrical shells under pure bending and internal pressure. *PMTF*, 2006, vol. 47, no. 3, pp. 119–125. (In Russ.). (Eng. version: *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2006, vol. 47, no. 3, pp. 406–411, doi: <https://doi.org/10.1007/s10808-006-0070-8>)
- [18] Boyko D.V., Zheleznov L.P., Kabanov V.V. Analysis of nonlinear deformation and stability of oval cylindrical shells under combined loading by bending and torsion moments. *Izvestiya VUZov Aviatcionnaya tekhnika*, 2007, no. 3, pp. 3–8. (In Russ.). (Eng. version: *Russ. Aeronaut.*, 2007, vol. 50, no. 3, pp. 235–242, doi: <https://doi.org/10.3103/S1068799807030014>)
- [19] Boyko D.V., Zheleznov L.P., Kabanov V.V. Nonlinear deformation and stability of discretely-supported egg-shaped cylindrical composite shells under transversal bending and internal pressure. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin*, 2014, no. 6, pp. 23–30. (Eng. version: *J. Mach. Manuf. Reliab.*, 2014, vol. 43, no. 6, pp. 470–476, doi: <https://doi.org/10.3103/S1052618814060181>)
- [20] Zheleznov L.P. Study of the effect of the monolayers stacking sequence on the composite cylindrical shell stability. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroenie* [BMSTU Journal of Mechanical Engineering], 2022, no. 1, pp. 71–81, doi: <http://dx.doi.org/10.18698/0536-1044-2022-1-71-81> (in Russ.).
- [21] Kabanov V.V. *Ustoychivost neodnorodnykh tsilindrisheskikh obolochek* [Stability of inhomogeneous cylindrical shells]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1982. 253 p. (In Russ.).

Статья поступила в редакцию 27.12.2024

## Информация об авторе

**ЖЕЛЕЗНОВ Лев Петрович** — доктор технических наук, старший научный сотрудник, заместитель начальника отделения усталостной и статической прочности, начальник аспирантуры. ФАУ «Сибирский научно-исследовательский институт авиации имени С.А. Чаплыгина» (630051, Новосибирск, Российская Федерация, ул. Ползунова, д. 21, e-mail: [Zgeleznov@sibnia.ru](mailto:Zgeleznov@sibnia.ru)).

## Information about the author

**ZHELEZNOV Lev Petrovich** — Doctor of Science (Eng.), Senior Researcher, Deputy Head of the Department of Fatigue and Static Strength, Head of the Postgraduate Department. Chaplygin Siberian Scientific Research Institute of Aviation (630051, Novosibirsk, Russian Federation, Polzunova St., Bldg. 21, e-mail: [Zgeleznov@sibnia.ru](mailto:Zgeleznov@sibnia.ru)).

### Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Железнов Л.П. Исследование устойчивости анизогридных круговых цилиндрических оболочек при комбинированном нагружении поперечной силой и внутренним давлением. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2025, № 11, с. 122–135.

### Please cite this article in English as:

Zheleznov L.P. Investigation of the stability of anisogrid circular cylindrical shells under combined loading by transverse force and internal pressure. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2025, no. 11, pp. 122–135.