

**АНДРИЕНКО**

Людмила Анатольевна  
доктор технических наук,  
профессор

**ВЯЗНИКОВ**

Вадим Аркадьевич  
аспирант  
кафедры «Основы  
конструирования машин»  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)  
e-mail: dm@bmstu.ru

## Выбор из каталогов червячных редукторов в привод с большой инерционной массой

**Л.А. Андриенко, В.А. Вязников**

*Предложена методика выбора червячных редукторов из каталога готовой продукции в привод с большой инерционной массой. Методика учитывает дополнительные нагрузки в червячной передаче, обусловленные неизбежной неравномерностью вращения или крутильными колебаниями приводного вала.*

**Ключевые слова:** червячная передача, инерционная масса, вибрационный сигнал, датчик углового перемещения, динамические нагрузки.

## Choice from catalogues of worm reducers in drive with big inertial weight

**L.A. Andrienko, V.A. Vjaznikov**

*The technique of a choice of worm reducers in a drive with big inertial weight from the finished products catalogue is offered. The technique considers additional loadings on a worm gear, rotations caused by inevitable non-uniformity or torsional oscillations of the drive shaft.*

**Keywords:** worm gear, inertial weight, vibration signal, angular motion gauges, dynamic loadings.

Практика эксплуатации приводов с червячными передачами (ЧП), нагрузкой которых является большая инерционная масса, показала, что существующая методика выбора передач из каталогов готовой продукции не исключает возможности их поломок. Так, например, выбранный редуктор из каталога по необходимому вращающему моменту (с рекомендуемым запасом) в привод поворота рекламного щита, преждевременно вышел из строя.

Традиционно в проектных расчетах таких приводов учитывают только центробежные силы, возникающие от дисбаланса вращающихся инерционных масс. В случае качественной балансировки или относительно невысокой частоты их вращения влияние центробежных сил становится несущественным.

В работах [1, 2] показано, что в результате неравномерности вращения приводного вала инерционный рабочий орган механизма испытывает высокочастотные колебания, приводящие к дополнительным нагрузкам, которые в настоящее время не учитываются прочностным расчетом.

Проанализируем влияния инерционной массы приводного вала на дополнительные нагрузки в ЧП. Привод представим в виде одно-массовой крутильной системы, описываемой неоднородным дифференциальным уравнением вынужденных колебаний:

$$J_H \frac{d^2\varphi_H}{dt^2} + K_\varphi \frac{d\varphi_H}{dt} + C_\varphi \varphi_H = C_\varphi \delta\varphi_s(\omega t), \quad (1)$$

где  $J_H$  — момент инерции нагрузки;  $\varphi_H$  — текущий угол поворота приводного вала;  $K_\varphi$  — коэффициент демпфирования крутильных колебаний;  $C_\varphi$  — коэффициент крутильной жесткости системы «электродвигатель — приводной вал»;  $\delta\varphi_s(\omega t)$  — кинематическое возбуждение колебаний.

Кинематическое возбуждение  $\delta\varphi_s(\omega t)$  вызвано приведенными к линии зацепления в средней плоскости червячного колеса погрешностями изготовления и монтажа, и описывается периодической функцией [1]

$$\delta\varphi_s(\omega t) = 0,5 \left[ \begin{aligned} & f_{hk} \frac{\cos\alpha_i}{\cos(\gamma_w + \rho)} \cos(\omega_1 t + \xi_1) + \\ & + f_{f1} \frac{\cos\alpha_i}{\cos(\gamma_w + \rho)} \cos(z_1 \omega_1 + \xi_2) + \\ & + F_{p2} \frac{\cos\alpha_i}{\cos(\gamma_w + \rho)} \cos(\omega_2 t + \xi_3) + \\ & + f_{f2} \frac{\cos\alpha_i}{\cos(\gamma_w + \rho)} \cos(z_2 \omega_2 + \xi_4) \end{aligned} \right], \quad (2)$$

где  $f_{hk}$  — допуск на погрешность винтовой линии на длине нарезанной части червяка;  $F_{p2}$  — допуск на накопленную погрешность шага червячного колеса;  $f_{f1}, f_{f2}$  — допуск на погрешность профиля витка червяка и зуба червячного колеса;  $\omega_1$  и  $\omega_2$  — угловые скорости червяка и червячного колеса;  $z_1$  и  $z_2$  — число заходов червяка и число зубьев червячного колеса;  $\xi_1 - \xi_4$  — фазовые углы начального взаимного положения векторов погрешностей (случайные величины).

Как известно, интеграл уравнения (1) равен сумме решений однородного уравнения (быстро затухающих колебаний) и частного решения неоднородного уравнения, описывающего вынужденные колебания, которые будут иметь

определяющее значение. Амплитуда этих колебаний пропорциональна коэффициенту  $\mu$ :

$$\mu_i = \frac{1}{\sqrt{[1 - (i\omega / \omega_{0\varphi})^2]^2 + (\psi / 2\pi)^2 (i\omega / \omega_{0\varphi})^2}}, \quad (3)$$

где  $i$  — номер гармоники;  $\omega$  — частота вращения тихоходного вала;  $\omega_{0\varphi}$  — собственная частота крутильных колебаний,

$$\omega_{0\varphi} = \sqrt{C_\varphi / J_H}. \quad (4)$$

Коэффициенты демпфирования приближенно можно оценить по следующим формулам (с последующим уточнением по результатам эксперимента):

$$K_\varphi = \frac{\psi_{\varphi i}}{2\pi} \sqrt{C_\varphi J_i}, \quad (5)$$

где  $\psi_{\varphi i}$  — коэффициенты относительного рассеяния энергии, определяются на основе экспериментальных данных.

Для оценки рассеяния энергии крутильных колебаний приводов с ЧП в первом приближении можно принимать  $\psi_\varphi = 0,6 \dots 1,0$ .

Коэффициент, учитывающий влияние на динамику ЧП инерционной нагрузки, можно определить по формуле

$$K_J = 1 + 2,91 \cdot 10^{-4} \frac{J_H \omega_2^2}{T_2} \sum_{i=1}^n S_i^2 \mu_i \delta\varphi_i(\omega t), \quad (6)$$

которая учитывает амплитудно-частотный состав функции неравномерности вращения тихоходного вала ЧП [2]. В формуле (6)  $\omega_2$  — угловая скорость тихоходного вала,  $c^{-1}$ ;  $T_2$  — вращающий момент на тихоходном валу, Н·м;  $S_i$ ,  $\delta\varphi_i(\omega t)$  — номер и амплитуда  $i$ -й гармонической составляющей функции неравномерности вращения тихоходного вала, угл. мин;  $2,91 \cdot 10^{-4}$  — коэффициент перевода угловых минут в радианы. Теоретические значения составляющих  $\delta\varphi_i(\omega t)$  определяют по (2), учитывая, что степень точности стандартных передач должна быть не ниже 7—6—6 С.

На рисунке 1 показаны резонансные кривые, рассчитанные по формуле (6) с разными моментами инерции нагрузки.

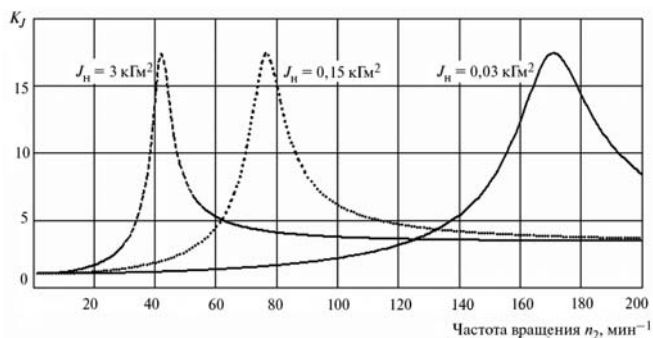


Рис. 1. Резонансные кривые привода с разными моментами инерции нагрузки

На рисунке видно, что коэффициент инерционной нагрузки  $K_j$  изменяется в широком диапазоне, существуют резонансные зоны. Уменьшение момента инерции нагрузки ведет к увеличению собственной частоты крутильных колебаний привода и, соответственно, к смещению резонансных зон в сторону более высоких частот.

Для проверки полученных теоретических результатов был проведен эксперимент на испытательном стенде (рис. 2). Стенд включает испытуемый червячный редуктор или мотор-редуктор. Для исследования влияния инерционной массы на нагрузки в ЧП на тихоходный вал передачи устанавливались грузы с разными моментами инерции и датчик угла поворота (ДУП). По показаниям ДУП измерялась неравномерность вращения тихоходного вала ЧП (крутильная составляющая вибросигнала).

В качестве дополнительного нагружающего устройства использовался порошковый тормоз. Типоразмер тормоза выбирали в зависимости от типоразмера испытуемого червячного редуктора и обеспечения точности его нагружения. Частота вращения электродвигателя изменялась с помощью частотного преобразователя.

В качестве ДУП использовали датчик сигнала типа ЛИР-158В с различным количеством штриховых растров, число которых зависит от частоты вращения вала. Датчик преобразует угловые перемещения в последовательность электрических сигналов, содержащих

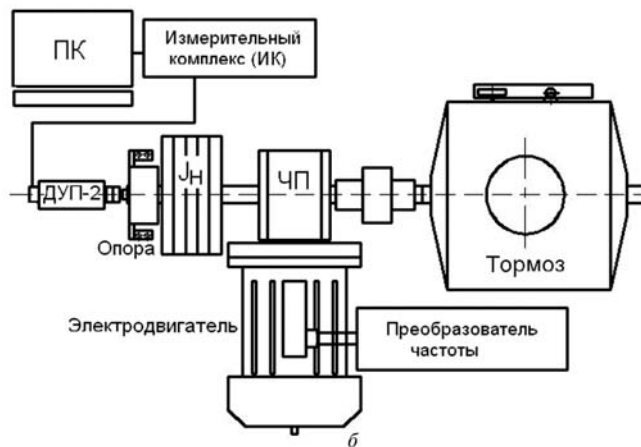
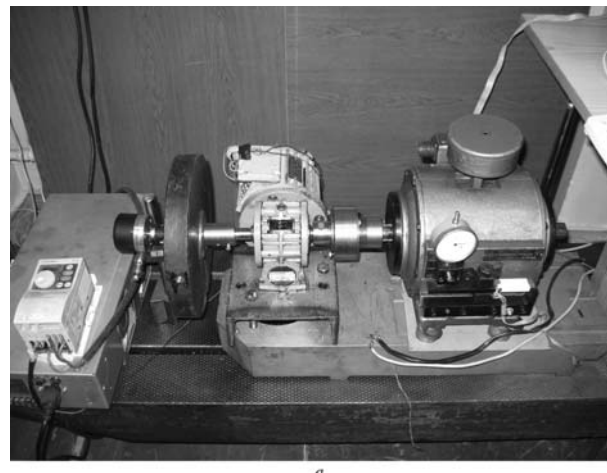


Рис. 2. Экспериментальный стенд (а) и его схема (б)

информацию о значении и направлении этих перемещений и пригодных для последующей обработки в устройствах цифровой индексации. Передача цифровых импульсов из первичного преобразователя ДУП поступает на внешний вход специализированной интерфейсной платы, которая через системную шину ISA осуществляет передачу данных в ПЭВМ [3].

Для измерения интервалов времени между цифровыми импульсами используется кварцевый генератор (внутренний 20 МГц — на плате), частота которого поступает на 28-разрядную линейку двоичных счетчиков тактовых импульсов. Счетчики работают в режиме постоянного счета без остановок и сбросов.

Фрагмент вибросигнала с ДУП тихоходного вала МЧ40—30 с установленной массой, момент инерции которой  $J_n = 0,15 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ , и моментом на тормозе  $T = 0,2 \text{ Н}\cdot\text{м}$  (моментом сопро-

тивления вращению выключенного порошкового тормоза) для разных частот вращения показан на рис. 3. На рисунке 4 приведена АЧХ этого же вибросигнала на наиболее информативной зубцовой частоте (в данном примере 30-я гармоника).

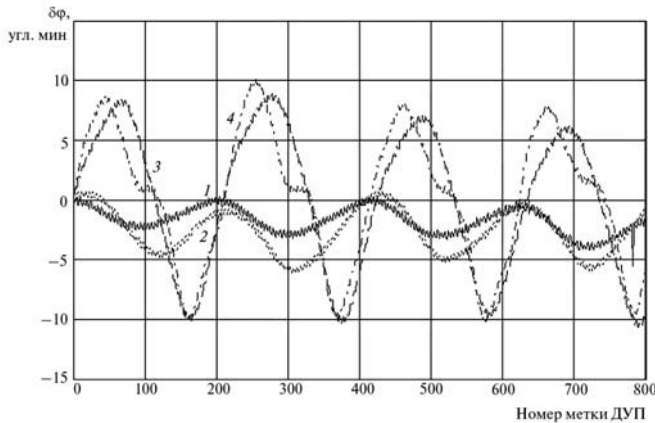


Рис. 3. Вибросигнал с ДУП тихоходного вала ЧП с инерционной массой без нагрузки тормоза:  
 1 —  $n_2 = 72 \text{ мин}^{-1}$ ; 2 —  $n_2 = 45 \text{ мин}^{-1}$ ; 3 —  $n_2 = 27 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 4 —  $n_2 = 13,5 \text{ мин}^{-1}$

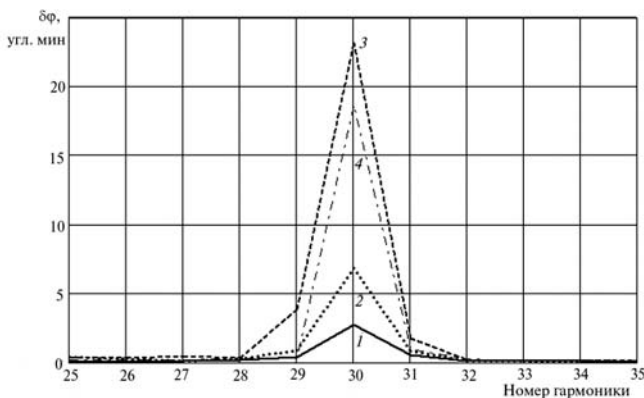


Рис. 4. АЧХ вибросигнала с ДУП тихоходного вала ЧП с инерционной массой и без нагрузки тормозом:  
 1 —  $n_2 = 72 \text{ мин}^{-1}$ ; 2 —  $n_2 = 45 \text{ мин}^{-1}$ ; 3 —  $n_2 = 27 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 4 —  $n_2 = 13,5 \text{ мин}^{-1}$

Аналогичные вибросигналы с ДУП той же ЧП с установленной на тихоходном валу массой, момент инерции которой  $J_n = 0,15 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ , момент на тормозе  $T = 20 \text{ Н}\cdot\text{м}$  представлены на рис. 5 для разных частот вращения, а на рис. 6 изображена АЧХ этого вибросигнала на зубцовой частоте (30-я гармоника).

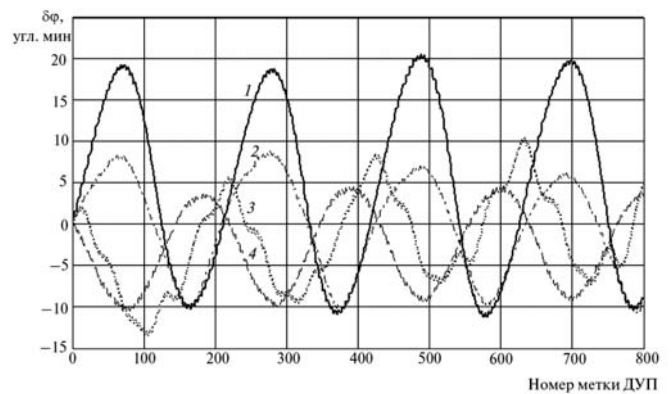


Рис. 5. Вибросигнал с ДУП тихоходного вала ЧП с инерционной массой и под нагрузкой тормозом:  
 1 —  $n_2 = 72 \text{ мин}^{-1}$ ; 2 —  $n_2 = 45 \text{ мин}^{-1}$ ; 3 —  $n_2 = 27 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 4 —  $n_2 = 13,5 \text{ мин}^{-1}$

Сравнивая рис. 3 и 4 с рис. 5 и 6, можно заметить, что резонанс наступает на разных частотах вращения.

Если на валу с массой и с небольшим моментом на тормозе резонанс возникает на низких частотах (кривая 3 —  $n_2 = 27 \text{ мин}^{-1}$ ), то на валу с массой и дополнительной нагрузкой тормозом резонанс наступает при частоте вращения  $n_2 = 72 \text{ мин}^{-1}$  (см. рис. 6, кривая 1). Это связано с тем, что коэффициент крутильной жесткости передачи  $C_\phi$  ниже при меньших значениях крутящего момента, а, следовательно, и зона резонанса будет смещаться в сторону низких частот.

В эксперименте с МЧ40—30 и моментом инерции массы  $J_n = 0,15 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$  при незначительном моменте на тормозе (примерно  $T = 0,2 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ) при снижении частоты вращения тихоходного вала с  $n_2 = 72 \text{ мин}^{-1}$  до  $n_2 = 45 \text{ мин}^{-1}$  (см. рис. 3 и 4 — кривые 1 и 2) амплитудные значения вибросигнала растут, а при частоте вращения тихоходного вала  $n_2 = 27 \text{ мин}^{-1}$  (кривая 3) наступает резонанс. При дальнейшем снижении частоты вращения тихоходного вала до  $n_2 = 13,5 \text{ мин}^{-1}$  (кривая 4, рис. 4) амплитуда вибросигнала снова уменьшается, следовательно, резонанс пройден.

Если привод с той же инерционной массой дополнительно нагрузить тормозным моментом ( $T = 20 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ), то картина меняется: резонанс наступает при частоте вращения тихоходного вала  $n_2 = 72 \text{ мин}^{-1}$  (см. рис. 6, кривая 1), а при ее снижении до  $n_2 = 13,5 \text{ мин}^{-1}$  (см. рис. 6, кри-



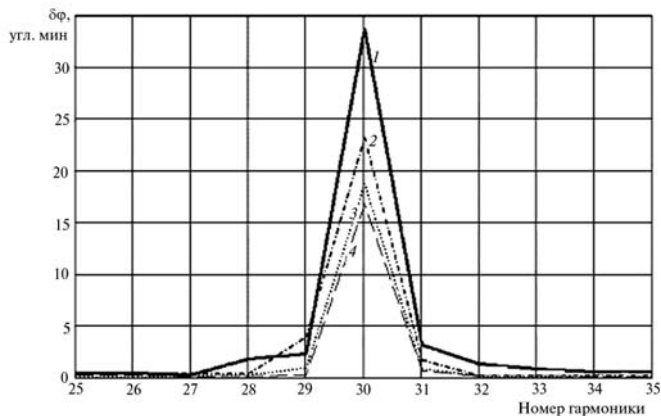


Рис. 6. АЧХ вибросигнала с ДУП тихоходного вала ЧП с инерционной массой и под нагрузкой тормозом:

1 —  $n_2 = 72 \text{ мин}^{-1}$ ; 2 —  $n_2 = 45 \text{ мин}^{-1}$ ; 3 —  $n_2 = 27 \text{ мин}^{-1}$ ;  
4 —  $n_2 = 13,5 \text{ мин}^{-1}$

вая 4) амплитуда вибросигнала на зубцовой частоте уменьшается.

На рисунке 7 показаны теоретические и экспериментальные значения коэффициентов инерционной нагрузки  $K_J$ , рассчитанные по (6) привода с передачей Ч40—30, моментом инерции нагрузки  $J_n = 0,15 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$  и моментом на тормозе  $T = 20 \text{ Н}\cdot\text{м}$ . Как видим, хорошее совпадение теоретических значений коэффициента  $K_J$  с экспериментальными данными, небольшое расхождение в положении резонанса свя-

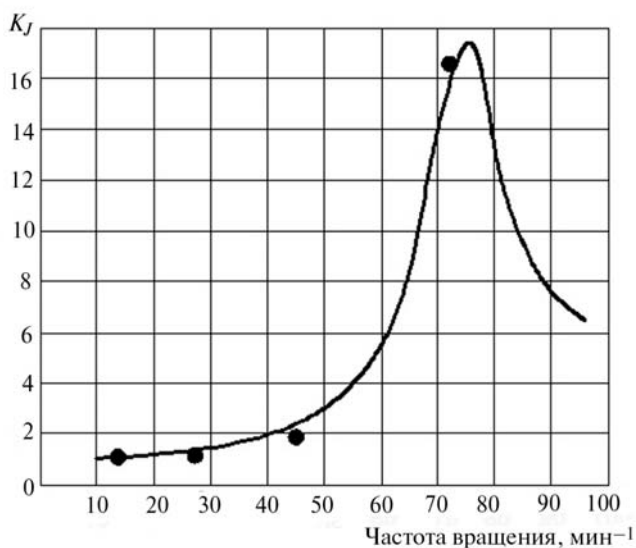


Рис. 7. Экспериментальные (•) и теоретические (—) значения коэффициента  $K_J$

зано с отличием теоретических и экспериментальных значений параметров жесткости.

На рисунке 8 приведена зависимость коэффициента  $K_J$  от нагруженности передачи при частоте вращения тихоходного вала  $n_2 = 45 \text{ мин}^{-1}$  и моменте инерции нагрузки  $J_n = 0,8 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ .

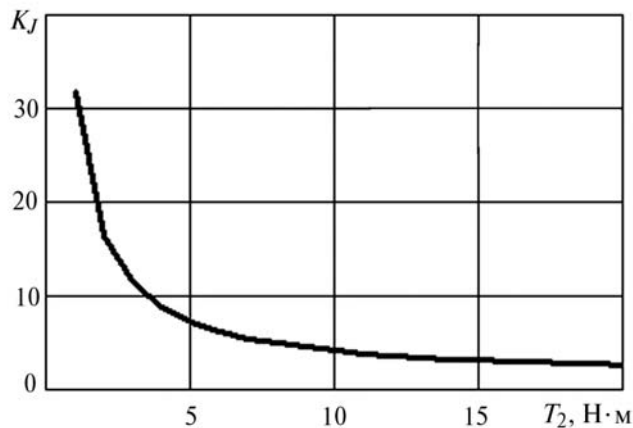


Рис. 8. Зависимость коэффициента  $K_J$  от нагрузки:

$n_2 = 45 \text{ мин}^{-1}$ ;  $J_n = 0,8 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$

Для нагруженных вращающим моментом передач значения коэффициента  $K_J$  меньше, чем для недогруженных передач.

Рассмотрим пример выбора ЧП в привод. Предположим по требуемому расчетному моменту (с рекомендуемым запасом) подходит редуктор МЧ40—30 с номинальным вращающим моментом  $T_2 = 20 \text{ Н}\cdot\text{м}$ , но мы выбираем редуктор большего размера, рассчитывая, что он будет недогружен, и, следовательно, более долговечен, например, МЧ63—30, у которого  $T_2 = 80 \text{ Н}\cdot\text{м}$ .

На рисунке 9 представлены резонансные кривые для выбранных редукторов.

При требуемой частоте вращения тихоходного вала  $n_2 = 85 \text{ мин}^{-1}$ , в первом случае редуктор будет работать за резонансом и коэффициент  $K_J = 2,5$  (см. рис. 9, кривая 1), во втором случае при нагрузке  $20 \text{ Н}\cdot\text{м}$  (см. рис. 9, 2)  $K_J = 7,5$ . Реальная нагрузка в ЧП равна  $20 \cdot 7,5 = 150 \text{ Н}\cdot\text{м}$ , что в 1,875 раза больше номинального вращающего момента для МЧ63—30,

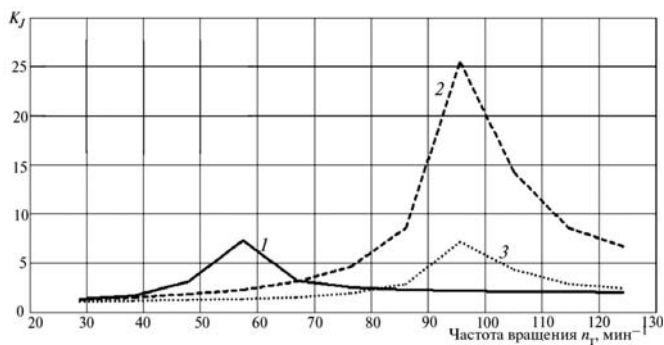


Рис. 9. Резонансные кривые для мотор-редуктора МЧ63—30:

1 — МЧ40—30,  $T_r = 20$  Н·м; 2 — МЧ63—30,  $T_r = 20$  Н·м; 3 — МЧ63—30,  $T_r = 80$  Н·м

т. е. редуктор большего типоразмера оказывается перегруженным.

### Выводы

Существующая в настоящее время практика выбора червячных редукторов из каталога гото-

вой продукции по крутящему моменту (с рекомендуемым запасом) не исключает возможной его поломки при установке в привод с большой инерционной массой.

Во избежание поломки необходимо учитывать дополнительные нагрузки в червячном зацеплении, вызванные неизбежными крутильными колебаниями рабочей инерционной нагрузки.

### Литература

1. Аккерман В.В. Динамическая модель следящего привода на основе червячного редуктора // Межвузовский сборник трудов молодых ученых, аспирантов и студентов. Омск. 2004. Вып. 1. Ч. 1. 276 с.
2. Штриплинг Л.О. Расчет технологической вибрации механизма с приводом на основе зубчатых передач // Динамика систем, механизмов и машин: Тез. докл. Междун. научн. конф. Омск, 1995. Кн. 2. С. 15—16.
3. Измерение периода вращения валопровода турбоагрегата фотоэлектрическим методом / М.И. Киселев и др. // Измерительная техника. 1996. № 12. С. 28—29.

Статья поступила в редакцию 21.06.2012