

УДК 621.65.03

Параметры математической модели численного расчета течения в проточной части центробежного насоса с учетом боковых пазух

Д.Г. Свобода, А.В. Журавков, В.А. Щур, А.М. Блинковский, А.С. Ключев

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Parameters of the mathematical model for calculating numerically the flow in the flow path of a centrifugal pump with account for side slots

D.G. Svoboda, A.V. Zhuravkov, V.A. Shchur, A.M. Blinkovsky, A.S. Klyuyev

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

Приведены результаты математического моделирования расчета течения потока в проточной части центробежного погружного насоса с коэффициентом быстроходности, равным 210. Рассмотрены разные модели с учетом наличия щелевых уплотнений и боковых пазух. Получены прогнозные значения энергетических параметров насоса, осевой силы и объемных утечек рабочей жидкости через уплотнения. Запланирована верификация численных исследований по результатам испытаний опытного образца насоса.

EDN: LNAYSR, <https://elibrary/lnaysr>

Ключевые слова: центробежный насос, проточная часть, рабочее колесо, боковые пазухи, граничные условия, интегральные параметры

The article presents the results of research on mathematical modelling of flow calculation in the flowing part of a centrifugal submersible pump with high speed. Different models taking into account the presence of slotted seals and side slots are considered. Predicted values of pump energy parameters, axial force and volumetric leakage through seals are obtained. Verification of numerical research is planned on the results of tests of the prototype pump.

EDN: LNAYSR, <https://elibrary/lnaysr>

Keywords: centrifugal pump, flow part, impeller, side slots, boundary conditions, integral parameters

В лаборатории гидромашиностроения Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого (СПбПУ) выполнены работы по проектированию геометрических параметров проточной части (ПЧ) погружного центробежного насоса 10ЦП-21, гидродинамические исследования течения потока в ПЧ на основе численного моделирования, а также разработанная конструкторская документация для изготовления опытного образца.

Коэффициент быстроходности насоса

$$n_s = 3,65 \frac{n\sqrt{Q}}{H^{3/4}} = 210.$$

Объект исследования — центробежный погружной насос 10ЦП-21, на специальных поплавках устанавливаемый в открытых водоемах (озерах, прудах, реках, морских заливах и т. д.), подает рабочую среду в сеть потребителя. К насосу предъявляют высокие требования

по эффективности, надежности и безотказности. Важным аспектом условий эксплуатации насоса является то, что вода забирается непосредственно из водоема без предварительной очистки от возможных загрязнений, поэтому ПЧ также должна обладать высокой стойкостью к гидроабразивной эрозии.

В состав ПЧ входят всасывающий патрубок, центробежное рабочее колесо (РК) закрытого типа с пространственной лопастной системой, спиральный отвод, диффузор и напорный патрубок.

Цель исследования — разработка и верификация математических моделей для трехмерного численного моделирования течения рабочей жидкости (РЖ) в спроектированной ПЧ центробежного насоса 10ЦП-21 с учетом влияния боковых пазух и щелевых уплотнений (ЩУ) на его интегральные характеристики, а также определение осевой силы, действующей на ротор.

Разработку лопастной системы РК выполняли на основе классической методики и накопленного опыта проектирования насосов, коэффициент которых близок к $n_s = 210$ [1–4].

Подвод кольцевого типа проектировали с радиальным направлением входа потока и дальнейшим поворотом в осевое на входе в РК. Предполагалось, что такая конструкция позволит уменьшить вероятность засасывания взвешенных наносов, содержащихся в водной среде водоемов.

Предварительно проектировались восемь вариантов отводов с разными геометрическими отношениями начальной ширины отвода b_3 к ширине РК на выходе b_2 (b_3/b_2) и формой сечения. Проектирование выполнялось из условия постоянства момента скорости (закрутки) или средней скорости во всех расчетных сечениях [5–7]. По результатам гидродинамического расчета выбран отвод с отношением $b_3/b_2 = 1,2$ и круглой формой сечения. Такой отвод имеет минимальные гидравлические потери (~2 %) и более технологичен в изготовлении.

Спроектированная 3D-модель, имитирующая жидкий объем ПЧ, внутри которого происходит исследуемое течение РЖ, показана на рис. 1.

При разработке конструкторских решений требовалось учесть влияние сил, возникающих в работающем насосе. Силы могут быть значительными, поэтому для надежной и долговечной работы насоса их необходимо уравновешивать.

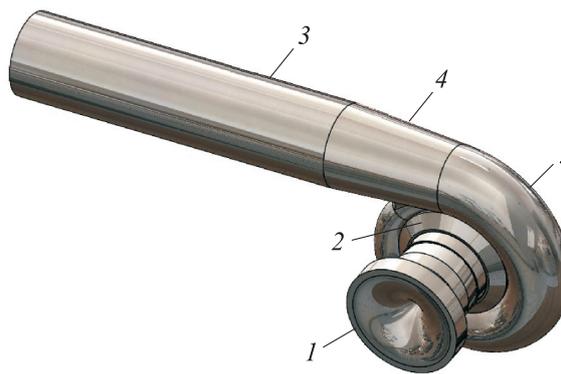


Рис. 1. 3D-модель, имитирующая жидкий объем ПЧ:
1 и 5 — кольцевой и спиральный отводы;
2 — РК; 3 — напорный патрубок;
4 — диффузор

В насосах со спиральным отводом момент скорости течения потока на выходе из РК сохраняет значение во всех его сечениях. При большом коэффициенте быстроходности радиальные силы, вызванные взаимодействием зуба спирали и лопастей РК, также оказываются незначительными. Так как для насоса с $n_s = 210$ разгрузка от радиальной силы не требуется, спиральный отвод спроектирован однозаходным.

Однако осевая симметрия потока сохраняется только при номинальном режиме работы насоса. В нерасчетных режимах (недо- и перегрузочном) поле давления и скоростей течения потока в спиральном отводе перестает быть осесимметричным, вследствие чего возникает радиальная сила, значение и направление которой зависят от конкретного режима работы насоса.

Другой характерной силой является осевая, возникающая в результате взаимодействия поверхностей РК с потоком РЖ. Эта сила может достигать больших значений. Для расчета осевой силы требуется разработать методику, которая позволит точно прогнозировать ее максимальное значение, что даст возможность правильно сконструировать элементы насоса, применить гидравлические способы уравновешивания осевой силы и подобрать упорные подшипники.

Гидродинамические расчеты выполнены на основе численного решения уравнений течения вязкой жидкости Навье — Стокса на компьютерах лаборатории гидромашиностроения и гетерогенном кластере «Политехник — РСК Торнадо» суперкомпьютерного центра «Политехнический» СПбПУ.

Методика исследования. Для РК закрытого исполнения при одностороннем входе потока РЖ результирующая осевая сила [8] определяется как

$$F_z = F_{z\text{н}} + F_{z\text{вн}} + F_{z\text{вх}} + F_{z\text{б}},$$

где $F_{z\text{н}}$ и $F_{z\text{вн}}$ — силы давления на наружные и внутренние поверхности; $F_{z\text{вх}}$ — сила давления на входе в РК; $F_{z\text{б}}$ — силы, действующие на поверхности буртов и уплотнений на РК.

Основной вклад в результирующую осевую силу вносит составляющая $F_{z\text{н}}$, которая вызвана различием в эпюрах распределения давлений потока на наружных поверхностях основного и покрывающего дисков.

Составляющие суммарной осевой силы $F_{z\text{вх}}$, $F_{z\text{б}}$ и $F_{z\text{вн}}$, как правило, меньше, чем $F_{z\text{н}}$, поэтому результирующая сила F_z всегда направлена в сторону всасывания.

Правильное определение значения осевой силы затруднено сложностью характера течения РЖ в боковых (передней и задней) пазухах РК. В практике насосостроения широкое применение нашла упрощенная методика, предложенная А.А. Ломакиным [1].

В методике рассмотрены два предельных случая: нормальное состояние уплотнения и работа при его аварийном износе.

Приняты следующие допущения. В первом случае предполагается, что РЖ в обеих пазухах вращается с одинаковой угловой скоростью $\omega_{\text{ж}}$, равной половине угловой скорости вращения РК ω ($\omega_{\text{ж}} = \omega/2$); радиальные протечки через пазухи пренебрежимо малы.

Во втором случае при износе переднего уплотнения считается, что РЖ в передней пазухе движется по закону $v_u r = \text{const}$ (где v_u — окружная проекция абсолютной скорости течения потока; r — радиус точки в РЖ), а в задней пазухе — с той же скоростью $\omega_{\text{ж}} = \omega/2$. Это приводит к возникновению дополнительной силы $F'_{z\text{н}}$, вызванной перераспределением давления на наружных дисках.

Сила давления по наружным поверхностям определяется как

$$F_{z\text{н}} = \int_{R_{y2}}^{R_2} (p_{\text{пер.паз}} - p_{\text{зад.паз}}) 2\pi r dr = -\gamma\pi(R_{y1}^2 - R_{y2}^2) \left[H_{\text{ст}} - \frac{u_2^2}{8g} \left(1 - \frac{R_{y1}^2 + R_{y2}^2}{2R_2^2} \right) \right],$$

где R_2 — радиус РК на выходе; R_{y2} и R_{y1} — радиусы заднего и переднего уплотнений;

$p_{\text{пер.паз}}$ и $p_{\text{зад.паз}}$ — давления РЖ в переднем и заднем пазухах; γ — удельный вес РЖ; $H_{\text{ст}}$ — потенциальный (статический) напор РК; u_2 — окружная скорость течения потока на выходе из РК, $u_2 = \omega R_2$; g — ускорение свободного падения.

Дополнительная сила рассчитывается по формуле

$$F'_{z\text{н}} = -\gamma\pi(R_2^2 - R_{y1}^2) \frac{u_2^2}{8g} \times \left(\frac{R_2^2}{R_2^2 - R_{y1}^2} \ln \frac{R_2^2}{R_{y1}^2} + \frac{R_2^2 + R_{y1}^2}{2R_2^2} - 2 \right).$$

Для спроектированной ПЧ по предложенным формулам получены осевые силы $F_z = 5340$ Н и $F'_{z\text{н}} = 5660$ Н.

Методика А.А. Ломакина проста и удобна для оценки осевой силы в первом приближении. Ее недостатком является то, что она справедлива только для номинального режима работы центробежного насоса. Это обусловлено сложным характером течения РЖ в нерасчетных режимах, что затрудняет создание методики аналитического расчета осевой силы для этих случаев. Однако известно, что при режимах, отличных от расчетного, могут возникать значительно большие осевые силы [9–11].

Предварительно полученное значение осевой силы требует предпринять конструктивные меры по ее устранению или уменьшению.

Полного равновесия ротора во всех режимах работы насоса можно добиться только при использовании специального устройства — разгрузочного диска (гидравлической пяты). Однако его применение значительно усложняет конструкцию насоса и приводит к увеличению его габаритных размеров и массы. Для переносного варианта погружного насоса это является нежелательным.

В целях снижения осевой силы использован способ, который обычно применяют при проектировании центробежных насосов. Сзади основного диска РК предусмотрена камера, отделенная от напорной полости уплотнительным кольцом с малым радиальным зазором ($\delta = 0,3$ мм), образующая заднее ЩУ. Камера сообщена с полостью входа отверстиями диаметром $d_{\text{отв}} = 5$ мм, просверленными в основном диске РК (рис. 2).

Под действием перепада давления между выходом и входом в РК в передней и задней пазухах колеса происходит постоянная рециркуляция с расходом РЖ ΔQ . Такой расход РЖ

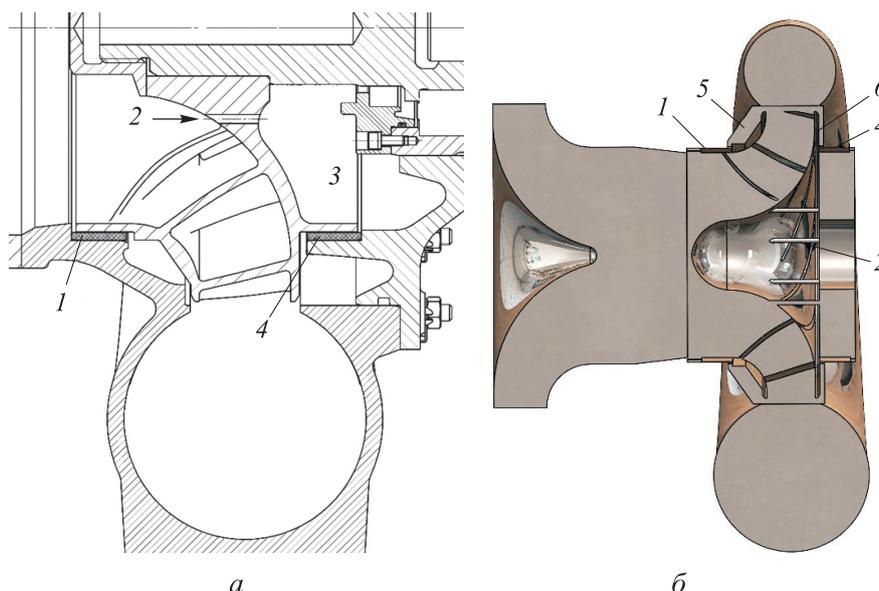


Рис. 2. Эскиз (а) и 3D-модель (б) насоса с ЩУ:
1 — переднее ЩУ 2 и 3 — разгрузочные отверстие и камера;
4 — заднее ЩУ; 5 и 6 — передняя и задняя пазухи

является вредным, так как уменьшает объемный коэффициент полезного действия (КПД) насоса, а также приводит к возмущению основного потока на входе в РК.

Недостатком решения с разгрузочными отверстиями является увеличение объемных потерь, которые при износе заднего уплотнительного кольца могут существенно возрастать.

Также следует учитывать, что примененное конструктивное решение уменьшает осевую силу, но не позволяет добиться ее полного устранения.

Расчет осевой силы аналитическим методом А.А. Ломакина основан на обобщении данных распределения давления РЖ в боковых пазухах ($p_{\text{пер.паз}}$ и $p_{\text{зад.паз}}$) по радиусу в уже спроектированных высококачественных насосах. Методика использует допущения и не учитывает наличие малых зазоров в ЩУ. Поэтому аналитический расчет может дать существенную погрешность по сравнению с экспериментальными данными.

Осевую силу можно найти, используя современный подход на основе методов вычислительной гидродинамики и численного решения полных уравнений течения вязкой жидкости Навье — Стокса в трехмерной постановке [12–14]. Это позволяет не только определять осевую силу в зависимости от радиальных зазоров ЩУ РК и режима работы насоса, но и более точно прогнозировать эффективность насоса.

При постановке задачи математического моделирования течения в ПЧ насоса рассмотрены четыре подхода (варианта модели):

Первый вариант модели жидкого объема ПЧ включал в себя подвод, РК и отвод (рис. 3). Боковые пазухи отсутствуют.

Для первой модели принималось допущение об отсутствии утечек РЖ через ЩУ РК, а объемные потери и осевая сила рассчитывались аналитическим методом по эмпирическим формулам [1]. То есть подразумевалось, что на входе в спиральный отвод расход РЖ равен ее

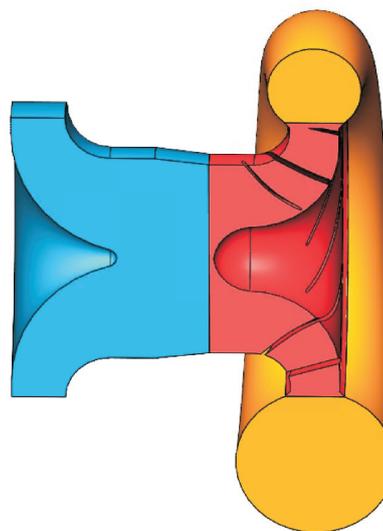


Рис. 3. Первая модель жидкого объема ПЧ без учета боковых пазух

расходу на выходе из РК, что не соответствует действительности.

Рассчитанные по формулам объемные утечки через переднее ЩУ ΔQ_{y1} при его нормальной работе соответствовали потерям

$$\Delta \eta_{y1} = \frac{\Delta Q_{y1}}{Q} \cdot 100 = 0,896 \%,$$

где $\Delta \eta_{y1}$ — объемная доля потерь РЖ; Q — объемный расход РЖ.

Утечки через заднее ЩУ не учитывались. Расчетный объемный КПД насоса $\eta_{0н} = 99,1 \%$.

При использовании первой модели можно провести отдельное численное исследование течения потока через переднюю и заднюю пазухи с ЩУ. В этом случае расчетная модель состоит только из пазухи, на которой задан перепад давления РЖ, соответствующий режиму работы насоса. Полученные расход РЖ через ЩУ и момент трения на стенке, граничащей с РК, учитываются при определении общей эффективности насоса.

Вторая модель жидкого объема ПЧ включала в себя области передней пазухи совместно с передним ЩУ и задней пазухи совместно с задним ЩУ, а также разгрузочные отверстия (рис. 4).

Третья модель жидкого объема ПЧ содержала области передней и задней пазух, а также разгрузочные отверстия, которые включены в домен РК, и отдельно области переднего и заднего ЩУ (рис. 5).

Во второй и третьей моделях выполняется полный расчет ПЧ с учетом всех элементов, в

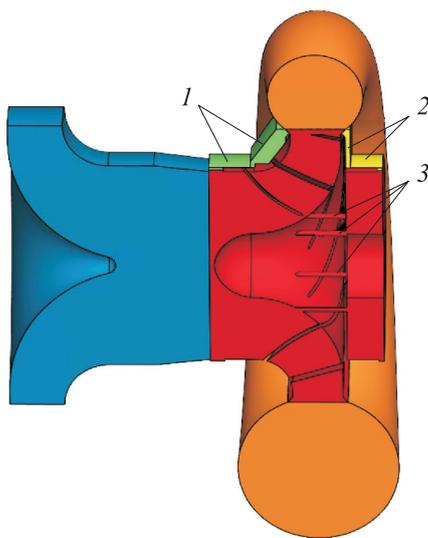


Рис. 4. Вторая модель жидкого объема ПЧ с учетом боковых пазух и ЩУ:
1 и 2 — передняя и задняя пазухи с ЩУ;
3 — разгрузочные отверстия

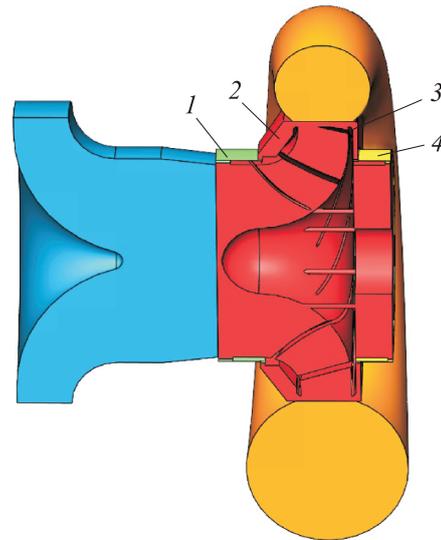


Рис. 5. Модель жидкого объема ПЧ с учетом боковых пазух и отдельных ЩУ:
1 — переднее ЩУ; 2 и 3 — передняя и задняя пазухи;
4 — заднее ЩУ

том числе разгрузочных отверстий и ЩУ, расход потока через которые определяется в процессе гидродинамического расчета в зависимости от созданного в ПЧ распределения статического давления. Обе модели позволяют вычислять значения осевой и радиальной сил, действующих на ротор. Разница заключается в том, что в третьей модели передняя и задняя пазухи отнесены к домену РК без их разделения поверхностью интерфейса, а ЩУ с малым размером радиальной щели смоделированы как отдельные области. Это позволило сгенерировать в них структурированные сетки с ячейками меньшего размера без существенного роста общего количества элементов во всей расчетной модели и качественно разрешить течение потока в зазорах.

Вторая и третья модели являются наиболее затратными с точки зрения потребляемых ресурсов и времени расчета, однако используют наименьшее количество допущений и приближают моделирование к реальному процессу.

Четвертая модель жидкого объема ПЧ включала в себя области передней и задней пазух, а также разгрузочные отверстия (рис. 6). ЩУ не моделировались.

Четвертая модель учитывает гидравлические потери дискового трения при гидродинамическом расчете. ЩУ отсутствуют, однако на входе и выходе из ЩУ имеются поверхности, через которые в явном виде задаются значения расхода потока через ЩУ. Расходы РЖ, вытека-

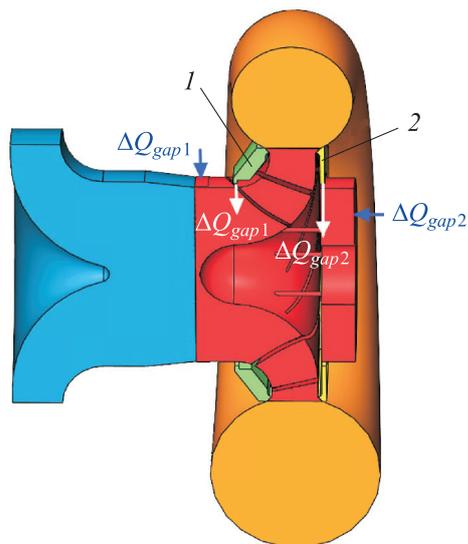


Рис. 6. Четвертая модель жидкого объема ПЧ с учетом боковых пазух без уплотнений: 1 и 2 — передняя и задняя пазухи

ющей из передней пазухи ΔQ_{gap1} и задней ΔQ_{gap2} , поступают в РК через поверхности интерфейса перед РК и за РК. Тем самым через РК организована рециркуляция расхода утечек РЖ, что обеспечивает более реалистичный баланс расходов в ПЧ, чем в ПЧ первой модели, и значительно упрощает четвертую модель по сравнению со второй и третьей.

Кроме того, задавая различные значения расхода утечки, можно моделировать износ ЩУ и его влияние на расчетные параметры насоса.

Проведено исследование, где через оба ЩУ задавалось значение расхода, полученное по методике А.А. Ломакина $\Delta Q_{gap1} = \Delta Q_{gap2} = \Delta Q_{y1}$, для которого определены объемные потери РЖ $\Delta \eta_{gap1} = \Delta \eta_{gap2} = \Delta \eta_{y1} = 0,896\%$.

Граничные условия. Конструкция насоса характеризуется наличием подвижного (область РК) и неподвижных (область подвода и отвода) доменов ПЧ, на границе которых при численном расчете задан тип — интерфейс.

Для моделей с боковыми пазухами области ЩУ моделировались как отдельные домены. Это позволило сгенерировать в них структурированные сетки и качественно разрешить течение потока в зазорах. Чтобы сэкономить компьютерные ресурсы, щелевые зазоры создавались с использованием условия периодичности, для чего из полноразмерной области вырезался сегмент с углом 60° , в котором и проводился гидродинамический расчет. Тем самым принималось допущение, что течение потока в зазоре

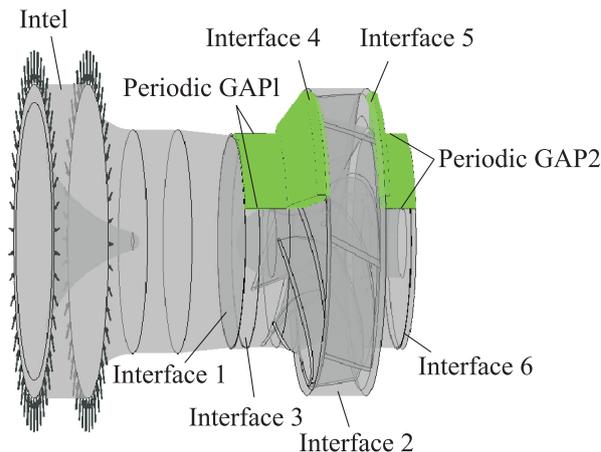


Рис. 7. Расчетная модель для второго варианта с учетом боковых пазух и ЩУ

является осесимметричным и может быть распространено на отсутствующие области.

Например, вторая модель имела следующие поверхности интерфейса:

- Interface 1 (поверхность между подводом и РК);
- Interface 2 (поверхность между РК и спиральным отводом);
- Interface 3 (поверхность между входом в РК и выходом из переднего ЩУ);
- Interface 4 (поверхность между выходом из РК и входом в переднюю пазуху);
- Interface 5 (поверхность между выходом из РК и входом в заднюю пазуху);
- Interface 6 (поверхность между выходом из заднего ЩУ и входом в заднюю область РК);
- Periodic GAP1 (поверхности периодичности передней пазухи вместе с передним ЩУ);
- Periodic GAP2 (поверхности периодичности задней пазухи вместе с задним ЩУ).

Расчетная модель для второго варианта без отображения спирального отвода приведена на рис. 7.

В препроцессоре задавались шесть граничных условий.

1. На первом этапе для каждой модели выполнялся расчет в стационарной постановке (Steady State). Это обусловлено тем, что для сходимости нестационарного расчета необходимо, чтобы были заданы реалистичные начальные условия, которые и определялись сошедшимся стационарным решением.

2. На втором этапе для уточнения интегральных параметров численный расчет выполнялся в нестационарной постановке с использованием модели Transient Blade Row, ко-

торая позволяет прогнозировать нестационарные явления, возникающие на стыке соседних доменов. Метод расчета — Profile Transformation (преобразование профиля) является самым быстрым из нестационарных методов взаимодействия и хорошо предсказывает интегральные параметры насоса. Время периода (Time Period) принималось равным одному обороту РК. Временной шаг расчета (Time Steps) определялся разбиением периода на 180 отрезков, что соответствовало повороту РК на угол 2° . Количество периодов (оборотов РК) равнялось четырем. Для обеспечения сходимости решения на каждом шаге по времени Time Steps выполнялся цикл внутренних итераций (Loops) в количестве трех. Таким образом, общее число итераций нестационарного расчета составило 2160. Для графиков мгновенных значений интегральных параметров использовалась статистическая функция Arithmetic Average — среднеарифметическое значение за один оборот РК.

3. На поверхностях интерфейса (Interface1 и Interface2) осреднение локальных параметров не проводилось. В стационарной постановке задавалось условие Frozen Rotor, а в нестационарной постановке — условие Transient Rotor Stator.

4. Расчеты проводились для разных моделей турбулентности. Все модели турбулентности являются эмпирическими, каждая имеет свои константы, полученные при исследовании течения потока в определенных условиях [15]. Были опробованы двухпараметрические модели турбулентности — высокорейнольдсовая k-Eps и низкорейнольдсовая SST.

5. На входе в расчетную модель течение потока принималось осесимметричным. Задавалась полная энергия (Total Pressure) — 1 атм; на выходе из расчетной модели — массовый расход потока, соответствующий номинальному режиму работы насоса.

6. На всех твердых поверхностях использовались пристеночные функции. Это означало, что численный расчет уравнений Навье — Стокса вблизи стенок не выполнялся, а локальные параметры рассчитывались по известным алгебраическим зависимостям скорости течения потока от расстояния до стенки. Чтобы функции работали правильно и адекватно описывали физическую картину течения потока, значение Y^+ должно находиться в диапазоне $30 < Y^+ < 300$, т. е. узлы сетки должны попадать в область логарифмического подслоя. Использование присте-

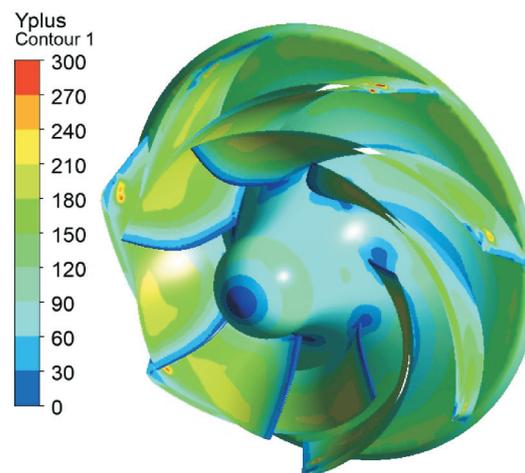


Рис. 8. Эпюра распределения параметра Y^+ по стенкам РК

ночных функций позволяет не создавать чрезмерно густую сетку расчетной модели.

По результатам численного расчета в постпроцессоре выполнялся контроль параметра Y^+ по стенкам РК (рис. 8).

Из анализа эпюры распределения параметра Y^+ по твердым стенкам РК следует, что сгенерированная расчетная сетка имеет оптимальную густоту. На большей части поверхностей параметр Y^+ находится в диапазоне $30 < Y^+ < 150$, что наилучшим образом подходит для применения высокорейнольдсовой модели турбулентности k-Eps. При этом сетка является достаточно экономичной, что обеспечило сокращение времени численных расчетов и потребление компьютерных ресурсов.

Дискретизация расчетной области выполнялась с использованием сеточного генератора Ansys Meshing, в котором для областей РК и спирального отвода строились неструктурированные сетки на основе тетраэдрических элементов, а для областей боковых пазух — структурированные сетки (метод MultiZone) на основе гексаэдрических элементов.

Метод построения неструктурированной сетки — Patch Conforming с автоматическим устранением мелких погрешностей сетки. Погрешность зависит от размера элемента сетки и при его изменении автоматически пересчитывается.

Параметр Element Size, определяющий глобальный размер сетки для всей модели и используемый для построения сетки на всех ребрах, гранях и телах, задавался равным 4 мм. Максимальный размер элемента, который возможен в данной сетке (Max Size) также принимался равным 4 мм. Параметр Growth Rate,

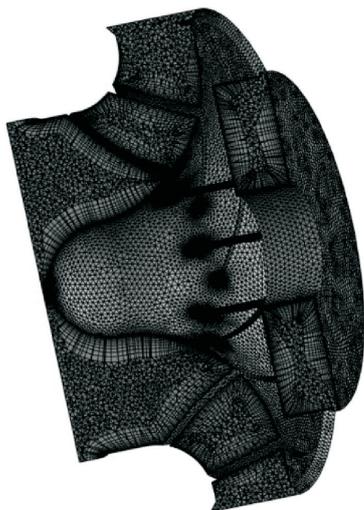


Рис. 9. Неструктурированная сетка области ПК

представляющий собой увеличение длины ребра элемента сетки с каждым последующим слоем элементов, составлял 1,2. Была включена функция Curvature, которая отслеживает кривизну кривых и граней модели и выполняет сгущение сетки пропорционально кривизне поверхностей. Это обеспечило автоматическое сгущение сетки на острых краях лопастей.

Для правильного и точного расчета вязкого течения в ПЧ лопастного насоса важно разрешить (рассчитать) поток в пристеночной области. Поэтому у твердых стенок (Hub, Shroud, Blade, Wall), где имеют место большие градиенты локальных параметров, создавались 15 призматических слоев. Коэффициент роста толщин слоев — 1,3.

Предварительно для удобства задания граничных условий и анализа результатов численных исследований, поверхности доменов разбивались и именовались с помощью инструмента Named Selections.

Общее количество элементов сетки с указанными параметрами для второй модели составило 22 млн: для домена ПК — 3,4 млн (рис. 9); для домена подвода S1 — 0,9 млн; для домена спирального отвода S2 — 4,5 млн; для домена передней пазухи с ЩУ — 8,8 млн (рис. 10); для домена задней пазухи с ЩУ — 4,1 млн.

Следует отметить, что третья модель с ЩУ в виде отдельного от боковой пазухи домена позволяет создать более экономичную сетку. В этом случае количество элементов в ЩУ составило ~1 млн. Такая разница в количестве элементов между второй и третьей моделями обусловлена необходимостью задавать в узком радиальном зазоре щели ($\delta = 0,3$ мм) ячейки очень маленького размера.

Для определения интегральных параметров использовали следующие формулы.

Напор ПК определяли как разницу полных энергий на границах домена ПК по выражению

$$H_{\text{ПК}} = \frac{e_{\text{inter2}} - e_{\text{inter1}}}{\rho g},$$

где e_{inter2} и e_{inter1} — полные энергии в сечении на выходе из ПК (поверхность Interface 2 между ПК и спиральным отводом) и в сечении на входе в ПК (поверхность Interface 1 между подводом и ПК); ρ — плотность РЖ.

Напор насоса вычисляли как разницу потенциальной и кинетической энергий на выходе (в сечении Outlet) и входе (в сечении Inlet) расчетной модели

$$H_{\text{isp}} = \frac{p_{\text{outlet}} - p_{\text{inlet}}}{\rho g} + \frac{(Q_{\text{outlet}}/S_{\text{outlet}})^2 - (Q_{\text{inlet}}/S_{\text{inlet}})^2}{2g},$$

где p_{outlet} , p_{inlet} и Q_{outlet} , Q_{inlet} — давления и объемные расходы РЖ в сечениях Outlet и Inlet

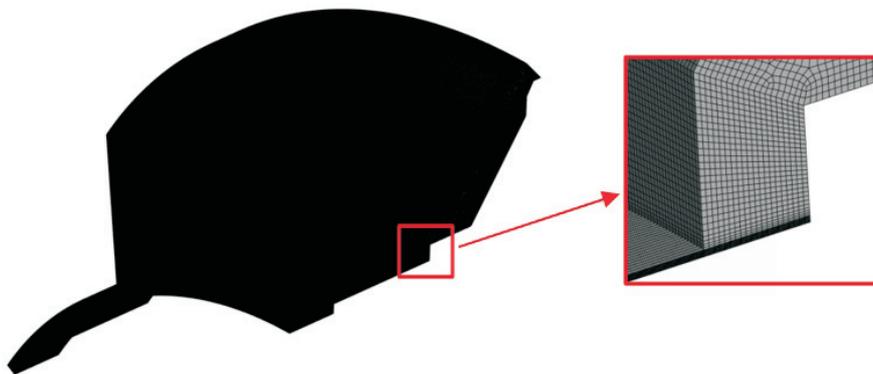


Рис. 10. Структурированная сетка области передней пазухи с ЩУ

```

LIBRARY:
CEL:
  &replace EXPRESSIONS:
    Axial Force = force_z()@R1 Shroud+force_z()@R1 Hub+force_z()@R1 Blade+force_z()@R1 Wall
    +force_z()@R1 Wall 1+force_z()@R1 Wall 2+6*(force_z()@GAP1 Hub+force_z()@GAP1 Shroud)
    +6*(force_z()@GAP2 Hub+force_z()@GAP2 Shroud)
    Head = (massFlowAveAbs(Total Pressure in Stn Frame)@S2 Outlet - massFlowAveAbs(Total Pressure in Stn
    Frame)@S1 Inlet)/ro/g
    Hisp = (massFlowAveAbs(Pressure)@S2 Outlet - massFlowAveAbs(Pressure)@S1 Inlet)/ro/g +
    ((massFlow()@S2 Outlet/area()@S2 Outlet/ro)^2-(massFlow()@S1 Inlet/area()@S1 Inlet/ro)^2)/2/g
    Hn = Hrk-dHs1-dHs2
    Hrk = (massFlowAveAbs(Total Pressure in Stn Frame)@Domain Interface 2 Side 1 - massFlowAveAbs(Total
    Pressure in Stn Frame)@Domain Interface 1 Side 2)/ro/g
    Ht = 100*Hrk/KPDrk
    KPD1 = 100*PowerP/PowerZ
    KPD2 = KPDrk-deltaHs1-deltaHs2
    KPDq = 100*(3600*massFlow()@S2 Outlet/ro - dQ GAP sum)/(3600*massFlow()@S2 Outlet/ro)
    KPDrk = 100*PowerPrk/PowerZ
    Pcav = 3169 [Pa]
    PowerP = massFlow()@S1 Inlet*g*Hisp
    PowerPrk = massFlow()@S1 Inlet*g*Hrk
    PowerZ = (torque_z()@R1 Blade+torque_z()@R1 Hub+torque_z()@R1 Shroud+6*torque_z()@GAP1 Hub
    +6*torque_z()@GAP2 Hub)*n*pi/30
    Scav = areaInt(Absolute Pressure<Pcav)@R1 Blade/area()@R1 Blade
    dHs1 = (massFlowAveAbs(Total Pressure in Stn Frame)@S1 Inlet - massFlowAveAbs(Total Pressure in Stn
    Frame)@Domain Interface 1 Side 1)/ro/g
    dHs2 = (massFlowAveAbs(Total Pressure in Stn Frame)@Domain Interface 2 Side 2 - massFlowAveAbs(Total
    Pressure in Stn Frame)@S2 Outlet)/ro/g
    dQ GAP sum = dQ GAP1 + dQ GAP2
    dQ GAP1 = 3600*massFlow()@Domain Interface 3 Side 2/ro
    dQ GAP2 = 3600*massFlow()@Domain Interface 6 Side 2/ro
    deltaHs1 = 100*dHs1/Ht
    deltaHs2 = 100*dHs2/Ht
    n = 1500
    ro = areaAve(Density)@S1 Inlet
  END
END
END

```

Рис. 11. Выражения для расчета интегральных параметров

соответственно; S_{outlet} и S_{inlet} — площади поперечного сечения Outlet и Inlet.

Гидравлический КПД насоса рассчитывали как отношение полезной мощности к затраченной N_3 по формуле

$$\eta_r = \frac{\rho g Q H_{isp}}{N_3}.$$

Потери в подводе Δh_{s1} , $\Delta \eta_{s1}$ и спиральном отводе Δh_{s2} , $\Delta \eta_{s2}$ определяли как разницу полных энергий на выходе и входе соответствующего домена по следующим выражениям:

$$\Delta h_{s1} = \frac{e_{inlet} - e_{inter1}}{\rho g}, \text{ м}; \quad \Delta \eta_{s1} = \frac{\Delta h_{s1}}{H_T} \cdot 100, \text{ \%};$$

$$\Delta h_{s2} = \frac{e_{inter2} - e_{outlet}}{\rho g}, \text{ м}; \quad \Delta \eta_{s2} = \frac{\Delta h_{s2}}{H_T} \cdot 100, \text{ \%},$$

где e_{inlet} и e_{outlet} — полные энергии в сечениях Inlet и Outlet.

Для вычисления интегральных параметров и мониторинга их изменения в процессе численного расчета на языке CEL были написаны Expressions (выражения) (рис. 11).

Результаты. График изменения гидравлического КПД РК в процессе расчета течения потока

в нестационарной постановке для второй модели показан на рис. 12.

Видно, что нестационарный расчет включает в себя два этапа: переходный процесс и временное периодическое поведение. В процессе численного расчета после трех оборотов РК графики интегральных параметров выходят на горизонтальную прямую, однако присутствует

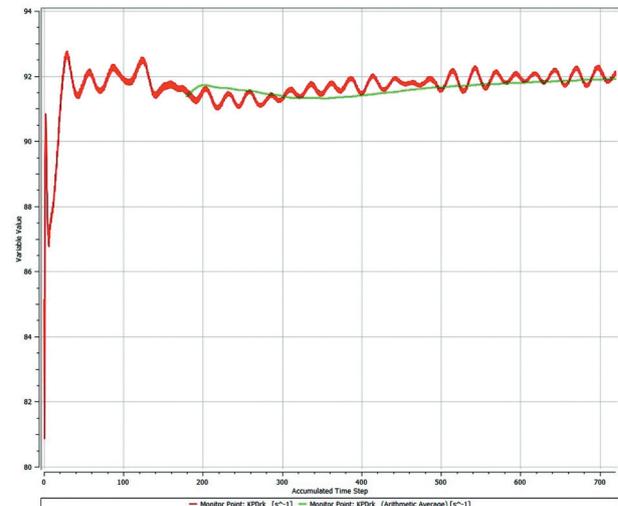


Рис. 12. Изменение гидравлического КПД РК в процессе расчета течения потока в нестационарной постановке для второй модели

некоторая амплитуда колебаний значений. Причиной этого может являться нестационарный характер течения потока в проточной части насоса.

Сравнение результатов численного исследования рассмотренных моделей проводили с использованием безразмерных коэффициентов расхода φ , напора ψ и мощности μ .

Коэффициент расхода определяли по меридианной составляющей абсолютной скорости течения потока на выходе из РК v_{m2} в номинальном режиме:

$$\varphi = \frac{v_{m2}}{u_2}.$$

Здесь

$$v_{m2} = \frac{Q}{S_2} = \frac{Q}{\pi D_2 b_2},$$

где S_2 — площадь поверхности на выходе из РК; D_2 — диаметр РК на выходе.

В номинальном режиме коэффициент расхода $\varphi = 0,139$.

Коэффициент напора связывает напор насоса H и окружную скорость течения потока на выходе из РК [9] следующим образом:

$$\psi = \frac{H}{u_2^2/g} = \frac{gH}{u_2^2}.$$

Расчетные параметры для разных вариантов моделей

Параметр	Значение для варианта модели			
	1	2	3	4
φ	0,139	0,139	0,139	0,139
$\psi_{РК}$	0,4308	0,4198	0,4235	0,4204
$\psi_{н}$	0,4160	0,4014	0,4051	0,4014
$\mu_{н}$	0,0578	0,0557	0,0563	0,0557
$\Delta\eta_{Qgap1}, \%$	–	1,091	1,071	0,8960
$\Delta\eta_{Qgap2}, \%$	–	0,5324	0,3716	0,8960
$\Delta\eta_{г.п}, \%$	0,0920	0,0765	0,0780	0,0810
$\Delta\eta_{г.сп.о}, \%$	1,79	2,78	2,35	2,79
$\eta_{Qн}, \%$	–	98,37	98,56	98,50
$\eta_{гРК}, \%$	95,68	92,00	92,71	92,30
$\eta_{г.н}, \%$	92,42	88,36	88,66	88,12
$F_z, Н$	–	4820	4840	4800

Так как величина u_2^2/g представляет собой напор насоса при нулевой подаче, то, по сути, коэффициент ψ выражает напор насоса в долях от максимального теоретического напора.

Коэффициент мощности

$$\mu = \varphi\psi.$$

Значения интегральных параметров, полученные по результатам численного расчета для разных вариантов моделей в номинальном режиме работы насоса, приведены в таблице, где $\psi_{РК}$ и $\psi_{н}$ — коэффициенты напора РК и насоса; $\mu_{н}$ — коэффициент мощности насоса; $\Delta\eta_{Qgap1}$ и $\Delta\eta_{Qgap2}$ — объемные доли потерь РЖ в передней и задней пазухах; $\Delta\eta_{г.п}$ и $\Delta\eta_{г.сп.о}$ — гидравлические потери в подводе и спиральном отводе; $\eta_{г.н}$ и $\eta_{гРК}$ — гидравлические КПД насоса и РК.

Выводы

1. Разработана математическая модель расчета течения РЖ в ПЧ центробежного насоса 10ЦП-21 с учетом наличия боковых пазух и ЩУ, на основе решения полных уравнений течения вязкой жидкости Навье — Стокса в трехмерной постановке.

2. Рассмотрены модели, имеющие разные граничные условия. Проточные части, включающие в себя боковые пазухи, позволяют получить уточненные значения интегральных параметров, а также осевую силу, действующую на ротор насоса.

3. Использование в расчетной модели боковых пазух снижает эффективность насоса примерно на 4 %. Это обусловлено учетом гидравлических потерь дискового трения в пазухах и объемными утечками через ЩУ. Прогнозное значение суммарного гидравлического и объемного КПД насоса составило не менее 88 %.

4. Вторая расчетная модель является самой затратной с точки зрения потребляемых ресурсов и времени расчета. Время численного расчета течения потока во второй модели в 3 раза выше, чем в третьей. Это связано с громоздкостью расчетной сетки домена, включающего в себя узкую щель уплотнения и боковую пазуху. Рекомендовано эти области разделять в отдельные домены.

5. Применение конструктивных мер по снижению осевой силы позволило уменьшить ее значение, но полностью разгрузить ротор от ее воздействия не удалось. Осевая сила не превы-

шала 4800 Н. Лучшего результата можно достичь увеличением диаметра уплотнительного кольца разгрузочной камеры, который должен быть больше диаметра уплотнительного кольца в переднем ЩУ, а также увеличением диаметров разгрузочных отверстий. Однако такие меры могут привести к уменьшению эффективности насоса. Либо в конструкции насоса необходимо предусмотреть наличие упорного подшипника. Такое решение является наиболее простым и экономичным.

6. Эмпирические формулы А.А. Ломакина по расчету осевой силы и утечек РЖ через переднее ЩУ позволяют получить значения, близкие

к результатам гидродинамического расчета течения потока методами CFD. Это означает, что во многих случаях использование первой модели для прогнозирования параметров центробежного насоса с коэффициентом быстроходности $n_s \approx 210$ является оправданным.

7. По спроектированной ПЧ и разработанной конструкторской документации запланировано изготовление и испытание опытного образца насоса 10ЦП-21. Это позволит верифицировать полученные расчетные данные и сделать окончательный вывод о целесообразности использования одного из рассмотренных вариантов расчетной модели.

Литература

- [1] Ломакин А.А. *Центробежные и осевые насосы*. Москва, Машиностроение, 1966. 364 с.
- [2] Малюшенко В.В., Михайлов А.К. *Энергетические насосы*. Москва, Энергоиздат, 1981. 200 с.
- [3] Gulich J.F. Centrifugal pumps. *Springer*, 2014. 1116 p., doi: <https://doi.org/10.1007/978-3-642-40114-5>
- [4] Жарковский А.А. *Математическое моделирование рабочих процессов в центробежных насосах низкой и средней быстроходности для решения задач автоматизированного проектирования*. Дисс. ... док. тех. наук. Санкт-Петербург, СПбГПУ, 2003. 567 с.
- [5] Стасеев А.А. Автоматизированное проектирование 3D-моделей спирального отвода ступени центробежного насоса с помощью API «Компас-3D». *Тинчуринские чтения – 2024. Энергетика и цифровая трансформация. Мат. Межд. науч. конф.* Т. 2. Казань, КГЭУ, 2024, с. 477–480.
- [6] Стасеев А.А., Жарковский А.А. Автоматизированное проектирование 3D-моделей элементов проточной части ступени шнеко-центробежного насоса. *Известия МГТУ МАМИ*, 2024, т. 18, № 3, с. 212–221, doi: <https://doi.org/10.17816/2074-0530-632427>
- [7] Ломакин В.О., Щербачев П.В., Тарасов О.И. и др. Создание параметризованных 3D-моделей проточной части центробежных насосов. *Наука и образование: научное издание*, 2012, № 4. EDN: PGRGOL
- [8] Зимницкий В.А., Умов В.А., ред. *Лопастные насосы*. Ленинград, Машиностроение, 1986. 334 с.
- [9] Степанов Л.И. *Центробежные и осевые насосы. Теория, конструирование и применение*. Москва, МАШГИЗ, 1960. 463 с.
- [10] Жарковский А.А., Борщев И.О., Свобода Д.Г. и др. К вопросу расчета упорных подшипников для насосов с самоустанавливающимися колодками без эксцентриситета. *Насосы. Турбины. Системы*, 2019, № 2, с. 44–52.
- [11] Чернов А.И. *Потери и силы в центробежных насосах*. Ленинград, ЛКИ, 1985. 82 с.
- [12] Пугачев П.В., Свобода Д.Г., Жарковский А.А. *Расчет и проектирование лопастных гидромашин*. Санкт-Петербург, Изд-во Политехн. ун-та, 2016. 120 с.
- [13] Свобода Д.Г., Жарковский А.А., Борщев И.О. и др. Оптимизация проточной части осевого насоса ОД-11. *Насосы. Турбины. Системы*, 2022, № 3, с. 72–82.
- [14] Шокин Ю.И., ред. *Численное моделирование течений в турбомашинах*. Новосибирск, Наука, 2006. 201 с.
- [15] Гарбарук А.В., Стрелец М.Х., Шур Л. *Моделирование турбулентности в расчетах сложных течений*. Санкт-Петербург, Изд-во Политехн. ун-та, 2012. 88 с.

References

- [1] Lomakin A.A. *Tsentrobezhnye i osevye nasosy* [Centrifugal and axial pumps]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1966. 364 p. (In Russ.).
- [2] Malyushenko V.V., Mikhaylov A.K. *Energeticheskie nasosy* [Power pumps]. Moscow, Energoizdat, 1981. 200 p. (In Russ.).
- [3] Gulich J.F. Centrifugal pumps. *Springer*, 2014. 1116 p., doi: <https://doi.org/10.1007/978-3-642-40114-5>
- [4] Zharkovskiy A.A. *Matematicheskoe modelirovanie rabochikh protsessov v tsentrobezh-nykh nasosakh nizkoy i sredney bystrokhodnosti dlya resheniya zadach avtomatizirovannogo proektirovaniya*. Diss. dok. tekhn. nauk [Mathematical modeling of working processes in centrifugal pumps of low and medium speed for solving problems of computer-aided design. Doc. tech. sci. diss.]. Sankt-Peterburg, SPbGPU Publ., 2003. 567 p. (In Russ.).
- [5] Staseev A.A. [Automated design of 3d models of spiral outlet of a centrifugal pump stage using kompas-3D API]. *Tinchurinskie chteniya – 2024. Energetika i tsifrovaya transformatsiya. Mat. Mezhd. nauch. konf. T. 2* [Tinchurin Readings – 2024. Energetics and Digital Transformation. Proc. Int. Sci. Conf. Vol. 2]. Kazan, KGEU Publ., 2024, pp. 477–480. (In Russ.).
- [6] Staseev A.A., Zharkovskiy A.A. Automated design of the 3D models of the elements of the flow part of the stage of a screw-centrifugal pump. *Izvestiya MGTU MAMI*, 2024, vol. 18, no. 3, pp. 212–221, doi: <https://doi.org/10.17816/2074-0530-632427> (in Russ.).
- [7] Lomakin V.O., Shcherbachev P.V., Tarasov O.I. et al. Creating parameterized 3d-models of the flow part in centrifugal pumps. *Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie* [Science and Education: Scientific Publication], 2012, no. 4. EDN: PGRGOL (In Russ.).
- [8] Zimnitskiy V.A., Umov V.A., ed. *Lopastnye nasosy* [Vane pumps]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1986. 334 p. (In Russ.).
- [9] Stepanoff A.J. *Centrifugal and axial flow pumps. Theory, design, and application*. Wiley, 1957. 462 p. (Russ. ed.: *Tsentrobezhnye i osevye nasosy. Teoriya, konstruirovaniye i primeneniye*. Moscow, MASHGIZ Publ., 1960. 463 p.)
- [10] Zharkovskiy A.A., Borshchev I.O., Svoboda D.G. et al. Calculation of thrust bearings for pumps with the self-aligning shoes without eccentricity. *Nasosy. Turbiny. Sistemy* [Pumps. Turbines. Systems], 2019, no. 2, pp. 44–52. (In Russ.).
- [11] Chernov A.I. *Poteri i sily v tsentrobezhnykh nasosakh* [Losses and forces in centrifugal pumps]. Leningrad, LKI Publ., 1985. 82 p. (In Russ.).
- [12] Pugachev P.V., Svoboda D.G., Zharkovskiy A.A. *Raschet i proektirovanie lopastnykh gidromashin* [Calculation and design of vane hydraulic machines]. Sankt-Peterburg, Izd-vo Politekhn. un-ta Publ., 2016. 120 p. (In Russ.).
- [13] Svoboda D.G., Zharkovskiy A.A., Borshchev I.O. et al. Optimization of the flowing part of the od - 11 axle pump. *Nasosy. Turbiny. Sistemy* [Pumps. Turbines. Systems], 2022, no. 3, pp. 72–82. (In Russ.).
- [14] Shokin Yu.I., ed. *Chislennoe modelirovanie techeniy v turbomashinakh* [Numerical simulation of flows in turbomachines]. Novosibirsk, Nauka Publ., 2006. 201 p. (In Russ.).
- [15] Garbaruk A.V., Strelets M.Kh., Shur L. *Modelirovanie turbulentnosti v raschetakh slozhnykh techeniy* [Turbulence modeling in calculations of complex flows]. Sankt-Peterburg, Izd-vo Politekhn. un-ta Publ., 2012. 88 p. (In Russ.).

Статья поступила в редакцию 31.03.2025

Информация об авторах

СВОБОДА Дмитрий Геннадьевич — кандидат технических наук, доцент, доцент Высшей школы энергетического машиностроения. Институт энергетики, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (195251, Санкт-Петербург, Российская Федерация, Политехническая ул., д. 29, e-mail: svoboda_dg@spbstu.ru).

ЖУРАВКОВ Алексей Владимирович — инженер Высшей школы энергетического машиностроения. Институт энергетики, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (195251, Санкт-Петербург, Российская Федерация, Политехническая ул., д. 29, e-mail: zhuravkov_av@spbstu.ru).

ЩУР Василий Алексеевич — кандидат технических наук, доцент Высшей школы энергетического машиностроения. Институт энергетики, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (195251, Санкт-Петербург, Российская Федерация, Политехническая ул., д. 29, e-mail: tshur_va@spbstu.ru).

БЛИНКОВСКИЙ Анатолий Михайлович — старший преподаватель высшей школы дизайна и архитектуры. Инженерно-строительный институт, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (195251, Санкт-Петербург, Российская Федерация, Политехническая ул., д. 29, e-mail: blinkovskij_am@spbstu.ru).

КЛЮЕВ Арсентий Сергеевич — старший преподаватель Высшей школы энергетического машиностроения. Институт энергетики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого (195251, Санкт-Петербург, Российская Федерация, Политехническая ул., д. 29, e-mail: arsentiyklyuyev@gmail.com).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Свобода Д.Г., Журавков А.В., Щур В.А., Блинковский А.М., Ключев А.С. Параметры математической модели численного расчета течения в проточной части центробежного насоса с учетом боковых пазух. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2026, № 1, с. 64–76.

Please cite this article in English as:

Svoboda D.G., Zhuravkov A.V., Shchur V.A., Blinkovskiy A.M., Klyuyev A.S. Parameters of the mathematical model for calculating numerically the flow in the flow path of a centrifugal pump with account for side slots. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2026, no. 1, pp. 64–76.

Information about the authors

SVOBODA Dmitri Gennadevich — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Higher School of Power Engineering, Institute of Energy. Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (195251, Saint Petersburg, Russian Federation, Politechnicheskaya St., Bldg. 29, e-mail: svoboda_dg@spbstu.ru).

ZHURAVKOV Alexey Vladimirovich — Engineer, Higher School of Power Engineering, Institute of Energy. Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (195251, Saint Petersburg, Russian Federation, Politechnicheskaya St., Bldg. 29, e-mail: zhuravkov_av@spbstu.ru).

SHCHUR Vasily Alekseevich — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Higher School of Power Engineering, Institute of Energy. Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (195251, Saint Petersburg, Russian Federation, Politechnicheskaya St., Bldg. 29, e-mail: tshur_va@spbstu.ru).

BLINKOVSKY Anatoly Mikhailovich — Senior Lecturer, Higher School of Design and Architecture, Institute of Civil Engineering. Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (195251, Saint Petersburg, Russian Federation, Politechnicheskaya St., Bldg. 29, e-mail: blinkovskij_am@spbstu.ru).

KLYUYEV Arseniy Sergeevich — Senior Lecturer, Higher School of Power Engineering, Institute of Energy. Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (195251, Saint Petersburg, Russian Federation, Politechnicheskaya St., Bldg. 29, e-mail: arsentiyklyuyev@gmail.com).