



**РЯХОВСКИЙ**  
Олег Анатольевич  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

**RYAKHOVSKIY**  
Oleg Anatol'evich  
(Moscow, Russian Federation,  
Bauman Moscow State  
Technical University)



**СОРОКИН**  
Федор Дмитриевич  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

**SOROKIN**  
Fedor Dmitrievich  
(Moscow, Russian Federation,  
Bauman Moscow State  
Technical University)



**МАРОХИН**  
Антон Сергеевич  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

**MAROKHIN**  
Anton Sergeevich  
(Moscow, Russian Federation,  
Bauman Moscow State  
Technical University)

## Расчет радиального смещения осей гайки и роликов и положения точки контакта резьбы гайки и ролика в планетарном ролико-винтовом механизме, выполненном по «перевернутой» схеме

**О.А. Ряховский, Ф.Д. Сорокин, А.С. Марохин**

*Планетарные ролико-винтовые механизмы (ПРВМ), выполненные по «перевернутой» схеме используются в различных приводах (станки, авиация, нефтегазовая отрасль и т. д.). В настоящее время такие механизмы нашли широкое применение при изготовлении электроцилиндров.*

*Поскольку в ПРВМ из-за различия углов подъема резьбы роликов и гайки образуется радиальное смещение осей первых, то в механизме возникает преднатяг, в ряде случаев препятствующий его сборке. Преднатяг влияет на точность и КПД механизма. Очевидно, что при проектировании необходимо учитывать значение радиального смещения осей роликов относительно оси гайки, чтобы получить механизм с заданным преднатягом, а следовательно и КПД.*

*В данной статье получены аналитические зависимости, позволяющие рассчитать положение точек начального контакта точно изготовленной резьбы гайки и ролика, а также увеличение межосевого расстояния роликов и гайки, обусловленного различием углов подъема резьбы гайки и роликов в ПРВМ. Учет изменения межосевого расстояния позволяет конструировать работоспособные механизмы, оценивать величину преднатяга, необходимого для работы механизма и обеспечения наибольшего КПД.*

**Ключевые слова:** планетарный ролико-винтовой механизм, радиальное смещение, резьба, гайка, ролик.

## Calculation of radial displacements of nut and rollers axes and the position of a contact between the nut and the roller thread in an inverted planetary roller screw mechanism

**O.A. Ryakhovskiy, F.D. Sorokin, A.S. Marokhin**

*Inverted planetary roller screw mechanisms (PRSM) are used in a variety of drives in machine-building, aircraft, oil and gas industries, etc. Currently, such mechanisms are widely used in manufacturing the so-called electric cylinders. The difference of lead angles of the rollers and the nut causes radial misalignment of rollers axes, which results in mechanism preload. The preload affects the*

*mechanism accuracy and efficiency and, in some cases, prevents its assembly. It is obvious that the value of the radial displacement of the axes of rollers relative to the axis of a nut should be taken into account to obtain a required mechanism preload and efficiency. This paper presents analytical relationships for calculating the position of initial contact points of accurate nut and roller threads, as well as an increase in axial distance between rollers and nut axes caused by the difference of their lead angles. Accounting for changes in axial distance makes it possible to design efficient mechanisms and estimate the magnitude of the preload required to run the mechanism and ensure its best efficiency.*

**Keywords:** planetary roller screw mechanism, radial displacement, thread, nut, roller.

**В** настоящее время для преобразования вращательного движения в поступательное и наоборот используют планетарные ролик-винтовые механизмы (ПРВМ), пришедшие на смену паре винт-гайка скольжения, а также шарико-винтовым механизмам.

Как правило ПРВМ (рис. 1) состоит из однозаходных резьбовых роликов 3, многозаходных винта 1 и гайки 2, двух сепараторов 4, в отверстиях которых установлены цилиндрические цапфы 7 роликов [1, 2]. Сепараторы определяют положение роликов в окружном направлении и могут свободно вращаться относительно винта и гайки. На торцах винта выполнены зубчатые венцы с внешним зубом 5, с которыми зацепляются зубчатые венцы, нарезанные на концах резьбовых роликов 3.

Профиль резьбы винта, роликов и гайки отличается от профиля обычных крепежных и ходовых резьб [3]. Резьба винта и гайки в сечении, нормальном к направлению витка резьбы,

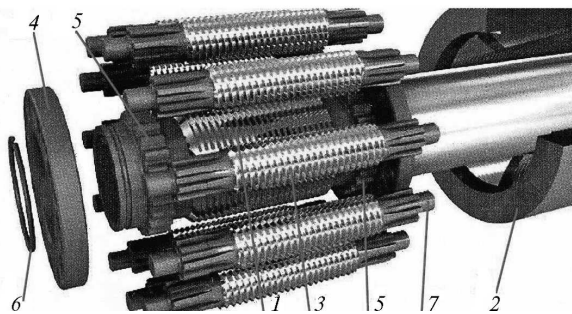


Рис. 1. Планетарный ролик-винтовой механизм [1]

треугольная с углом профиля при вершине  $2\psi = 90^\circ$ . Резьба ролика в этом же сечении очерчена дугами окружностей радиуса  $\rho$  с центром, расположенным на оси ролика (рис. 2, б). Это позволяет предотвратить кромочный контакт витков резьбы винта и гайки с резьбой роликов при наличии ошибок изготовления и деформаций резьбовых деталей механизма под нагрузкой.

Взаимное расположение оси ролика  $Z_p$  и бинормалей к винтовой линии для ролика  $b_p$  и гайки  $b_r$  в точке  $M_1$  контакта резьбы гайки и ролика показано на рис. 2, в. Углы  $\gamma_p$  и  $\gamma_r$  — углы подъема резьбы на среднем диаметре.

При равных углах подъема резьбы винта и роликов на среднем диаметре витка резьбы ролики полностью входят во впадины между соседними витками резьбы винта (рис. 3, б) и касаются резьбы винта в точках  $M$ . При этом расстояние между осями винта и ролика  $a = 0,5(d_b + d_p)$ , где  $d_b$  и  $d_p$  — средние диаметры резьбы винта и ролика.

Однако углы подъема резьбы гайки и ролика в ПРВМ должны быть различны. Если углы подъема резьбы на среднем диаметре гайки и ролика  $\gamma_r, \gamma_p$  будут равны (рис. 4), то при вращении гайки ролик будет вращаться, но

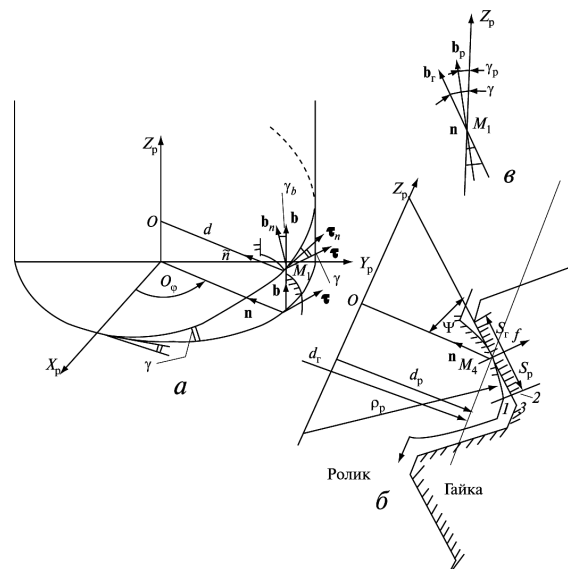


Рис. 2. Формирование геликоидальной поверхности: а — изображение линии геликоидальной поверхности резьбы ролика; б — схема контакта резьб ролика и гайки; в — расположение бинормалей поверхностей резьб гайки и ролика по отношению к продольной оси ролика

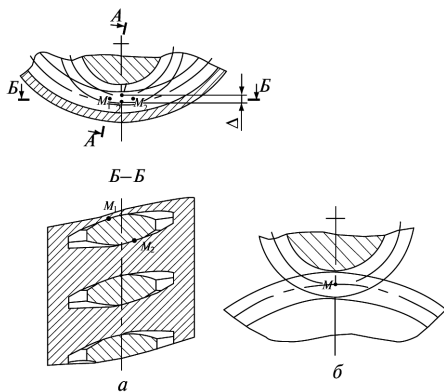


Рис. 3. Сопряжение витков резьбы: а — ролика и гайки; б — ролика и винта

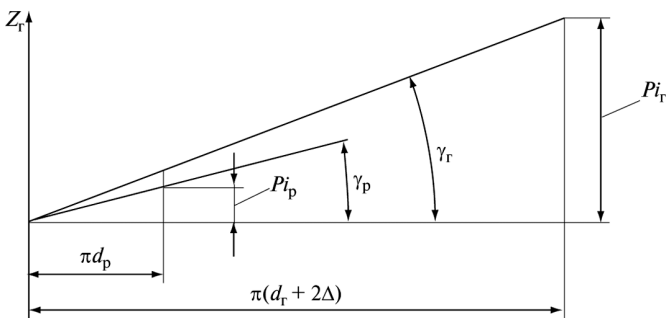


Рис. 4. Углы подъема витков резьбы винта и ролика

перемещаться относительно гайки вдоль оси не будет. При разных углах подъема резьбы на среднем диаметре гайки и ролика за один оборот гайки ролик переместится вдоль оси винта на расстояние  $h_p = \pi d_p (\operatorname{tg} \gamma_r - \operatorname{tg} \gamma_p)$ .

Углы подъема резьбы  $\gamma_r, \gamma_p$  зависят от диаметров гайки и ролика и заходности резьбы. Из-за различия углов подъема резьбы гайки и роликов (рис. 3, а) точками начального контакта витка резьбы ролика с витком резьбы гайки будут точки  $M_1$  и  $M_2$ . При этом расстояние между осями гайки и ролика увеличится на некоторую величину  $\Delta$ .

В данной работе получено аналитическое выражение для вычисления  $\Delta$  и смещений точек контакта резьбы гайки и ролика  $M_1$  и  $M_2$  в плоскости, нормальной к оси вращения гайки и роликов.

Контактирующие поверхности резьбы ролика и гайки ПРВМ являются геликоидальными (винтовыми).

По отмеченным выше геометрическим причинам точка контактирования винтовых поверхностей находится вне плоскости, проходя-

щей через оси этих поверхностей. Они не позволяют профилю резьбы ролика полностью поместиться во впадине резьбы гайки. Вследствие этого расстояние между осями гайки и ролика при контакте не равно сумме средних радиусов резьбы винта и ролика, а увеличено на расстояние  $A$  [4].

**Задание геликоидальной поверхности.** Геликоидальную поверхность можно рассматривать как поверхность, образованную переносом некоторого контура  $a$  вдоль оси  $Z$  с одновременным вращением вокруг оси  $Z$ . Геликоидальную поверхность, как и любую другую, можно описать радиус-вектором точки поверхности, зависящим от двух параметров  $z$  и  $s$  (гауссовых координат):

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(z, s). \tag{1}$$

В качестве гауссовых координат удобно выбрать осевую координату  $z$  некоторой точки контура поверхности и дуговую координату  $s$ , указывающую положение точки на контуре (см. рис. 2, б). Обычно в качестве параметра  $s$  выбирается дуга контура. Возможен и другой выбор, например, расстояние до оси вращения, т. е. радиус или приращение радиуса.

Следует отметить, что положение точек на образующих контурах гайки  $s_r$  и ролика  $s_p$  отсчитывается от точки  $M_1$  начального контакта резьб гайки и ролика в направлении к наружной части витка резьбы (см. рис. 2, б).

Поверхность (1), обладающая геликоидальной симметрией, задается следующим векторно-матричным соотношением:

$$\mathbf{r}(z, s) = (z + z_0)\mathbf{k} + \mathbf{L}(\omega z)\mathbf{a}(s), \tag{2}$$

где  $\mathbf{k}$  — орт оси  $Z$ ;  $\mathbf{L}$  — матрица поворота твердого тела вокруг оси  $Z$  на угол  $\varphi = \omega z$  (см. рис. 2, а);  $\mathbf{a}$  — радиус-вектор образующего контура при  $z = 0$  (линия контура);  $z_0$  — начальное смещение образующего контура вдоль оси  $z$ ;  $\omega$  — крутка,

$$\omega = 2\pi/(pi).$$

Здесь  $p$  — шаг резьбы;  $i$  — заходность резьбы.

Поскольку заходность резьбы гайки и ролика различны ( $i_r \neq i_p$ ), запишем выражения крутки в следующем виде:

- для резьбы гайки  $\omega_r = 2\pi/(pi_r)$ ;
- для резьбы ролика  $\omega_p = 2\pi/(pi_p)$ .

Описание координат геликоидальной поверхности в формуле (2) является основой для

вычисления радиального смещения осей винта и ролика.

Для перехода к проекциям достаточно подставить в (2) выражение матрицы поворота [6]:

• для гайки

$$L_r(\omega_r z) = \begin{bmatrix} \cos(\omega_r z) & -\sin(\omega_r z) & 0 \\ \sin(\omega_r z) & \cos(\omega_r z) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (3a)$$

• для ролика

$$L_p(\omega_p z) = \begin{bmatrix} \cos(\omega_p z) & -\sin(\omega_p z) & 0 \\ \sin(\omega_p z) & \cos(\omega_p z) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (3b)$$

• для радиус-вектора образующего контура

$$\mathbf{a}(s) = \begin{bmatrix} a_x(s) \\ a_y(s) \\ a_z(s) \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Проекции радиус-вектора поверхности на декартовы оси:

• для гайки

$$\begin{aligned} r_x(z, s_r) &= a_x(s_r) \cos(\omega_r z) - a_y(s_r) \sin(\omega_r z), \\ r_y(z, s_r) &= a_x(s_r) \sin(\omega_r z) + a_y(s_r) \cos(\omega_r z), \\ r_z(z, s_r) &= (z + z_{0r}) + a_z(s_r); \end{aligned} \quad (5a)$$

• для ролика

$$\begin{aligned} r_x(z, s_p) &= a_x(s_p) \cos(\omega_p z) - a_y(s_p) \sin(\omega_p z), \\ r_y(z, s_p) &= a_x(s_p) \sin(\omega_p z) + a_y(s_p) \cos(\omega_p z), \\ r_z(z, s_p) &= (z + z_{0p}) + a_z(s_p). \end{aligned} \quad (5b)$$

При рассмотрении конкретной резьбы проекции вектора  $\mathbf{a}$  (4) необходимо конкретизировать. Для резьбы гайки, образующая которой представляет собой прямую линию, наклоненную под углом  $\psi$  к радиусу, контур задается следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} a_x(s_r) &= d_r / 2 - s_r \cos \psi; \\ a_y(s_r) &= s_r \sin \psi \sin \gamma_r; \\ a_z(s_r) &= -s_r \sin \psi \cos \gamma_r, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $d_r$  — средний диаметр резьбы гайки;  $\gamma_r$  — угол подъема резьбы на среднем диаметре резьбы гайки.

Образующая поверхности резьбы ролика задается аналогично, но с учетом влияния радиуса закругления ролика  $\rho_p$  (рис. 5, б):

$$s_p^2 + (-\rho_p - f_p)^2 = \rho_p^2,$$

отсюда

$$f_p \approx -\frac{s_p^2}{2\rho_p};$$

$$\begin{cases} a_x(s_p) = d_p / 2 + s_p \cos \psi - s_p^2 \sin \psi / (2\rho_p), \\ a_y(s_p) = (s_p \sin \psi + s_p^2 \cos \psi / (2\rho_p)) \sin \gamma_p, \\ a_z(s_p) = -(s_p \sin \psi + s_p^2 \cos \psi / (2\rho_p)) \cos \gamma_p. \end{cases} \quad (7)$$

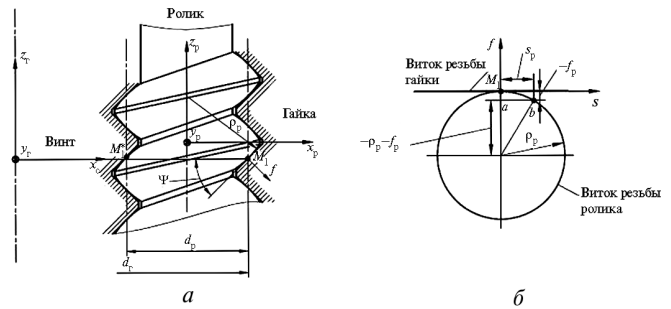


Рис. 5. Схема сопряжения витка резьбы гайки с роликом (а) и учета влияния закругления резьбы ролика (б):

точка  $M^*$  при  $\varphi_p = 0$ ; точка  $M_1$  при  $\varphi_p = \pi$

В рассматриваемом случае  $\Psi = 45^\circ$ , а положение точек  $s_r$  и  $s_p$  отсчитывается от точки  $M_1$ , лежащей на среднем диаметре резьбы винта и ролика, в направлении к внешней части резьбы от среднего диаметра (см. рис. 2, б).

**Расчет радиального смещения осей гайки и ролика (увеличения радиуса резьбы гайки).** При конструировании механизма расхождение в радиальном направлении контактирующих винтовых поверхностей целесообразно компенсировать увеличением радиуса резьбы гайки. Однако вычисления удобнее проводить в предположении, что радиус резьбы гайки не меняется, а ролик смещается в радиальном направлении к оси гайки. Как показывают вычисления, указанное обращение задачи практически не влияет на конечный результат. Задача решается именно в предположении, что смещается ось ролика. При этом подразумевается, что в действительности на ту же величину должен быть увеличен радиус резьбы гайки, а ролик должен оставаться в своем исходном положении.

Винтовые поверхности удобно рассматривать в глобальной системе координат, одна из осей которой совпадает с продольной осью  $Z$ . Однако для рассмотрения контакта поверхностей витков резьбы приходится вводить дополнительную систему координат, начало которой располо-

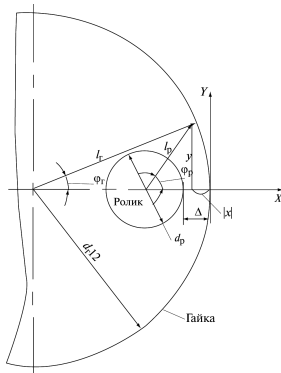


Рис. 6. Расположение глобальных и вспомогательных координатных осей

жено достаточно близко к предполагаемой точке контакта витков резьбы гайки и ролика (рис. 6). Соответственно необходимы правила для перехода от промежуточной системы координат к глобальной системе координат гайки и ролика.

Для гайки, согласно рис. 6, полярный угол  $\varphi_r$  и размер радиуса  $l_r$  до оси вращения описываются выражением

$$l_r = \sqrt{(x + d_r / 2)^2 + y^2}; \quad (8)$$

$$\varphi_r = \arcsin(y / l_r).$$

По полярному углу и радиусу вычисляются локальные координаты поверхности резьбы гайки:

$$z_r = \varphi_r / \omega_r; \quad (9)$$

$$s_r = (d_r / 2 - l_r) / \cos \psi_r.$$

Аналогично определяются локальные координаты поверхности резьбы ролика:

$$l_p = \sqrt{(|x| + (d_p / 2 + \Delta))^2 + y^2};$$

$$\varphi_p = \arcsin y / l_p; \quad (10)$$

$$z_p = \varphi_p / \omega_p;$$

$$s_p = (l_p - d_p / 2) / \cos \psi_p.$$

В результате обе поверхности витков резьбы гайки и ролика оказываются заданными с помощью одинаковых глобальных координат  $X, Y$ . Для изучения условий контактирования поверхностей вычисляется расстояние между резьбами гайки и ролика, измеряемое вдоль оси  $Z$ :

$$f(x, y) = r_{zr}(z_r(x, y), s_r(x, y)) - r_{zp}(z_p(x, y), s_p(x, y)), \quad (11)$$

где промежуточные величины находятся по формулам (5а), (5б), (9), (10).

Рассмотрим гайку и ролик со следующими параметрами:  $p_r i_r = 1,2 \text{ мм} \cdot 5 = 6 \text{ мм}$ ;  $d_r / 2 = 10 \text{ мм}$ ;  $\rho_r = \infty$  (так как образующая прямая линия);  $\Psi_r = 45^\circ$ ;  $Z_{0r} = 0 \text{ мм}$ ;  $p_p i_p = 1,2 \text{ мм}$ ;  $d_p / 2 = 1,25 \text{ мм}$ ;  $\rho_p = 1,77 \text{ мм}$  (образующая — часть дуги окружности резьбы ролика  $\rho_p = d_p / (2 \cos(\pi / 2 - \psi_p))$ );  $\Psi_p = 45^\circ$ ;  $i_r = 5, i_p = 1$  — заходности резьбы гайки и ролика.

Расстояние между контактирующими поверхностями  $f(x, y)$  между поверхностями резьбы гайки и ролика для указанного набора параметров представлено на рис. 7.

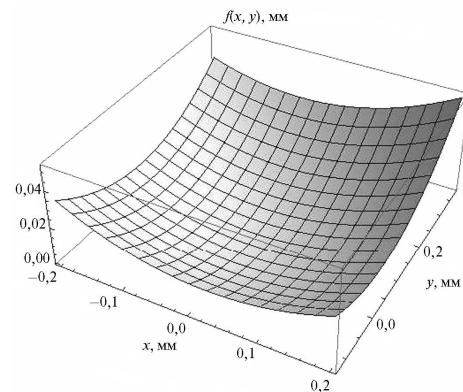


Рис. 7. Расстояние между контактирующими поверхностями гайки  $f_r(x, y)$  и ролика  $f_p(x, y)$ , измеренное вдоль оси  $Z$

Контурный график (линии уровня) той же поверхности (рис. 8) и ее сечение (рис. 9) показывают, что в окрестности минимума поверхность очень близка к параболоиду.

Минимум функции зазоров определялся стандартными средствами компьютерного пакета Mathematica [7]. При этом смещение осей  $\Delta$  задавалось заранее. Очевидно, что значение минимума  $f(x, y)$  зависит от величины  $\Delta$ :

$\Delta$ , мкм	$\min[f(x, y)]$ , мкм
4,00	1,62503
3,00	0,628808
2,37	0,00118618
2,00	-0,367417
1,00	-1,36364
0,00	-2,35987

Значение  $\Delta = 2,37 \text{ мкм}$ , при котором расстояние между поверхностями становится практически равным нулю получено подбором. При этом координаты точки контакта:  $x_{\min} =$

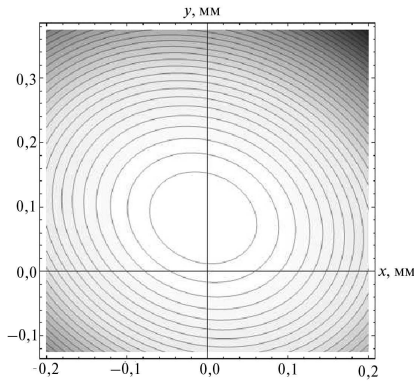


Рис. 8. Контурный график (линии уровня) поверхностей  $f(x, y)$

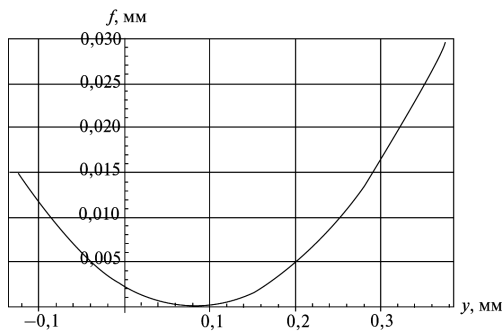


Рис. 9. Сечение поверхности  $f(x, y)$  плоскостью  $x = 0$   
 $= -5,38$  мкм;  $y_{\min} = +82,4$  мкм, т. е. точка контакта смещена на 82,4 мкм относительно плоскости расположения осей  $Z_r$  и  $Z_p$  и на 5,38 мкм в плоскости расположения осей  $Z_r$  и  $Z_p$ .

**Приближенный аналитический расчет радиального смещения осей (увеличения радиуса резьбы гайки).** Вид поверхности  $f(x, y)$  (близость к параболоиду, см. рис. 8 и рис. 9) позволяет построить приближенное аналитическое выражение функции  $f(x, y)$ . Разложение  $f(x, y)$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $x = 0, y = 0$  имеет вид

$$f(x, y) \approx C_p \Delta + \left( -C_r + C_p \left( 1 + \frac{\sqrt{2}\Delta}{\rho_p} \right) \right) x + \left( T_r - T_p \left( 1 - \frac{2\Delta}{d_p} \right) \right) y + \frac{\sqrt{2}C_p}{\rho_p} \frac{x^2}{2} + \left( \left( 1 - \frac{4\Delta}{d_p} \right) \frac{2T_p}{d_p} - \frac{2T_r}{d_r} \right) xy + \left( -\frac{2C_r}{d_r} + \frac{2C_p}{d_p} \left( 1 - \frac{2\Delta}{d_p} + \frac{\sqrt{2}\Delta}{\rho_p} \right) \right) \frac{y^2}{2}, \quad (12)$$

где  $C_r = \cos \gamma_r$ ;  $T_r = \operatorname{tg} \gamma_r$ ;  $C_p = \cos \gamma_p$ ;  $T_p = \operatorname{tg} \gamma_p$ .

Разложение (12) выполнялось стандартными средствами компьютерного пакета Mathematica [7]. При разложении в степенной ряд были оставлены вторые степени координат и первая степень смещения  $\Delta$  осей (в связи с малостью этой величины).

Координаты точки касания  $(x, y)$  и величина  $\Delta$  определяются системой трех уравнений, которые имеют смысл условий экстремума и условий касания:

$$\begin{cases} \partial f / \partial x = 0, \\ \partial f / \partial y = 0, \\ f = 0. \end{cases} \quad (13)$$

Решение системы (13) выполнялось в векторно-матричной форме. Для этого коэффициенты при первых степенях координат в (12) объединены в векторы, а коэффициенты при вторых степенях — в матрицы:

$$f(x, y) \approx (q_0 + q_1 \Delta) + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}^T (\mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_1 \Delta) + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}^T ([\mathbf{A}_0] + [\mathbf{A}_1] \Delta) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad (14)$$

где

$$[\mathbf{A}_0] = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}C_p}{\rho_p} & \frac{2T_p}{d_p} - \frac{2T_r}{d_r} \\ \frac{2T_p}{d_p} - \frac{2T_r}{d_r} & \frac{2C_p}{d_p} - \frac{2C_r}{d_r} \end{pmatrix};$$

$$[\mathbf{A}_1] = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{8T_p}{d_p^2} \\ -\frac{8T_p}{d_p^2} & \frac{2C_p}{d_p} \left( \frac{\sqrt{2}}{\rho_p} - \frac{2}{d_p} \right) \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{v}_0 = \begin{pmatrix} C_p - C_r \\ T_p - T_r \end{pmatrix}; \mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}C_p}{\rho_p} \\ \frac{2T_p}{d_p} \end{pmatrix}; q_0 = 0; q_1 = C_p. \quad (15)$$

Из условий экстремума  $\frac{\partial f}{\partial x} = 0, \frac{\partial f}{\partial y} = 0$  следует линейная система уравнений относительно  $x$  и  $y$ :

$$([\mathbf{A}_0] + [\mathbf{A}_1] \Delta) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + (\mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_1 \Delta) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Матрица системы (16) состоит из основной части  $[A_0]$  и дополнительной части с малым множителем  $\Delta$ . Обращение такой матрицы можно представить степенным рядом по степеням  $\Delta$ :

$$([A_0] + [A_1]\Delta)^{-1} = [B_0] + [B_1]\Delta + [B_2]\Delta^2 + \dots, \quad (17)$$

где  $[B_0] = [A_0]^{-1}$ ;  $[B_1] = -[A_0]^{-1}[A_1][A_0]^{-1}$ .

Из (16) и (17) следует выражение для координат точки контакта

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \approx -[B_0]v_0 - \Delta([B_0]v_1 + [B_1]v_0). \quad (18)$$

Здесь и далее в выражениях оставлены слагаемые, содержащие  $\Delta$  в степени не выше первой.

Подстановка формулы (18) в (14) с учетом (16) и с учетом симметрии матриц приводит к следующему выражению для минимального значения функции  $f(x, y)$ :

$$f_{\min} = \omega_0 + \omega_1 \Delta, \quad (19)$$

где

$$\omega_0 = q_0 - \frac{1}{2} v_0^T [B_0] v_0; \quad (20)$$

$$\omega_1 = q_1 - v_0^T [B_0] v_1 - \frac{1}{2} v_0^T [B_1] v_0.$$

Из условия касания поверхностей

$$f_{\min} = 0 \quad (21)$$

следует выражение, определяющее  $\Delta$ :

$$\Delta = -\omega_0 / \omega_1. \quad (22)$$

*Численный пример.* Для указанных выше параметров гайки и ролика приведем значения всех промежуточных величин (размеры заданы в мм):  $C_r = 0,995471$ ;  $C_p = 0,988528$ ;  $T_r = 0,095493$ ;  $T_p = 0,152789$ ;

$$[A_0] = \begin{pmatrix} 0,790823 & 0,112682 \\ 0,112682 & 0,691275 \end{pmatrix};$$

$$[A_1] = \begin{pmatrix} 0 & -0,19557 \\ -0,19557 & 0 \end{pmatrix};$$

$$[B_0] = \begin{pmatrix} 1,29457 & -0,211023 \\ -0,211023 & 1,48100 \end{pmatrix};$$

$$[B_1] = \begin{pmatrix} -0,106853 & 0,383667 \\ 0,383667 & -0,122241 \end{pmatrix};$$

$$v_0 = \begin{pmatrix} -0,00694323 \\ -0,0572958 \end{pmatrix}; v_1 = \begin{pmatrix} 0,790823 \\ 0,122231 \end{pmatrix}; \quad (23)$$

$$q_0 = 0; q_1 = 0,988528;$$

$$\omega_0 = -0,00237817; \omega_1 = 0,996318;$$

$$\Delta = 0,00239 \text{ мм.}$$

Полученный результат отличается от результата численного метода (см. выше) всего на 1%.

Для координат контактной точки матричные вычисления дают следующие значения:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,00543363 \\ 0,0833457 \end{pmatrix}.$$

Отличие этих координат от координат, найденных численным методом, также незначительно.

*Упрощенное выражение для  $\Delta$ .* Рассмотренный пример показывает, что в полученную приближенную методику вычисления  $\Delta$  можно вносить дополнительные упрощения.

Во-первых, величина  $\omega_1$  отличается от единицы только в третьем знаке, причем это связано с тем, что косинусы углов подъема винтовых линий в той же степени близки к единице. Из этого следует, что знаменатель в выражении (22) можно не учитывать

$$\Delta \approx \frac{1}{2} v_0^T [B_0] v_0. \quad (24)$$

Во-вторых, первый элемент вектора  $v_0$  является разностью косинусов  $C_r$  и  $C_p$ , т. е. весьма мал. Тогда в произведении (24) остается только один элемент:

$$\Delta \approx \frac{1}{2} v_{02} B_{022} v_{02}. \quad (25)$$

С учетом того, что матрица  $[A_0]$  близка к диагональной, элемент

$$B_{022} \approx \frac{1}{2C_p / d_p - 2C_r / d_r}. \quad (26)$$

В результате получаем приближенное выражение

$$\Delta \approx \frac{(T_p - T_r)^2}{4(C_p / d_p - C_r / d_r)}, \quad (27)$$

или в более простом виде

$$\Delta \approx \frac{(\text{tg} \gamma_p - \text{tg} \gamma_r)^2}{4(\cos \gamma_p / d_p - \cos \gamma_r / d_r)}. \quad (28)$$

## Выводы

Подставив геометрические параметры звеньев механизма в (28) получим  $\Delta \approx 0,002374$  мм. Сравнение с результатами численного метода (см. выше) показывает совпадение в трех значащих цифрах, что свидетельствует об очень высокой точности выражения (28). Этот результат оказывается даже точнее, чем более строгий результат матричных вычислений (23).

Следует отметить, что область применения выражения (28) ограничена теми предположениями, при которых оно было получено, в частности, углы подъема винтовых линий должны быть малы, а их косинусы близки к единице. Указанное условие для ролико-винтовых механизмов практически всегда выполняется, поэтому следует ожидать, что выражение (28) будет достаточным для большинства приложений при вычислении смещения осей.

Увеличение радиуса резьбы гайки при неизменном положении ролика определяется тем же выражением (28).

Таким образом, получено важное для практики конструирования ПРВМ приближенное выражение необходимого увеличения среднего диаметра резьбы гайки, возникающего из-за различия углов подъема резьбы на среднем диаметре витков гайки и ролика.

## Литература

- [1] SKF compact inverted roller screw. Brochure.
- [2] SKF Catalogue roller screen 2005–2008. Publication 4351 EN – 2008-01. France, 88 p.

[3] Блинов Д.С., Ряховский О.А., Соколов П.А., Костеев В.А., Фетисов В.И. Способ измерения профилей резьб роликов планетарных ролико-винтовых передач и обработка результатов. *Вестник машиностроения*, 1998, № 7, с. 26–29.

[4] Блинов Д.С., Ряховский О.А., Соколов П.А. Численный метод определения точки первоначального контакта витков двух винтов с параллельными осями и различными углами подъема резьбы. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 1996, № 3, с. 93–96.

[5] Бидерман В.Л. *Механика тонкостенных конструкций. Статика*. Москва, Машиностроение, 1977. 488 с.

[6] Дронг В.И., Дубинин В.В., Ильин М.М. *Курс теоретической механики*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000, 736 с.

[7] Дьяконов В.П. *Mathematica 5.1/5.2/6 в математических и научно-технических расчетах*. Москва, «СОЛОН-Пресс», 2008, 744 с.

## References

- [1] SKF compact inverted roller screw. Brochure.
- [2] SKF Catalogue roller screen 2005–2008. Publication 4351 EN – 2008-01. France, 88 p.
- [3] Blinov D.S., Riakhovskii O.A., Sokolov P.A. Sposob izmereniia proflei rez'b rolikov planetarnykh roliko-vintovykh peredach i obrabotka rezul'tatov [A method for measuring the thread profile of the planetary roller screw roller gear and processing of results]. *Vestnik mashinostroeniia* [Russian Engineering Research]. 1998, no. 7, pp. 26–29.
- [4] Blinov D.S., Riakhovskii O.A., Sokolov P.A. Chislennyi metod opredeleniia tochki pervonachal'nogo kontakta vitkov dvukh vintov s parallel'nymi osiami i razlichnymi uglami pod'ema rez'by [A numerical method for determining the point of initial contact turns two screws with parallel axes and various angles of ascent thread]. *Vestnik MGTU im. N.E. Bauman. Ser. Mashinostroenie* [Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Ser. Mechanical Engineering]. 1996, no. 3, pp. 93–96.
- [5] Biderman V.L. *Mekhanika tonkostennykh konstruksii. Statika* [Mechanics of thin-walled structures. Statics]. Moscow, Mashinostroenie publ., 1977. 488 p.
- [6] Dron V.I., Dubinin V.V., Il'in M.M., Kolesnikov K.S. *Kurs teoreticheskoi mekhaniki* [Course of Theoretical Mechanics]. Moscow, Bauman Press, 2000. 736 p.
- [7] D'iakonov V.P. *Mathematica 5.1/5.2/6 v matematicheskikh i nauchno-tekhnicheskikh raschetakh* [Mathematica 5.1/5.2/6 in mathematical, scientific and technical calculations]. Moscow, SOLON-Press publ., 2008. 744 p.

Статья поступила в редакцию 20.06.2013

## Информация об авторах

**РЯХОВСКИЙ Олег Анатольевич** (Москва) — доктор технических наук, профессор кафедры «Основы конструирования машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: rolgan@mail.ru).

**СОРОКИН Федор Дмитриевич** (Москва) — профессор кафедры «Прикладная механика». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: sorokin\_fd@mail.ru).

**МАРОХИН Антон Сергеевич** (Москва) — аспирант кафедры «Основы конструирования машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

## Information about the authors

**RYAKHOVSKIY Oleg Anatol'evich** (Moscow) — Dr. Sci. (Eng.), Professor of «Fundamentals of Machine Design» Department. Bauman Moscow State Technical University (BMSTU, building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation, e-mail: rolgan@mail.ru).

**SOROKIN Fedor Dmitrievich** (Moscow) — Professor of «Applied Mechanics» Department. Bauman Moscow State Technical University (BMSTU, building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation, e-mail: sorokin\_fd@mail.ru).

**MAROKHIN Anton Sergeevich** (Moscow) — Post-Graduate of «Fundamentals of Machine Design» Department. Bauman Moscow State Technical University (BMSTU, building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation).