

Энергетика и электротехника

УДК 621.43:519.8

Модель скачка сечения с расходной характеристикой, алгоритм вычислений и валидация для нестационарного течения газа^{*}

Р.Д. Еникеев, А.А. Черноусов

Уфимский университет науки и технологий

A model of flow through an area discontinuity with a discharge coefficient: computation algorithm and validation for unsteady gas flow

R.D. Enikeev, A.A. Chernousov

Ufa University of Science and Technology

Предложены алгоритмы расчета газодинамических потоков по модели местного сопротивления с постоянным коэффициентом расхода C_d . В основу расчета потоков положено решение задачи о распаде разрыва на границе трубопроводов с разными сечениями. Разработаны процедуры расчета распада разрыва, позволяющие встроить модель местного сопротивления в вычисления нестационарных течений газа по одномерной модели. Для медленных течений газа (примерно до числа Маха 0,07 в суженной струе на местном сопротивлении) предложена линеаризованная процедура, сходящаяся за три–четыре итерации. Для общего случая создана итерационная процедура решения уравнений модели распада разрыва с газодинамическими функциями. Модель встроена в пакет ALLBEA и прошла валидацию на экспериментах с волнами конечной амплитуды. Сравнением с данными измерений давлений в сечениях составного трубопровода подтверждена корректность модели и процедур. Разработка вносит вклад в развитие отечественного программного обеспечения для расчета газообмена тепловых двигателей и других систем.

EDN: BKLIZN, <https://elibrary/bklizn>

Ключевые слова: нестационарное течение, 1D-модель, местное сопротивление, коэффициент расхода, составной трубопровод, волны конечной амплитуды

This paper presents algorithms for computing gas-dynamic fluxes using a local resistance model with a constant discharge coefficient C_d . Computation of fluxes are based on the solution of the Riemann problem at the junction of pipelines with different cross-sections. The developed Riemann problem solvers enable the embedding of the local resistance model into one-dimensional simulations of unsteady gas flows. For low-speed flows (approximately

^{*} Исследование выполнено при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках Государственного задания № FEUE-2023-0007 (УУНИТ).

below Mach number 0.07 in the vena contracta at the discontinuity), a linearized procedure is proposed, which converges within 3–4 iterations. For the general case, an iterative procedure for solving the Riemann problem model equations using gas-dynamic functions is presented. The model has been implemented into the ALLBEA software package and validated against experiments with finite-amplitude waves. The correctness of the computations is confirmed by comparison with measured pressure data in sections of a compound pipeline. This applied development contributes to the advancement of domestic software for simulating gas exchange processes in internal combustion engines and other systems.

EDN: BKLIZN, <https://elibrary/bklizn>

Keywords: unsteady flow, 1D model, local resistance, discharge coefficient, compound pipeline, finite-amplitude waves

Оптимизация рабочих процессов тепловых двигателей и энергетических установок в значительной степени зависит от точности моделирования нестационарного (волнового) течения газа в газоздушных и гидравлических трактах. Для моделирования широко используют прикладное программное обеспечение (ПО), основанное на экономичных одномерных (1D) моделях. На их адекватность существенно влияет описание границ, особенно в местах резкого изменения геометрических характеристик на скачках площади поперечного сечения трубопровода. В этих точках течение описывают моделями местного сопротивления (МС) и границ другого типа.

Для расчета рабочих процессов двигателя внутреннего сгорания (ДВС) по 1D-модели применяют специализированные пакеты, такие как GT-SUITE (включая модуль GT-POWER), AVL iceSUITE (с функционалом AVL BOOST) и Ricardo WAVE [1–3], которые позволяют задавать экспериментальные характеристики элементов проточных частей. Модели МС в этих пакетах замыкают, подставляя расходные характеристики, представляющие собой коэффициент расхода C_d в функции отношения давлений и других параметров (в пределе — с постоянным значением). На всех стадиях алгоритма обновления по времени необходимо решать локальные задачи о распаде разрыва (РР) на границах элементов, вычисляя потоки массы, импульса и энергии согласованно с 1D-моделью.

В настоящее время динамично развивается отечественное ПО для инженерных расчетов ДВС, в частности пакет ALLBEA [4]. Необходимы проверенные модели, реализованные эффективными и надежными алгоритмами, и в первую очередь модели МС (включая такие элементы проточных частей газоздушных трактов ДВС, как клапаны и окна).

Для их внедрения и совершенствования необходимо выполнить следующее:

- выбрать и отработать эффективные (и точные, и линеаризованные) процедуры расчета РР для встраивания в солвер уравнений 1D-моделей с учетом предъявляемых требований;
- обеспечить устойчивость и сходимость процедур для всего диапазона возможных режимов течения (дозвуковых и сверхкритических) и разных моделей МС, начиная с простых и практичных расходных характеристик с постоянными коэффициентами расхода C_d ;
- провести валидацию моделей МС и вычислительных процедур, встроенных в алгоритмы программы-решателя (солвера) нестационарных задач по 1D-моделям.

Актуальность этого направления подтверждают недавние работы в области газодинамики трактов ДВС [5–7], развивающие методологию моделирования нестационарных течений. В этих исследованиях потоки на границах проточных элементов вычисляются путем решения обобщенных задач о РР [8, 9]. В частности, в статье [5] на основе линеаризованной схемы Годунова предложен практический метод расчета, обеспечивающий моделирование инерционного наддува. Развитием этого подхода является работа [6], где для расчета потоков на границах использованы нестационарные газодинамические функции, что позволяет моделировать волновые процессы значительной амплитуды без выделения особенностей течения.

Отдельного внимания заслуживает вопрос адекватного задания коэффициента расхода. В работах [5–7] использованы интегральные коэффициенты, определяемые экспериментально. Так, предложена методика построения универсальных карт коэффициента расхода, основанная на критериях подобия и аналитическом описании потерь [7]. Несмотря на эффек-

тивность, подход оставляет открытым вопрос раздельного учета факторов (отрыва, трения, конусности канала), что ограничивает универсальность моделей при существенном изменении геометрических характеристик. Таким образом, становится актуальным развитие методов идентификации, позволяющих раздельно учитывать эти эффекты в методиках обработки продувок с привлечением данных 3D-моделирования.

Цель исследования — разработка, программная реализация и экспериментальная валидация алгоритмов расчета нестационарных течений через скачки сечения трубопроводов, замкнутых моделью МС с постоянным коэффициентом расхода C_d , для их интеграции в пакет ALLBEA.

Для достижения этой цели требовалось решить следующие задачи:

- разработать на основе модели РР [9]:
 - универсальный итерационный алгоритм решения системы нелинейных уравнений, описывающих течение газа через МС с коэффициентом расхода C_d и произвольными значениями числа Маха при РР;
 - эффективный линеаризованный алгоритм для медленного течения при РР;
 - реализовать их в стандартизированной функции прикладной библиотеки `gasdup` пакета ALLBEA, обеспечив тестирование и встраивание в вычислительное ядро солвера пакета;
 - выполнить валидацию реализованной модели и алгоритмов путем сравнения результатов 1D-расчетов в ALLBEA с экспериментальными данными [10, 11] по распространению волн конечной амплитуды в трубопроводе с шайбами в качестве МС.

Новизна работы заключается в разработке и описании процедур расчета РР для МС с коэффициентом расхода C_d и в приведенных результатах валидации модели МС, встроенной с помощью этих процедур в 1D-расчеты, на экспериментах с волнами конечной амплитуды в составном трубопроводе.

Практическая значимость разработки определяется вкладом в развитие отечественного ПО для моделирования процессов, а именно:

- предоставление инженерам-расчетчикам надежного инструмента для моделирования потерь на скачках сечения;
- создание основы для встраивания в ПО моделей клапанов и окон поршневых ДВС, основанных на расходных характеристиках;

- повышение на этой основе точности расчета нестационарных процессов в трактах ДВС и энергоустановок.

Модели и расчетные процедуры. В основе численного расчета течения газа через скачок сечения по модели МС лежит решение задачи о РР на границе элементов тракта. В состав схемы расчета РР для конфигурации МС на скачке площади сечения (рис. 1) входят:

- модель течения после РР с уравнениями для волн Римана в сопрягаемых каналах и условиями на контактном разрыве и квазистационарная модель МС с расходной характеристикой, заданной коэффициентом C_d и уравнением для теоретического расхода газа $G_{\text{теор}}$;
- два алгоритма решения системы уравнений РР: эффективная линеаризованная процедура для малых скоростей потока и универсальный итерационный алгоритм для произвольных режимов течения.

Модель течения при РР. Рассмотрим модель стационарного адиабатического течения газа с постоянными теплоемкостями на переходе из канала в канал. В соответствии с геометрической 1D-моделью тракта такой переход — скачок площади сечения $F(x)$. Модель МС описывает течение через такой переход с коэффициентом расхода C_d между сечениями сопрягаемых каналов (приведенным к скачку сечения). В основу процедур расчета потоков в этих сечениях при расчете по 1D-модели положена модель РР на скачке сечения, базирующаяся на данных работы [9], со схемой расчета, показанной на рис. 1.

Задача о РР (см. рис. 1) решается для нахождения величин в зонах 4 и 3 (и в зоне 2), когда на концах каналов (в зонах $i = 1, 5$) заданы следующие параметры: p_i, T_i и u_i — параметры состояния (давление, температура) и скорости; F_i — площади сечения; R_i — газовые постоянные; $\gamma_i = (c_p)_i / (c_v)_i$ — отношения удельной теплоемкости газа при постоянном давлении c_p к таковой при постоянном объеме c_v .

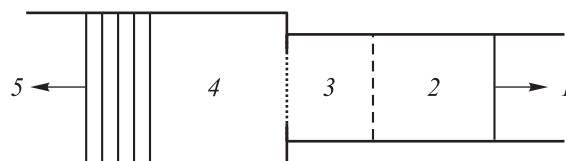


Рис. 1. Схема расчета РР на скачке площади сечения

Как и в работе [9], будем использовать на контактном разрыве соотношения

$$u_3 = u_2; \quad p_3 = p_2$$

и описывать простые волны уравнениями для волн Римана

$$p_4 / p_5 = \pi_4'' / \pi_5'' \dots; \quad p_2 / p_1 = \pi_2' / \pi_1' \dots$$

Однако, в отличие от [9], замыкаем модель МС не характеристикой потерь полного давления, а расходной.

При сделанных допущениях расход газа

$$G = C_d(\beta) G_{\text{теор}},$$

где $C_d(\beta)$ — коэффициент расхода, определяемый для автомодельного по числу Рейнольдса течения заданного газа через МС с заданными геометрическими характеристиками как функция отношения статического давления на выходе из МС p_3 к полному давлению на входе в МС p_4^* , $\beta = p_3 / p_4^*$.

Для изоэнтропного течения в сужающемся сопле [12, 13] с учетом запираания на его срезе, где площадь сечения равна F_c , теоретический расход газа

$$G_{\text{теор}} = F_c \frac{p_4^*}{\sqrt{T_4^*}} \sqrt{\frac{\gamma}{R}} f(\beta, \gamma).$$

Здесь T_4^* — полная температура на входе в МС; $\gamma = \gamma_4 = \gamma_5$; $R = R_4 = R_5$;

$$f = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left(\beta^{\frac{2}{\gamma}} - \beta^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right)} & \text{при } \beta > \pi_{\text{кр}}; \\ \sqrt{\gamma \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} & \text{при } \beta \leq \pi_{\text{кр}}, \end{cases}$$

где $\pi_{\text{кр}}$ — критическое отношение давлений, для которого на срезе сопла достигается звуковая скорость при изоэнтропическом течении,

$$\pi_{\text{кр}} = \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}.$$

Уравнение $G_3 = G_4 = G$ модели МС выражает сохранение массы, а $(Gh^*)_3 = (Gh^*)_4$ — сохранение энергии в потоке через МС, где $h^* = h + u^2/2$ — полная удельная энтальпия, для совершенного газа $h^* = c_p T^*$. Тогда из равенств потоков массы и энергии следует равенство полных температур: $T_3^* = T_4^*$. Параметры задачи о РР на скачке сечения приводятся к схеме течения вправо (см. рис. 1) при $p_5'' > p_1'$, где

$p_5'' = p_5 / \pi_5''$ и $p_1' = p_1 / \pi_1'$ — давления нестационарно заторможенного потока.

При ничтожно малом перепаде давлений, например, при $0 < p_5'' - p_1' < \varepsilon p_1'$, где $\varepsilon = 5 \cdot 10^{-6}$, а также при ничтожно малом эффективном проходном сечении: $C_d F_c \ll \min(F_1, F_5)$, можно использовать тривиальное решение с нулевыми потоками массы ($G=0$) и энергии ($Gh^*=0$), а потоки импульса в сечениях 4 и 3 принимать равными $I_4 = G_4 u_4 + p_4 F_4 = p_5'' F_5$ и $I_3 = G_3 u_3 + p_3 F_3 = p_1' F_1$.

В противном случае необходимо определять скорости и расходы газа при РР, применяя итерационный алгоритм по описанной исходной модели РР на МС, но для медленного течения можно рассчитать РР по модели с постоянной плотностью на МС.

Случай медленных течений. Задача о РР решается в приближении постоянной плотности на МС: $\rho_4 = \rho_3 = \rho$. Критерий $p_5'' - p_1' < 0,05 p_1'$ с запасом соответствует числу Маха $M < 0,07$ в сужении струи на МС (когда допустимо пренебречь сжимаемостью). При столь малых разностях давлений допустимо привлечь и линеаризованную характеристическую форму уравнений 1D-модели (опустив члены, которые учитывали бы переменное сечение канала и путевые потери).

Тогда система уравнений модели РР (с неизвестными G , p_4 , u_4 , ρ , p_3 и u_3) принимает вид

$$G = G_4 = \rho u_4 F_4 = C_d G_{\text{теор}} = 4 C_d F_c \sqrt{\rho \left(p_4 + \frac{\rho u_4^2}{2} - p_3 \right)};$$

$$u_3 F_1 = u_4 F_5; \quad T_3 + \frac{u_3^2}{2(c_p)_5} = T_4 + \frac{u_4^2}{2(c_p)_5};$$

$$u_4 = u_5 - \frac{p_4 - p_5}{\rho_5 c_5}; \quad u_3 = u_1 + \frac{p_3 - p_1}{\rho_1 c_1}; \quad \rho = \rho_5 + \frac{p_4 - p_5}{c_5^2},$$

где c — скорость звука, $c = \sqrt{\gamma p / \rho}$.

Исключение переменных дает квадратное уравнение

$$a u_4^2 + b u_4 + c = 0$$

с коэффициентами

$$a = \rho \left[F_5^2 - (C_d F_c)^2 \right]; \quad b = 2 K_2 C_d F_c; \quad c = -2 K_1 C_d F_c,$$

где

$$K_1 = p_5 - p_1 + \rho_5 c_5 u_5 + \rho_1 c_1 u_1; \quad K_2 = \rho_5 c_5 + \rho_1 c_1 F_5 / F_1.$$

Итерационная процедура решения на основе метода последовательных приближений включает в себя следующие этапы.

1. Инициализация

$$\rho^{(0)} = \rho_5.$$

2. Итерационное уточнение. Для $n = 1, 2, \dots$:

$$u_4^{(n)} = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4a^{(n)}c}}{2a^{(n)}}; \quad p_4^{(n)} = p_5 - (\rho_5 c_5) [u_4^{(n)} - u_5];$$

$$\rho^{(n+1)} = \rho_5 + \frac{p_4^{(n)} - p_5}{c_5^2}; \quad a^{(n+1)} = \rho^{(n+1)} [F_5^2 - (C_d F_c)^2].$$

3. Довычисление величин. После сходимости (после трех–четырёх итераций)

$$T_4 = \frac{p_4}{\rho R}; \quad T_3 = T_4 + \frac{u_4^2 - u_3^2}{2c_p}.$$

Общий случай: произвольные числа Маха.

При невыполнении критерия медленного течения применяется итерационный алгоритм общего вида. Процедура расчета РР по этому алгоритму решает систему уравнений, описывающих: распространение плоских волн Римана в примыкающих к МС каналах; условия на контактом разрыве и стационарное течение газа через МС с заданным коэффициентом расхода C_d .

Алгоритм использует метод хорд на двух уровнях: внешние итерации по числу Маха на входе в МС (в зоне 4) и внутренние итерации по числу Маха (в зоне 2) M_2 для каждого значения M_4 , заданного во внешней итерации.

Внешняя итерационная процедура состоит из трех этапов.

1. Ввод исходных данных. В качестве условий задачи о РР задаем параметры в зонах 5 и 1 (см. рис. 1) — $p_5, T_5, u_5, F_5, \gamma_5, R_5$ (слева от МС) и $p_1, T_1, u_1, F_1, \gamma_1, R_1$ (справа от МС) и параметр модели — эффективное постоянное сечение $C_d F_c$.

2. Начальное приближение. Описанный алгоритм для медленного течения при РР (даже в варианте без итераций) даст полезное приближение $(M_4)_{\text{лин}}$. Отрезок, содержащий корень $M_4 \in [a_1; b_1]$, определяем сканированием от $M_4^{(1)} = \Delta M_4^{(1)}$ и далее с шагом $\Delta M_4^{(n+1)} = C_2 \Delta M_4^{(n)}$, где $\Delta M_4^{(1)} = C_1 (M_4)_{\text{лин}}$; n — номер вычисления на этапе сканирования; $C_1 = 0,3$ и $C_2 = 0,9$ — параметры алгоритма. Выявив на оси M_4 интервал $[a_1; b_1]$ с разными знаками невязки на концах, процедура уточняет внутри него методом хорд с высокой точностью корень M_4 и решение задачи о РР.

3. Вычисление невязки (во внешних итерациях). По значениям $M_4^{(n)}$ определяются давление p_4 , температура T_4 , полные параметры p_4^* , T_4^* и расход газа G_4 с помощью газодинамических функций нестационарного и стационарного изоэнтропного торможения и приведенного расхода:

$$T_4^{(n)} = T_5'' \tau''(M_4^{(n)}, \gamma_5); \quad (T_4^*)^{(n)} = \frac{T_4^{(n)}}{\tau(M_4^{(n)}, \gamma_5)};$$

$$(p_4^*)^{(n)} = p_5'' \left[\frac{(T_4^*)^{(n)}}{T_5''} \right]^{\frac{\gamma_5}{\gamma_5 - 1}};$$

$$G_4^{(n)} = m(\gamma_5, R_5) \frac{q(M_4^{(n)}, \gamma_5) (p_4^*)^{(n)} F_5}{\sqrt{(T_4^*)^{(n)}}}.$$

Затем вызывается процедура внутренних итераций, которая вычисляет величины в зоне 3, в том числе расход газа $G_3^{(n)}$, как описано далее. Невязка $\delta_1(M_4^{(n)}) = G_3^{(n)} - G_4^{(n)}$ используется для вычисления нового приближения $M_4^{(n+1)}$ по стандартной формуле метода хорд.

Внутренняя итерационная процедура вызывается каждый раз для вычисления невязки δ_1 . Она использует расчетную схему и уравнения РР с истечением из емкости с параметрами p_4^* и T_4^* (номера вычислений во внешних вычислениях здесь опускаем) и включает в себя следующие три этапа.

1. Ввод исходных данных. Для внутренних итераций внешняя итерация задает полные параметры на входе в МС: p_4^* , T_4^* и расход G_4 , принимаются $\gamma_3 = \gamma_4 = \gamma_5$ и $R_3 = R_4 = R_5$; из условий задачи о РР берутся нестационарно заторможенные давление p_1' и температура T_1' в канале (в зоне 1) и также $\gamma_2 = \gamma_1$, $R_2 = R_1$ и постоянная $C_d F_c$. На внутренних итерациях вычисляются: статические давление p_3 и температура T_3 , скорость u_3 , число Маха M_3 , расход газа на выходе из МС G_3 и невязка δ_2 .

2. Начальное приближение. Для внутренних итераций по числу Маха M_2 используется приближение $(M_2)_{\text{лин}} = (M_4)_{\text{лин}} (F_4/F_2)$, в основе которого лежат допущение медленной процедуры РР о том, что $\rho_3 = \rho_4$, и грубые допущения о том, что $c_3 = c_2$ и $\rho_3 = \rho_2$, и об идентичности свойств газов по обе стороны от контактного разрыва. Однако, как и во внешних итерациях, интервал с корнем $M_2 \in [a_2; b_2]$ для уточнения методом хорд надежно определяется сканированием от $M_2^{(1)} = \Delta M_2^{(1)}$ и далее с шагом $\Delta M_2^{(m+1)} = C_4 \Delta M_2^{(m)}$, где $\Delta M_2^{(1)} = C_3 (M_2)_{\text{лин}}$; m — номер вычисления на этапе сканирования; C_3 и C_4 — параметры алгоритма.

3. Вычисления невязки (во внутренних итерациях). Выполняются аналогично внешним итерациям: при сканировании по M_2 и уточнении решения по методу хорд по заданному на итерации $M_2^{(m)}$ в данном случае вычисляются

сначала скорость звука в зоне 3 и скорости потока и давления газа в зонах 2 и 3:

$$c_2^{(m)} = (c_2' = c_1')(\alpha_2')^{(m)} = \frac{c_1'}{1 - \frac{\gamma_1 - 1}{2} M_2^{(m)}};$$

$$u_3^{(m)} = u_2^{(m)} = c_2^{(m)} M_2^{(m)}; \quad p_3^{(m)} = p_2^{(m)} = p_1' \left(\frac{c_2^{(m)}}{c_1'} \right)^{\frac{2\gamma_1}{\gamma_1 - 1}},$$

где $(\alpha_2')^{(m)} = \alpha'(M_2^{(m)})$ — по газодинамической функции нестационарного торможения [9].

Затем на той же (m) -й внутренней итерации по формуле, вытекающей из уравнений $c_3 = c_3^* \alpha(M_3, \gamma_3)$ и $c_3^* = c_4^* = \sqrt{\gamma_4 R_4 T_4^*}$, вычисляется число Маха

$$M_3^{(m)} = \frac{1}{\sqrt{\frac{c_4^*}{u_3^{(m)}} - \frac{\gamma_3 - 1}{2}}}$$

и расход в зоне 3

$$G_3^{(m)} = \rho_3^{(m)} u_3^{(m)} F_3.$$

Далее определяется невязка на внутренних итерациях

$$\delta_2(M_2^{(m)}) = G_3^{(m)} - G^{(m)},$$

где $G^{(m)} = G(p_4^*, T_4^*, p_3^{(m)}, \gamma_3, R_3, C_d F_c)$ — расход газа по модели МС.

Сходимость всего двухуровневого итерационного алгоритма достигается за семь–восемь внешних итераций, число которых незначительно зависит от отношения давлений p_3^*/p_1' в исходных данных задачи о РР.

Интеграция в пакет программ. Процедуры расчета РР для модели МС с расходной характеристикой встроены в расчетную программу (солвер) пакета ALLBEA [4]. Для этого доработан модуль на языке С, корректность функционирования которого подтверждена юнит-тестами, проверяющими вычисления для набора условий задач о РР.

Процедура модуля вызывается глобальным алгоритмом 1D-солвера и вычисляет газодина-

мические потоки через границы конечно-объемных ячеек, соответствующих скачкам сечения с заданной моделью МС. Процедура получает текущие параметры газа в прилегающих ячейках (зоны 5 и 1) и возвращает потоки массы, импульса и энергии через границу (в сечениях 4 и 3).

Валидация на экспериментальных данных.

Для оценки адекватности модели МС и корректности работы процедур в составе солвера пакета ALLBEA проведена валидация на экспериментальных данных по распространению волн конечной амплитуды в трубопроводе с установленным МС. Результаты численного моделирования сравнивали с данными натурных измерений давления газа в сечениях трубопровода.

Экспериментальная установка. Валидация выполнена на данных, полученных на одноцикловой установке [10] с трубопроводом и системой измерений. Описание и внешний вид установки приведены в работе [11].

Основными являлись два элемента:

- трубопровод длиной $L \approx 6,7$ м, составленный из двух участков внутренним диаметром $d \approx 24,2$ мм, с шайбами в качестве МС и датчиками быстро изменяющегося давления D_1 и D_2 (рис. 2);

- генератор волн с емкостью объемом $V = 748,2$ мм³, соединенной с трубопроводом через быстродействующий клапан.

В качестве МС выбраны четыре шайбы с номинальным диаметром отверстия $d_0 = 18, 14, 10$ и 6 мм. Исходные возмущения — волны разрежения амплитудой $\Delta p = -40$ кПа, регистрируемые датчиком давления D_1 .

Методика расчета. Процесс в трубопроводе рассчитан для пяти конфигураций (см. рис. 2): базовой (без шайбы) и с четырьмя шайбами. Численные расчеты нестационарного течения в трубопроводе с шайбами проведены в пакете ALLBEA [4]. Расчетная сетка содержа-

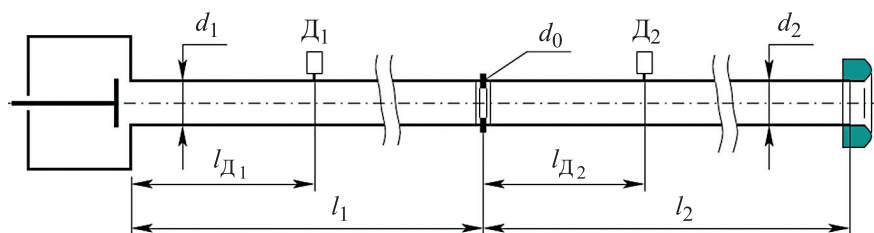


Рис. 2. Схема расчета трубопровода с датчиками D_1 и D_2 и шайбой (положения датчиков $l_{D1} = 781$ мм и $l_{D2} = 992$ мм)

ла 503 ячейки в трубе длиной $l_1 = 3028$ мм и 613 ячеек в трубе длиной $l_2 = 3692$ мм, что соответствует размеру ячейки $\Delta x \approx 6$ мм. Шаг по времени $\Delta t \approx 10^{-5}$ с.

Для расчета использованы следующие модели и данные:

- 1D-модели конфигурации трубопровода и динамики идеального газа (воздуха, $\gamma = 1,4$);
- модель течения в канале, основанная на модели, описанной в работе [14], с отличием, что в уравнении плотности теплового потока от стенки определяющей была полная температура T^* ;
- модель МС, замкнутая постоянным коэффициентом расхода C_d и встроенная в солвер через процедуры расчета РР; значения C_d и β для шайб разного номинального диаметра получены пересчетом данных из архива статических продувок [11], содержащих значения $\sigma = p_3^*/p_4^*$ и M_1 .

Для расчета приняты значения коэффициента расхода, приведенные в табл. 1.

Графические зависимости коэффициента расхода C_d от параметра β для четырех шайб приведены на рис. 3, где точки соответствуют измерениям, сплошные линии — аппроксимирующим зависимостям по данным работы [11].

Исходная волна разрежения в расчете задавалась граничным условием (ГУ) истечения на левом конце трубопровода, что позволило не описывать перетекание газа через подвижный клапан в емкость генератора волн (см. рис. 2). Задавалась параметризованная формула, определяющая зависимость давления газа от времени $p(t)$ в ГУ. Параметры формулы для каждого расчета подбирались автоматически. С применением программы ALLBEA OPTIM [15] минимизировались суммы квадратов разностей расчетных $p_{i \text{ расч}}$ и измеренных давлений $p_{i \text{ эксп}}$ в точках исходной волны разрежения на датчике D_1 :

$$\sum_{i=1}^N (p_{i \text{ расч}} - p_{i \text{ эксп}})^2.$$

Результаты и обсуждение. Зависимости давления газа p от времени t при отсутствии и наличии в трубопроводе шайбы с номинальным диаметром отверстия $d_0 = 18, 14, 10$ и

Таблица 1

Значения коэффициента расхода C_d

d_0 , мм	18	14	10	6
C_d	1,02	0,86	0,95	0,88

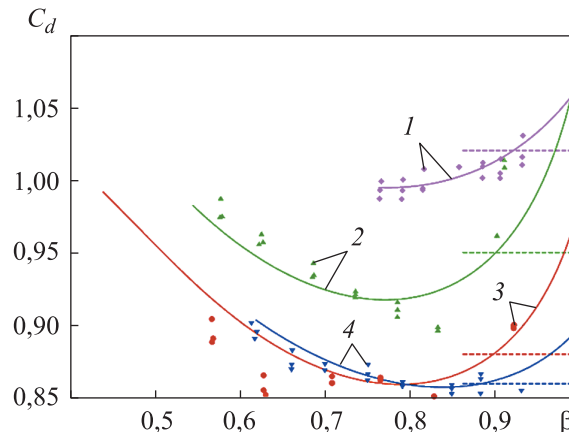


Рис. 3. Расчетные (точки) и аппроксимирующие (сплошные линии) зависимости коэффициента расхода C_d от β для шайб с номинальным диаметром отверстия $d_0 = 18$ (1), 10 (2), 6 (3) и 14 мм (4)

6 мм, полученные путем расчета и измерения датчиками D_1 и D_2 , приведены на рис. 4, а–д.

Качественный анализ графиков демонстрирует высокую степень соответствия расчетных данных измеренным значениям. Численная модель адекватно воспроизводит всю волновую картину: формирование, распространение, отражение и затухание волн. Особенно важно, что расчет корректно предсказывает изменение амплитуды и формы волн при взаимодействии с МС. Физически некорректных решений или численных артефактов не наблюдается.

Количественный анализ выявил две различные группы результатов, что потребовало их раздельного рассмотрения. Сначала выполнено сравнение с экспериментом по значениям амплитуд первых прошедших через шайбу и первых отраженных от нее волн (разрежения) — для трех конфигураций, где влияние МС на амплитуды этих волн является определяющим. Полученные данные приведены в табл. 2. Предельная погрешность экспериментальных измерений давления составляла 600...800 Па.

Из табл. 2 следует, что расхождение между расчетными и экспериментальными амплитудами составляет не более 2,64 %, т. е. не превышает погрешность измерений. Это доказывает адекватность модели МС с постоянным коэффициентом расхода C_d и корректность процедур решения задачи о РР, вычисляющих газодинамические потоки на МС на каждом этапе пересчета на шаге по времени.

Также выполнено сравнение расчетных и измеренных амплитуд первых отраженных от открытого конца трубы волн сжатия, прошедших

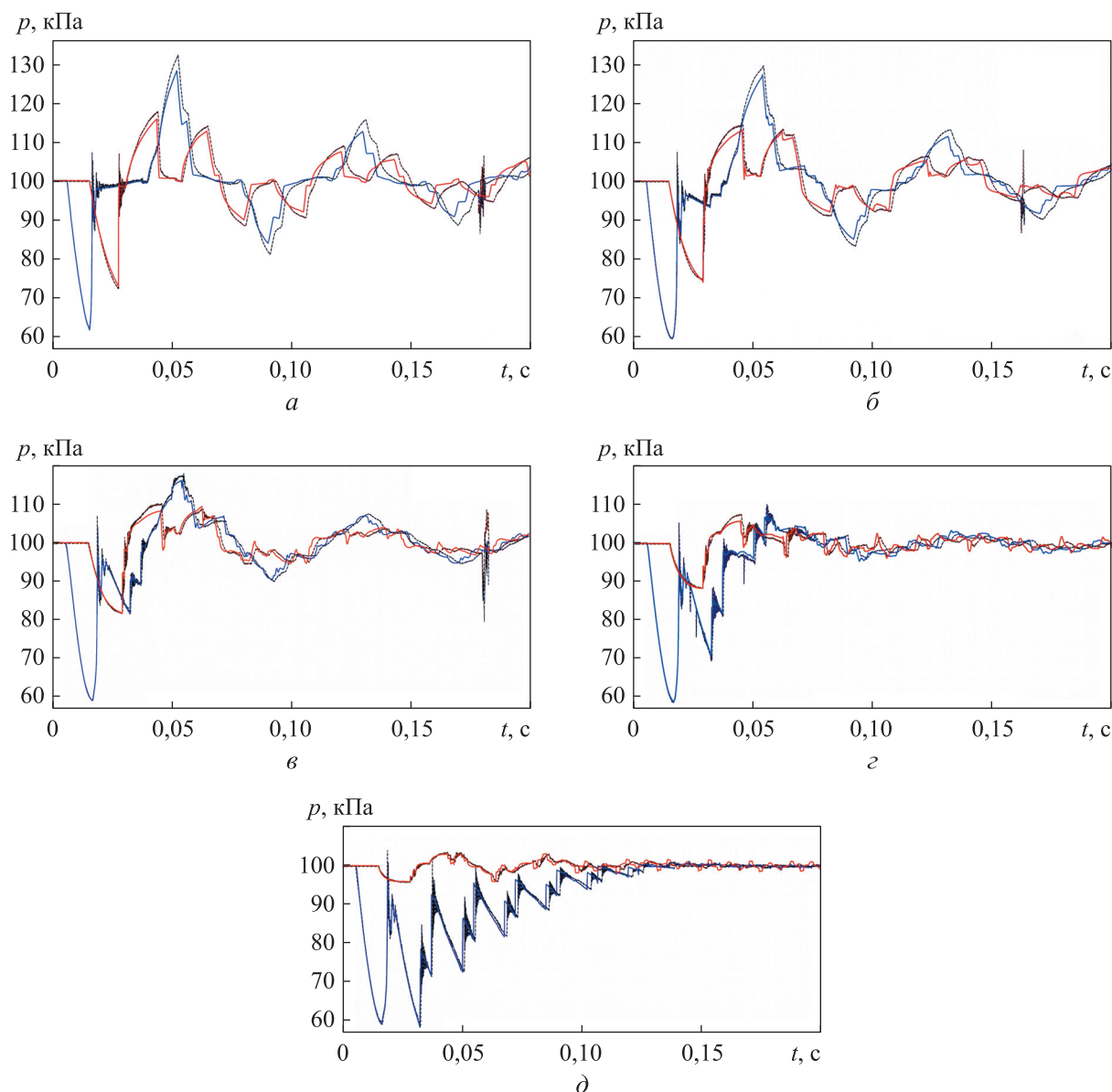


Рис. 4. Зависимости давления газа p от времени t при отсутствии (а) и наличии в трубопроводе шайбы с номинальным диаметром отверстия $d_0 = 18$ (б), 14 (в), 10 (г) и 6 мм (д):

----- и — результаты расчета и эксперимента, полученные датчиком Д₁;
 ----- и — результаты расчета и эксперимента, полученные датчиком Д₂

Таблица 2

Значения отклонений расчетных амплитуд волн от экспериментальных

Номинальный диаметр отверстия шайбы d_0 , мм	Датчик	Тип волны	Отклонение амплитуды	
			относительное, %	абсолютное, Па
14	Д ₂	Прошедшая	-0,40	+74
	Д ₁	Отраженная	-0,87	+159
10	Д ₂	Прошедшая	+0,93	-108
	Д ₁	Отраженная	+2,64	-788
6	Д ₂	Прошедшая	-2,03	+85
	Д ₁	Отраженная	-0,76	-315

Таблица 3

Значения отклонений амплитуд интенсивных отраженных волн

Конфигурация трубопровода	Датчик	Отклонение амплитуды	
		относительное, %	абсолютное, Па
Без шайбы	Д ₂	–10,5	–1859
	Д ₁	–12,5	–4003
С шайбой диаметром $d_0 = 18$ мм	Д ₂	–9,2	–1312
	Д ₁	–7,6	–2253

большой путь, основное влияние на ослабление которых оказывают путевые потери (см. рис. 4, а и б). Результаты сравнения приведены в табл. 3.

Систематическое занижение амплитуд в этих конфигурациях (от –7,6 до –12,5 %) указывает на завышенное ослабление волн 1D-моделью с используемой в ее составе квазистационарной моделью сопротивления и теплоотдачи в стенку (применительно к более или менее интенсивным волновым процессам). Это известное ограничение 1D-моделей, которое не связано с разработанной моделью МС и алгоритмами вычислений, что подтверждено хорошим совпадением в вариантах с узкими шайбами.

Помимо отклонений по амплитуде определено систематическое опережение волнового процесса согласно расчету по сравнению с измерениями. Сравнением временных интервалов между скачками уплотнения для выбранной конфигурации (см. рис. 4, д) опережение составило $2,1 \pm 0,1$ %. Такое рассогласование выявлено давно; оно порождается фундаментальным ограничением 1D-моделей, не учитывающих эффекты нестационарного взаимодействия потока со стенкой, характеристические скорости в уравнениях гиперболического типа которых составляют $u \pm c$.

Анализ полученных результатов подтверждает высокую адекватность разработанной модели МС и алгоритмов вычислений по ней в составе 1D-модели. Выявленные систематические отклонения для первых двух конфигураций (см. рис. 4, а и б) связаны с независимой задачей — совершенствованием моделей путевых потерь для нестационарных течений.

Выводы

1. Разработаны и реализованы в составе программного комплекса ALLBEA две процедуры

решения задачи о РР для модели МС с постоянным коэффициентом расхода C_d : эффективная линейаризованная процедура для медленного течения ($M < 0,07$) и универсальный двухуровневый итерационный алгоритм для произвольных режимов течения.

2. Валидация на экспериментальных данных с волнами конечной амплитуды показала высокую адекватность модели. Для конфигураций с выраженным влиянием МС (при диаметре отверстия шайбы $d_0 \leq 14$ мм) отклонения расчетных амплитуд первых прошедших и отраженных волн от экспериментальных данных не превышали 2,64 %, что сопоставимо с погрешностью измерений.

3. Выявленные систематические отклонения (до –12,5 %) для интенсивных волн, прошедших значительный путь, связаны с завышением путевых потерь в квазистационарных моделях трения и теплообмена, что не умаляет корректности разработанной модели МС и вычислительных процедур.

4. Оценено рассогласование, проявляющееся в опережении расчетного волнового процесса (примерно на 2,1 %), которое объяснено фундаментальным ограничением классических одномерных моделей, не учитывающих в полной мере нестационарность переноса теплоты и импульса от потока в стенки канала.

5. Реализованные алгоритмы создают основу для совершенствования моделей элементов газоздушных трактов (клапанов, окон), замкнутых расходными характеристиками, и тем самым вносят вклад в развитие отечественного ПО для инженерного анализа.

6. Дальнейшие исследования будут связаны с усложнением моделей путевых потерь для нестационарного течения и зависимостей коэффициента расхода C_d от отношения давлений β и других параметров.

Литература

- [1] GT-SUITE. *gtisoft.com: веб-сайт*. URL: <https://www.gtisoft.com/gt-suite/> (дата обращения: 10.10.2025).
- [2] AVL iceSUITE™. *avl.com: веб-сайт*. URL: <https://www.avl.com/avl-icesuite> (дата обращения: 10.10.2025).
- [3] WAVE. *realis-simulation.com: веб-сайт*. URL: <https://www.realis-simulation.com/products/wave/> (дата обращения: 10.10.2025).
- [4] Еникеев Р.Д., Черноусов А.А. Пакет прикладных программ ALLBEA для моделирования и оптимизации процессов энергетических установок. *Двигателестроение*, 2023, № 4, с. 3–15.
- [5] Гришин Ю.А., Зенкин В.А., Хмелев Р.Н. Граничные условия для численного расчета газообмена в поршневых двигателях. *Инженерно-физический журнал*, 2017, т. 90, № 4, с. 1012–1017.
- [6] Гришин Ю.А., Семенчукова В.С. Использование нестационарных газодинамических функций для численного моделирования волновых процессов в поршневом двигателе. *Двигателестроение*, 2022, № 4, с. 28–39.
- [7] Гришин Ю.А., Барченко Ф.Б. Исследование течения газа в выпускном коллекторе поршневого двигателя. *Двигателестроение*, 2024, № 4, с. 3–19.
- [8] Toro E.F. Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics. *Springer*, 2009. 724 p.
- [9] Рудой Б.П. *Прикладная нестационарная газовая динамика*. Уфа, УАИ, 1988. 184 с.
- [10] Гришин Ю.А., Рудой Б.П. Установка для генерирования уединенных волн конечной амплитуды. В: *Элементы теории рабочих процессов ДВС*. Уфа, УАИ, 1976, № 1, с. 53–55.
- [11] Черноусов А.А. О достоверности результатов моделирования движения волн конечной амплитуды в длинном неразветвленном трубопроводе с местными сопротивлениями в одномерном приближении. *Вестник УГАТУ*, 2009, № 1, с. 197–210.
- [12] Абрамович Г.Н. *Прикладная газовая динамика*. Ч. 1. Москва, Наука, 1991. 600 с.
- [13] Shapiro A.H. *The dynamics and thermodynamics of compressible fluid flow*. Vol. 1. Wiley, 1953. 672 p.
- [14] Chernousov A.A., Enikeev R.D. Friction and heat transfer models derivation, validation and calibration on experimental data for unsteady air flow in pipe. In: *Proceedings of the 8th International Conference on Industrial Engineering*. *Springer*, 2023, pp. 496–507, doi: https://doi.org/10.1007/978-3-031-14125-6_50
- [15] Черноусов А.А. Программа ALLBEA OPTIM для оптимизации параметров по генетическому алгоритму. Свид. о гос. рег. прог. ЭВМ № 2021666333 от 05.10.2021.

References

- [1] GT-SUITE. *gtisoft.com: website*. URL: <https://www.gtisoft.com/gt-suite/> (accessed: 10.10.2025).
- [2] AVL iceSUITE™. *avl.com: website*. URL: <https://www.avl.com/avl-icesuite> (accessed: 10.10.2025).
- [3] WAVE. *realis-simulation.com: website*. URL: <https://www.realis-simulation.com/products/wave/> (accessed: 10.10.2025).
- [4] Enikeev R.D., Chernousov A.A. ALLBEA application software package to simulate and optimize processes in the energy systems. *Dvigatelistroenie* [Engines Construction], 2023, no. 4, pp. 3–15. (In Russ.).
- [5] Grishin Yu.A., Zenkin V.A., Khmelev R.N. Boundary conditions for numerical calculation of gas exchange in piston engines. *Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal*, 2017, vol. 90, no. 4, pp. 1012–1017. (In Russ.). (Eng. version: *J. Eng. Phys. Thermophy.*, 2017, vol. 90, no. 4, pp. 965–970, doi: <https://doi.org/10.1007/s10891-017-1644-4>)
- [6] Grishin Yu.A., Semenchukova V.S. Use of non-stationary gas-dynamic functions in numerical simulation of the wave processes in a piston engine. *Dvigatelistroenie* [Engines Construction], 2022, no. 4, pp. 28–39. (In Russ.).
- [7] Grishin Yu.A., Barchenko F.B. Studying gas flow processes in the piston engine exhaust manifold. *Dvigatelistroenie* [Engines Construction], 2024, no. 4, pp. 3–19. (In Russ.).

- [8] Toro E.F. *Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics*. Springer, 2009. 724 p.
- [9] Rudoy B.P. *Prikladnaya nestatsionarnaya gazovaya dinamika* [Applied unsteady gas dynamics]. Ufa, UAI Publ., 1988. 184 p. (In Russ.).
- [10] Grishin Yu.A., Rudoy B.P. Ustanovka dlya generirovaniya uedinennykh voln konechnoy amplitudy [A setup for generating solitary waves of finite amplitude]. V: *Elementy teorii rabochikh protsessov DVS* [In: Elements of the theory of internal combustion engine operating processes]. Ufa, UAI Publ., 1976, no. 1, pp. 53–55. (In Russ.).
- [11] Chernousov A.A. On validity of one-dimensional modeling of finite amplitude waves motion in a long non-branched pipeline with local flow restrictions. *Vestnik UGATU* [Vestnik USATU], 2009, no. 1, pp. 197–210. (In Russ.).
- [12] Abramovich G.N. *Prikladnaya gazovaya dinamika*. Ch. 1 [Applied gas dynamics. P. 1]. Moscow, Nauka Publ., 1991. 600 p. (In Russ.).
- [13] Shapiro A.H. *The dynamics and thermodynamics of compressible fluid flow*. Vol. 1. Wiley, 1953. 672 p.
- [14] Chernousov A.A., Enikeev R.D. Friction and heat transfer models derivation, validation and calibration on experimental data for unsteady air flow in pipe. In: *Proceedings of the 8th International Conference on Industrial Engineering*. Springer, 2023, pp. 496–507, doi: https://doi.org/10.1007/978-3-031-14125-6_50
- [15] Chernousov A.A. *Programma ALLBEA OPTIM dlya optimizatsii parametrov po geneticheskomu algoritmu* [ALLBEA OPTIM software for optimization of parameters using genetic algorithm]. Software reg. certificate No. 2021666333 of 05.10.2021. (In Russ.).

Статья поступила в редакцию 09.11.2025

Информация об авторах

ЕНИКЕЕВ Рустэм Далилович — доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Двигатели внутреннего сгорания». Уфимский университет науки и технологий (450008, Уфа, Российская Федерация, ул. К. Маркса, д. 12, стр. 2, e-mail: rust_en@mail.ru).

ЧЕРНОУСОВ Андрей Александрович — кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Двигатели внутреннего сгорания». Уфимский университет науки и технологий (450008, Уфа, Российская Федерация, ул. К. Маркса, д. 12, стр. 2, e-mail: andrei.chernousov@mail.ru).

Information about the authors

ENIKEEV Rustem Dalilovich — Doctor of Science (Eng.), Professor, Head of Internal Combustion Engines Department. Ufa University of Science and Technology (450008, Ufa, Russian Federation, K. Marx St., Bldg. 12, Block 2, e-mail: rust_en@mail.ru).

CHERNOUSOV Andrei Aleksandrovich — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Internal Combustion Engines Department. Ufa University of Science and Technology (450008, Ufa, Russian Federation, K. Marx St., Bldg. 12, Block 2, e-mail: andrei.chernousov@mail.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Еникеев Р.Д., Черноусов А.А. Модель скачка сечения с расходной характеристикой, алгоритм вычислений и валидация для нестационарного течения газа. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2026, № 8, с. 105–115.

Please cite this article in English as:

Enikeev R.D., Chernousov A.A. A model of flow through an area discontinuity with a discharge coefficient: computation algorithm and validation for unsteady gas flow. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2026, no. 8, pp. 105–115.