

УДК 62-231.2

## Экспериментальная проверка силового расчета линейных планетарно-цевочных передач

А.В. Чиркин, М.А. Пандуров

МГТУ им. Н.Э. Баумана

## Experimental verification of the power calculation of linear planetary pins

A.V. Chirkin, M.A. Pandurov

Bauman Moscow State Technical University

Проведена экспериментальная проверка расчета нагрузок в линейной планетарно-цевочной передаче. Существующий метод расчета предполагает, что деформации, возникающие в планетарно-цевочной передаче, пропорциональны силам. Так как ввиду сложности определения жесткости элементов передачи оценить силу затруднительно, проверка выполнена косвенно по отношению деформаций при различных параметрах нагружения. Для проверки разработан испытательный стенд, на котором измеряли деформации под нагрузкой в разных положениях линейной планетарно-цевочной передачи. Установлено, что при нагрузках, близких к номинальным, относительная погрешность метода силового расчета линейной планетарно-цевочной передачи составляет около  $\pm 7\%$ , что позволяет считать его верифицированным.

EDN: RJHAXH, <https://elibrary/rjhaxh>

**Ключевые слова:** экспериментальная проверка расчета, линейные планетарно-цевочные передачи, преобразование движения

The article provides an experimental verification of the calculation of loads in a linear planetary gear train. The existing calculation method assumes that the deformations occurring in the transmission are proportional to the forces. However, due to the difficulty of determining the stiffness of the transmission elements, it is difficult to estimate the force. Therefore, the test was performed indirectly with respect to deformations at various loading parameters. For verification, a test bench was developed on which deformations under load in different transmission positions were measured. Based on the test results, it was concluded that the method of power transmission calculation at loads close to nominal gives an accuracy of  $\pm 7\%$ , which allows it to be verified.

EDN: RJHAXH, <https://elibrary/rjhaxh>

**Keywords:** experimental verification of the calculation, linear planetary-pinion gears, motion transformation

Линейные планетарно-цевочные передачи (ЛПЦП) предназначены для преобразования вращательного движения в поступательное. Несмотря на то, что ЛПЦП малоизучены, для них разработаны методы расчета, предложенные в статьях [1, 2], которые имеют ряд допущений, и их точность экспериментально не проверена.

Цель работы — проверить с помощью косвенного измерения метод расчета, описанный в статье [2].

Экспериментальное исследование проводили на опытном образце ЛПЦП (рис. 1). Линейное движение ЛПЦП осуществляет рейка 1, выполненная из латуни и содержащая четыре ряда

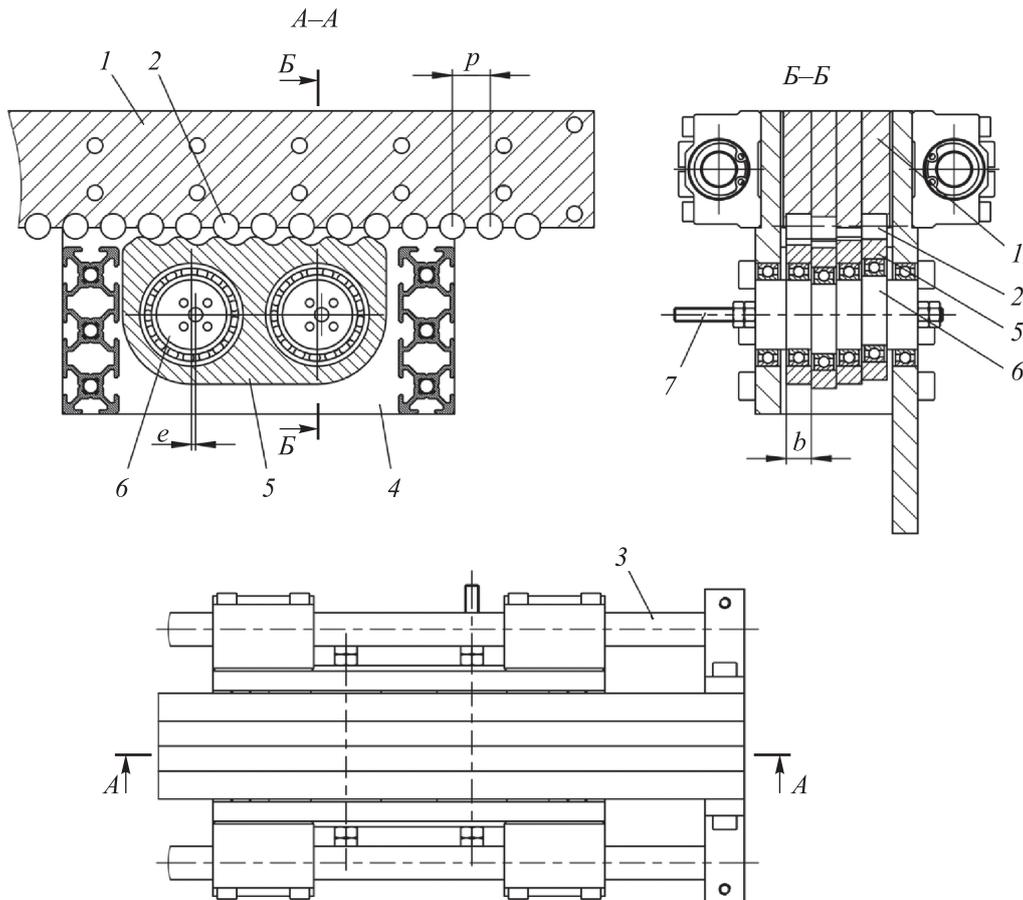


Рис. 1. Конструктивная схема опытного образца ЛПЦП

стальных цевок 2. К рейке прикреплены направляющие 3, на которых установлен суппорт 4. В суппорте на подшипниках закреплены вращающиеся эксцентриковые валы 6, на которых расположены сателлиты 5, входящие в зацепление с цевками. Один из эксцентриковых валов сделан с удлиненным концом 7 для установки энкодера. У ЛПЦП предусмотрена возможность установки двигателей, однако в эксперименте их не использовали.

Основная цель расчета, проверяемого в эксперименте, — определить силы, действующие между сателлитом и цевками. У силы, действующей на сателлит, есть две составляющие — продольная, направленная вдоль рейки, и поперечная. Продольная составляющая силы определяется внешней нагрузкой  $F$ , а поперечная — внутренними взаимодействиями. При возникновении поперечной силы направляющие изгибаются, и суппорт немного приподнимается над рейкой. Изгиб рейки  $\delta$  пропорционален поперечной силе, действующей в

зацеплении, подобно углу поворота в планетарно-цевочных редукторах [3–5].

Передача может двигаться по направлению действия внешней силы (далее прямое направление) или против него (далее обратное направление). Трение всегда направлено против движения ЛПЦП. Поэтому при движении в разных направлениях значения силы, действующей на сателлит, различаются, что наблюдается и в других редукторах [6–8]. Это можно использовать для косвенной оценки точности расчета. Будем оценивать отношение поперечных сил при различных направлениях движения ЛПЦП, и оно должно совпадать с отношением деформаций. Таким образом, расчет будем считать экспериментально верифицированным при совпадении этих отношений.

**Теоретический расчет отношения сил.** Основные размеры и параметры ЛПЦП приведены на рис. 1 и в таблице.

**Основные параметры ЛПЦП**

Параметр	Значение
Число сателлитов	4
Число зубьев сателлита	7
Шаг передачи $p$	13,464
Эксцентриситет $e$	1,5
Ширина сателлита $b$ , мм	9
Коэффициент Пуассона: сателлита	0,35
цевки	0,25
Модуль Юнга, МПа: сателлита	$110 \cdot 10^3$
цевки	$200 \cdot 10^3$
Коэффициент трения $f$	0,2
Начальный зазор в передаче, мм	0
Сила на рейке $F_i$ , Н	102, 151, 201, 299

Для указанных параметров согласно алгоритму расчета смещения рейки [2] вычислены следующие параметры:

- коэффициент укорочения

$$\lambda = \frac{2\pi e}{p} = \frac{2\pi \cdot 1,5}{13,464} = 0,7;$$

- приведенный модуль упругости

$$E^* = \left( \frac{1-\mu_s^2}{E_s} + \frac{1-\mu_p^2}{E_p} \right)^{-1} =$$

$$= \left( \frac{1-0,35^2}{110 \cdot 10^3} + \frac{1-0,25^2}{200 \cdot 10^3} \right)^{-1} = 7,9 \cdot 10^4 \text{ МПа};$$

- контактная жесткость

$$k = \frac{\pi}{4} b E^* = \frac{\pi}{4} \cdot 9 \cdot 7,9 \cdot 10^4 = 5,58 \cdot 10^5 \text{ Н/мм.}$$

Дальнейший расчет выполняли итерационно. После расчета смещения рейки определяли силы в ЛПЦП. Расчет проводили при движении рейки в прямом и обратном направлениях для различных значений внешней нагрузки  $F_i$  (см. таблицу) и коэффициента трения  $f = 0,2$  без зазоров в передаче для каждого угла поворота эксцентрикового вала  $\varphi$ .

Зависимости сил на суппорте при движении в прямом  $F_{ri}$  и обратном  $F_{ri}$  направлениях от угла поворота эксцентрикового вала  $\varphi$  при различных значениях внешней нагрузки приведены на рис. 2, а-г.

Далее определяли функцию

$$r = F_{li} / F_{ri}.$$

Зависимость функции  $r$  от угла поворота эксцентрикового вала  $\varphi$  приведена на рис. 3. Там же показано ее среднее расчетное значение  $r_s$ . Видно, что при разной нагрузке значения функции  $r$  различаются незначительно.

**Описание испытательного стенда.** Испытательный стенд (рис. 4, а и б) содержит

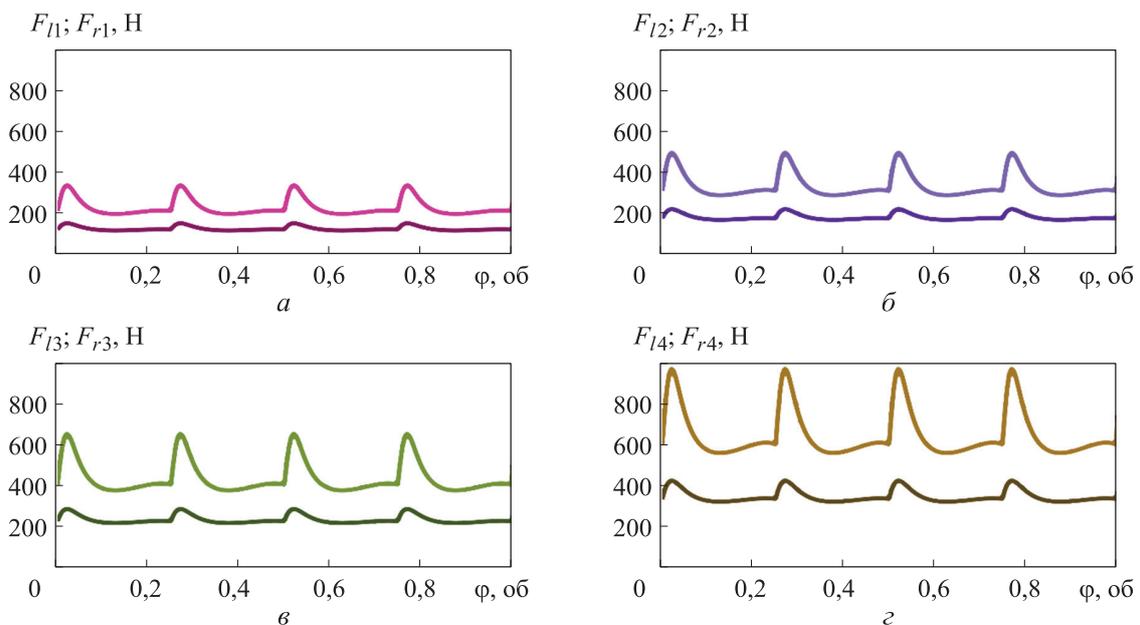


Рис. 2. Зависимости сил на суппорте от угла поворота эксцентрикового вала  $\varphi$  при различных значениях внешней нагрузки:

а —  $F_{l1}$  ( — ) и  $F_{r1}$  ( — ) при  $F = 102$  Н; б —  $F_{l2}$  ( — ) и  $F_{r2}$  ( — ) при  $F = 151$  Н;  
в —  $F_{l3}$  ( — ) и  $F_{r3}$  ( — ) при  $F = 201$  Н; г —  $F_{l4}$  ( — ) и  $F_{r4}$  ( — ) при  $F = 299$  Н

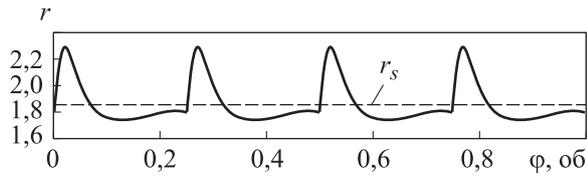


Рис. 3. Зависимость функции  $r$  от угла поворота эксцентрикового вала  $\varphi$

ЛПЦП 4, закрепленную в тисках 6. К рейке прислонен индикатор 5, фиксирующий относительное положение ее и суппорта. Передачу нагружали осевой силой, создаваемой весом гири 1 и передаваемой на рейку через неподвижный блок 2. Для изменения нагрузки варьировали число грузов. Точное значение осевой силы измеряли динамометром 3. Поперечная сила является непостоянной и меняется в зависимости от угла поворота эксцентрикового вала 7, который фиксировали с помощью энкодера (на рис. 4, а он закрыт суппортом).

Данные, поступающие от индикатора и энкодера, записывали с помощью микроконтроллера.

**Результаты экспериментального исследования.** По результатам эксперимента получены зависимости отгиба рейки при ее движении в прямом  $\delta_{ri}$  и обратном  $\delta_{li}$  направлениях для каждого положения эксцентрикового вала при различных значениях внешней нагрузки (рис. 5, а–г). Значения отгиба усредняли арифметическим скользящим средним с шириной окна, равной одному обороту.

Функцию  $r$  рассчитывали для каждой  $i$ -й нагрузки по отношению отгибов

$$r_i = \delta_{li} / \delta_{ri}.$$

Обработанные таким образом результаты эксперимента приведены на рис. 6. Там же показано теоретическое среднее значение функции  $r_s$ .

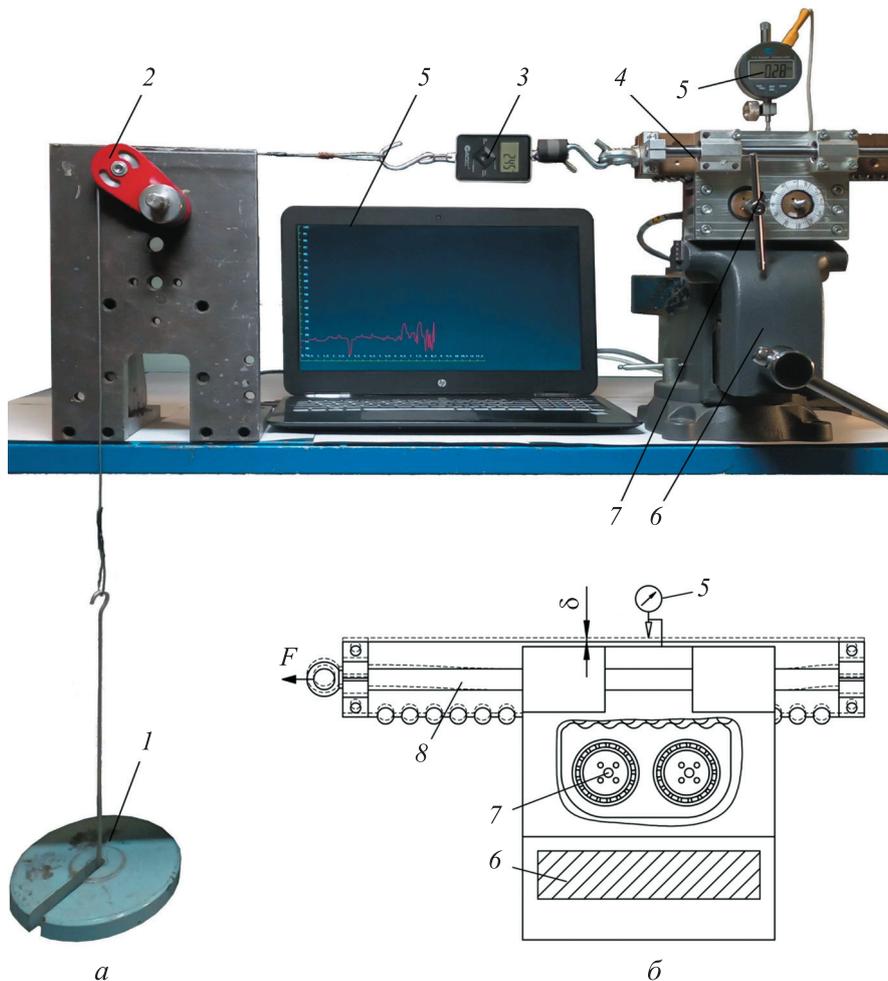


Рис. 4. Внешний вид (а) и схема (б) испытательного стенда

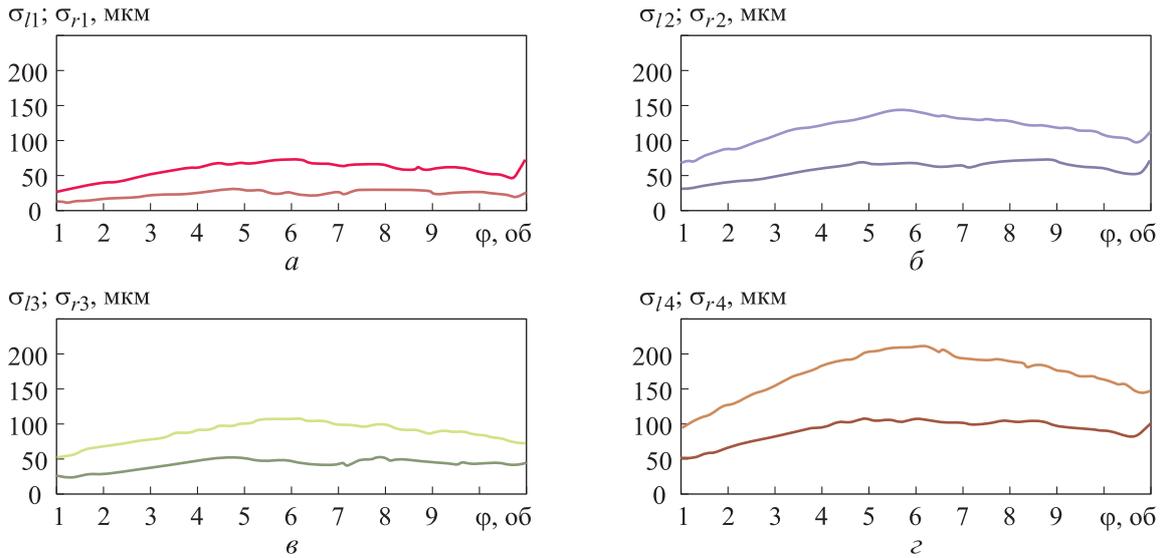


Рис. 5. Зависимости отгибов рейки при движении в прямом и обратном направлениях от угла поворота эксцентрикового вала  $\varphi$  при различных значениях внешней нагрузки: а —  $\delta_{л1}$  (—) и  $\delta_{r1}$  (—) при  $F = 102$  Н; б —  $\delta_{л2}$  (—) и  $\delta_{r2}$  (—) при  $F = 151$  Н; в —  $\delta_{л3}$  (—) и  $\delta_{r3}$  (—) при  $F = 201$  Н; г —  $\delta_{л4}$  (—) и  $\delta_{r4}$  (—) при  $F = 299$  Н

**Обсуждение результатов.** Анализ результатов экспериментального исследования показал, что функция  $r$  зависит от нагрузки. Отклонение экспериментальных данных от теоретических — относительную погрешность определения функции  $r$  — определяли как

$$e_i = \frac{r_i - r_s}{r_s} \cdot 100 \%$$

Зависимости относительной погрешности  $e$  от внешней нагрузки  $F$  приведены на рис. 7. Точками обозначено среднее значение  $e$ , а усам минимум и максимум. Видно, что по мере увеличения нагрузки отклонение экспериментальных данных от теоретических уменьшается и при нагрузке 299 Н составляет около 5 %. Это можно объяснить тем, что ЛПЦП изготовлен со случайными погрешностями, которые приво-

дят к неравномерному распределению сил. При увеличении нагрузки силы распределяются более равномерно. Полученный результат позволяет заключить, что проверяемый метод можно использовать для расчета ЛПЦП при номинальной нагрузке.

Тем не менее, следует отметить, что при экспериментальных нагрузках деформации в ЛПЦП составляли около 200 мкм, что в некоторой степени противоречит предположению метода расчета [2], в котором деформации считались малыми. Также в модели не учтена деформация рейки.

Отклонение от теоретических данных в основном смещено в сторону увеличения функции  $r$ . Функция  $r$  теоретически незначительно зависит от зазоров в передаче, но на нее влияет коэффициент трения. Следует предположить, что в эксперименте функция  $r$  существенно зависит от зазоров и деформаций ЛПЦП. Отметим, что зависимость характеристик ЛПЦП от

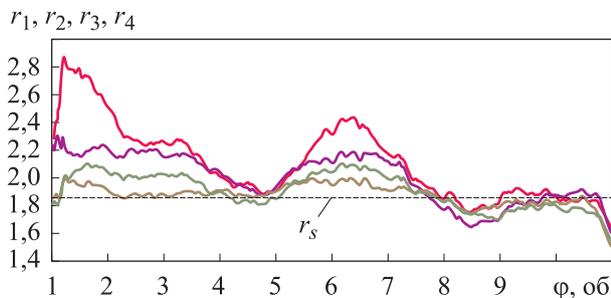


Рис. 6. Зависимости функций  $r_i$  от угла поворота эксцентрикового вала  $\varphi$  при различных значениях внешней нагрузки: —  $r_1$  при  $F = 102$  Н; —  $r_2$  при  $F = 151$  Н; —  $r_3$  при  $F = 201$  Н; —  $r_4$  при  $F = 299$  Н

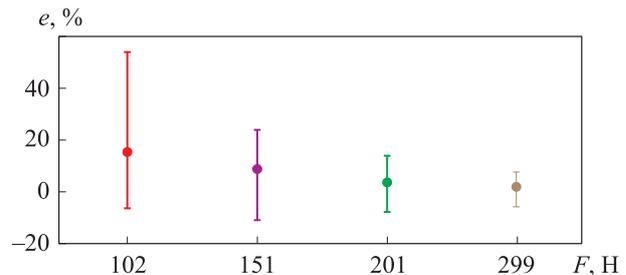


Рис. 7. Зависимости относительной погрешности  $e$  от внешней нагрузки  $F$

зазоров в целом характерна для планетарно-цевочных редукторов [9–13]

## Выводы

1. Выполнена экспериментальная проверка метода расчета нагрузки в ЛПЦП. Установлено, что расчетная модель верна при номинальных нагрузках. Относительная погрешность составила  $\pm 7\%$ , что можно объяснить возникновением в ЛПЦП значительных деформаций, не

учитываемых в теоретической модели, а также отсутствием учета зазоров и степеней свободы большей части элементов ЛПЦП.

2. Дальнейшие исследования могут быть направлены на уточнение расчетной модели путем введения дополнительных степеней свободы. Подобные модели использованы для расчета планетарно-цевочных редукторов в работах [14, 15]. Также возможно проведение эксперимента по определению силы взаимодействия сателлита и цевки.

## Литература

- [1] Ермолаев М.М., Пандуров М.А. Линейный привод на базе планетарно-цевочной передачи. *Вестник машиностроения*, 2022, № 5, с. 10–14.
- [2] Чиркин А.В., Пандуров М.А. Расчет нагрузок на сателлиты линейных планетарно-цевочных передач с учетом зазоров и трения. *Современное машиностроение. Наука и образование*, 2024, № 13, с. 314–327, doi: <https://doi.org/10.18720/SPBPU/2/id24-103>
- [3] Чиркин А.В., Иванов А.С., Ермолаев М.М. Планетарно-цевочные передачи на основе эпициклоидального и гипоциклоидального зацеплений. *Современное машиностроение. Наука и образование*, 2014, № 4, с. 462–472. EDN: SMNKMT
- [4] Иванов А.С., Ермолаев М.М., Чиркин А.В. и др. Расчет планетарно-цевочной передачи с учетом упругих деформаций сателлита. *Современное машиностроение. Наука и образование*, 2016, № 5, с. 464–475. EDN: YUSCRX
- [5] Синицына Ю.В. *Метод определения долговечности планетарно-цевочных редукторов с учетом точности их изготовления*. Дисс. канд. тех. наук. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2021. 137 с.
- [6] Pham A.D., Ahn H.J. Efficiency analysis of a cycloid reducer considering tolerance. *J. Frict. Wear*, 2017, vol. 38, no. 6, pp. 490–496, doi: <https://doi.org/10.3103/S1068366617060113>
- [7] Wang C. A calculation method of transmission efficiency for RV reducer. *J. Eng. Res.*, 2021, vol. 9, no. 4B, pp. 281–295, doi: <https://doi.org/10.36909/jer.8378>
- [8] Xu H., Gao J., He Y. et al. Modeling and measurement of precision reducers' efficiency curve. *Int. J. Metrol. Qual. Eng.*, 2021, vol. 12, art. 25, doi: <https://doi.org/10.1051/ijmqe/2021023>
- [9] Ivanov A.S., Ermolaev M.M., Chirkin A.V. Load capacity of cycloidal speed reducer with plastic components. *Russ. Engin. Res.*, 2020, vol. 40, no. 7, pp. 535–541, doi: <https://doi.org/10.3103/S1068798X20070163>
- [10] Król R. Analysis of the backlash in the single stage cycloidal gearbox. *Arch. Mech. Eng.*, 2022, vol. 69, no. 4, pp. 693–711.
- [11] Zakharov M.N., Ermolaev M.M., Zaitseva A.V. Nonuniform load distribution between the satellites of a cycloid gear. *Russ. Engin. Res.*, 2020, vol. 40, no. 9, pp. 720–725, doi: <https://doi.org/10.3103/S1068798X20090245>
- [12] Jang D.J., Kim Y.C., Hong E.P. et al. Geometry design and dynamic analysis of a modified cycloid reducer with epitrochoid tooth profile. *Mech. Mach. Theory*, 2021, vol. 164, no. 2, art. 104399, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2021.104399>
- [13] Pham A.D., Tran T.L., Ahn H.J. Hysteresis curve analysis of a cycloid reducer using non-linear spring with a dead zone. *Int. J. Precis. Eng. Manuf.*, 2017, vol. 18, no. 3, pp. 375–380, doi: <https://doi.org/10.1007/s12541-017-0045-0>
- [14] Fraccaroli L., Pagliari L., Concli F. A combined analytical-numerical approach to evaluate the efficiency of cycloidal speed reducers. *ISIEA 2023. Springer*, 2023, pp. 590–599, doi: [https://doi.org/10.1007/978-3-031-38274-1\\_49](https://doi.org/10.1007/978-3-031-38274-1_49)
- [15] Сенчурин Л.П. О коэффициенте полезного действия планетарно-цевочных редукторов. *Актуальные проблемы морской энергетики. Мат. восьмой межд. науч.-тех. конф.* Санкт-Петербург, СПбГМТУ, 2019, с. 298–303.

## References

- [1] Ermolaev M.M., Pandurov M.A. Linear drive based on a cycloidal transmission. *Vestnik mashinostroeniya*, 2022, no. 5, pp. 10–14. (In Russ.). (Eng. version: *Russ. Engin. Res.*, 2022, vol. 42, no. 8, pp. 776–780, doi: <https://doi.org/10.3103/S1068798X22080123>)
- [2] Chirkin A.V., Pandurov M.A. Calculation of loads on satellites of linear cycloidal planetary gears, taking into account gaps and friction. *Sovremennoe mashinostroenie. Nauka i obrazovanie*, 2024, no. 13, pp. 314–327, doi: <https://doi.org/10.18720/SPBPU/2/id24-103> (in Russ.).
- [3] Chirkin A.V., Ivanov A.S., Ermolaev M.M. Planetary gears based on epicycloidal and hypocycloidal gearing. *Sovremennoe mashinostroenie. Nauka i obrazovanie*, 2014, no. 4, pp. 462–472. EDN: SMNKMT (in Russ.).
- [4] Ivanov A.S., Ermolaev M.M., Chirkin A.V. et al. Calculation of a planetary gear taking into account elastic deformations of a satellite. *Sovremennoe mashinostroenie. Nauka i obrazovanie*, 2016, no. 5, pp. 464–475. EDN: YUSCRX (in Russ.).
- [5] Sinitsyna Yu.V. *Metod opredeleniya dolgovechnosti planetarno-tsevochnykh reduktorov s uchetom tochnosti ikh izgotovleniya*. Diss. kand. tekhn. nauk [Method for determining durability of planetary gearboxes taking into account accuracy of their manufacture. Kand. tech. sci. diss.]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2021. 137 p. (In Russ.).
- [6] Pham A.D., Ahn H.J. Efficiency analysis of a cycloid reducer considering tolerance. *J. Frict. Wear*, 2017, vol. 38, no. 6, pp. 490–496, doi: <https://doi.org/10.3103/S1068366617060113>
- [7] Wang C. A calculation method of transmission efficiency for RV reducer. *J. Eng. Res.*, 2021, vol. 9, no. 4B, pp. 281–295, doi: <https://doi.org/10.36909/jer.8378>
- [8] Xu H., Gao J., He Y. et al. Modeling and measurement of precision reducers' efficiency curve. *Int. J. Metrol. Qual. Eng.*, 2021, vol. 12, art. 25, doi: <https://doi.org/10.1051/ijmqe/2021023>
- [9] Ivanov A.S., Ermolaev M.M., Chirkin A.V. Load capacity of cycloidal speed reducer with plastic components. *Russ. Engin. Res.*, 2020, vol. 40, no. 7, pp. 535–541, doi: <https://doi.org/10.3103/S1068798X20070163>
- [10] Król R. Analysis of the backlash in the single stage cycloidal gearbox. *Arch. Mech. Eng.*, 2022, vol. 69, no. 4, pp. 693–711.
- [11] Zakharov M.N., Ermolaev M.M., Zaitseva A.V. Nonuniform load distribution between the satellites of a cycloid gear. *Russ. Engin. Res.*, 2020, vol. 40, no. 9, pp. 720–725, doi: <https://doi.org/10.3103/S1068798X20090245>
- [12] Jang D.J., Kim Y.C., Hong E.P. et al. Geometry design and dynamic analysis of a modified cycloid reducer with epitrochoid tooth profile. *Mech. Mach. Theory*, 2021, vol. 164, no. 2, art. 104399, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2021.104399>
- [13] Pham A.D., Tran T.L., Ahn H.J. Hysteresis curve analysis of a cycloid reducer using nonlinear spring with a dead zone. *Int. J. Precis. Eng. Manuf.*, 2017, vol. 18, no. 3, pp. 375–380, doi: <https://doi.org/10.1007/s12541-017-0045-0>
- [14] Fraccaroli L., Pagliari L., Concli F. A combined analytical-numerical approach to evaluate the efficiency of cycloidal speed reducers. *ISIEA 2023. Springer*, 2023, pp. 590–599, doi: [https://doi.org/10.1007/978-3-031-38274-1\\_49](https://doi.org/10.1007/978-3-031-38274-1_49)
- [15] Senchurin L.P. [On efficiency of planetary gearboxes]. *Aktualnye problemy morskoy energetiki. Mat. vosmoy mezhd. nauch.-tekh. konf.* [Actual Problems of Marine Energetics. Proc. 8<sup>th</sup> Int. Sci.-Tech. Conf.]. Sankt-Petersburg, SPbGMTU Publ., 2019, pp. 298–303. (In Russ.).

Статья поступила в редакцию 25.02.2025

## Информация об авторах

**ЧИРКИН Александр Вадимович** — кандидат технических наук, доцент кафедры «Основы конструирования машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: alchrikin@bmstu.ru).

**ПАНДУРОВ Михаил Алексеевич** — аспирант, ассистент кафедры «Основы конструирования машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: mkpandurov@gmail.com).

### Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Чиркин А.В., Пандуров М.А. Экспериментальная проверка силового расчета линейных планетарно-цевочных передач. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2025, № 11, с. 33–40.

### Please cite this article in English as:

Chirkin A.V., Pandurov M.A. Experimental verification of the power calculation of linear planetary pins. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2025, no. 11, pp. 33–40.

## Information about the authors

**CHIRKIN Alexander Vadimovich** — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Department of Fundamentals of Machine Design. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: alchrikin@bmstu.ru).

**PANDUROV Mikhail Alekseevich** — Postgraduate, Assistant, Department of Fundamentals of Machine Design. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: mkpandurov@gmail.com).



Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана  
предлагает читателям учебное пособие

### «Компрессорные станции и установки газового комплекса»

Автор **И.В. Автономова**

Изложены основные сведения об оборудовании компрессорных станций магистральных газопроводов, компрессорных станциях в установках переработки попутных нефтяных газов и газов газоконденсатных месторождений, а также компрессорном оборудовании в технологических процессах получения сжиженного природного газа. Рассмотрены технологические схемы компрессорных станций, вопросы их пуска и останова, подбора технологического оборудования, основные требования к конструктивному исполнению нагнетателей и компрессоров компрессорных станций.

Для самостоятельной проработки студентами, обучающимися по направлениям подготовки «Проектирование технологических машин и комплексов» и «Технологические машины и оборудование», материалов дисциплин «Компрессорные станции и установки» и «Компрессорные станции и установки газового комплекса». Приведенные в пособии сведения могут быть использованы в рамках научно-исследовательской работы студентов.

### По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.  
Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;  
press@bmstu.ru; <https://press.bmstu.ru>