

УДК 621.865.8

# Адаптивная система нейро-нечеткого вывода ANFIS для кинематики с шестью степенями свободы и призматическим шарниром

М.Я. Альвардат<sup>1</sup>, Х.М. Ал-Аражи<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

<sup>2</sup> Технологический университет

## ANFIS Adaptive Neuro-fuzzy Inference System for six-degree-of-freedom kinematics with prismatic joint

M.Y. Alwardat<sup>1</sup>, Kh.M. Al-Arazhi<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

<sup>2</sup> University of Technology

Рассмотрено применение адаптивной нейро-нечеткой системы вывода (ANFIS) для решения задачи обратной кинематики робота-манипулятора с шестью степенями свободы, включая одно призматическое сочленение. Для обучения модели ANFIS использованы данные, полученные при решении прямой задачи кинематики, позволяющие сформировать функции принадлежности для каждого сочленения. Эти функции применены для аппроксимации результатов, найденных путем решения обратной задачи кинематики, что значительно снижает вычислительную сложность по сравнению с классическими методами. Показано, что система ANFIS обеспечивает приемлемую точность (среднеквадратичная ошибка  $RMSE \approx 0,182$ ), которой достаточно для применения в подъемно-транспортном оборудовании. По сравнению с методами опорных векторов (SVM,  $RMSE \approx 0,428$ ) и глубокой нейронной сети (DNN,  $RMSE \approx 0,145$ ), система ANFIS демонстрирует сбалансированное соотношение между точностью, вычислительной эффективностью и интерпретируемостью. Отмечено, что система ANFIS является перспективным инструментом решения задач управления в реальном времени, особенно в условиях ограниченных вычислительных ресурсов.

EDN: JOHREI, <https://elibrary/johrei>

**Ключевые слова:** ANFIS, накопленная ошибка, задача обратной кинематики, MATLAB, робот-манипулятор

This paper presents an application of the Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System (ANFIS) to solve the inverse kinematics problem of a 6-DOF robotic manipulator including a prismatic joint. The ANFIS model is trained using forward kinematics data, which are used to generate membership functions for each joint. These functions approximate the inverse kinematics solution, significantly reducing computational complexity compared to traditional approaches. The results show that the ANFIS-based model achieves a root mean square error (RMSE) of approximately 0.182, which is sufficiently accurate for practical applications such as lifting and transportation systems. Compared to Support Vector Machines (SVM,  $RMSE \approx 0.428$ ) and Deep Neural Networks (DNN,  $RMSE \approx 0.145$ ), ANFIS provides a balanced trade-off between accuracy, efficiency, and interpretability. Therefore, ANFIS can be considered a suitable and promising tool for real-time robotic control, especially in systems with limited computational resources.

EDN: JOHREI, <https://elibrary/johrei>

**Keywords:** ANFIS, accumulation error, inverse kinematics problem, MATLAB, robotic manipulator

Роботы-манипуляторы нашли широкое применение в современной промышленности, обеспечивая повышение производительности, автоматизацию и гибкость производственных процессов. Управление такими системами требует решения задач кинематики, в частности задачи обратной кинематики, которая позволяет определять угловую ориентацию сочленений по заданному положению рабочего органа (например, захватного устройства) робота-манипулятора в пространстве. Однако для роботов-манипуляторов с несколькими степенями свободы аналитическое решение обратной задачи кинематики часто оказывается невозможным или чрезвычайно ресурсоемким [1–3].

Одним из перспективных методов приближенного решения обратной задачи кинематики является применение адаптивной нейронечеткой системы вывода (Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System — ANFIS), объединяющей преимущества нечеткой логики и способности нейронных сетей к обучению. Обучение ANFIS осуществляется на основе результатов решения прямой задачи кинематики, что позволяет формировать функции принадлежности и эффективно аппроксимировать обратные зависимости между координатами и переменными сочленений. Такой подход способствует снижению вычислительной сложности и повышает адаптивность модели к особенностям конфигурационного пространства.

Настоящее исследование ориентировано на аппроксимацию положения рабочего органа в трехмерном пространстве. Отсутствие данных об угловой ориентации рабочего органа, скоростях и ускорениях сочленений существенно ограничивает применимость модели в задачах управления движением рабочего органа. Такие ограничения делают невозможным ее использование в системах управления с пропорционально-интегрально-дифференциальным регулированием или в других современных схемах управления, где необходим полный вектор состояний робота-манипулятора для точного позиционирования и отслеживания его траектории.

Цель работы — построение и анализ модели ANFIS для приближенного решения задачи обратной кинематики робота-манипулятора с ше-

стью степенями свободы, имеющего пять вращательных сочленений и одно призматическое, а также оценка ее точности и вычислительной эффективности.

**Геометрическая модель робота-манипулятора.** Для анализа кинематики и построения модели управления необходимо определить геометрические параметры и структуру робота-манипулятора. В качестве объекта исследования выступал робот-манипулятор с шестью степенями свободы, имеющий пять вращательных сочленений и одно призматическое. Такая конфигурация обеспечивает достаточную гибкость в позиционировании рабочего органа в трехмерном пространстве.

**Конфигурация и структура.** Исследуемый робот-манипулятор (рис. 1) состоит из шести последовательно соединенных звеньев, образующих открытую кинематическую цепь. Первые пять сочленений  $R_1$ – $R_5$  являются вращательными, обеспечивая вращение вокруг осей  $Z$  (с углами поворота  $\theta_1$ – $\theta_5$ ), а шестое  $P$  — призматическим, позволяющим совершать поступательное перемещение  $d_6$  вдоль оси  $Y$ . Такая структура характерна для промышленных манипуляторов, предназначенных для перемещения объектов с высокой маневренностью.

**Рабочая зона.** Совокупность всех точек пространства, достигаемых рабочим органом робота-манипулятора, является его рабочей зоной [4]. Диапазоны допустимых движений для каждого сочленения приведены в табл. 1.

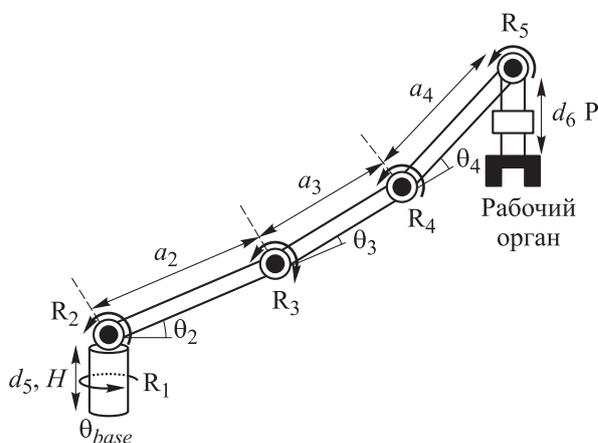


Рис. 1. Схема робота-манипулятора

Таблица 1  
Диапазоны движения сочленений  
робота-манипулятора

Сочленение	Диапазон движения
R <sub>1</sub>	-180...180°
R <sub>2</sub>	-60...60°
R <sub>3</sub>	-45...45°
R <sub>4</sub>	-90...90°
R <sub>5</sub>	-45...45°
P	0...0,01 м

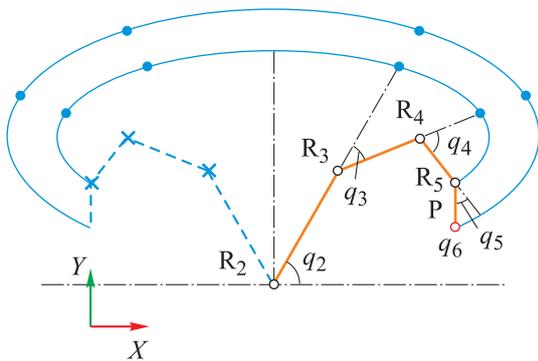


Рис. 2. Схема рабочей зоны робота-манипулятора в плоскости XY

Схема рабочей зоны робота-манипулятора в плоскости XY, построенной с учетом всех ограничений по углам поворота и линейным перемещениям звеньев показана на рис. 2, где  $q_1$ – $q_6$  — обобщенные координаты.

**Параметры Денавита–Хартенберга.** Для формализации кинематической модели использованы параметры Денавита — Хартенберга (DH). Каждое сочленение описывается четырьмя параметрами — углами поворота  $\theta_i$ ,  $\alpha_i$  и рас-

Таблица 2  
DH-параметры  
робота-манипулятора

Номер звена $i$	$\alpha_{i-1}$ , град	$a_{i-1}$ , м	$\theta_i$ , град	$d_i$ , м
1	0	0	$\theta_1$	H
2	90	0	$\theta_2$	0
3	0	$a_2$	$\theta_3$	0
4	0	$a_3$	$\theta_4$	0
5	0	$a_4$	$\theta_5$	0
6	90	0	–	$d_6$

стояниями  $d_i$  и  $a_i$ , которые определяют взаимное расположение координатных систем между звеньями [5, 6]. DH-параметры робота-манипулятора (см. рис. 1) приведены в табл. 2.

Системы координат для каждого звена робота-манипулятора показаны на рис. 3.

**Кинематический анализ.** Кинематический анализ робота-манипулятора заключается в решении прямой и обратной задач кинематики. Прямая задача кинематики направлена на определение положения и ориентации рабочего органа, а обратная — на расчет требуемых углов поворота сочленений по известному положению рабочего органа. Блок-схема кинематического анализа робота-манипулятора приведена на рис. 4.

**Прямая задача кинематики.** Прямая задача кинематики решалась с использованием однородных матриц преобразования на основе DH-параметров. Каждое звено в системе описывалось собственной матрицей, а общее преобразование от основания до рабочего органа — выражением

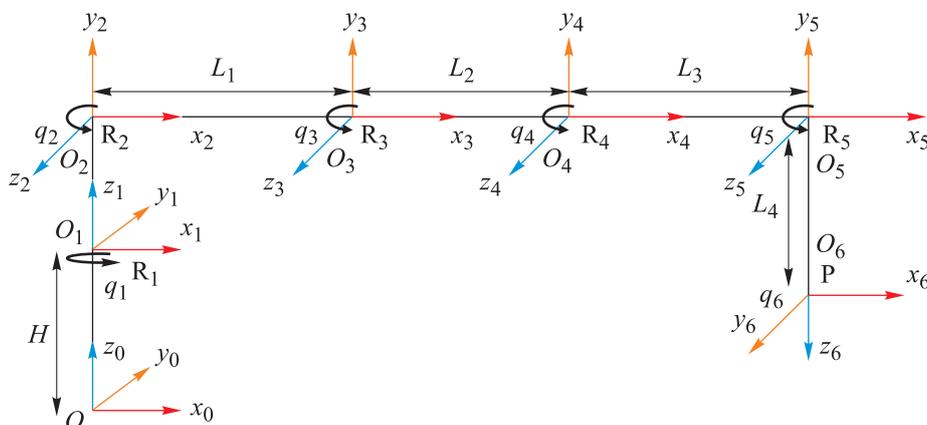


Рис. 3. Модель систем координат для каждого звена робота-манипулятора

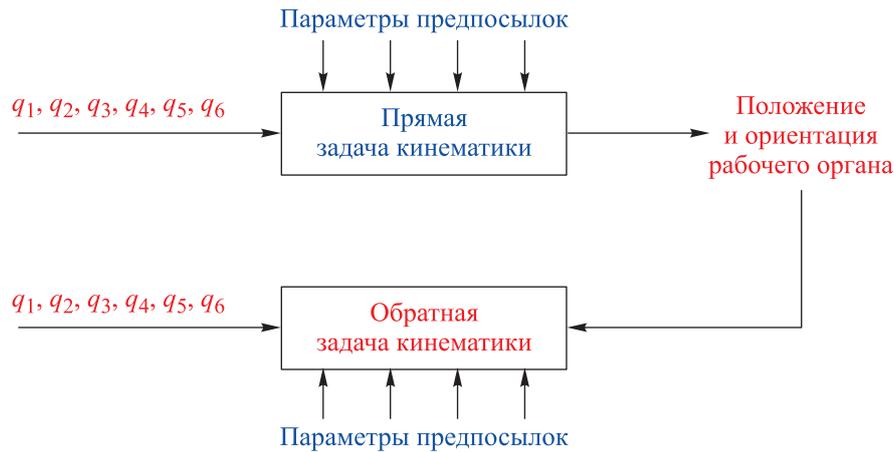


Рис. 4. Блок-схема кинематического анализа работа-манипулятора

$$A_6^0 = A_1^0 A_2^1 A_3^2 A_4^3 A_5^4 A_6^5 = \begin{pmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

или

$$A_6^0 = \begin{pmatrix} c_{1234} & s_{56} & c_{56}s_{1234} & p_x \\ s_{1234} & -c_{56} & s_{56}s_{1234} & p_y \\ s_{1234} & s_{\alpha i} & -c_{1234} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

где  $A_6^0$  — матрица преобразования робота-манипулятора, описывающая как его положение  $(p_x, p_y, p_z)$ , так и его ориентацию;

$$p_x = a_1 c_{12} c_3 + a_2 c_{12} c_{34} + a_3 c_{12} c_{345} + a_4 s_{12};$$

$$p_y = a_1 s_{12} c_3 + a_2 s_{12} c_{34} + a_3 s_{12} c_{345} - a_4 c_{12};$$

$$p_z = H + a_1 s_3 + a_2 s_{34} + a_3 s_{345}.$$

Прямая задача кинематики решалась в среде MATLAB, где функция принимала значения углов поворотов сочленений на входе и возвращала координаты положения выходной точки.

**Обратная задача кинематики.** Решение обратной задачи кинематики является более сложным, так как требует инвертирования нелинейных зависимостей между координатами и переменными сочленений [7]. Задача обратной кинематики решалась аппроксимацией зависимости между координатами и переменными сочленений положения рабочего органа в трехмерном пространстве с помощью ANFIS-модели.

Для обучения системы сначала определялись эталонные (референсные) значения с использо-

ванием аналитических или полуаналитических методов:

$$a_z = -c_{3456};$$

$$c_{1234} = -a_z q_{3456} = \text{Atg}2(\sqrt{1-a_z^2}, a_z);$$

$$q_6 = q_{3456} - q_3 - q_4 - q_5;$$

$$q_{23} = \text{Atg}2(p_x, -p_y) \pm$$

$$\pm \text{Atg}2\sqrt{p_x^2 + p_y^2 - (L_1 s_2 + H + L_4)^2}, (L_1 s_2 H + L_4);$$

$$q_3 = q_{23} - q_2; \quad a_x = c_{12} s_{3456}; \quad a_y = s_{12} s_{3456}.$$

Путем деления двух уравнений получены следующие выражения:

$$\frac{s_{56}}{c_{56}} = \frac{a_y}{a_x} q_{12} = \text{Atg}2(a_y, a_x);$$

$$q_1 = q_{12} - q_1;$$

$$q_2 = \text{Atg}2(p_x, -p_y) \pm$$

$$\pm \left[ \sqrt{p_x^2 + p_y^2 - (L_4 + H)^2}, (L_4 + H) \right];$$

$$q_{34} = \text{Atg}2 \left[ \frac{p_z - H - L_3 s_{345} - L_1 s_3}{L_2}, \right.$$

$$\left. \pm \sqrt{1 - \left( \frac{p_z - H - L_3 s_{345} - L_1 s_3}{L_2} \right)^2} \right];$$

$$q_4 = q_{34} - q_3.$$

Полные аналитические уравнения для решения задачи обратной кинематики не приведены, так как они использованы только для генерации эталонных данных при обучении модели ANFIS, а не для непосредственного решения задачи управления.

**Адаптивная нейро-нечеткая система вывода.**

**Общая архитектура ANFIS.** Как уже указывалось, система вывода ANFIS объединяет преимущества нечеткой логики и нейронных се-

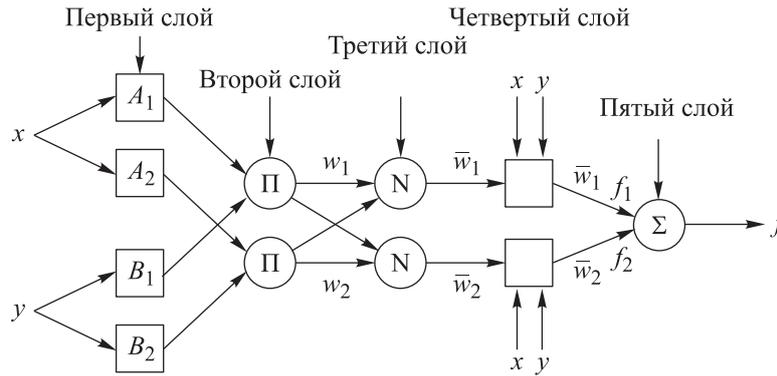


Рис. 5. Структурная схема ANFIS

тей [8]. В основу архитектуры ANFIS положена система нечеткого вывода Сугено первого порядка, где входные переменные трансформируются с использованием параметризованных функций принадлежности и обучаемых правил вывода. Структурная схема ANFIS приведена на рис. 5.

Для исследования использован нечеткий контроллер ANFIS, в качестве входных переменных которого выступали ошибка управления системой  $e$  и ее производная  $\dot{e}$ . Ошибка позиционирования звена

$$e = q_d - q,$$

где  $q_d$  — желаемое положение звена.

Алгоритм нечеткого вывода Сугено 1-го порядка, используемый в контроллере ANFIS для управления системой [8, 9], включает в себя одноэлементный фаззификатор, линейный дефаззификатор и колоколообразные функции принадлежности. Выходной сигнал рассчитывается как среднее взвешенное значение. Структурно-графическая интерпретация нечеткой модели Сугено первого порядка приведена на рис. 6.

Первое правило нечеткости Сугено контроллера ANFIS заключается в следующем: если  $x_1$  есть  $A_1$  и  $x_2$  есть  $B_2$ , то

$$f_1 = p_1 x_1 + q_1 x_2 + r_1,$$

где  $x_1, x_2$  — входные данные;  $A_i, B_k$  — нечеткие множества;  $f_1$  — выходные данные;  $p_i, q_i, r_i$  — постоянные параметры.

В процессе обучения определяются оптимальные параметры контроллера [10]. Архитектура ANFIS включает в себя пять слоев, показанных на рис. 5.

Первый слой состоит из адаптивных узлов, вычисляющих степень принадлежности входных данных к нечетким множествам, заданным обобщенными функциями Белла [11]

$$o_i^1 = w_i = \mu_{A_i}(e), \quad i = 1, 5; \quad o_i^1 = \mu_{B_i}(\dot{e}), \quad i = 6, 10,$$

где  $o_i^1$  — выход  $i$ -го узла;  $A_i, B_i$  — нечеткие множества в форме параметров;  $\mu$  — функция принадлежности, зависящая от параметров предпосылок.

Второй слой определяет степень соответствия каждого правила входным данным путем

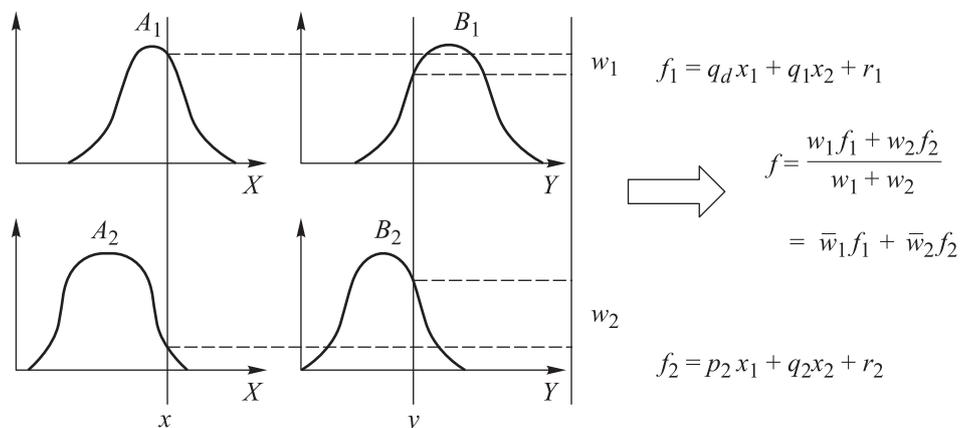


Рис. 6. Структурно-графическая интерпретация нечеткой модели Сугено первого порядка

умножения степеней принадлежности, вычисленных на предыдущем слое [12]:

$$o_i^2 = w_i = \mu_{A_i}(e)\mu_{B_i}(\dot{e}), \quad i = 1, \dots, 5.$$

Третий слой вычисляет нормализованную степень активации каждого правила, представляющую собой долю его активации от общей суммы активаций всех правил:

$$o_i^3 = \bar{w}_i = \frac{w_i}{\sum_{i=1}^N w_i},$$

где  $N$  — количество правил.

Четвертый слой осуществляет дефаззификацию с комбинированием нечетких выводов всех правил в одно четкое числовое значение на основе их взвешенных значений, где весами служат нормализованные степени активации:

$$o_i^4 = \bar{w}_i f_i = \bar{w}_i (p_i x + q_i y + r_i) = \bar{w}_i (p_i e + q_i \dot{e} + r_i),$$

где  $\bar{w}_i$  — выход третьего слоя;  $p_i, q_i, r_i$  — параметры следствий.

Пятый слой суммирует взвешенные выходы всех правил с формированием окончательного результата системы. Один узел на этом слое вычисляет выход как сумму всех входящих сигналов, что выражается следующим образом [13]:

$$Overall = o_i^5 = \sum_{i=1}^N \bar{w}_i f_i(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^N w_i f_i(x, y)}{\sum_{i=1}^N w_i}.$$

Правило обучения ANFIS основано на градиентном спуске с обратным распространением, где ошибки вычисляются от выходного слоя к входным узлам. Цель — настроить параметры, чтобы выход ANFIS соответствовал обучающим данным. ANFIS объединяет параметры предпосылок и следствий, адаптируемые с помощью гибридного алгоритма. Адаптация выполняется за два шага: метод наименьших квадратов (LS) настраивает параметры следствий, а градиентный спуск — параметры предпосылок. Метод LS фиксирует параметры предпосылок для оптимальной настройки парамет-

ров следствий. Блок-схема алгоритма ANFIS приведена на рис. 7.

**Обучение модели ANFIS.** Обучение модели ANFIS направлено на формирование аппроксимирующей зависимости между координатами рабочего органа и переменными сочленений робота-манипулятора. Для этого использовалась система нечеткого вывода Сугено первого порядка, которая отличается от других систем (особенно типа Мамдани) высокой вычислительной эффективностью, компактностью и непрерывностью выходной поверхности [14]. Такая архитектура лучше всего подходит для решения задач с линейной зависимостью между входами и выходами, что актуально при решении задачи обратной кинематики.

Для подготовки обучающих данных использовался алгоритм решения прямой задачи кинематики. Случайные значения углов поворотов  $\theta_1 - \theta_5$  и линейного перемещения  $d_6$  подавались на вход функции прямой кинематики, в результате чего вычислялись координаты  $x, y, z$  рабочего органа. Таким образом, каждая обучающая пара содержала вход — координаты  $x, y, z$  — и выход — один из углов поворотов сочленений  $\theta_1 - \theta_5$  или линейное перемещение  $d_6$ .

Для каждой переменной сочленений обучалась отдельная ANFIS-сеть. Использовались колоколообразные функции принадлежности (gbellmf) в количестве шести или семи на каждый вход. Обучение проводилось с использованием гибридного алгоритма, сочетающего метод наименьших квадратов (для следствий) и градиентный спуск (для предпосылок), минимизируя среднеквадратичную ошибку:

$$E = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (y_k - \hat{y}_k)^2,$$

где  $y_k$  и  $\hat{y}_k$  — эталонное значение, полученное путем решения прямой задачи кинематики и предсказанное моделью ANFIS соответственно.

Было сгенерировано около 7000 конфигураций, равномерно покрывающих рабочую зону робота-манипулятора. Такой объем выборки обеспечивает надежную аппроксимацию в пределах допустимого диапазона движения, а так-



Рис. 7. Блок-схема алгоритма ANFIS

же является компромиссом между полной охватом и вычислительной нагрузкой.

Обучение каждой сети проводилось в среде MATLAB с использованием встроенной функции `anfis()` из пакета Fuzzy Logic Toolbox в течение 150 эпох.

**Валидация модели.** После обучения ANFIS выполнялось тестирование для оценки точности модели. Выходные данные модели сравнивались с фактическими значениями, полученными путем решения задачи обратной кинематики. Их разность определяла ошибку модели, что позволило проверить точность и эффективность модели ANFIS (рис. 8).

Влияние уровня гауссовского шума на выход модели ANFIS показано на рис. 9. При низком уровне шума ( $\sigma \leq 0,01$ ) отклонения минимальны, однако при его увеличении до 0,1 наблюдаются существенные искажения в выходных данных. Это указывает на необходимость внедрения методов устойчивого обучения и регуляризации при использовании ANFIS в условиях, близких к реальным.

**Ошибка.** Обозначим значение угла поворота вращательного сочленения  $R_2$ , найденное с помощью модели ANFIS, как  $(\theta_2)_{FIS}$ , а полученное путем решения задачи обратной кинематики, как  $(\theta_2)_{IK}$ . Тогда ошибка определения угла в сочленении  $R_2$  будет определяться выражением

$$E_{R_2} = [(\theta_2)_{IK} - (\theta_2)_{FIS}].$$

Аналогично можно рассчитать ошибки во вращательных сочленениях  $R_3, R_4, R_5$ :

$$E_{R_3} = [(\theta_3)_{IK} - (\theta_3)_{FIS}];$$

$$E_{R_4} = [(\theta_4)_{IK} - (\theta_4)_{FIS}];$$

$$E_{R_5} = [(\theta_5)_{IK} - (\theta_5)_{FIS}].$$

Ошибки оценивались только в пределах заранее определенной рабочей зоны робота-манипулятора. Для каждого сочленения ошибка рассчитывалась как функция координат  $x, y, z$ , и в зависимости от направления отклонения могла принимать как положительные значения, так и отрицательные значения.

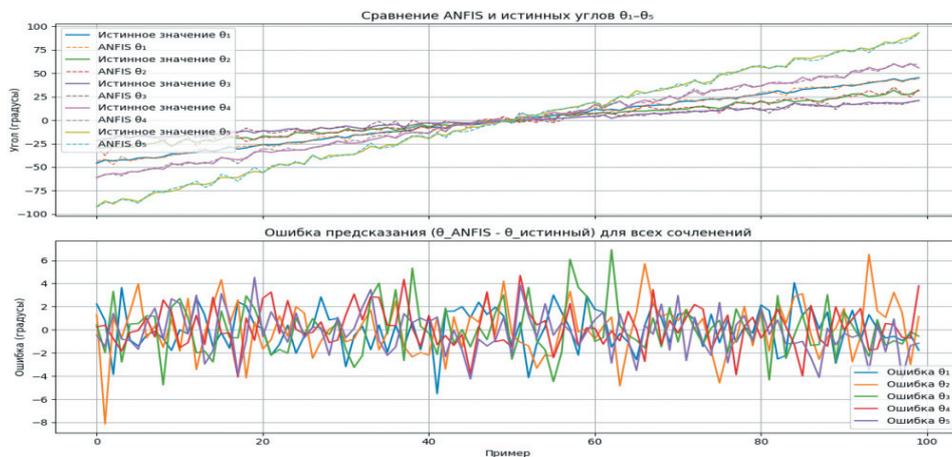


Рис. 8. Результаты проверки модели



Рис. 9. Влияние уровня шума на выход ANFIS модели

**Накопление ошибок.** Ошибка присутствует во всех сочленениях робота-манипулятора. Ошибки, вычисленные ранее для различных сочленений, по-разному влияют на ошибку положения рабочего органа. Так, по сравнению с ошибкой в сочленении  $R_4$  ошибка в сочленении  $R_2$  создаст большую ошибку положения рабочего органа. Локальные ошибки положения каждого сочленения можно представить как произведение ошибки угла и длины звена:

$$E_{R_2} = [(\theta_2)_{IK} - (\theta_2)_{FIS}] a_1;$$

$$E_{R_3} = [(\theta_3)_{IK} - (\theta_3)_{FIS}] a_2;$$

$$E_{R_4} = [(\theta_4)_{IK} - (\theta_4)_{FIS}] a_3;$$

$$E_{R_5} = [(\theta_5)_{IK} - (\theta_5)_{FIS}] a_4.$$

Здесь  $a_1, a_2, a_3, a_4$  можно рассматривать как веса, присвоенные ошибке в зависимости от их воздействия на ошибку положения рабочего органа. Так как робот-манипулятор является открытой кинематической цепью, ошибка будет накапливаться. Для упрощения анализа накопленную ошибку позиционирования робота-манипулятора рассчитывали следующим образом:

$$E = E_{R_2} + E_{R_3} + E_{R_4} + E_{R_5}.$$

Информация о завершении обучения сети ANFIS для `anfis1` приведена на рис. 11.

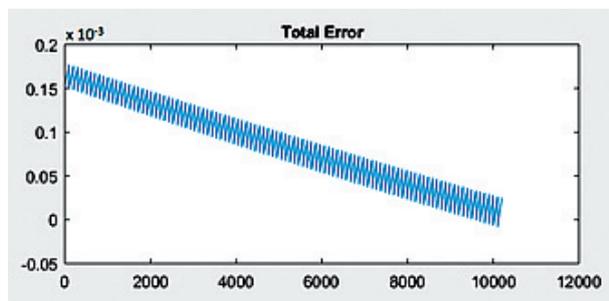


Рис. 10. Изменение ошибки позиционирования робота-манипулятора

1.	Name	anfis1
2.	Type	sugeno
3.	Inputs/Outputs	[2 1]
4.	NumInputMFs	[7 7]
5.	NumOutputMFs	49
6.	NumRules	49
7.	AndMethod	prod
8.	OrMethod	max
9.	ImpMethod	prod
10.	AggMethod	sum
11.	DefuzzMethod	wtaver

Рис. 11. Окно завершения обучения сети ANFIS для `anfis1`

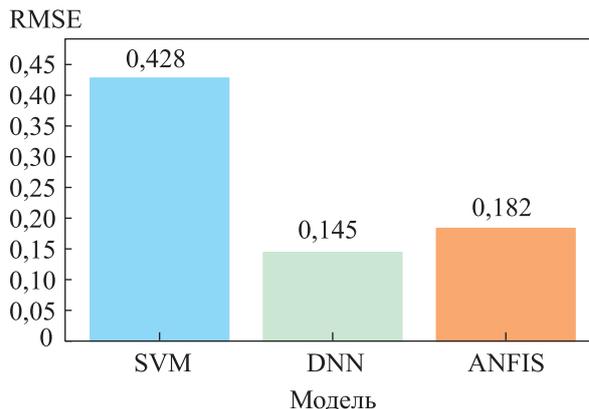


Рис. 12. Значения RMSE для различных моделей

**Сравнительный анализ результатов.** Точность модели ANFIS определяли путем расчета корня из средней квадратичной ошибки (Root Mean Squared Error — RMSE), сравнивая с точностью методов опорных векторов (Support Vector Machine — SVM) и глубокой нейронной сети (Deep Neural Network — DNN). Результаты расчета RMSE для трех моделей приведены на рис. 12. Видно, что у ANFIS  $RMSE \approx 0,182$ , что ниже, чем у SVM ( $RMSE \approx 0,428$ ), но немного выше, чем у DNN ( $RMSE \approx 0,145$ ). Это свидетельствует об удовлетворительной точности ANFIS при значительно меньших вычислительных затратах и лучшей интерпретируемости модели по сравнению с DNN и SVM.

## Выводы

1. Предложено эффективное решение задачи обратной кинематики для робота-манипулятора с шестью степенями свободы, состоящего из пяти вращательных сочленений и одного призматического, с использованием системы ANFIS. Предложенный подход использует результаты расчета прямой задачи кинематики для обучения модели, что позволяет избежать сложных аналитических расчетов. Полученные результаты показали, что модель ANFIS имеет среднюю квадратичную ошибку  $RMSE \approx 0,182$ , что демонстрирует приемлемую точность и устойчивость.

2. Сравнительный анализ с методами машинного обучения SVM и DNN подтвердил конкурентоспособность ANFIS по точности при значительно меньших вычислительных затратах. Следует отметить, что текущая модель ориентирована только на позиционирование рабочего органа и не учитывает его ориентацию, что

ограничивает ее применение в задачах, требующих полного управления положением и ориентацией.

3. В дальнейшем запланированы расширение модели с учетом ориентации, динамики робота-

манипулятора и реализация устойчивых методов обучения, направленных на повышение точности и надежности в зашумленных и нестабильных условиях.

## Литература

- [1] Shah M.F., Khan N.A., Jamwal P.K. Inverse kinematics solution for a six-degree-of-freedom upper limb rehabilitation robot using deep learning models. *Neural Comput. & Applic.*, 2025, doi: <https://doi.org/10.1007/s00521-025-11222-5>
- [2] Huang H., Arogbonlo A., Yu S. et al. Adaptive neuro-fuzzy inference system based active force control with iterative learning for trajectory tracking of a biped robot. *Int. J. Syst. Sci.*, 2025, vol. 56, no. 6, pp. 1171–1188, doi: <https://doi.org/10.1080/00207721.2024.2420069>
- [3] Barhaghtalab M.H., Sepestanaki M.A., Mobayen S. et al. Design of an adaptive fuzzy-neural inference system-based control approach for robotic manipulators. *Appl. Soft Comput.*, 2023, vol. 149-A, art. 110970, doi: <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2023.110970>
- [4] Sarhan R.A., Rashid Z.H., Hassan M.S. Motion control of 3-DoF delta robot using adaptive neuro fuzzy inference system. *Int. J. Comput. Vis. Robot.*, 2025, vol. 15, no. 7, pp. 1–16, doi: <https://dx.doi.org/10.1504/IJCVR.2025.143990>
- [5] Ben Hazem Z., Guler N., Altaif A.H. A study of advanced mathematical modeling and adaptive control strategies for trajectory tracking in the Mitsubishi RV-2AJ 5-DOF Robotic Arm. *Discov. Robot.*, 2025, vol. 1, art. 2, doi: <https://doi.org/10.1007/s44430-025-00001-5>
- [6] Monfared P., Fei X., Peng W. Computation of inverse kinematics of redundant manipulator using particle swarm optimization algorithm and its combination with artificial neural networks. *Eng. Proc.*, 2024, vol. 76, no. 1, art. 58, doi: <https://doi.org/10.3390/engproc2024076058>
- [7] Lu J., Zou T., Jiang X. A neural network based approach to inverse kinematics problem for general six-axis robots. *Sensors*, 2022, vol. 22, no. 22, art. 8909, doi: <https://doi.org/10.3390/s22228909>
- [8] Zafar M.H., Moosavi S.K.R., Sanfilippo F. Inverse kinematic modelling of a 3-DOF robotic manipulator using hybrid deep learning models. *Procedia CIRP*, 2023, vol. 120, pp. 213–218, doi: <https://doi.org/10.1016/j.procir.2023.08.038>
- [9] Alwardat M.Y., Alwan H.M. Forward and inverse kinematics of a 6-dof robotic manipulator with a prismatic joint using MATLAB robotics toolbox. *IJATEE*, 2024, vol. 11, no. 117, pp. 1097–1111, doi: <https://doi.org/10.19101/IJATEE.2024.111100210>
- [10] Альвардат М.Й., Ал-Араджи Х.М., М'боло О.Э.Л. и др. Геометрический вывод Якобиана для шести степеней свободы с призматическим сочленением. *Робототехника и техническая кибернетика*, 2024, т. 12, № 4, с. 261–269, doi: <https://doi.org/10.31776/RTCJ>
- [11] Alwardat M.Y., Alwan H.M., Kochneva O.V. Comprehensive kinematic analysis for optimal performance of a 6-DOF robotic manipulator with prismatic joint (RRRRRP). *Russ. Engin. Res.*, 2024, № 11, с. 1640–1647, doi: <https://doi.org/10.3103/S1068798X24702691>
- [12] Альвардат М.Я., Ал-Аражи Х.М. Обзор интеллектуальных методов управления манипуляторами с жесткими звеньями. *Автоматизация. Современные технологии*, 2023, т. 77, № 10, с. 466–474, doi: <https://doi.org/10.36652/0869-4931-2023-77-10-466-474>
- [13] Альвардат М.Я., Алван Х.М., М'боло О.Э. и др. Исследование сингулярности роботов-манипуляторов. *Автоматизация. Современные технологии*, 2024, т. 78, № 4, с. 173–179, doi: <https://doi.org/10.36652/0869-4931-2024-78-4-173-179>
- [14] Saeedi B., Mohammadi Moghaddam M., Sadedel M. Inverse kinematics analysis of a wrist rehabilitation robot using artificial neural network and adaptive Neuro-Fuzzy inference system. *Mech. Based Des. Struct. Mach.*, 2024, vol. 52, no. 12, pp. 10439–10487, doi: <https://doi.org/10.1080/15397734.2024.2356066>

## References

- [1] Shah M.F., Khan N.A., Jamwal P.K. Inverse kinematics solution for a six-degree-of-freedom upper limb rehabilitation robot using deep learning models. *Neural Comput. & Applic.*, 2025, doi: <https://doi.org/10.1007/s00521-025-11222-5>
- [2] Huang H., Arogbonlo A., Yu S. et al. Adaptive neuro-fuzzy inference system based active force control with iterative learning for trajectory tracking of a biped robot. *Int. J. Syst. Sci.*, 2025, vol. 56, no. 6, pp. 1171–1188, doi: <https://doi.org/10.1080/00207721.2024.2420069>
- [3] Barhaghtalab M.H., Sepestanaki M.A., Mobayen S. et al. Design of an adaptive fuzzy-neural inference system-based control approach for robotic manipulators. *Appl. Soft Comput.*, 2023, vol. 149-A, art. 110970, doi: <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2023.110970>
- [4] Sarhan R.A., Rashid Z.H., Hassan M.S. Motion control of 3-DoF delta robot using adaptive neuro fuzzy inference system. *Int. J. Comput. Vis. Robot.*, 2025, vol. 15, no. 7, pp. 1–16, doi: <https://dx.doi.org/10.1504/IJCVR.2025.143990>
- [5] Ben Hazem Z., Guler N., Altaif A.H. A study of advanced mathematical modeling and adaptive control strategies for trajectory tracking in the Mitsubishi RV-2AJ 5-DOF Robotic Arm. *Discov. Robot.*, 2025, vol. 1, art. 2, doi: <https://doi.org/10.1007/s44430-025-00001-5>
- [6] Monfared P., Fei X., Peng W. Computation of inverse kinematics of redundant manipulator using particle swarm optimization algorithm and its combination with artificial neural networks. *Eng. Proc.*, 2024, vol. 76, no. 1, art. 58, doi: <https://doi.org/10.3390/engproc2024076058>
- [7] Lu J., Zou T., Jiang X. A neural network based approach to inverse kinematics problem for general six-axis robots. *Sensors*, 2022, vol. 22, no. 22, art. 8909, doi: <https://doi.org/10.3390/s22228909>
- [8] Zafar M.H., Moosavi S.K.R., Sanfilippo F. Inverse kinematic modelling of a 3-DOF robotic manipulator using hybrid deep learning models. *Procedia CIRP*, 2023, vol. 120, pp. 213–218, doi: <https://doi.org/10.1016/j.procir.2023.08.038>
- [9] Alwardat M.Y., Alwan H.M. Forward and inverse kinematics of a 6-dof robotic manipulator with a prismatic joint using MATLAB robotics toolbox. *IJATEE*, 2024, vol. 11, no. 117, pp. 1097–1111, doi: <https://doi.org/10.19101/IJATEE.2024.111100210>
- [10] Alvardat M.Y., Al-Aradzhi Kh.M., Mbolo O.E.L. et al. Geometric derivation of the Jacobian for six degrees of freedom with prismatic joint. *Robototekhnika i tekhnicheskaya kibernetika* [Robotics and Technical Cybernetics], 2024, vol. 12, no. 4, pp. 261–269, doi: <https://doi.org/10.31776/RTCJ> (in Russ.).
- [11] Alwardat M.Y., Alwan H.M., Kochneva O.V. Comprehensive kinematic analysis for optimal performance of a 6-DOF robotic manipulator with prismatic joint (RRRRRP). *Russ. Engin. Res.*, 2024, no. 11, pp. 1640–1647, doi: <https://doi.org/10.3103/S1068798X24702691>
- [12] Alvardat M.Ya., Al-Arazhi Kh.M. Review of intelligent control methods for manipulators with rigid links. *Avtomatizatsiya. Sovremennye tekhnologii* [Automation. Modern Technologies], 2023, vol. 77, no. 10, pp. 466–474, doi: <https://doi.org/10.36652/0869-4931-2023-77-10-466-474> (in Russ.).
- [13] Alvardat M.Ya., Alvan Kh.M., M'bolo O.E. et al. Research of the robot-manipulators singularity. *Avtomatizatsiya. Sovremennye tekhnologii* [Automation. Modern Technologies], 2024, vol. 78, no. 4, pp. 173–179, doi: <https://doi.org/10.36652/0869-4931-2024-78-4-173-179> (in Russ.).
- [14] Saeedi B., Mohammadi Moghaddam M., Sadedel M. Inverse kinematics analysis of a wrist rehabilitation robot using artificial neural network and adaptive Neuro-Fuzzy inference system. *Mech. Based Des. Struct. Mach.*, 2024, vol. 52, no. 12, pp. 10439–10487, doi: <https://doi.org/10.1080/15397734.2024.2356066>

## Информация об авторах

**АЛЬВАРДАТ Мохаммад Ясин** — аспирант Высшей школы автоматизации и робототехники. Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (195251, Санкт-Петербург, Российская Федерация, Политехническая ул., д. 29, e-mail: Moh.alwardat@yahoo.com).

**АЛ-АРАЖИ Хасан Мохаммед** — профессор. Технологический университет (19006, Багдад, Ирак, e-mail: hassana@mail.ru).

## Information about the authors

**ALWARDAT Mohammad Yasin** — Postgraduate, Higher School of Automation and Robotics. Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (195251, St. Petersburg, Russian Federation, Politechnicheskaya St., Bldg. 29, e-mail: Moh.alwardat@yahoo.com).

**AL-ARAZHI Hassan Mohammed** — Professor. University of Technology (19006, Baghdad, Iraq, e-mail: hassana@mail.ru).

### Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Альвардат М.Я., Ал-Аражи Х.М. Адаптивная система нейро-нечеткого вывода ANFIS для кинематики с шестью степенями свободы и призматическим шарниром. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2026, № 2, с. 14–24.

### Please cite this article in English as:

Alwardat M.Y., Al-Arazhi Kh.M. ANFIS Adaptive Neuro-fuzzy Inference System for six-degree-of-freedom kinematics with prismatic joint. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2026, no. 2, pp. 14–24.



Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана  
предлагает читателям монографию

### «Технологии высокопроизводительных интеллектуальных систем мультимодальной аналитической обработки разнородных данных»

**Авторы: А. Н. Алфимцев, Д. В. Березкин и др.**

Представлены результаты исследований развития аппаратных и программных средств для создания высокопроизводительных интеллектуальных систем. Описаны перспективные технологии искусственного интеллекта, способные обрабатывать графы знаний, имеющие более совершенные аналитические возможности, приближенные к деятельности человека, в частности искусственные нейро-, синергические и семантические сети. Рассмотрены методы эмерджентной самоорганизации мультиагентных систем. Проанализированы возможности применения технологий искусственного интеллекта для обеспечения безопасности авиapolетов.

Для профессорско-преподавательского состава вузов, научно-педагогических работников и исследователей цифровых технологий и искусственного интеллекта.

### По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.  
Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;  
press@bmstu.ru; <https://press.bmstu.ru>