

2. Байрамов Ф. А., Галимов Н. С. Определение максимальной мощности ветроустановки. // Проектирование и исследование технических систем: Межвузовский научный сборник. – Наб. Челны: КамПИ. 2002. – С. 115-117.
3. Решетов Л. Н. Самоустанавливающиеся механизмы: Справочник. – М.: Машиностроение, 1991. – 284 с.
4. Терган В. С., Андреев И. Б., Либерман Б. С. Основы автоматизации производства. – М.: Машиностроение. 1982. – 270 с.
5. Воронов А. А. Теория автоматического управления. – М.: Высшая школа, 1986. – 386 с.
6. Попкович Г. С., Гордеев М. А. Автоматизация систем водоснабжения и водоотведения. – : Высшая школа. 1986. – 392 с.

629.3.017

## ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АВТОМОБИЛЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С ПОТЕРЕЙ ПОПЕРЕЧНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ

*Канд.техн.наук. В И РЯЗАНЦЕВ, асп. НГУЕН ЧИ КОНГ*

*Рассмотрены вопросы адаптации характеристики связи колеса с дорогой к задачам движения автомобиля на режимах, характеризующихся потерей поперечной устойчивости, соответствия этих характеристик известным ранее, приведены некоторые результаты расчетов с использованием адаптированных характеристик.*

При решении задач, в которых нарушается поперечная устойчивость автомобиля, необходимо использовать характеристики связи колеса с дорогой, как минимум в поперечном направлении. Характеристика этой связи должна быть еще более сложной при решении таких задач с учетом действия продольной силы в пятне контакта, то есть в тяговом или тормозном режиме. Рассмотрим характеристики связи колеса с дорогой.

Вообще боковая сила является функцией скорости, нагрузки и жесткости шины, а также характеристики дороги [1]..., т.е.  $F_y = f(v_k, F_z, c_n, \varphi ...)$ . При торможении или разгоне в пятне контакта шины с дорогой возникает продольная сила  $F_x$ . Будем считать, что этой силой может управлять водитель, задавая ту или иную угловую скорость  $\omega_k$  вращения колес автомобиля. Горизонтальная сила  $F_{\Sigma}$  как сумма этих сил определяется по формулами:

$$\begin{cases} \vec{F}_{\Sigma} = \vec{F}_x + \vec{F}_y \\ F_{\Sigma} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \end{cases} \quad (1)$$

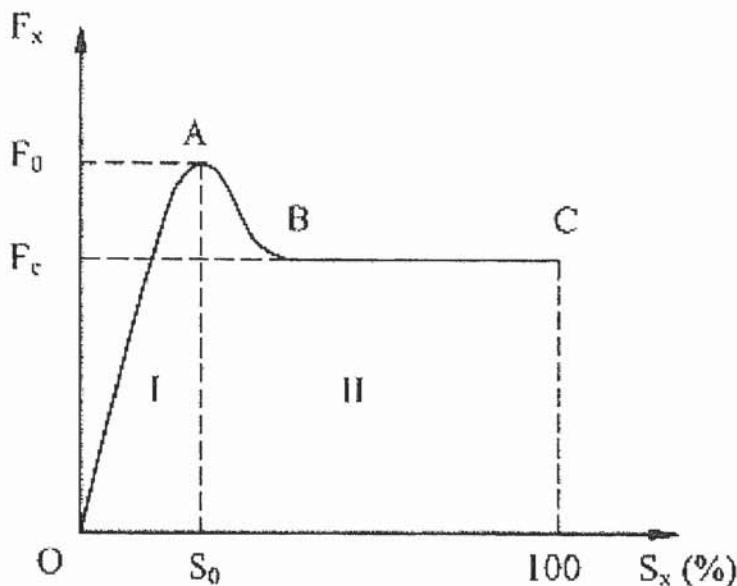


Рис. 1. Диаграмма продольной силы  $F_x$  в функции коэффициента скольжения  $S_x$

Зависимость между продольной силой  $F_x$ , приложенной к колесу, и коэффициентом скольжения  $S_x$ , известная под названием диаграмма скольжения, показана на рис. 1. Будем считать эту диаграмму исходной. Предполагается, что центр колеса перемещается в горизонтальном направлении с некоторой скоростью  $v_k$ . Коэффициент продольного скольжения  $S_x$  определяется следующими выражениями:

$$S_x = \frac{v_k - \omega_k \cdot r_k}{v_k} \text{ при торможении;} \quad (2)$$

$$S_x = \frac{\omega_k \cdot r_k - v_k}{\omega_k \cdot r_k} \text{ при разгоне или буксовании;}$$

где  $v_k$  – скорость центра колеса;

$\omega_k$  – угловая скорость колеса;

$r_k$  – радиус качения колеса;

В соответствии с представленной диаграммой продольная сила  $F_x$ , определенная в функции скольжения  $S_x$  рассчитанного по формуле (2), достигает максимального значения при коэффициенте скольжения  $S_x = S_0 = 10\text{--}20\%$ . Получение упомянутой диаграммы обусловлено отсутствием боковой силы. Если в пятне контакта боковая сила отсутствует, т.е.  $F_y = 0$ , то суммарная сила в пятне контакта равна одной продольной составляющей  $F_{\Sigma} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = F_x$ . Диаграмма может быть определенно применена для плоской задачи. Постановка новых задач, связанных

ных с пространственным движением автомобиля, требует применения несколько более сложных характеристик. Во-первых, требуется принять какую-то характеристику  $F_y = f(S_y)$  для расчета боковой реакции колеса. Во-вторых, придется создать несколько измененную характеристику скольжения для описания зависимости продольной силы  $F_x$  от скольжения  $S_x$ , и не только от него. Принимая круг трения вместо эллипса трения для модели шины в нашем расчете, мы считаем, что предельные силы трения (т.е. силы сцепления) в продольном и поперечном направлениях равны. Таким образом, сила сцепления колеса с дорогой будет одинаковой во всех направлениях. В любом направлении осуществляется связь:  $F_\Sigma = f_{(S_\Sigma)}$ , где  $S_\Sigma^2 = S_x^2 + S_y^2$ . Здесь  $S_\Sigma$  – суммарный коэффициент скольжения,  $S_x$  – коэффициент скольжения в продольном направлении;  $S_y$  – коэффициент скольжения в поперечном направлении. Информация о скоростном режиме при получении диаграммы скольжения (рис. 1) отсутствует. Это можно трактовать как инвариантность диаграммы к скорости движения центра колеса. Пытаясь обосновать характеристику связи с дорогой для пространственной модели колеса, т.е. для модели, которая учитывала бы силы сцепления, как в продольном, так и в поперечном направлениях, приходится несколько видоизменять исходную диаграмму скольжения. При этом желательно сохранить общность принципов определения горизонтальных реакций в плоскости контакта в продольном и поперечном направлениях. Отличие принимаемой для расчета диаграммы заключается в том, что полное, 100% - процентное скольжение принимается соответствующим максимальному значению горизонтальной реакции. Такая модель принимается из соображений, суть которых поясняется на рис. 2. Известна связь упругой деформации тела и силы, действующей на него: чем больше сила, тем больше деформация. Эту зависимость можно принять линейной.

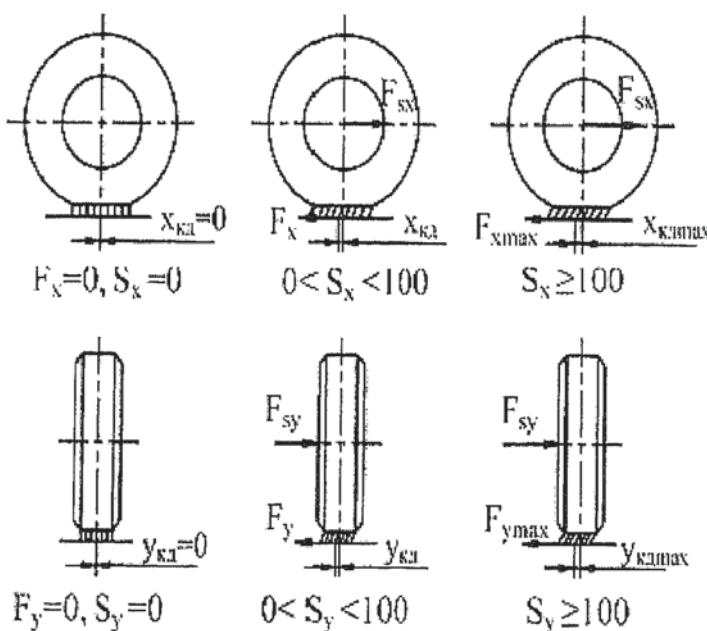


Рис. 2. Силы, деформации и коэффициенты скольжения в пятне контакта.

На этом основании считаем, что с ростом упругой деформации шины пропорциональным образом растет сила, действующая на колесо, т.е. горизонтальная реакция. Одновременно растет скольжение  $S_x$ . Здесь закономерен вопрос: как связаны сила  $F_x$  и коэффициент скольжения  $S_x$ . Ответ находится на диаграмме (рис. 1). На участке роста горизонтальной силы зависимость ее от скольжения принята нелинейной. Однако, можем отметить, что на начальном участке эта связь практически линейна.

При максимальной упругой деформации шины возникает максимальная горизонтальная сила (рис. 2). Дальнейший прирост перемещения центра колеса относительно пятна контакта в том же направлении происходит целиком за счет полного скольжения (рис. 3). Поэтому в новой модели принимаем, что  $S_x = 100\%$  соответствует максимальной деформации шины. Этим новая характеристика отличается от исходной (рис. 1). При дальнейшем росте скольжения значение потенциальной силы сцепления падает и, начиная с некоторого значения скольжения  $S_c$ , значение этой силы стабилизируется.

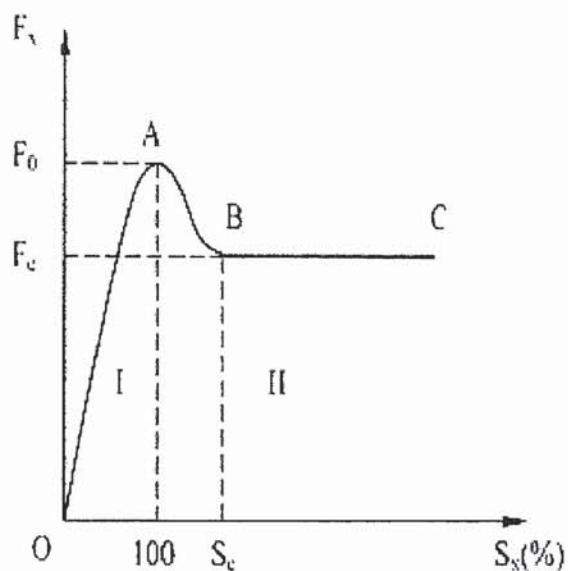


Рис. 3. Измененная диаграмма продольной силы в функции коэффициента скольжения

Зависимость  $F_x = f(S_x)$  состоит из двух участков (зон): в первой зоне происходит упругая деформация шины и частичное проскальзывание шины по поверхности дороги; во второй зоне – скольжение при некоторой вариации силы сцепления, значение которой с ростом скольжения стабилизируется.

Закон изменения продольной силы в функции коэффициента скольжения  $S_x$  в первой зоне ОА (I) задаем по формуле:

$$F_x = \varphi \cdot F_z \left( \sin\left(\frac{\pi \cdot S_x}{200}\right) \right)^p \quad 0 \leq S_x \leq 100\%; \quad (3)$$

где  $\varphi$  - коэффициент сцепления.

Функцию  $F_x=f(s_x)$  на первом участке измененной характеристики определить трудно, так как отсутствует достаточная для этого информация. Ввиду этого были апробированы расчеты с различными формами кривой  $F_x=f(s_x)$  на первом участке, рис.4. Показанные на рисунке формы кривой заданы соответствующими значениями показателя степени  $p$ .

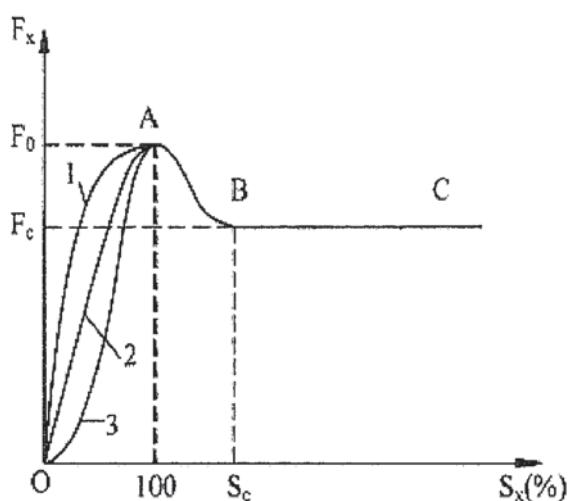


Рис. 4. Диаграмма зависимости  $F_x = f(s_x)$  с разными законами описания кривой в I-ой зоне: (1):  $p = 1/2$ ; (2):  $p = 1$ ; (3):  $p = 1.5$ ;

Выполненные расчеты показали, что наилучший результат с точки зрения приближения связи между скольжением и продольной силой на первом участке характеристики скольжения к связи, описанной характеристикой на рис. 3, дает применение в формуле (3) показателя степени  $p = 0,5$  (рис. 5).

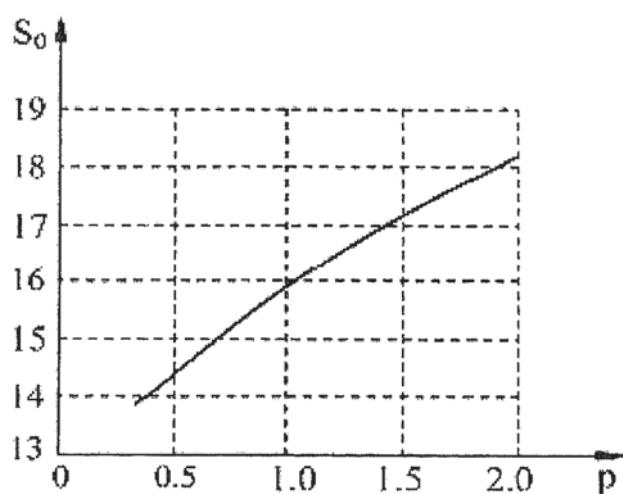


Рис. 5. Диаграмма изменения коэффициента скольжения  $S_0$  в функции показателя степени  $p$

Продольная сила во второй зоне ABC (II) определяется по формуле:

$$F_x = a \cdot F_0 + b \cdot \varphi \cdot F_z \cdot \sin \left[ \frac{\pi}{2} + \frac{\pi \cdot S_x}{c \cdot (S - 100)} \right] \quad 100 < S_x \leq (c+100)\%; \quad (4)$$

$$F_x = F_c \quad S_x > (c+100)\%; \quad (5)$$

где  $a, b, c$  – коэффициенты;

$F_z$  – нормальная реакция на колесе;

Связь боковой силы с боковым скольжением описывается также, как в продольном направлении. В целом описание связи в поперечном направлении несколько проще, так как отсутствует скорость вращения колеса.

В процессе моделирования движения автомобиля при перемещении по кривой на диаграмме (рис. 3) от начала координат до максимального значения суммарной силы ( $F_\Sigma < F_0$ ) суммарный коэффициент скольжения  $S_\Sigma$  определяется в функции суммарной силы. При  $F_\Sigma < F_0$  мы определяем боковую силу как функцию поперечной деформации шины (рис. 2):

$$F_y = c_n \cdot y_{\kappa l} \quad (6)$$

где  $c_n$  – поперечная жесткость шины;

$y_{\kappa l}$  – поперечная деформация шины;

При движении автомобиля со скоростью  $v_a$  центр рассматриваемого колеса движется со скоростью  $v_\kappa$ . Рассмотрим расчетную схему движения одного колеса с уводом (рис. 6). Расчетная схема включает две системы координат:

$Kx_\kappa y_\kappa$  – система координат колеса (с началом в центре пятна контакта K). Ось  $Kx_\kappa$  совпадает с главной плоскостью колеса, ось  $Ky_\kappa$  – перпендикулярна главной плоскости колеса.

$Kx_a y_a$  – система координат, оси которой параллельны соответствующим осям системы  $Cx_a y_a$  на рис. 9.

Продольную скорость колеса представим в двух проекциях по осям системы координат  $Kx_\kappa y_\kappa$  (рис. 6):

$$\vec{v}_\kappa = \vec{v}_{x\kappa p} + \vec{v}_{y\kappa} \quad (7)$$

где

$$\begin{cases} v_{x\kappa p} = v_\kappa \cdot \cos(\theta_s - \delta - \lambda) \\ v_{y\kappa} = v_\kappa \cdot \sin(\theta_s - \delta - \lambda) \end{cases} \quad (8)$$

Здесь:  $\theta_s$  – угол поворота ступицы колеса;  $\delta$  – угол увода колеса;  $\lambda$  – угол траектории автомобиля;

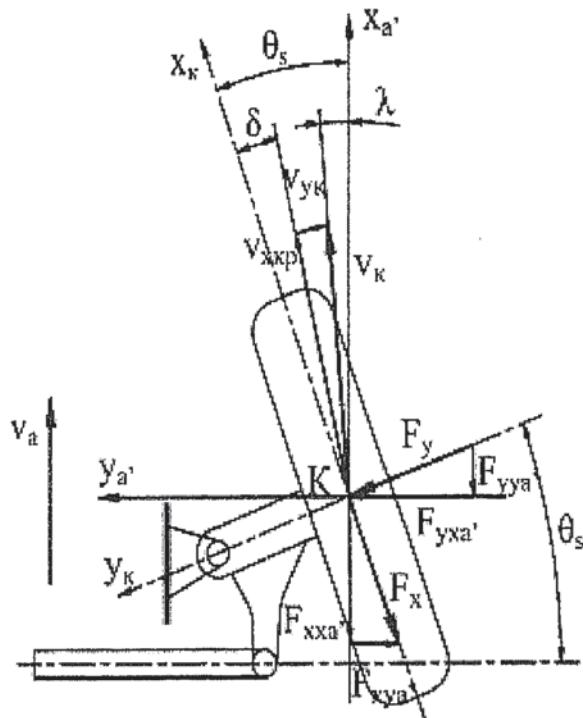


Рис. 6. Расчетная схема увода для одного колеса

При наличии поперечного скольжения поперечная скорость упругой деформации шины определена по формуле:

$$\dot{y}_{k\eta} = v_{yk} \cdot (1 - S_y / 100) \quad (9)$$

где  $S_y$  - коэффициент поперечного скольжения шины;

Поперечная деформация шины определена по формуле:

$$y_{kd} = \int \dot{y}_{kd} \cdot dt \quad (10)$$

Скорость продольного скольжения шины относительно дороги:

$$v_{xk} = v_{xkp} - \omega_k \cdot r_k \quad (11)$$

где  $\omega_k$  - угловая скорость колеса;  $r_k$  - радиус качения колеса;

При  $F_{\Sigma} < F_{\theta}$  продольная сила определяется как

$$F_x = c_{np} \cdot x_{kd}, \quad (12)$$

где  $c_{np}$  - продольная жесткость шины;  $x_{kd}$  - продольная тангенциальная деформация шины;

Скорость упругой деформации шины в продольном направлении:

$$\dot{x}_{kd} = v_{xk} \cdot (1 - S_x / 100) \quad (13)$$

где  $S_x$  - коэффициент скольжения шины в продольном направлении;

Упругая деформация шины в продольном направлении определяется по формуле:

$$x_{\text{кд}} = \int \dot{x}_{\text{кд}} \cdot dt \quad (14)$$

Когда суммарная горизонтальная сила достигает максимального значения ( $F_{\Sigma} = F_0$ ), то в этот момент времени считаем, что общий коэффициент скольжения становится равным  $S_{\Sigma} = 100\%$ .

В качестве следующего шага выполняется определение общей скорости скольжения шины по формуле:

$$v_{\text{кс}} = \sqrt{v_{x\text{к}}^2 + v_{y\text{к}}^2} \quad (15)$$

Общий коэффициент скольжения рассчитывается по формуле:

$$S_{\Sigma} = v_{\text{кс}} / v_{\text{кс}0} \quad (16)$$

где  $v_{\text{кс}0}$  - скорость скольжения шины при  $S_{\Sigma} = 100\%$ ;

Приняв механизм связи  $F_x = f(s_x)$  во второй зоне в продольном и поперечном направлениях одинаковым, мы определили связь суммарной горизонтальной реакции  $F_{\Sigma}$  с суммарным скольжением  $S_{\Sigma}$ .

Учитывая формулы, описывающие связи между проекциями скоростей, определяем связи между проекциями горизонтальной силы в пятне контакта.

$$\frac{F_{\Sigma}}{v_{\text{кс}}} = \frac{F_x}{v_{x\text{к}}} = \frac{F_y}{v_{y\text{к}}} \quad (17)$$

Графическое представление связи между проекциями скорости скольжения в пятне контакта и проекциями горизонтальной силы там же изображено на рис. 7.

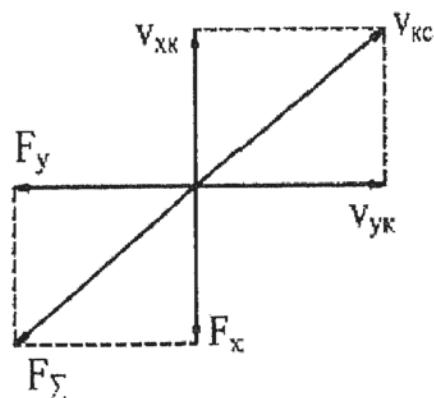


Рис. 7. Силы и скорости при коэффициенте скольжении шины  $S_{\Sigma} \geq 100\%$ .

При движении автомобиля нормальная реакция, действующая на колесо, изменяется, следовательно, максимальное значение силы сцепления  $F_0$  и диаграмма ( $F_x - S_x$ ) тоже изменяется. Поэтому необходимо принять какой-либо закон изменения продольных сил в функции вертикальной реакции. Без большой ошибки зависимость боковой силы от вертикальной реакции можно считать линейной, соответствующая этой концепции характеристика представлена на рис. 8.

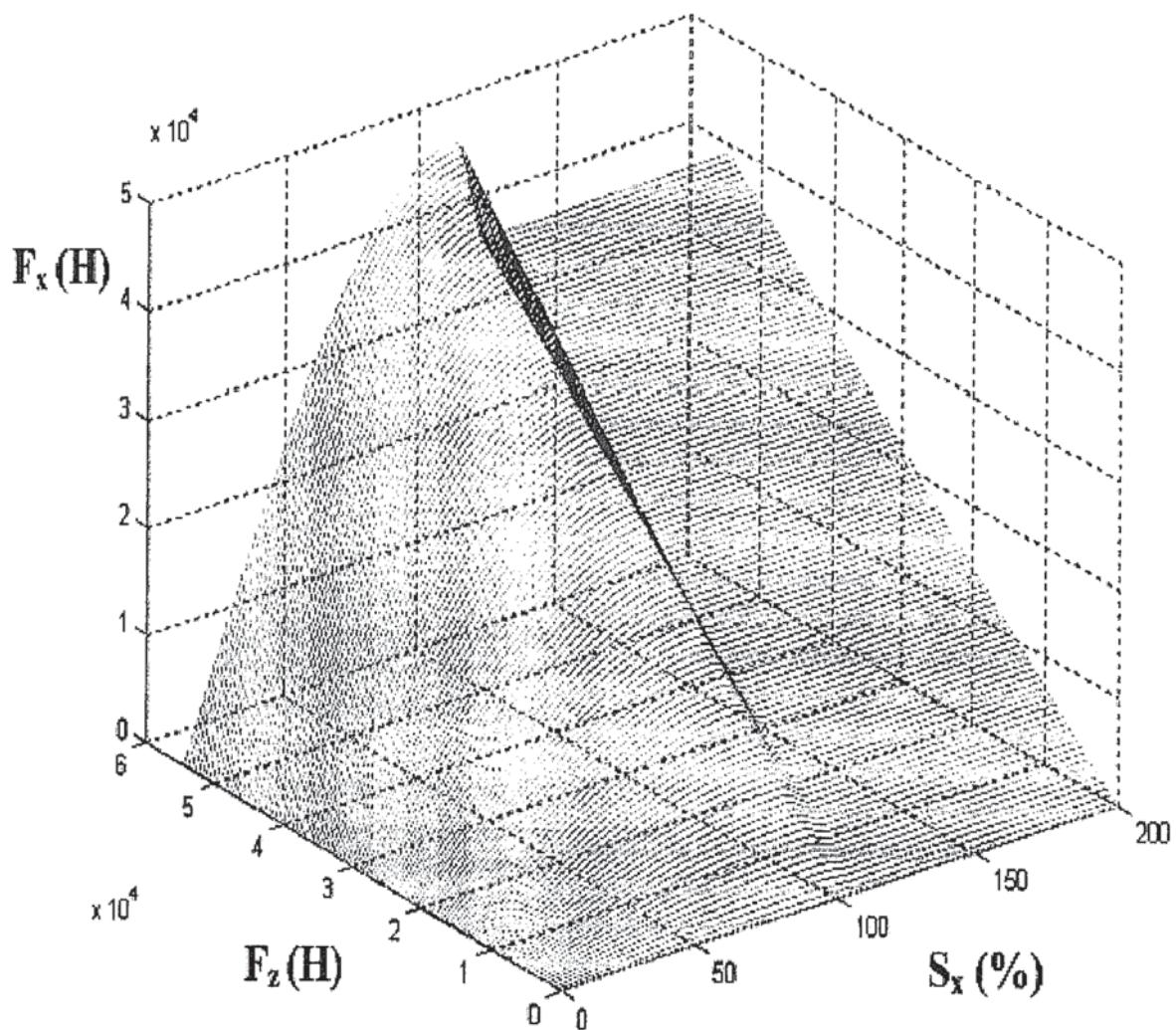


Рис. 8. Диаграмма  $F_x = f(S_x, F_z)$ .

С помощью динамической модели автомобиля выполнен расчет траектории движения автомобиля, скоростей, боковых сил и прочих параметров с учетом бокового увода колес. Динамическая модель автомобиля построена на базе пространственной модели системы подпрессоривания. Схема динамической модели приведена на рис. 9. Движение автомобиля рассматривается по отношению к неподвижной (инерциальной) системе координат OXYZ, связанной с Землей, причем ось OZ имеет вертикальное направление. Система собственных координат (с нача-

лом в центре масс корпуса С) Схема динамической модели

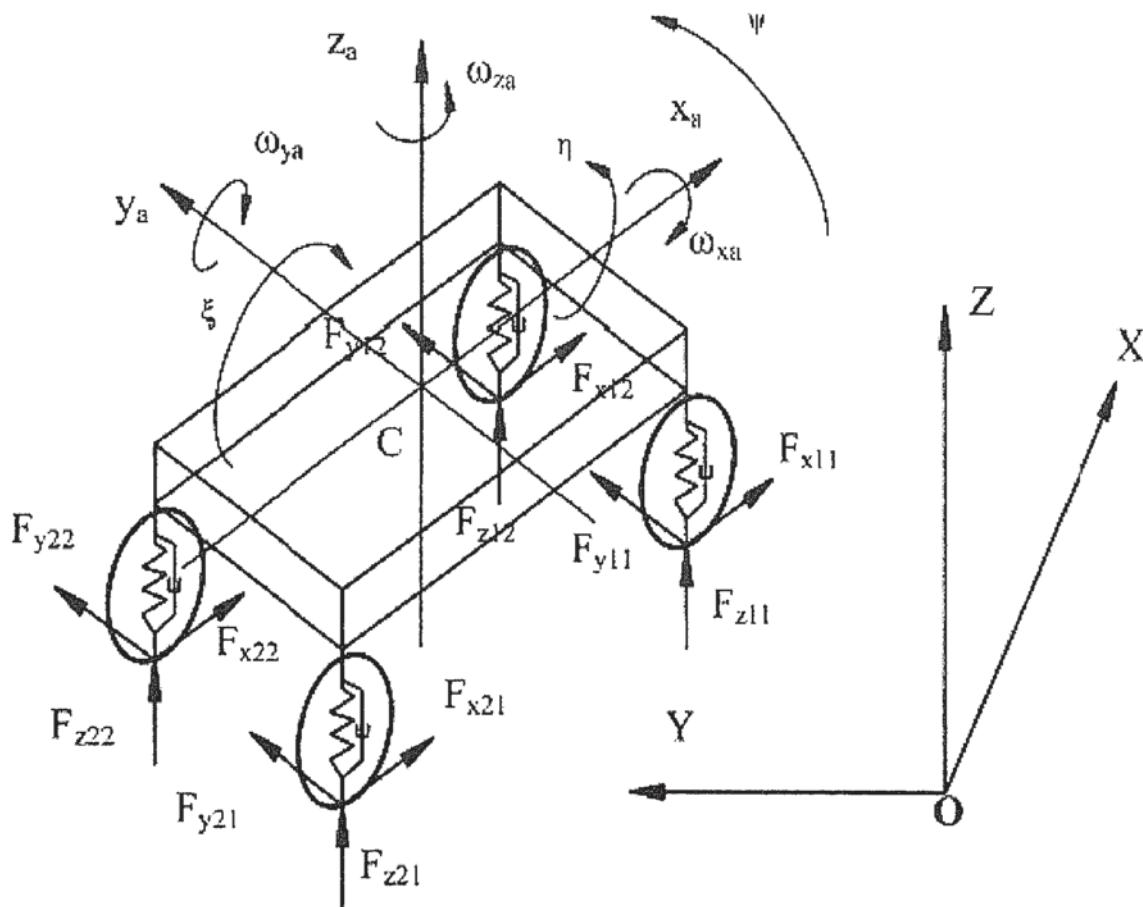


Рис. 9. Схема динамической модели

В основе математической модели рассматриваемой системы лежат шесть обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка, описывающих поступательные и вращательные движения подрессоренной массы тягово-тормозной системы.

$$\begin{cases} m \cdot (\dot{x}_{ac} + \omega_{ya} \cdot \dot{z}_{ac} - \omega_{za} \cdot \dot{y}_{ac}) = \sum F_{xa} \\ m \cdot (\dot{y}_{ac} + \omega_{za} \cdot \dot{x}_{ac} - \omega_{xa} \cdot \dot{z}_{ac}) = \sum F_{ya} \\ m \cdot (\dot{z}_{ac} + \omega_{xa} \cdot \dot{y}_{ac} - \omega_{ya} \cdot \dot{x}_{ac}) = \sum F_{za} \\ I_{xa} \cdot \dot{\omega}_{xa} + (I_z - I_y) \cdot \omega_{za} \cdot \omega_{ya} = \sum M_{xa} \\ I_{ya} \cdot \dot{\omega}_{ya} + (I_x - I_z) \cdot \omega_{xa} \cdot \omega_{za} = \sum M_{ya} \\ I_{za} \cdot \dot{\omega}_{za} + (I_y - I_x) \cdot \omega_{xa} \cdot \omega_{ya} = \sum M_{za} \end{cases} \quad (18)$$

где  $I_{xa}$ ,  $I_{ya}$ ,  $I_{za}$  - моменты инерции относительны осей собственных координат  $x_a$ ,  $y_a$ ,  $z_a$ ;  $\omega_{xa}, \omega_{ya}, \omega_{za}, \dot{\omega}_{xa}, \dot{\omega}_{ya}, \dot{\omega}_{za}$  - угловые скорости и ускорения относительно осей  $x_a$ ,  $y_a$ ,  $z_a$  собственных координат  $x_a y_a z_a$ ;  $\dot{x}_{ac}, \dot{y}_{ac}, \dot{z}_{ac}$  - продольные перемещения и скорости центра масс по осям  $x_a$ ,  $y_a$ ,  $z_a$  собственных координат  $x_a y_a z_a$ ;  $\Sigma F_{xa}$ ,  $\Sigma F_{ya}$ ,  $\Sigma F_{za}$  - суммы сил соответственно по осям  $x_a$ ,  $y_a$ ,  $z_a$ ;

Упругие и неупругие составляющие полных сил в подвесках определяются по формулам:

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{zc11} = c_{11} [z_0 - z + (B/2 + \Delta y_c) \cdot \operatorname{tg}(\zeta) - (L/2 - \Delta x_c) \cdot \operatorname{tg}(\eta) + g_{11}] \\ F_{zc12} = c_{12} [z_0 - z - (B/2 - \Delta y_c) \cdot \operatorname{tg}(\zeta) - (L/2 - \Delta x_c) \cdot \operatorname{tg}(\eta) + g_{12}] \\ F_{zc21} = c_{21} [z_0 - z + (B/2 + \Delta y_c) \cdot \operatorname{tg}(\zeta) + (L/2 + \Delta x_c) \cdot \operatorname{tg}(\eta) + g_{21}] \\ F_{zc22} = c_{22} [z_0 - z - (B/2 - \Delta y_c) \cdot \operatorname{tg}(\zeta) + (L/2 + \Delta x_c) \cdot \operatorname{tg}(\eta) + g_{22}] \\ F_{zk11} = \kappa_{11} [-\dot{z} + (B/2 + \Delta y_c) \cdot (\dot{\zeta}) - (L/2 - \Delta x_c) \cdot (\dot{\eta}) + dg_{11}] \\ F_{zk12} = \kappa_{12} [-\dot{z} - (B/2 - \Delta y_c) \cdot (\dot{\zeta}) - (L/2 - \Delta x_c) \cdot (\dot{\eta}) + dg_{12}] \\ F_{zk21} = \kappa_{21} [-\dot{z} + (B/2 + \Delta y_c) \cdot (\dot{\zeta}) + (L/2 + \Delta x_c) \cdot (\dot{\eta}) + dg_{21}] \\ F_{zk22} = \kappa_{22} [-\dot{z} - (B/2 - \Delta y_c) \cdot (\dot{\zeta}) + (L/2 + \Delta x_c) \cdot (\dot{\eta}) + dg_{22}] \end{array} \right. \quad (19)$$

где  $z_0$  – начальная деформация пружины;  $z$  – вертикальное перемещение кузова машины;  $c_{ij}$ ,  $\kappa_{ij}$  – приведенная жесткость упругого элемента и приведенный коэффициент демпфирования подвески;  $g_{ij}$ ,  $dg_{ij}$  – вертикальная координата профиля дороги и его производная под колесом  $ij$ ;  $B$  – колея машины;  $L$  – база машины;  $\zeta, \dot{\zeta}$  – угол и угловая скорость крена;  $\eta, \dot{\eta}$  – угол и угловая скорость тангенса;  $\Delta x_c$ ,  $\Delta y_c$  – Отклонения центра масс С, кузова соответственно, по осям  $x_a$ ,  $y_a$  от геометрического центра колесной базы автомобиля;

Разложим горизонтальные силы, действующие в пятне контакта по направлениям осей координат  $x_a'$ ,  $y_a'$  (рис. 6)

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{xxa'} = F_x \cdot \cos(\theta_s - \delta) \\ F_{xya'} = F_x \cdot \sin(\theta_s - \delta) \\ F_{yxa'} = -F_y \cdot \sin(\theta_s - \delta) \\ F_{yxa'} = F_y \cdot \cos(\theta_s - \delta) \end{array} \right. \quad (20)$$

Приняв, что углы крена  $\zeta$  и тангенса  $\eta$  достаточно малы, определим проекции сил в пятне контакта на оси координат  $Cx_a y_a$  в следующем виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{xxa'} = F_x \cdot \cos(\theta_s - \delta) = F_{xxa} \\ F_{xya'} = F_x \cdot \sin(\theta_s - \delta) = F_{xya} \\ F_{yxa'} = -F_y \cdot \sin(\theta_s - \delta) = F_{yxa} \\ F_{yxa'} = F_y \cdot \cos(\theta_s - \delta) = F_{yxa} \end{array} \right. \quad (21)$$

Вертикальную силу в подвеске представляем как сумму упругой и неупругой составляющих:

$$F_{zij} = F_{zeij} + F_{zkij} = F_{zaej} \quad (22)$$

Суммы сил, действующие по осям соответствующих координат  $x_a, y_a, z_a$ :

$$\begin{cases} \sum F_{xa} = F_{x11,xa} + F_{x12,xa} + F_{x21,xa} + F_{x22,xa} + F_{y11,xa} + F_{y12,xa} + F_{y21,xa} + F_{y22,xa} \\ \sum F_{ya} = F_{x11,ya} + F_{x12,ya} + F_{x21,ya} + F_{x22,ya} + F_{y11,ya} + F_{y12,ya} + F_{y21,ya} + F_{y22,ya} \\ \sum F_{za} = F_{za11} + F_{za12} + F_{za21} + F_{za22} \end{cases} \quad (23)$$

$\Sigma M_{xa}$ ,  $\Sigma M_{ya}$ ,  $\Sigma M_{za}$  - суммы моментов, соответственно, по осям  $x_a$ ,  $y_a$ ,  $z_a$  собственных координат.

Координаты центров колес в собственных координатах  $Cx_a y_a z_a$ :

$$r_{11} = \begin{bmatrix} L/2 - \Delta x_c \\ -(B/2 + \Delta y_c) \\ -h_c - z_{ac} \end{bmatrix}; r_{12} = \begin{bmatrix} L/2 - \Delta x_c \\ B/2 - \Delta y_c \\ -h_c - z_{ac} \end{bmatrix}; r_{21} = \begin{bmatrix} -(L/2 + \Delta x_c) \\ -(B/2 + \Delta y_c) \\ -h_c - z_{ac} \end{bmatrix}; r_{22} = \begin{bmatrix} -(L/2 + \Delta x_c) \\ B/2 - \Delta y_c \\ -h_c - z_{ac} \end{bmatrix} \quad (24)$$

где  $h_c$  - высота центра тяжести;

Моменты относительно осей собственных координат  $x_a, y_a, z_a$ , которые создают проекции сил в пятне контакта:

$$\begin{cases} M_{yxa} = \det \begin{pmatrix} r_y(2) & r_y(3) \\ F_{yjyya} + F_{xyyya} & F_{zy} \end{pmatrix} \\ M_{ijya} = -\det \begin{pmatrix} r_y(1) & r_y(3) \\ F_{yijxa} + F_{xijxa} & F_{zij} \end{pmatrix} \\ M_{ijza} = \det \begin{pmatrix} r_y(1) & r_y(2) \\ F_{yijxa} + F_{xijxa} & F_{yijya} + F_{xijya} \end{pmatrix} \end{cases} \quad (25)$$

Здесь  $M_{ijxa}$ ,  $M_{ijya}$ ,  $M_{ijza}$  - моменты относительно осей  $x_a$ ,  $y_a$ ,  $z_a$ , на колесах  $ij$ ;

Суммы моментов по осям  $x_a$ ,  $y_a$ ,  $z_a$ :

$$\begin{cases} \sum M_{xa} = M_{11,xa} + M_{12,xa} + M_{21,xa} + M_{22,xa} \\ \sum M_{ya} = M_{11,ya} + M_{12,ya} + M_{21,ya} + M_{22,ya} \\ \sum M_{za} = M_{11,za} + M_{12,za} + M_{21,za} + M_{22,za} \end{cases} \quad (26)$$

Представленная выше система дифференциальных уравнений дополняется связями, представляющими собой характеристику связи колеса с дорогой (рис. 9), управляющие воздействия виртуального водителя на органы управления автомобилем, такие как рулевое управление, тормозная система, а также управляющее воздействие на трансмиссию. С помощью описанной динамической модели выполнены расчеты ряда режимов движения автомобиля.

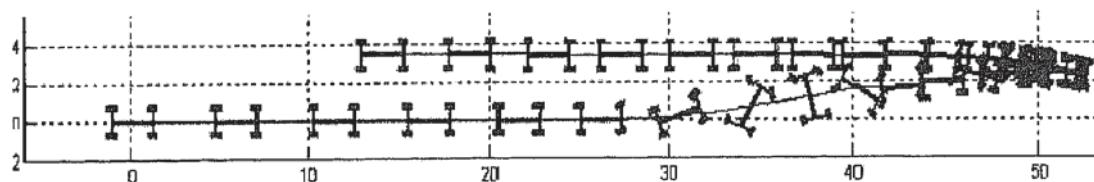


Рис. 10. Траектория движения автомобиля при выполнении маневра «полицейский разворот» с начальной скоростью  $v_{a0} = 20 \text{ м/с}$

Одним из характерных режимов движения, на котором можно проверить работу динамической модели автомобиля с усовершенствованным описанием связи колеса с дорогой является режим движения, называемый «полицейский разворот». На рис. 10 можно видеть рассчитанную по предложенной методике траекторию движения автомобиля в «полицейском развороте», а на рис. 11 - изменение углового положения рулевого колеса, управляемого виртуальным водителем.

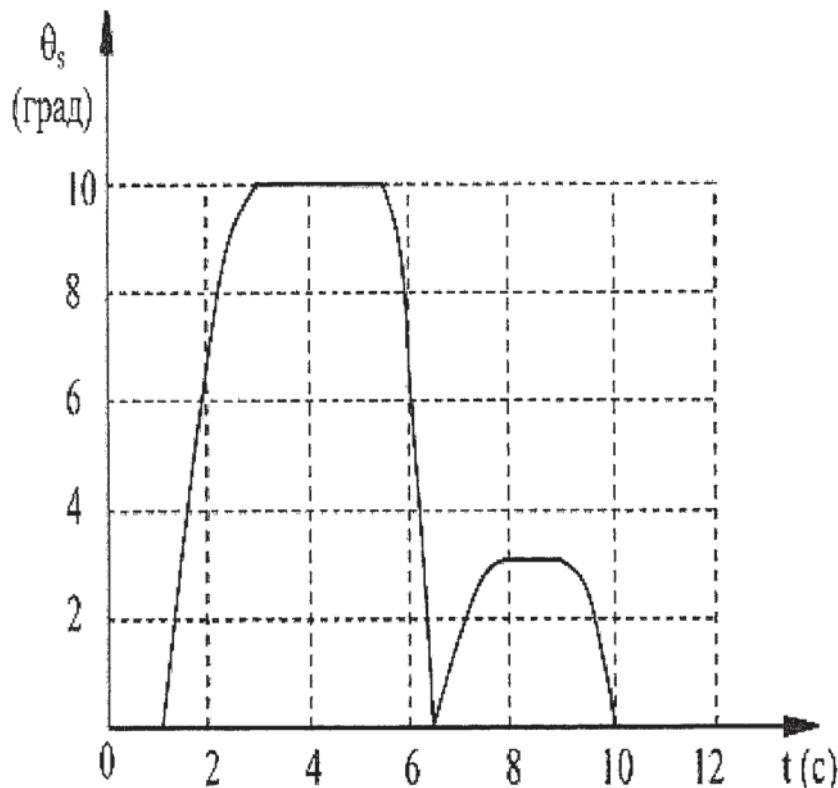


Рис. 11. Угол поворота управляемых колес  $\theta_s$  (град)

В заключение отметим, что представленная выше, измененная для пространственной динамической модели, модель связи колеса с дорогой позволяет более точно описать поведение автомобиля.

В расчете приняты следующие параметры автомобиля: 1) колесная формула: 4x2; 2) ведущие колеса – задние; 3) полная масса автомобиля:  $m=2000$  кг. 4) база:  $L=2,3$  м; 5) колея:  $B=1,4$  м.

Представление о том, насколько в новой модели связи колеса с дорогой мы отошли от исходной модели дает таблица. На основе представленных в ней данных, можно сделать вывод, что в решаемой задаче при разгоне с начальной скорости 4 м/с 100-процентное скольжение  $S_{хнов}$  в новой модели соответствует 14-ти процентам скольжения  $S_x$  в старой модели, что с небольшой ошибкой можно принять как соответствующее исходной диаграмме скольжения, рис. 3.

Таблица

$S_x$ , %	0	4.5	11	13.8	14.1	19.5	25.3	36.9
$S_{хнов}$ , %	0	0.1	10.6	57.6	102	155	226	416

В этой статье мы рассмотрели вопрос адаптации характеристики связи колеса с дорогой для применения в динамических моделях автомобиля при решении задач движения, как на умеренных режимах, так и на режимах, характеризующихся потерей устойчивости автомобиля. Выполненные расчеты показали, что в принятом варианте характеристика связи колеса с дорогой остается соответствующей характеристикам скольжения, известным по ранее выполненным работам. Проверка эффективности применения этих характеристик на расчетах, выполненных для ряда режимов движения, в том числе, для расчета движения автомобиля в маневре, называемом «полицейский разворот», дала положительный результат.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Антонов Д. А. Теория устойчивости движения многоосных автомобилей. – М.: Машиностроение, 1978. 216 с., ил.
2. Вонг Дж. теория наземных транспортных средств: Пер. С англ.-М.: Машиностроение, 1982.-284 с., ил.
3. Левин М.А, Фуфаев Н.А. Теория качения деформируемого колеса.-М.: Наука. Гл. Ред. Физ.-мат. лит., 1989.-272 с.-ISBN 5-02-014010-4.

4. Дронг В.И, Дубинин В.В, Ильин М.М и др. Курс теоретической механики: Учебник для вузов/ 2-е изд., стереотип. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002.-736с., ил.: (Сер. Механика в техническом университете; Т.1).
5. Аурье А.И. Аналитическая механика: Государственное издательство физико-математической литературы, Москва – 1961.