



БУЛАНОВ
Владимир Борисович
доцент



СЕМЕНОВ-ЕЖОВ
Игорь Евгеньевич
доцент



ШИРШОВ
Анатолий Артемович
доцент кафедры
«Прикладная механика»
(МГТУ им Н.Э. Баумана)
e-mail: chirchovaa@mail.ru

Концентрация напряжений около заполненного отверстия при поперечном изгибе полосы в ее плоскости

В.Б. Буланов, И.Е. Семенов-Ежов, А.А. Ширшов

Приведены результаты численного исследования концентрации напряжений в плоской пластине с заполненным отверстием при поперечном изгибе полосы в ее плоскости. Представлена зависимость коэффициента концентрации напряжений от натяга (зазора), изгибающего момента, поперечной силы и относительной ширины пластины.

Ключевые слова: концентрация напряжений, номинальное напряжение, поперечный изгиб, поперечная сила, натяг, зазор.

Stress concentration around filled holes under transverse strip bending in its plane

V.B. Bulanov, I.E. Semenov-Ezhov, A.A. Shirshov

The results of numerical investigation of stress concentration in a plane plate with a hole filled with a transverse band bending in its plane are considered. The dependence of the stress concentration factor on the tightness (gap), bending moment, shear force and relative width of the plate is presented.

Keywords: stress concentration, nominal voltage, lateral bending, shear strength, tightness, gap.

В статье [1] приведены результаты решения задачи о концентрации напряжений в полосе с запрессованным в нее на оси симметрии диском, полученные на основании решения Ламе. Сведения о концентрации напряжений в полосе с симметрично расположенным круговым отверстием при чистом изгибе в ее плоскости представлены в работе [2]. Результаты экспериментального исследования напряженно-деформированного состояния в окрестности отверстия диаметром 50 мм плоской модели симметричного двуплечего рычага шириной в центральной части 80 мм, в центральное отверстие которого плотно (без натяга и зазора) вставлен диск, приведены в статье [3]. В данной работе представлена зависимость коэффициента концентрации напряжений (ККН) от изгибающего момента при постоянной поперечной силе.

В статье [4] приведены результаты как экспериментального (поляризационно-оптическим методом), так и численного (методом конечного элемента — МКЭ) исследования напряженно-деформированного состояния при поперечном изгибе симметричной полосы, постоян-

ной толщины с центральным отверстием, в которое вставлен диск с натягом.

В настоящей работе изложены результаты численного исследования концентрации напряжений в полосе при различных соотношениях между изгибающим моментом M , поперечной силой F , относительным натягом (зазором) Δ и геометрическим параметром $\alpha = H/d$ (рис. 1). В зависимости от соотношений между M , F , Δ и α максимальные эквивалентные напряжения оказываются либо в зоне контакта на контуре отверстия в окрестностях точек C или E , либо в точке D на наружном контуре. В точках наружного контура имеет место одноосное напряженное состояние, а в точках C и E — двухосное с главными напряжениями разного знака. В точке B возможно как двухосное, так и одноосное напряженное состояние в зависимости от условий нагружения.

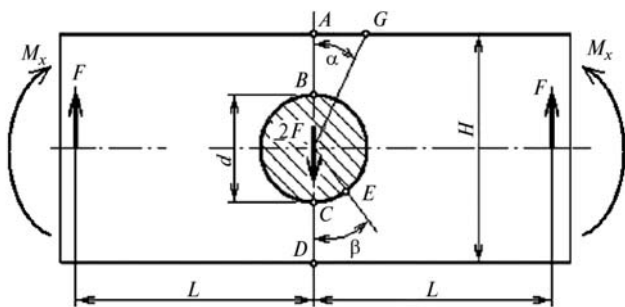


Рис. 1. Схема нагружения полосы

При одноосном напряженном состоянии ККН K_σ представляет собой отношение максимального напряжения σ_{\max} к номинальному $\sigma_{\text{ном}}$, а при двухосном напряженном состоянии ККН — отношение максимального эквивалентного напряжения $\sigma_{e \max}$ к номинальному напряжению $\sigma_{\text{ном}}$ [5], т. е.

$$K_\sigma = \sigma_{\max} / \sigma_{\text{ном}}, \text{ или } K_\sigma = \sigma_{e \max} / \sigma_{\text{ном}}.$$

Эквивалентное напряжение определяли по условию начала текучести наибольших касательных напряжений, так как при главных напряжениях разного знака оно дает завышенное значение по сравнению с энергетическим условием.

Значение ККН существенно зависит от выбора номинального напряжения. Вообще говоря, за номинальное напряжение можно взять

любую величину, имеющую размерность напряжения. Так, например, в работах [3, 6] за номинальное напряжение принято среднее контактное давление p_m от силы F :

$$p_m = 2F/(dt). \quad (1)$$

В прессовом соединении за номинальное напряжение обычно берут номинальное контактное давление p_0 , определяемое решением задачи Ламе. Так, в работе [1] за номинальное напряжение принято контактное давление p_0 , получаемое из решения Ламе при запрессовке сплошного диска в пластину, наружный радиус которой стремится к бесконечности:

$$p_0 = \Delta E_2 / (1 + \mu_2) \text{ при } E_1 \gg E_2;$$

$$p_0 = \Delta E_2 / 2 \text{ при } E_1 = E_2,$$

где Δ — относительный натяг; E_2, μ_2 — модуль упругости и коэффициент Пуассона материала пластины; E_1 — модуль упругости материала диска.

При чистом изгибе моментом M полосы с отверстием за номинальное напряжение взято максимальное напряжение в ослабленном сечении [2]:

$$\sigma_{\text{ном}} = \frac{M}{W_x} = \frac{6 M_x H}{(H^4 - d^4) t}, \quad (2)$$

где W_x — момент сопротивления ослабленного сечения; t — толщина пластины.

Расчеты проведены для полосы и диска из одинаковых материалов (сталь, $E = 210$ ГПа, $\mu = 0,23$) толщиной 1. За номинальное напряжение принято напряжение, определяемое равенством (2). Выявлена следующая закономерность. При натягах более 0,1% максимальные эквивалентные напряжения имеют место на контактной поверхности в ослабленном сечении (точка C). При отсутствии натяга и при зазоре наиболее опасной становится окрестность точки D (см. рис. 1). При натяге до 0,1% при некоторой комбинации параметров нагружения максимальные эквивалентные напряжения действуют в окрестности либо точки C либо точки D . При этом разница между значениями K_σ в этих точках невелика.

При уменьшении изгибающего момента и натяга максимальные эквивалентные напряжения смещаются по дуге от оси симметрии в сторону точки E . В зависимости от соотношения между F , M и Δ угловая координата точки E (угол β на рис. 1) достигает 55° .

Для установления зависимости ККН от изгибающего момента M , поперечной силы F , натяга (зазора) Δ и геометрического параметра $\alpha = H/d$ были проведены расчеты при различных соотношениях между ними. В таблице приведены конкретные значения расчетных параметров.

Таблица

Значения расчетных параметров

Параметр		Значение			
Номинальное напряжение	$\sigma_{\text{ном}}, \text{МПа}$	100, 200, 300, 500			
Относительный натяг (зазор)	$\Delta, \%$	-0,2 -0,1 0,0, 0,1 0,2 0,4			
Геометрический параметр	α	1,4	1,6	1,8	2,0
Изгибающий момент	$M, \text{Н}\cdot\text{м}$	259	403	559	729
Максимальная поперечная сила	$F_{\text{max}}, \text{кН}$	1,08	1,68	2,33	3,0
Среднее контактное давление	$p_m, \text{МПа}$	86,4	134	186	240

В соответствии с расчетной схемой, изображенной на рис. 1, изгибающий момент

$$M = M_x + FL.$$

При проведении расчетов значения плеча L и диаметра d отверстия не меняли и, следовательно, при изменении ширины полосы H , силы F или момента M менялось значение внешнего момента M_x . Значение изгибающего момента M и максимальной поперечной силы F_{max} выбрали так, чтобы при $M_x = 0$ максимальное номинальное напряжение составляло бы 500 МПа при выбранной ширине полосы (параметре α). Такой уровень номинального напряжения перекрывает возможные максимальные напряжения в полосе из высокопрочной легированной стали.

Анализируя влияние на ККН одного из факторов при постоянных трех остальных, было

установлено, что значение ККН в большей степени зависит от натяга и напряжений изгиба, определяемых равенством (2), и в меньшей степени от параметра α и поперечной силы. К тому же, при постоянных значениях α , Δ и M расчетные значения ККН могут быть аппроксимированы линейной функцией. Поэтому представим K_σ в виде произведения двух коэффициентов:

$$K_\sigma = K(\bar{F})K_\sigma^*,$$

где $K(\bar{F})$ — линейная функция \bar{F} , $K(\bar{F}) = 1 - b(\sigma_{\text{ном}}, \Delta)\bar{F}$; \bar{F} — относительная поперечная сила, $\bar{F} = F / F_{\text{max}}$; $b(\sigma_{\text{ном}}, \Delta)$ — коэффициент, зависящий от номинального напряжения $\sigma_{\text{ном}}$ и натяга Δ ; K_σ^* — значения ККН при максимальной поперечной силе.

Следует отметить, что при зазоре наблюдается заметное отличие функции $K(\bar{F})$ от линейной зависимости. Однако максимальные значения K_σ при $\Delta < 0$ не превышают 1,8 и отклонения $K(\bar{F})$ от линейной зависимости лежат в пределах погрешности вычислений. Отметим, что вместо поперечной силы F удобнее использовать среднее контактное давление p_m , определяемое формулой (1).

В качестве примера на рис. 2 представлены расчетные значения $K(\bar{F}) = K_\sigma(F) / K_\sigma(F_{\text{max}})$ в зависимости от безразмерной поперечной силы \bar{F} в точках C (○) и D (*) и аппроксимирующие их прямые линии (сплошная и штриховая соответственно) для различных значений параметра α . Кружки соответствуют натягу 0,4% и $\sigma_{\text{ном}} = 500$ МПа, а звездочки — натягу 0% и $\sigma_{\text{ном}} = 100$ МПа. На рисунке видно, что обе группы имеют различный наклон, т. е. угловой коэффициент зависимости $K(\bar{F})$ не является постоянным, а зависит от двух параметров — Δ и $\sigma_{\text{ном}}$. Влияние параметра α менее существенно и поэтому для упрощения будем принимать среднее значение углового коэффициента.

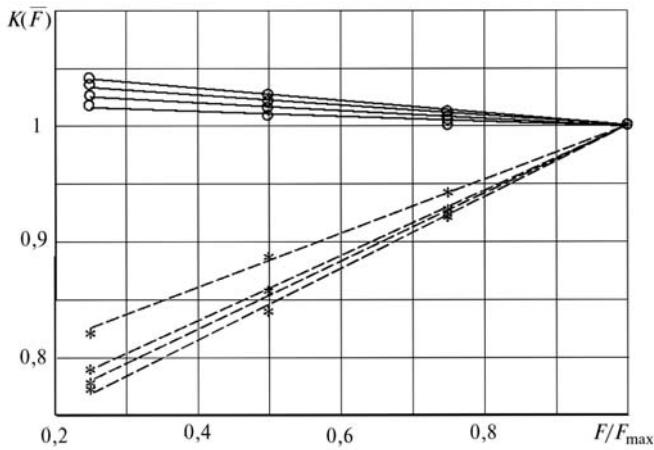


Рис. 2. Зависимость $K(\bar{F})$ от относительной поперечной силы для двух соотношений между Δ и $\sigma_{\text{ном}}$:

О — $\sigma_{\text{ном}} = 500$ МПа, — — $\Delta = 0,4\%$;
 * — $\sigma_{\text{ном}} = 100$ МПа, - - - $\Delta = 0$

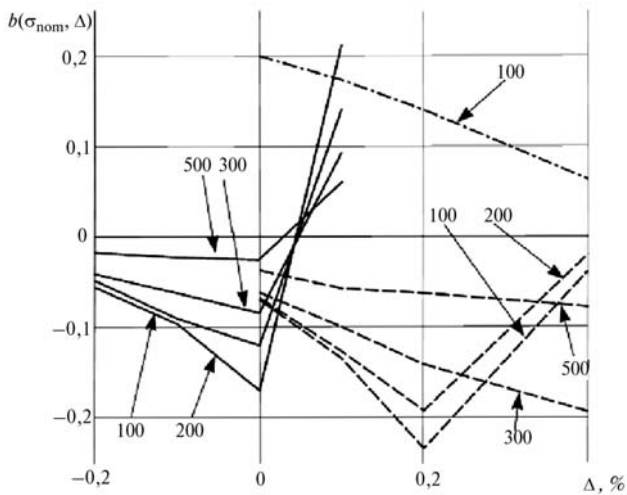


Рис. 3. Зависимости коэффициента $b(\sigma_{\text{ном}}, \Delta)$ от натяга и номинального напряжения

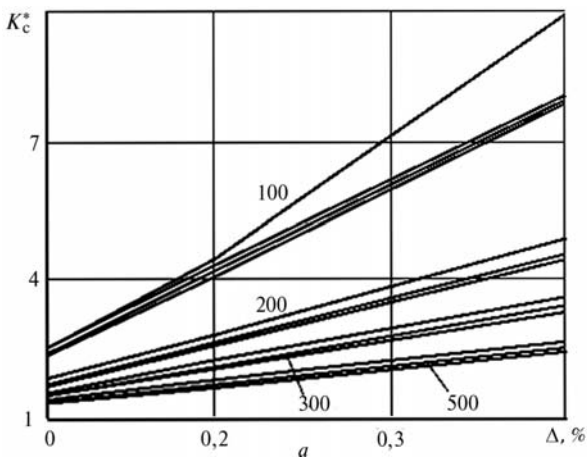


Рис. 4. Зависимость K_c^* от натяга Δ (в точке С)

Зависимости коэффициента $b(\sigma_{\text{ном}}, \Delta)$ от натяга и номинального напряжения показаны на рис. 3. Цифры около линий указывают значения $\sigma_{\text{ном}}$. Как было отмечено выше, при натягах наиболее опасна точка С, поэтому для вычисления $K(\bar{F})$ необходимо использовать штриховые линии, для точки D — сплошные, и для точки E — штрихпунктирные.

Зависимость K_c^* в точке С от Δ для всех рассмотренных вариантов нагружения представлены на рис. 4, а. Каждая из четырех групп кривых соответствует одному значению $\sigma_{\text{ном}}$, указанному в поле графика. Верхняя кривая в каждой группе соответствует $\alpha = 1,4$. Кривые для трех остальных практически сливаются, поэтому на рис. 4, б укрупнено они изображены штриховой линией. Обработанные аналогичным об-

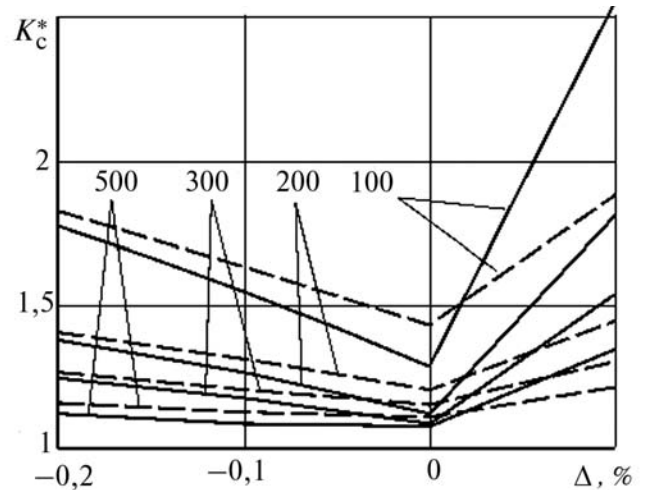
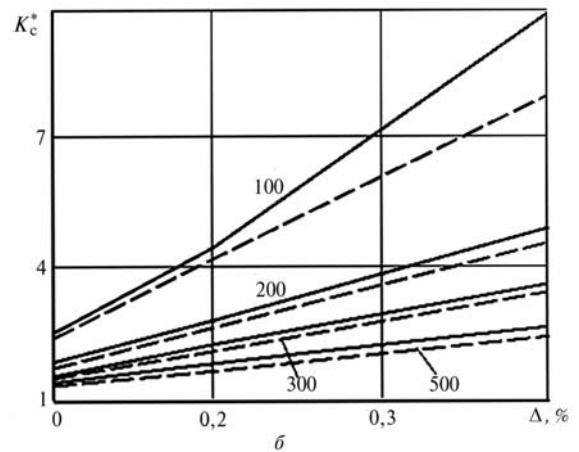


Рис. 5. Зависимости K_c^* от натяга Δ (в точке D)



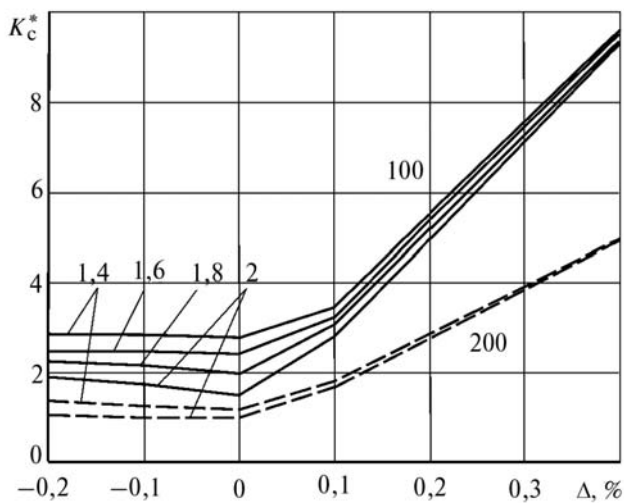


Рис. 6. Зависимости K_c^* от натяга Δ (в точке E)

разом кривые для K_c^* в точке D в диапазоне изменения Δ от $-0,2$ до $+0,1$ % представлены на рис. 5.

Зависимости K_c^* в точке E от Δ для двух номинальных напряжений 200 и 100 МПа и для всех параметров α представлены на рис. 6. В отличие от кривых для точки C при $\sigma_{ном} = 100$ МПа левые ветви заметно отличаются при различных значениях параметра α (указаны в поле графика). С увеличением натяга линии практически сливаются.

Объединенные зависимости K_c^* для всех опасных точек изображены на рис. 7. Для удобства левая половина графиков ($\Delta \leq 0,1$ %) дана в увеличенном в 2 раза масштабе. Цифры в поле графика указывают на значения номинальных напряжений. Верхние линии соответствуют минимальному значению параметра $\alpha = 1,4$.

Для определения K_c при одинаковых материалах полосы и диска необходимо использовать рис. 7 и 3. По известным размерам (d, H, L) пластины, значениям натяга (зазора) Δ и поперечной силы F по формуле (2) вычисляют $\sigma_{ном}$ и по соответствующей кривой на рис. 7 определяют коэффициент K_c^* . Задавая $\sigma_{ном} = 500$ МПа, по формуле (2) находят значение F_{max} и по рис. 3 — коэффициент $b(\sigma_{ном}, \Delta)$. После этого подсчитыва-

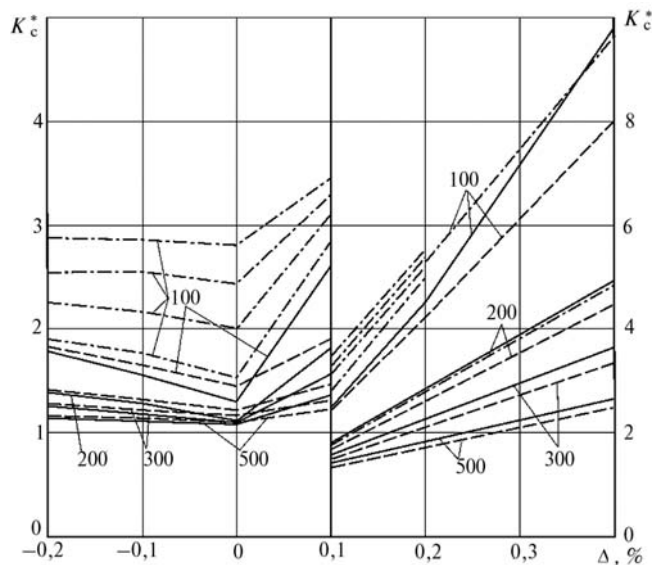


Рис. 7. Объединенные зависимости K_c^* от натяга Δ для всех опасных точек:
 - · - · - в окрестности точки E;
 - - - в окрестности точки D, $\alpha = 1,4$;
 - · - · - в окрестности точки C с осредненными параметрами

вают $K(\bar{F})$ и K_c . Следует отметить, что при пользовании рис. 7 и 3 достаточно, в случае необходимости, применить линейную интерполяцию.

Расчеты выполнены для диска и полосы из одинаковых материалов (сталь, $E = 200$ ГПа, $\mu = 0,23$). Упругие характеристики материала влияют на контактное давление при наличии натяга. Поэтому при определении ККН для полосы и диска из других материалов при наличии натяга, необходимо это учитывать. Контактное давление p_k при посадке сплошного диска из одного материала в кольцо из другого материала определяется по формуле [4]

$$p_k = \frac{\Delta}{\frac{1-\mu_1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \left(\frac{\alpha^2 + 1}{\alpha^2 - 1} + \mu_2 \right)} \quad (3)$$

Обозначим p_n номинальное контактное давление при посадке диска в кольцо из одинаковых материалов ($E_1 = E_2 = E_c = 200$ ГПа). Введя

коэффициент $\eta = p_k/p_n$ и используя равенство (3), получим

$$\eta = \frac{2\alpha^2}{\frac{E_c}{E_1}(1-\mu_1) + \frac{E_c}{E_2}\left(\frac{\alpha^2+1}{\alpha^2-1} + \mu_2\right)}$$

При определении ККН для материалов, отличных от сталей, необходимо контактное давление p_k , вычисляемое по формуле (3), умножить на поправочный коэффициент η и выполнить остальные действия таким же образом, как и для полосы и диска из стали. Так, для полосы из алюминиевого сплава и стального диска $\eta = 0,39 \pm 0,02$ в зависимости от параметра α .

Сравнение значений K_σ , приведенных на рис. 3 и 7, и полученных расчетным путем, показало, что отклонение от расчетных значений составляет 3...12%. С учетом принятых допущений погрешностей численного счета такую точность можно признать приемлемой для

предварительных расчетов на стадии проектирования.

Литература

1. Семенов-Ежов И.Е. Концентрация напряжений в соединениях с натягом // Справочник инженерный журнал. 2000. № 4. С. 21–24.
2. Петерсон Р. Коэффициенты концентрации напряжений. М.: МИР, 1977. 302 с.
3. Семенов-Ежов И.Е., Степанов И.А., Сухарев И.П. Напряженно-деформированное состояние ступицы двуплечего рычага // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 1990. № 3. С. 26–31.
4. Буланов В.Б., Семенов-Ежов И.Е., Ширинов А.А. Изгиб полосы с заполненным отверстием // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2012. № 6. С. 25–29.
5. Семенов-Ежов И.Е., Буланов В.Б., Ширинов А.А. Применение коэффициентов концентрации напряжений при расчетах на статическую и усталостную прочность // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2003. № 8. С. 3–8.
6. Кожевников В.Ф. Концентрация напряжений в зонах около отверстий стыкуемых элементов срезных болтовых и заклепочных соединений // Вестник машиностроения. 2001. № 3. С. 22–26.

Статья поступила в редакцию 07.08.2012