

ТЕХНОЛОГИЯ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ МАШИНЫ

621.778.1.073

УРАВНЕНИЕ УПРУГОЙ ДЕФОРМАЦИИ КЛЕТЕЙ С ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫМ НАПРЯЖЕНИЕМ

Инж. В.С. СЛАВИН

В статье рассматривается упругая деформация предварительно напряженных клеток. Составлена обобщенная схема клеток, в которых предварительное напряжение осуществляется по различным элементам клетки. На основании анализа и теоретических рассуждений, получена аналитическая зависимость определения действительных размеров калибра, образованного произвольным количеством валков предварительно напряженных клеток. Определены граничные условия действия предварительного напряжения, которые определяются вектором усилий начального предварительного напряжения.

С целью повышения точности изделий, получаемых прокаткой или волочением в роликовых волоках за счет снижения итоговой упругой деформации клеток, достаточно широко применяется их предварительное напряжение. Обычно оно осуществляется через различные конструкционные элементы: подушки прокатных валков, буртики, специально устанавливаемые детали и т. д. [1]. Предварительно напряженные клетки могут использоваться как при прокатке в двухвалковых, так и многовалковых калибрах. А так же при волочении в роликовых волоках с калибрами, образованными различным количеством роликов.

В связи с повышением требований к точности калиброванной стали и фасонных профилей высокой точности (ФПВТ), получаемых прокаткой или волочением в роликовых волоках, актуальной задачей является установление аналитической зависимости определения действительных размеров калибра, учитывающей упругую деформацию клетки, подвергаемой предварительному напряжению.

Существующий графо-аналитический метод определения упругой деформации и перераспределения усилий в предварительно напряженных деталях клеток с двухвалковым калибром учитывает только упругую деформацию элементов клетки, подвергаемых предварительному напряжению [1]. При этом не учитываются элементы клетки, оставшиеся свободными от предварительного напряжения. Как следствие, не в полной мере отражается упругая деформация всей клетки, что затрудняет определение действительных размеров калибра.

Для получения аналитической зависимости при определении приведенного коэффициента жесткости элементов клетки с двухвалковым калибром, подвергаемых предварительному напряжению, применяется схема, в основе которой используется модель в виде двух параллельно расположенных пружин с различной жесткостью работающих на сжатие [2]. Такое допущение возможно и является шагом вперед по сравнению с графо-аналитическим методом, так как при приложении нагрузки между последовательно расположенными и предварительно сжатыми пружинами они работают как две параллельные при сжатии (с точки зрения определения их суммарной жесткости).

В реальных же конструкциях имеет место последовательное расположение элементов, представленных в расчетной схеме в виде пружин с усилием, действующим на границе пружин различной жесткости. Это допущение не позволяет определить условия, при которых прекращают действовать предварительное напряжение, т.е. когда одна из пружин выходит из функционального взаимодействия в результате прекращения действия усилия от предварительного напряжения. Этот метод обладает тем же недостатком, что и графо-аналитический, т.е. приведенный коэффициент жесткости позволяет определить изменение размера калибра, обусловленное упругой деформацией только элементов клетки, подвергаемых предварительному напряжению.

Кроме того, специфика этих методов не позволяет использовать их для прокатных клетей с многовалковым калибром и волок с многороликовым калибром, поскольку определение действительных размеров многовалковых и многороликовых калибров представляет собой не одновекторную, а многовекторную задачу.

Целью работы является получение аналитической зависимости для определения действительных размеров калибра образованного произвольным количеством роликов (валков) с учетом упругой деформации предварительно напряженной клетки.

Упругая деформация прокатных клетей и роликовых волок описывается одними и теми же зависимостями, так как по конструкции роликовая волока – это прокатная клеть без привода. Не теряя общности, дальнейшие выкладки будем выполнять для роликовых волок, предполагая, что они справедливы и для прокатных клетей с многовалковым калибром.

В [3] получено уравнение упругой деформации волок с многороликовым калибром в матричной форме записи

$$\bar{S} = \bar{S}_0 + C^{-1} \bar{P}, \quad (1)$$

где \bar{S} - блочный вектор столбец действительных размеров калибра в локальных системах координат каждого ролика относительно ГЦК;

\bar{S}_0 - блочный вектор столбец начальных размеров калибра в локальных системах координат каждого ролика относительно ГЦК;

C - блочная матрица жесткости клетки в локальных системах координат каждого ролика;

\bar{P} - блочный вектор столбец сил, действующих со стороны деформируемого металла в плоскости калибра, в локальных системах координат каждого ролика.

Уравнение (1) при представлении размеров калибра относительно геометрического центра калибра (ГЦК) имеет полное сходство с уравнением Головина-Симса для определения действительных размеров двухвалкового калибра. Поэтому считаем возможным рассматривать изменение размеров многороликового калибра за счет упругой деформации клетки с предварительным напряжением на примере одномерной модели.

В основу излагаемого метода определения действительных размеров многороликового калибра с учетом упругой деформации предварительно напряженных клеток положим выбор наиболее адекватной расчетной схемы. Анализируя конструкции клеток, в которых предварительное напряжение осуществляется по различным элементам, можно выделить три группы элементов, объединяемых взаимодействием составляющих элементов от усилий со стороны деформации металла в калибре.

К первой группе отнесем все элементы клетки, которые воспринимают усилие со стороны деформируемого металла, если клетка не подвергается предварительному напряжению. На рис.1,а они представлены двумя последовательно расположенными пружинами, лежащими на одной линии. Жесткость этих элементов клеток волок с многороликовым калибром описывается блочной матрицей C [3].

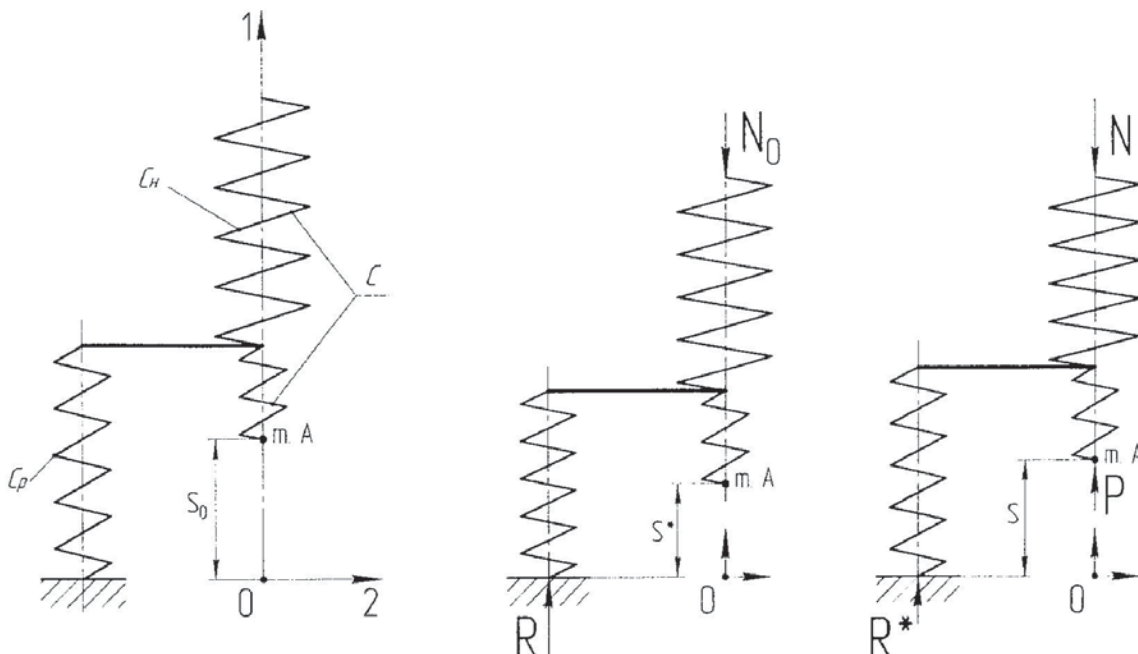


Рис. 1. Расчетная схема предварительно напряженной клетки

Ко второй группе отнесем те элементы клетки, которые не разгружаются при действии сил \bar{P} со стороны деформируемого металла. Они представляют собой часть элементов первой группы, а их жесткость описывается блочной матрицей C_H (рис. 1,а).

К третьей группе отнесем те элементы клетки, которые разгружаются при действии сил \bar{P} со стороны деформируемого металла. На схеме разгружающиеся элементы клетки представлены параллельно расположенной пружинной C_P , которая соединена с последовательно расположенными пружинами абсолютно жестким горизонтальным элементом. Для многороликовых калибров их жесткость описывается блочной матрицей C_P . Неподвижная опора, лежащая на оси 2, идентифицирует условную плоскость, по которой осуществляется предварительное напряжение каждого ролика.

Выберем систему координат с началом, расположенным в геометрическом центре калибра (рис. 1), при этом ось координат 1 лежит на одной прямой с осями последовательно расположенных пружин. Точка A определяет положение калибра в выбранной системе координат.

При составлении расчетной схемы (рис. 1,а) было принято следующее допущение: все пружины находятся в не деформированном состоянии, при этом зазоры в соединениях отсутствуют.

До начала деформации металла в калибре, когда силы с его стороны на ролики не действуют, т.е. $\bar{P} = 0$, создается начальное предварительное напряжение клетки силой \bar{N}_0 (рис. 1,б), которая приложена к неразгружающимся элементам клетки. При этом в разгружающихся элементах на неподвижной опоре возникнет сила реакции $\bar{R} = -\bar{N}_0$. От действия сил предварительного напряжения \bar{N}_0 уменьшится размер калибра \bar{S}_0 за счет сжатия разгружающихся элементов клетки. Размеры многороликового калибра относительно ГЦК с учетом перемещений от сил предварительного напряжения можно записать

$$\bar{S}^* = \bar{S}_0 - \bar{C}_P^{-1} \bar{N}_0, \quad (2)$$

где \bar{S}^* - размеры калибра после предварительного напряжения;

C_P - Блочная матрица жесткости разгружающихся элементов клетки в локальных системах координат каждого ролика;

\bar{N}_0 - силы, обусловленные предварительным напряжением действующие на каждом роликке.

При деформации металла в калибре на ролики действуют силы \bar{P} (рис. 1,в). При этом происходит перераспределение сил в разгружающихся и не разгружающихся элементах клетки. В неразгружающихся элементах клетки силы \bar{N} (рис. 1,б) получают приращение $\Delta\bar{N}$ по сравнению с начальным предварительным напряжением \bar{N}_0 , что можно записать

$$\bar{N} = \bar{N}_0 + \Delta\bar{N}, \quad (3)$$

где \bar{N} - силы, действующие на ролики, в не разгружающихся элементах клетки во время деформации металла в калибре;

$\Delta\bar{N}$ - приращение сил в не разгружающихся элементах клетки.

Т.е в неразгружающихся элементах клетки происходит изменение сил обусловленных предварительным напряжением на величину $\Delta\bar{N}$. Зная их величину, можно определить действительные размеры калибра через жесткость неразгружающихся после предварительного напряжения

$$\bar{S} = \bar{S}_0 - C_p^{-1}\bar{N}_0 + (C^{-1} - C_H^{-1})\bar{P} + C_H^{-1}\Delta\bar{N}, \quad (4)$$

где C - блочная матрица жесткости клетки с многороликовым калибром без предварительного напряжения;

C_H - блочная матрица жесткости неразгружающихся элементов клетки;

\bar{S} - действительные размеры калибра при деформации металла.

Уравнение (4) имеет две неизвестных величины. Это действительные размеры калибра \bar{S} и приращение сил $\Delta\bar{N}$ в неразгружающихся элементах клетки. Для раскрытия этой неопределенности составим дополнительное уравнение, в котором действительные размеры калибра выразим через жесткость разгружающихся элементов клетки.

Из условия равновесия сил на ось 1 во время деформации металла в калибре (рис. 1,в)

$$\bar{R}^* + \bar{P} - \bar{N} = \bar{R}^* + \bar{P} - \bar{N}_0 - \Delta\bar{N} = 0, \quad (5)$$

определим силы, действующие в разгружающихся элементах клетки во время деформации металла в калибре

$$\bar{R}^* = \bar{N}_0 + \Delta\bar{N} - \bar{P}, \quad (6)$$

где \bar{R}^* - вектор усилий в разгружающихся элементах клетки во время деформации металла в калибре.

Тогда, зная величину изменения сил в разгружающихся элементах клетки, составим недостающее уравнение действительных размеров калибра через жесткость этих элементов

$$\bar{S} = \bar{S}_0 - C_p^{-1}\bar{N}_0 + (C^{-1} - C_n^{-1})\bar{P} + C_p^{-1}(\bar{P} - \Delta\bar{N}) \quad (7)$$

Решая совместно (4) и (7), после не сложных преобразований получим выражение для определения приращения сил в неразгружающихся элементах клетки

$$\Delta\bar{N} = (C_p C_n^{-1} + E)^{-1} \bar{P}, \quad (8)$$

где E - единичная матрица.

Подставив (8) изменения сил в неразгружающихся элементах клетки в (4) или (7), получим уравнение для определения действительных размеров калибра предварительно напряженных клеток

$$\bar{S} = \bar{S}_0 + C^{-1}\bar{P} - C_p^{-1}\bar{N}_0 - [(C_n C_p^{-1} + E)C_n]^{-1} \bar{P}. \quad (9)$$

Из анализа (9) не трудно заметить, что первые два слагаемых уравнения описывают действительные размеры калибра клеток с многороликовым калибром без предварительного напряжения. Третье слагаемое показывает изменение размера за счет упругой деформации клетки от предварительного напряжения \bar{N}_0 , четвертое – уменьшение перемещений за счет начального предварительного напряжения от сил \bar{P} , действующих со стороны деформируемого металла, по сравнению с клетями без предварительного напряжения. Уменьшение перемещений линий калибра, обусловленных упругой деформацией предварительно напряженных клеток, происходит в результате перераспределения сил начального предварительного напряжения \bar{N}_0 в разгружающихся и не разгружающихся элементах клетки при действии сил \bar{P} со стороны деформируемого металла. Величина снижения упругой деформации определяется соотношением показателей жесткости разгружающихся и не разгружающихся элементов клетки, и описывается матрицами коэффициентов четвертого слагаемого.

Однако (9) является не полностью определенным. Так как в результате действия сил \bar{P} при определенных их значениях, в разгружающихся клетях может произойти «раскрытие». Таким образом, реакция в опоре будет равна нулю. Тогда предварительно напряженная клетка бу-

дет работать, как клеть без предварительного напряжения. Поэтому необходимо определить граничные условия действия предварительного напряжения, которые можно получить из (6)

при $\vec{R}^* = 0$

$$\vec{R}^* = \vec{N}_0 + \Delta \vec{N} - \vec{P} = 0. \quad (10)$$

После подстановки в (10) выражения (8) и несложных преобразований получим граничные условия действия предварительного напряжения

$$\vec{P} = (C_H C_P^{-1} + E) \vec{N}_0. \quad (11)$$

Тогда с учетом граничных условий уравнение действительных размеров калибра предварительно напряженной клетки с многороликовым калибром можно записать в виде

$$\vec{S} = \vec{S}_0 + C^{-1} \vec{P} - C_P^{-1} \vec{N}_0 - \left[(C_H C_P^{-1} + E) C_H \right]^{-1} \vec{P} \Big|_0^{\vec{P} = (C_H C_P^{-1} + E) \vec{N}_0}. \quad (12)$$

Изменение размеров калибра за счет действия предварительного напряжения во время деформации металла описывается только четвертым слагаемым уравнения (12), по этому граничное условие будет справедливо для него. Нетрудно заметить, что если силы предварительного напряжения \vec{N}_0 будут равны нулю, то третье и четвертое слагаемые также будут иметь нулевые значения. В этом случае уравнение действительных размеров калибра (12) примет вид уравнения действительных размеров калибра клетей без предварительного напряжения.

Таким образом, аналитическая зависимость (12) позволяет определять все действительные размеры калибра, образованного произвольным количеством роликов, с учетом упругой деформации клетей как с предварительным напряжением, так и без него. При этом граничные условия учитывают зону влияния сил, обусловленных предварительным напряжением на упругую деформацию клетки.

Проанализируем полученную зависимость на примере предварительно напряженных прокатных клетей с двухвалковым калибром. При этом, как обычно, размер калибра будем рассматривать как наименьшее расстояние между валками, а усилия, действующие на верхний и нижний валок, принимаем равными. В этом случае (12) можно рассматривать как зависимость, определенную в одномерном пространстве. Это позволит графически представить изменение размера калибра S как функции двух переменных: силы начального предварительного напряжения N_0 и силы давления металла на валок P (рис.2).

При создании предварительного напряжения усилием \vec{N}_0 действительный размер калибра будет определяться первым и третьим слагаемыми уравнения (12):

$$S^* = S_0 - C_p^{-1} N_0. \quad (13)$$

Т.е. изменение размера калибра во время создания предварительного напряжения зависит только от жесткости разгружающихся элементов клетки - $C_p = \text{ctg } \alpha_p$. Отрицательное значение абсциссы точки B (рис. 2) обусловлено тем, что усилие предварительного напряжения направлено в противоположную сторону силе, действующей со стороны деформируемого металла.

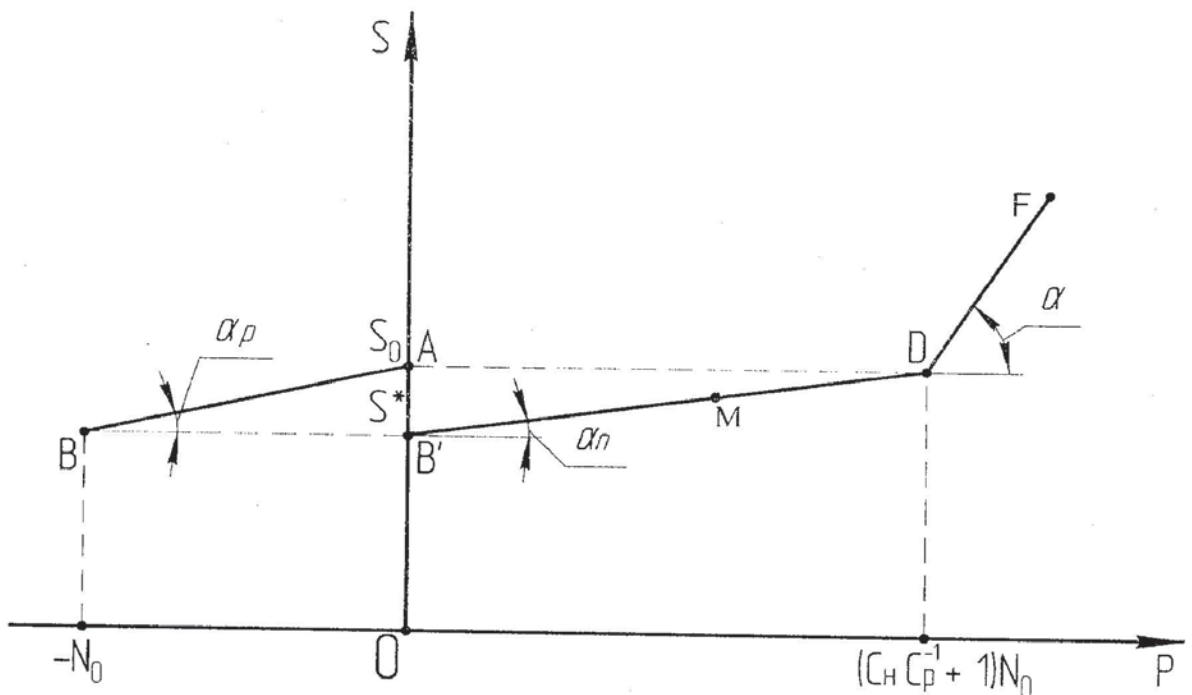


Рис. 2. График изменения размера двухвалкового калибра предварительно напряженной клетки

Прямая $B'D$ описывает изменение размера калибра в области предварительного напряжения от усилия P со стороны деформируемого металла. Жесткость C_n на этом участке описывается углом α_n и определяется алгебраической суммой второго и четвертого слагаемого уравнения (12):

$$C_n = \text{ctg } \alpha_n = \frac{C_n (C_n + C_p)}{C_n (C_n + C_p) - C_p C} C. \quad (14)$$

Абсцисса точки D показывает окончание действия предварительного напряжения и определяется по уравнению (11).

После окончания действия усилий предварительного напряжения в разгружающихся элементах клетки с двухвалковым калибром – при $P > (C_{II} / C_p + 1)N_0$, упругая деформация будет описываться прямой DF (рис. 2). Жесткость на этом участке определяется жесткостью клетки без предварительного напряжения: $C = \text{ctg } \alpha$.

Встречающиеся на практике предварительно напряженные клетки можно разделить на два вида:

- без регулирования силы от предварительного напряжения во время деформации металла в калибре;
- с регулированием силы от предварительного напряжения во время деформации металла в калибре;

В клетях без регулирования силы от предварительного напряжения ордината точки B' (рис. 2) не изменится. Действительный размер калибра будет определяться ординатой точки M , лежащей на ломаной линии $B'DF$ в области предварительного напряжения или за ее пределами. Колебания действительных размеров калибра определяются изменением усилия, действующего со стороны деформируемого металла и его величиной, которая определяет, в какой области упругой деформации работает клеть. Т.е. в области действия сил от предварительного напряжения или за ее пределами.

В свою очередь клетки с регулируемой силой от предварительного напряжения можно разделить на два подвида:

- с регулированием сил предварительного напряжения при помощи нажимных механизмов;
- с регулированием сил предварительного напряжения при помощи специальных устройств в разгружающихся элементах клетки.

В клетях с регулированием силы от предварительного напряжения неизменность действительных размеров калибра обеспечивается механическими или гидравлическими механизмами.

Приведенный на рис. 2 график иллюстрирует изменение размера двухвалкового калибра предварительно напряженной клетки, в которой предварительное напряжение осуществляется с помощью нажимных механизмов. При этом единственным отличием от клеток без регулирования сил предварительного напряжения будет то, что ордината S^* точки B будет переменной величиной, которая регулируется путем изменения сил от предварительного напряжения в процессе деформации металла в калибре.

Примером клеток с регулированием сил предварительного напряжения с помощью устройств в разгружающихся элементах клетки может быть клеть с гидроцилиндрами, расположен-

ными между подушками. В этом случае график упругой деформации претерпит незначительное видоизменение, так как направление силы предварительного напряжения N_0 совпадает с направлением сил P , действующих со стороны деформируемого металла. Т.е. графическое отображение упругой деформации клетки с предварительным напряжением будет находиться только в первом квадранте системы координат. В результате действия сил от предварительного напряжения размер калибра S^* не уменьшится, а увеличится.

Графическое отображение упругой деформации волок с многороликовым калибром затруднительно, так как представляет собой многомерное пространство.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чекмарев А.П., Побегайло Г.Г. Точная прокатка сортовых профилей. – М.: Металлургия, 1968. – 236 с.
2. Гулько В.И., Войцеховский В.А., Григорьев А.К. Производство профилей и проволоки в роликовых волоках. – Ижевск: Удмуртия, 1989, – 132 с.
3. Славин В.С. // Известия вузов. Черная металлургия. – 2007. – № 7 – С. 24 – 30.