

621.892; 532.7

МОДЕЛЬ ОСАЖДЕНИЯ ПРИМЕСЕЙ ДЛЯ ПРИБОРА СЕДИМЕНТАЦИОННОГО АНАЛИЗА НА ОСНОВЕ ОБРАБОТКИ ВИДЕОИНФОРМАЦИИ

Д-р техн. наук, проф. Ю.В. ПОЛЯНСКОВ, канд. техн. наук А.Н. ЕВСЕЕВ,

асп. В.А. ПОРОЙКОВ

В статье рассматривается модель осаждения механических примесей с использованием анализа видеоинформации. Получено уравнение, позволяющее оценивать дисперсный состав твердых примесей в жидких средах

Седиментационный анализ своей эффективностью, простотой занимает одно из первых мест среди методов оценки параметров механических примесей в технологических жидкостях [1]. Его точность во многом определяется точностью метода измерения количества осаждающихся примесей, например, путём измерения общей массы осевших частиц или оценки ослабления луча света после прохождения пробы с примесями. Совершенствование этих методов и разработка эффективных альтернатив повышает точность седиментационного анализа, расширяет сферу его применения и даёт более детальное представление о характере загрязнённости жидкости.

В данной статье представлен метод измерения количества осаждающихся примесей с использованием анализа видеоизображения процесса седиментации даваемого датчиком видеонаблюдения, в качестве которого может выступать web-камера. На рис.1 представлена принципиальная схема такого прибора осуществляющего седиментационный анализ с обработкой видеоинформации на ЭВМ.

Построение математической модели прибора

Рассмотрим осаждение механических примесей СОЖ в приборе рис.1, при условии их начального равномерного распределения по объёму. Из теории обтекания жидкостью твёрдого тела известно, что сила действия потока жидкости на тело определяется характером обтекания, который математически выражается числом Рейнольдса R . Поток, обтекающий осаждающиеся частицы можно считать ламинарным, соответствующим малым числам Рейнольдса $R < 10$. В таком случае сила сопротивления осажде-

нию частиц со стороны жидкости для шарообразных частиц определяется законом Стокса [2]:

$$F_c = 6\pi\eta r_w V, \quad (1)$$

где η – параметр вязкости среды, r_w – радиус шара, V – скорость осаждения. Для расчёта силы сопротивления жидкости для реальных частиц шлама, которые по форме отличаются от идеального шара, вводится седиментационный радиус частиц r_s , который соответствует диаметру сферы, имеющей скорость оседания и плотность частицы шлама. Хотя r_s является обобщённой характеристикой формы частицы, он позволяет достаточно точно описывать распределение частиц по их радиусам, вследствие малого размера, большого количества и случайности формы частиц. В дальнейшем, вместо r_s везде будем писать r .

Как это показано на рис.1 на частицу в процессе седиментации помимо силы сопротивления осаждению со стороны жидкости, действует ещё сила тяжести и выталкивающая сила Архимеда.

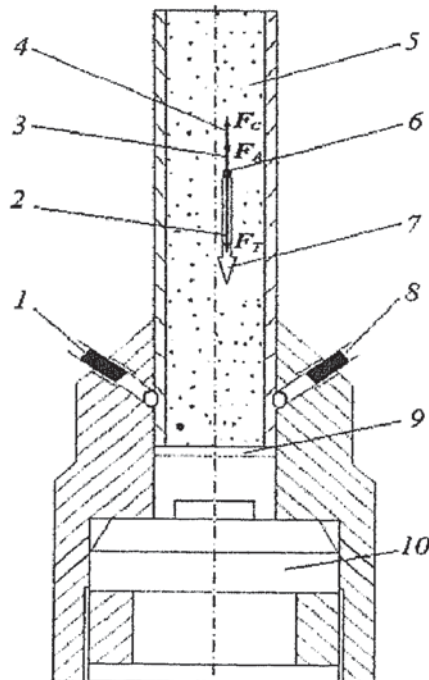


рис.1. Схема прибора, осуществляющего седиментационный анализ с использованием ЭВМ. 1,8 – светодиоды; 2,3,4 – соответственно силы тяжести, Архимеда и сопротивления осаждению; 5 – СОЖ; 6 – частица примесей; 7 – направление осаждения; 9 – стекло; 10 – вилекамера.

Сила тяжести для частицы массой m и радиусом r будет:

$$F_T = mg = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho g, \quad (2)$$

где ρ – плотность материала механических примесей, $g \approx 9,8 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения. Сила Архимеда для СОЖ с плотностью ρ_0 :

$$F_A = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_0 g. \quad (3)$$

Пропорциональность силы сопротивления движению частиц их скорости осаждения, а также вязкость СОЖ, за пренебрежимо малое время приводят к достижению частицами постоянных скоростей седиментации. Движение частицы с постоянной скоростью, как это следует из законов Ньютона, возможно в случае равновесия силы тяжести, Архимеда и сопротивления:

$$F_T - F_A - F_c = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho g - \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_0 g - 6\pi\eta r_{ul} V = 0. \quad (4)$$

Откуда найдём скорость осаждения частицы V :

$$V = \frac{2g(\rho - \rho_0)}{9\eta} r^2. \quad (5)$$

Обозначим $K = \frac{2g(\rho - \rho_0)}{9\eta}$. Время необходимое для выпадения на дно пробы

всех частиц радиусом r равно времени осаждения на дно пробы частицы примеси этого же радиуса r , которая располагалась в начальный момент времени в самой высокой точки пробы на высоте h . Используя введённое обозначение K и (5) выразим это время:

$$t = \frac{h}{Kr^2}. \quad (6)$$

После осаждения всех частиц радиусом r их проекции на дно пробы покроют площадь:

$$\pi r^2 n_0(r), \quad (7)$$

где $n_0(r)$ – дифференциальная функция распределения числа частиц в пробе по их радиусам r [3], интегрируемая при $r \in (0; +\infty)$ и непрерывная, по крайней мере, при $r \in [r_{\min}; r_{\max}]$; r_{\min} , r_{\max} – соответственно наименьший и наибольший радиус частиц находящихся в пробе.

Проинтегрировав по переменной r (7) от частиц наименьшего радиуса до частиц наибольшего радиуса найдём площадь, создаваемую проекциями всех частиц в пробе.

$$S_0 = \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \pi r^2 n_0(r) dr. \quad (8)$$

Возьмём из неё площадь проекций частиц, достигающих в ходе осаждения в момент времени t дна пробы. Для этого выделим в пробе СОЖ область, бесконечно близкую к уже осевшим на дно пробы частицам, но не захватывающую их, и представляющую собой элементарный цилиндр высотой Δx и площадью πr_k^2 , где r_k – радиус трубы, содержащей пробу СОЖ. В этой области располагаются частицы примесей, которые в следующие моменты времени осядут на дно пробы и дадут прирост площади, занимаемой уже осевшими частицами. Количество частиц в указанном элементарном объёме уменьшается со временем, за счёт выпадения частиц в порядке уменьшения их радиусов. Обозначим $r_1(t)$, $r_2(t)$ – соответственно минимальный и максимальный радиус частиц находящихся в области элементарного объёма, тогда общая площадь их проекций на дно пробы будет:

$$\Delta S(t) = \Delta x \pi r_k^2 \int_{r_1(t)}^{r_2(t)} \pi r^2 n(r,t) dr, \quad (9)$$

где $n(r,t)$ – дифференциальная функция распределения частиц примесей по их радиусам в области указанного элементарного объёма в момент времени t .

Особенностью процесса осаждения, лежащей в основе седиментационного анализа, является различное время осаждения частиц разных радиусов (6). Это позволяет выделить в процессе осаждения три этапа в зависимости от изменения $\Delta S(t)$:

1. До момента времени $t_1 = \frac{h}{Kr_{\max}^2}$, число частиц $n(r,t)$ осаждающихся на дно в момент времени t для любого радиуса r :

$$n(r,t) \Big|_{t \leq t_1} = const; \quad (10)$$

2. В промежутке времени от $t_1 = \frac{h}{Kr_{\max}^2}$ до момента $t_2 = \frac{h}{Kr_{\min}^2}$, число частиц $\Delta S(t)$ монотонно уменьшается за счёт постепенного выпадения в осадок частиц примесей. Выпадение происходит, начиная с крупных частиц примесей, самых тяжёлых и заканчивая частицами малыми радиусами;

3. После момента времени $t_2 = \frac{h}{Kr_{\min}^2}$, поступление частиц всех радиусов на дно пробы прекращается:

$$n(r,t)|_{t>t_2} = 0. \tag{11}$$

На рис.2 три этапа показаны в их временной последовательности.

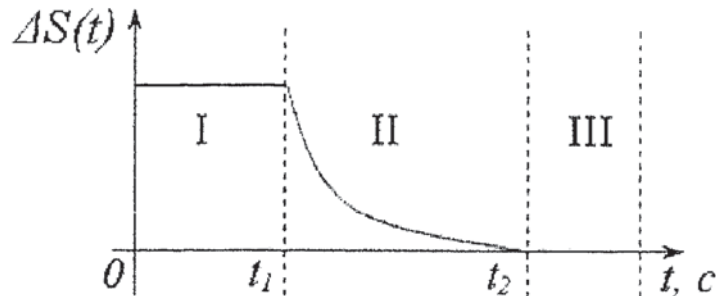


рис.2 Показаны три этапа в поступлении на дно пробы частиц примесей.

Будем искать дифференциальную функцию распределения числа частиц $n_0(r)$ для этапа 2, а затем покажем, что найденная зависимость будет справедлива для этапов 1 и 3. Найдём выражение для роста площади с течением времени, которую занимают проекции частиц на дно пробы осевших на него к моменту времени t .

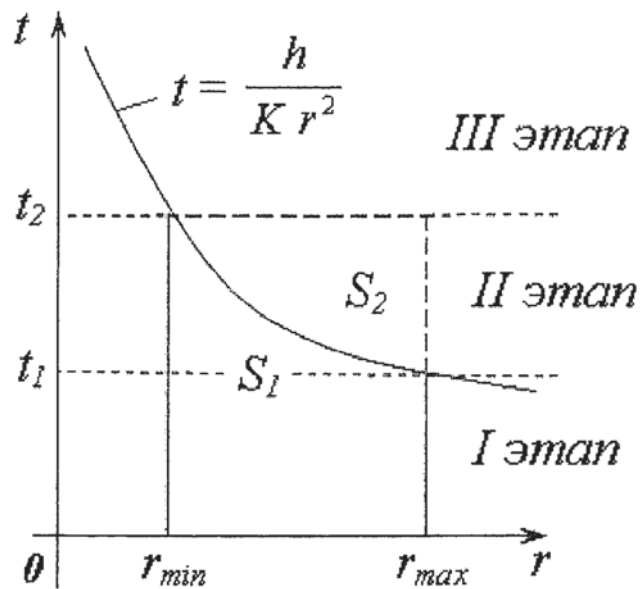


рис.3 Показана зависимость времени (необходимого на выпадение в осадок групп частиц одинаковых размеров) от радиуса (который имеет осаждающаяся группа частиц).

На рис.3 отображен процесс седиментации в декартовой координатной плоскости, образованной осями времени t и радиусов частиц примесей r . В этой плоскости, частицы, осевшие на дно пробы, соответствуют множеству S_1 . Множеству S_2 отвечают такие пары (r,t) , соответствующие которым группы частиц с радиусом r к моменту вре-

мени t полностью выпали в осадок на дно пробы. Для нахождения общей площади проекций осевших частиц необходимо взять двойной интеграл по области S_t от функции $\pi r^2 n_0(r)$. Для большей наглядности представим S_t как $S_t = (S_1 + S_2) - S_2$. Тогда получим:

$$S(t) = \int_0^t \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \pi r^2 n_0(r) dr dt - \int_{\sqrt{\frac{h}{Kr_{\max}}}}^t \int_{\sqrt{\frac{h}{K\tau}}}^{r_{\max}} \pi r^2 n_0(r) dr d\tau, \quad (12)$$

где τ – переменная интегрирования.

Упростим уменьшаемое в (12), подсчитав интеграл, зависящий от времени, обратив внимание, что подинтегральное выражение от времени не зависит:

$$S(t) = t \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \pi r^2 n_0(r) dr - \int_{\sqrt{\frac{h}{Kr_{\max}}}}^t \int_{\sqrt{\frac{h}{K\tau}}}^{r_{\max}} \pi r^2 n_0(r) dr d\tau. \quad (13)$$

Продифференцируем (13) по времени t :

$$S'(t) = \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \pi r^2 n_0(r) dr - \int_{\sqrt{\frac{h}{Kt}}}^{r_{\max}} \pi r^2 n_0(r) dr. \quad (14)$$

Найдём вторую производную (14) по времени:

$$S''(t) = -\frac{\pi}{2\sqrt{\frac{h}{Kt}}} \frac{h^2}{K^2 t^3} n_0\left(\sqrt{\frac{h}{Kt}}\right). \quad (15)$$

Отсюда можно выразить начальное количество частиц радиуса $r = \sqrt{\frac{h}{Kt}}$ в пробе:

$$n_0\left(\sqrt{\frac{h}{Kt}}\right) = -\frac{2S''(t)K^{\frac{3}{2}}t^{\frac{5}{2}}}{\pi h^{\frac{3}{2}}}. \quad (16)$$

Выражение (16) представляет собой параметрически заданную функцию.

Покажем теперь, что формула (16) верна на этапах 1 и 3. На этапе 3 согласно (11) поступление частиц на дно пробы не происходит и следовательно $S(t) = const$, а $S''(t) = 0$. По выражению (16) получим, что число частиц для радиусов соответствующих этому периоду времени тоже будет равно $n_0(r) = 0$. В этом случае (16) даёт правильный результат.

На этапе 1 рост площади от времени, которую занимают проекции частиц на дно пробы осевших на него к моменту времени t можно представить следующей зависимостью:

$$S(t) = \int_0^t \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \pi r^2 n_0(r) dr dt = t \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \pi r^2 n_0(r) dr. \quad (17)$$

Вторая производная от (17) по времени будет:

$$S''(t) = \left(t \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \pi r^2 n_0(r) dr \right)''_{tt} = \left(\int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \pi r^2 n_0(r) dr \right)'_t = 0. \quad (18)$$

Т.о. число частиц для радиусов соответствующих этому периоду времени и в этом случае будет равно согласно (16) $n_0(r)=0$. Следовательно, на этапах 1 и 3 формула (16) даёт правильный результат, как и на этапе 2.

Проверка адекватности

Проверка адекватности проводилась на основе анализе процесса осаждения предварительно равномерно размешанного в СОЖ шлифовального шлама.

Параметры шлама, его масса и распределение числа частиц по их радиусам, были определены до его смешивания СОЖ путём разделения его на фракции.

Каждая фракция состояла из частиц с радиусами из последовательных диапазонов, что достигалось поочерёдным просеиванием первоначальной смеси части через сита с всё меньшими пропускными размерами решётки. Т.к. плотность шлама известна, то, зная средний радиус частиц в каждой фракции можно определить и число находящихся в ней частиц.

Совокупность данных по всем фракциям даёт приблизительное распределение числа частиц по их радиусам, которое показано на рис.5 кривой 1.

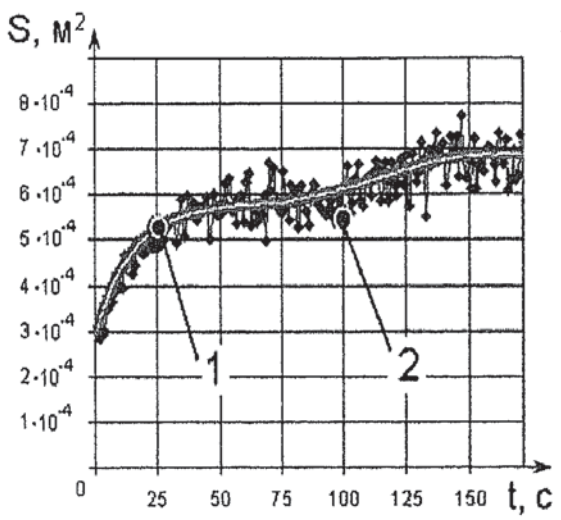


рис.4 Обработка информации, поступающей с видеокамеры. Кривая (1) получена аппроксимацией покaдpовых данных (2) видеокамеры.

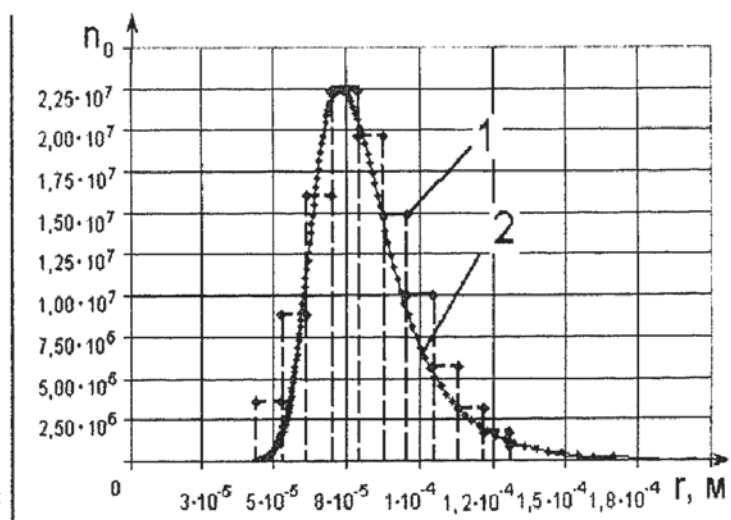


рис.5 Заданное перед экспериментом (1) и полученное (2) после обработки моделью кривой осаждения (см. Рис.4) распределение примесей по их радиусам .

Обработав данные с видеокамеры, получили график осаждения примесей (кривая 2, рис.4). Кривая осаждения аппроксимировалась методом наименьших квадратов полиномами Чебышева 5-й степени, используя предварительное логарифмирование значений. В результате было получено распределение примесей (кривая 2, рис.5)

Таким образом, использование видеоизображения осаждения примесей позволяет устанавливать их распределение по радиусам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Полянсков Ю.В. Диагностика и управление надёжностью смазочно-охлаждающих жидкостей на операциях механообработки / Ю.В. Полянсков, А.Н. Евсеев, А.Р. Гисметулин. - Ульяновск, 2000.
2. Шукин Е.Д. Коллоидная химия / Е.Д. Шукин, А.В. Перцов, Е.А. Амелина. – Издательство Московского Университета, 1982.
3. Коузов П.А. Основы анализа дисперсного состава промышленных пылей и измельчённых материалов / П.А. Коузов. – Л.: Химия, 1987. – 264 с.